

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 37 (1964)
Heft: I

Artikel: Effets de structure nucléaire en formation de paires internes
Autor: Lombard, Roland
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-113467>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 18.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Effets de structure nucléaire en formation de paires internes.

par **Roland Lombard**

Institut de physique de l'Ecole polytechnique fédérale, Zürich

(15 VIII 63)

Abstract. The theory of internal pair formation has been studied for electric dipole transitions. Several spectra have been calculated in the Coulomb approximation in order to investigate the variation of the spectrum shape in function of the nuclear charge Z and the transition energy k . It is shown that the influence of the electronic shells on the internal pair formation can be neglected. An attempt is made to see under what conditions the nuclear structure effects may be detected in the internal pair formation. The results are similar to those obtained in case of internal conversion. Two transitions are analysed in Pb^{206} and Nd^{144} . There is actually no experimental evidence for nuclear structure effects in these transitions. The Pb^{206} show a rather fast El character. In case of Nd^{144} a more precise determination of the total pair formation coefficient would be desirable. Further experiments are suggested, specially in the region of deformed nuclei.

Introduction

Les phénomènes électromagnétiques associés aux états nucléaires, ainsi que les effets connexes du type conversion interne, constituent un ensemble particulièrement important pour l'étude du noyau. S'il n'est pas possible d'en tirer des conclusions directes sur la nature des forces nucléaires, leur étude permet la confrontation des valeurs que prédisent les modèles avec les résultats expérimentaux. L'attrait et le succès de ce genre d'investigations reposent essentiellement sur le fait que les bases de l'interaction électromagnétique sont relativement bien établies. Ainsi le calcul des grandeurs électromagnétiques s'avère être une méthode efficace pour tester les fonctions d'onde.

Ceci n'est malheureusement pas absolu; il reste un certain arbitraire quant à la forme des opérateurs électromagnétiques, arbitraire qui provient de ce que les courants d'échanges mésoniques, à l'intérieur du noyau, sont mal connus. Il est évident que le champ mésonique entourant un nucléon est fortement influencé par la présence d'autres nucléons dans son voisinage immédiat. Une théorie exacte devrait donc tenir compte de ces courants d'échanges. En fait le théorème de SIEGERT permet d'affirmer que les grandeurs électriques ne sont pas influencées par ces courants. La situation est moins simple pour les grandeurs magnétiques et dans ce cas une divergence entre la théorie et l'expérience ne peut pas être imputée aux fonctions d'onde d'une manière univoque.

Les phénomènes du type conversion interne forment une classe à part. Il s'agit de trois modes de désexcitation nucléaire: la conversion interne, la formation de paires internes et la formation de positrons monoénergétiques. Dans ces processus, le noyau cède son énergie de transition soit en éjectant un électron des couches atomiques, soit en créant une paire électron-positron. L'interaction entre le noyau et le champ

électronique est propagée par un photon virtuel. Les transitions monopolaires mises à part, ces processus sont toujours en compétition avec l'émission γ , de sorte qu'un coefficient de conversion peut être défini. Il est égal au rapport de la probabilité de transition pour l'un ou l'autre des procédés de conversion à la probabilité de transition γ correspondante. L'avantage de cette méthode réside dans le fait que ce rapport est indépendant des fonctions d'onde nucléaires, en première approximation.

La conversion interne est le plus important des trois processus qui viennent d'être cités. Pendant longtemps le coefficient de conversion interne a été considéré comme indépendant de la structure nucléaire. Dans cette approximation le noyau n'a pas d'extension finie, c'est un point-charge de potentiel électrostatique coulombien.

Une telle approximation est justifiée si l'on compare les dimensions du noyau avec le rayon de la première orbite de BOHR. Cependant elle n'est pas suffisante en général et pour certaines transitions, en particulier les transitions dipolaires magnétiques; le fait de tenir compte des dimensions finies du noyau et d'une répartition de charge sphérique et homogène entraîne des divergences allant jusqu'à 30–40% par rapport aux premiers calculs. Des investigations plus poussées ont permis de mettre en évidence les effets de la structure nucléaire. Ces effets sont dus à la partie de la fonction d'onde électronique qui pénètre dans le noyau. Ils sont toujours présents mais ils ne sont détectables que sous certaines conditions, par exemple lorsque l'élément de matrice γ est petit.

L'existence des effets de structure dans la conversion interne a été démontrée théoriquement et expérimentalement. Dès lors il était naturel d'entreprendre les mêmes recherches pour la formation de paires internes. En ce qui concerne la formation de positrons monoénergétiques, son étude pourrait se révéler d'un grand intérêt. Mais dans ce cas les difficultés auxquelles se heurtent les expérimentateurs sont telles que les effets de structure ont peu de chance d'être détectés.

Le but de ce travail est de reprendre l'analyse de la formation de paires internes en suivant la méthode développée pour la conversion interne. Ce travail est limité aux transitions du type dipolaire électrique.

Le chapitre I est consacré à une théorie générale, valable pour l'un ou l'autre des processus de conversion. Nous montrerons les similitudes formelles qui existent entre les trois procédés. Dans les chapitres II, III et IV les différentes approximations seront passées en revue. Deux transitions seront plus spécialement étudiées: l'une dans le Pb^{206} , l'autre dans le Nd^{144} .

Chapitre I

Théorie générale de la conversion interne

1. Définitions

La probabilité de désintégration d'un niveau excité est donnée par la somme des probabilités de chaque processus:

$$T_{tot.} = T_{\gamma} + T_{e^{-}} + T_{\pi} + T_{e^{+}} \quad (1)$$

T_{γ} , $T_{e^{-}}$, T_{π} , $T_{e^{+}}$ désignent dans l'ordre, la probabilité de transition γ , de conversion interne, de formation de paires internes et de positrons monoénergétiques. Ces deux derniers phénomènes n'apparaissent que sous certaines conditions: l'énergie de la

transition doit être plus grande que $2 m_0 c^2$ et, pour la formation de positrons mono-énergétiques, la présence d'une lacune dans les couches électroniques est nécessaire.

La mise en évidence de T_γ dans l'expression (1) conduit à la définition habituelle des coefficients de conversion:

$T_{e^-}/T_\gamma = \alpha_{e^-}$: coefficient de conversion interne

$T_\pi/T_\gamma = \alpha_\pi$: coefficient de formation de paires internes

$T_{e^+}/T_\gamma = \alpha_{e^+}$: coefficient de formation de positrons monoénergétiques

Il convient de remarquer la similitude qui existe entre ces trois processus. Cette similitude ressort bien si l'on utilise le formalisme des diagrammes de FEYNMAN.

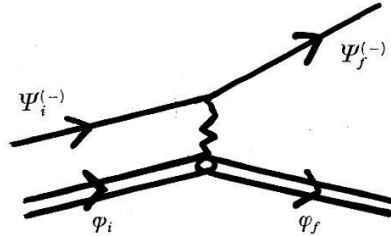
Soient i et f , les états initiaux et finaux, φ la fonction d'onde nucléaire et ψ la fonction d'onde électronique.

$k = E_i - E_f$: énergie de la transition nucléaire

B_x : énergie de liaison de l'électron dans la couche x

E_-, E_+ : énergie totale de l'électron ou du positron dans le continu.

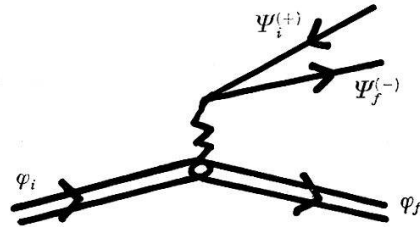
Conversion interne



Bilans Energétiques

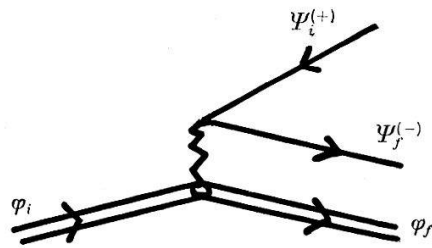
$$E_- = k - B_x$$

Formation de paires internes



$$E_- + E_+ = k$$

Formation de positrons monoénergétiques



$$E_+ = k + B_x$$

Ni l'état final ni l'état initial ne contiennent de photon, si bien que le premier terme non nul de la matrice S est de la forme:

$$S^{(2)} = \frac{1}{2} \int d^4x_1 d^4x_2 P[j_e(x_2) j_n(x_1)] P[A(x_2) A(x_1)]. \quad (2)$$

P représente l'opérateur chronologique, j_e et j_n sont les opérateurs de courants électroniques, respectivement nucléaires, et A l'opérateur de potentiel électromagnétique.

Pour la suite du calcul, il est commode de changer de représentation et d'écrire l'hamiltonien d'interaction à l'aide du potentiel retardé. Selon AKHIEZER et BERESTETSKY¹⁾:

$$S_{i \rightarrow f}^{(2)} = -2\pi i H'_{i \rightarrow f}. \quad (3)$$

La probabilité de transition par unité de temps est donnée par

$$T = 2 \pi |H'|^2 \varrho(E) \quad (4)$$

où $\varrho(E)$ représente la densité des états finaux*).

2. Hamiltonien d'interaction

Le calcul explicite de H' a été effectué par nombre d'auteurs. Nous suivrons la méthode de CHURCH et WENESER²⁾, dont nous adopterons la notation. Dans ce cas:

$$H' = - \int d\tau_e d\tau_n (\mathbf{j}_e \mathbf{j}_n - \varrho_n \varrho_e) \frac{e^{ik|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|}}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|} \quad (5)$$

\mathbf{j}_e et ϱ_e sont les densités de courants et de charges électroniques au sens de Dirac:

$$\varrho_e = -e \psi_{ej}^*(\mathbf{r}_e) \cdot \psi_{ei}(\mathbf{r}_e) \quad \mathbf{j}_e = -e \psi_{ej}^*(\mathbf{r}_e) \cdot \boldsymbol{\alpha} \cdot \psi_{ei}(\mathbf{r}_e). \quad (6)$$

Sous cette forme, l'hamiltonien d'interaction est valable pour l'un ou l'autre des trois procédés de conversion; les ψ sont solutions de l'équation de DIRAC et représentent des états liés ou des états du continu, pour l'électron, et des états du continu d'énergie négative pour le positron. \mathbf{j}_n et ϱ_n sont les grandeurs nucléaires correspondantes.

Selon une méthode usuelle en spectroscopie, l'hamiltonien d'interaction se développe en multipôles:

$$\begin{aligned} \varrho_n(\mathbf{r}_n) \varrho_e(\mathbf{r}_e) \frac{e^{ik|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|}}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|} \\ = 4 \pi i \sum_{L, M} [\varrho_n(\mathbf{r}_n) j_L(k r_n) Y_{LM}(\hat{\mathbf{r}}_n)] [\varrho_e(\mathbf{r}_e) h_L^{(1)}(k r_e) Y_{LM}(\hat{\mathbf{r}}_e)] \\ \text{pour } r_n \leq r_e \\ = 4 \pi i \sum_{L, M} [\varrho_n(\mathbf{r}_n) h_L^{(1)}(k r_n) Y_{LM}(\hat{\mathbf{r}}_n)] [\varrho_e(\mathbf{r}_e) j_L(k r_e) Y_{LM}(\hat{\mathbf{r}}_e)] \\ \text{pour } r_n \geq r_e. \end{aligned} \quad (7)$$

j_L désigne la fonction de BESSEL sphérique d'ordre L et $h_L^{(1)}$ la fonction de HANKEL correspondante de première espèce.

Le terme vectoriel devient:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_n(\mathbf{r}_n) \mathbf{j}_e(\mathbf{r}_e) \frac{e^{ik|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|}}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|} \\ = 4 \pi i \sum_{L, M} [\mathbf{j}_n(\mathbf{r}_n) \mathbf{A}_{LM}^{(i)*}(k r_n)] [\mathbf{j}_e(\mathbf{r}_e) \mathbf{B}_{LM}^{(i)}(k r_e)] \\ \text{pour } r_n \leq r_e \\ = 4 \pi i \sum_{L, M} [\mathbf{j}_n(\mathbf{r}_n) \mathbf{B}_{LM}^{(i)*}(k r_n)] [\mathbf{j}_e(\mathbf{r}_e) \mathbf{A}_{LM}^{(i)}(k r_e)] \\ \text{pour } r_n \geq r_e. \end{aligned} \quad (8)$$

*) Tout au long de ce travail nous utiliserons les unités $\hbar = m_e = c = 1$.

L'indice i doit être remplacé par $i = m$ pour le terme magnétique, $i = e$ pour le terme électrique transversal et $i = l$ pour le terme électrique longitudinal. Les opérateurs A_{LM} et B_{LM} s'écrivent³⁾:

$$\begin{aligned} A_{LM}^{(m)}(k r) &= \frac{\mathbf{r} \times \nabla j_L(k r) Y_{LM}(\hat{r})}{k \sqrt{L(L+1)}} \\ A_{LM}^{(e)}(k r) &= \frac{-\nabla \times (\mathbf{r} \times \nabla) j_L(k r) Y_{LM}(\hat{r})}{k \sqrt{L(L+1)}} \\ A_{LM}^{(l)}(k r) &= \frac{\nabla j_L(k r) Y_{LM}(\hat{r})}{k}. \end{aligned} \quad (9)$$

Il suffit de changer j_L en $h_L^{(1)}$ dans ces expressions pour avoir les B_{LM} correspondants. (Dans le terme B_{LM}^* , la conjugaison ne porte pas sur $h_L^{(1)}$.)

En général l'interaction s'écrit sous la forme d'une somme de termes magnétiques et électriques:

$$H' = \sum_{L, M} H'_{\text{magn}} + \sum_{L, M} H'_{\text{electr}}. \quad (10)$$

Pour L et M fixés, chacun des deux termes satisfait à des règles de sélection différentes, et peut être ainsi discuté séparément. D'autre part, puisque seules les transitions dipolaires électriques seront considérées, nous nous bornerons à étudier le terme électrique; nous spécifierons les nombres quantiques L et M en temps opportuns. Le cas du monopole électrique ($L = 0$) ne sera pas envisagé.

L'hamiltonien de l'interaction électrique peut se mettre sous la forme:

$$\begin{aligned} H'_{el} = 4 \pi i k \left[\int_0^\infty d\tau_n \varrho_n j_L(k r_n) Y_{LM}^*(\hat{r}_n) \int_{r_n}^\infty d\tau_e \varrho_e h_L^{(1)}(k r_e) Y_{LM}(\hat{r}_e) \right. \\ + \int_0^\infty d\tau_n \varrho_n h_L^{(1)}(k r_n) Y_{LM}^*(\hat{r}_n) \int_0^{r_n} d\tau_e \varrho_e j_L(k r_e) Y_{LM}(\hat{r}_e) \\ - \int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n A_{LM}^{(l)*}(k r_n) \int_{r_n}^\infty d\tau_e \mathbf{j}_e B_{LM}^{(l)}(k r_e) \\ - \int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n B_{LM}^{(l)*}(k r_n) \int_0^{r_n} d\tau_e \mathbf{j}_e A_{LM}^{(l)}(k r_e) \\ - \int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n A_{LM}^{(e)*}(k r_n) \int_{r_n}^\infty d\tau_e \mathbf{j}_e B_{LM}^{(e)}(k r_e) \\ \left. - \int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n B_{LM}^{(e)*}(k r_n) \int_0^{r_n} d\tau_e \mathbf{j}_e A_{LM}^{(e)}(k r_e) \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Il serait avantageux de mettre en évidence le terme

$$\int_0^{\infty} d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(k r_n) \quad (12)$$

qui représente l'élément de matrice de la transition γ correspondante, et de développer l'expression (11) de manière à séparer les intégrales sur les variables nucléaires et électroniques. Ce traitement se révèle compliqué de par l'existence du terme longitudinal. De plus, lorsque le noyau est considéré comme un point-charge, c'est-à-dire lorsque r_n tend vers 0, les intégrales sur les variables électroniques divergent à la limite inférieure. La solution de ce problème a été donnée par DANCOFF et MORRISON⁴⁾ et plus récemment par KRAMER⁵⁾. Elle repose sur l'utilisation des équations de continuité:

$$\nabla \mathbf{j}_e + i k \varrho_e = 0; \quad \nabla \mathbf{j}_n - i k \varrho_n = 0 \quad (13)$$

et sur le choix d'une jauge appropriée.

Les opérateurs \mathbf{A}_{LM} et \mathbf{B}_{LM} sont écrits dans une représentation caractérisée par la jauge de LORENTZ. Dans cette représentation l'interaction entre particules chargées s'exprime par l'intermédiaire d'un photon virtuel longitudinal. KRAMER a montré qu'en prenant une jauge de COULOMB, les divergences citées plus haut sont éliminées. Nous nous contenterons ici du résultat final:

$$\begin{aligned} H'_{el}(L M) = & \frac{-4 \pi i}{\sqrt{L(L+1)}} \int_0^{\infty} d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(k r_n) \int_0^{\infty} d\tau_e [\] r_e h_L^{(1)}(k r_e) Y_{LM}(r_e) \\ & \frac{+4 \pi i}{\sqrt{L(L+1)}} \left\{ \int_0^{\infty} d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(k r_n) \int_0^{r_n} d\tau_e [\] r_e h_L^{(1)}(k r_e) Y_{LM}(\hat{r}_e) \right. \\ & \left. - \int_0^{\infty} d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{B}_{LM}^{(e)}(k r_n) \int_0^{r_n} d\tau_e [\] r_e j_L(k r_e) Y_{LM}(\hat{r}_e) \right\} \\ & [\] = \left[\mathbf{j}_e k^2 \hat{r}_e + \varrho_e i k \frac{d}{dr_e} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

L'intégration de la partie angulaire de l'élément de matrice électronique conduit à la mise en évidence d'un facteur commun $B(L, M)$ et finalement:

$$\begin{aligned} H'_{LM} = B(L, M) & \left\{ \int_0^{\infty} d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(k r_n) \cdot \right. \\ & \cdot \int_0^{\infty} dr \left[(g_{\kappa'} f_{\kappa} - f_{\kappa'} g_{\kappa}) k - (f_{\kappa'} f_{\kappa} + g_{\kappa'} g_{\kappa}) \frac{d}{dr} \right] r h_L^{(1)}(k r) \\ & \left. + \int_0^{\infty} d\tau_n \mathbf{j}_n \nabla \phi(r_n) Y_{LM}^*(\hat{r}_n) + \int_0^{\infty} d\tau_n \mathbf{j}_n \frac{\mathbf{r}_n}{r_n} \theta(r_n) Y_{LM}^*(\hat{r}_n) \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Dans cette expression g et f sont les solutions de la partie radiale de l'équation de DIRAC. Les fonctions ϕ et Θ seront explicitées plus loin.

3. Définition des différentes approximations

Selon les hypothèses faites au sujet des termes qui apparaissent dans (15), trois genres d'approximations sont définis:

Calcul coulombien

Le noyau est considéré comme un point-charge de potentiel électrostatique $\varphi = Z e/r$; r_n tend vers 0, autrement dit, les termes de pénétration sont supposés nuls.

Effets de structure statiques

A partir du modèle à courants de surface, on peut relier de manière simple les deux éléments de matrice de pénétration qui apparaissent dans (14). D'autre part, dans ces éléments de matrice, on suppose que la partie nucléaire et la partie électronique peuvent être intégrées séparément, les limites d'intégration de cette dernière étant posées de 0 à R_0 , le rayon du noyau.

De plus, les effets d'écran dus aux électrons des couches atomiques peuvent être inclus dans ce calcul en introduisant, dans le terme sans pénétration, les fonctions d'onde électroniques calculées à partir du modèle de THOMAS-FERMI-DIRAC.

Dans la conversion interne, cette approximation correspond aux calculs de SLIV et BAND⁶).

Une autre possibilité consiste à supposer nuls les termes de pénétration de (14) et d'intégrer séparément de 0 — R_0 et R_0 — ∞ le premier élément de matrice électronique. En conversion interne, c'est l'approximation utilisée par ROSE⁷).

Effets de structure dynamiques

Les hypothèses sont quasiment les mêmes que pour les effets statiques, mais cette fois les éléments de matrice de pénétration sont évalués à partir de modèles nucléaires. Nous verrons qu'il existe une différence sensible entre les éléments de matrice de pénétration et les éléments de matrice γ . Ceci permet de prévoir un comportement différent par rapport à certaines règles de sélection caractéristiques du modèle choisi.

Chapitre II

Approximation coulombienne

2. Notations et fonctions d'onde

Lorsque le rayon nucléaire est supposé nul, l'équation (15) se réduit à

$$H'_{el} = B(L, M) \int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(k r_n) \cdot \int_0^\infty dr \left[(g_{\kappa'} f_{\kappa} - f_{\kappa'} g_{\kappa}) - (f_{\kappa'} f_{\kappa} + g_{\kappa'} g_{\kappa}) \frac{d}{dr} \right] r h_L^{(1)}(k r). \quad (16)$$

En rapport avec la plupart des travaux expérimentaux nous considérerons les spectres de positrons de paires. Deux grandeurs peuvent être définies :

1. Le coefficient différentiel de formation de paires internes :

$$\frac{d\alpha_\pi}{dE_+} = \text{const} \sum \left| \int_0^\infty dr \left[(g_\kappa, f_\kappa - f_\kappa, g_\kappa) - (f_\kappa, f_\kappa + g_\kappa, g_\kappa) \frac{d}{dr} \right] r h_L^{(1)}(kr) \right|^2. \quad (17)$$

2. Le coefficient total :

$$\alpha_\pi = \int_1^{k-1} \frac{d\alpha_\pi}{dE_+} \cdot dE_+ = \frac{T_\pi}{T_\gamma}. \quad (18)$$

Le coefficient différentiel donne la probabilité de la formation d'une paire pour laquelle l'énergie du positron est comprise entre E_+ et $E_+ + dE_+$. Dans l'expression (17), la somme porte sur tous les arrangements de spin entre les deux particules, ces arrangements étant limités par les règles de sélection. Le dipole électrique implique $\Delta j = 1$ et $\Delta \pi = \text{oui}$. Les différents états possibles pour e_+ et e_- sont classés dans le tableau I. Les états sont caractérisés par la notation spectroscopique s, p, d, f, \dots correspondant à $l = 0, 1, 2, 3, \dots$, et par κ , le nombre quantique introduit pour le traitement relativiste de l'électron :

$$\kappa = -(j + 1/2) = -(l + 1) \text{ si } j = l + 1/2 \quad \kappa = (j + 1/2) = l \text{ si } j = l - 1/2. \quad (19)$$

Tableau I

Paires $e_+ e_-$ autorisées par les règles de sélection et rangées par ordre de moment orbital croissant.
Pour être complet le tableau devrait être étendu aux termes d'ordre supérieur.

e_+	e_-	e_-	e_+
(s) $\kappa = -1$	(p) $\kappa = +1$ $\kappa = -2$	(s) $\kappa = -1$	(p) $\kappa = +1$ $\kappa = -2$
(p) $\kappa = +1$ $\kappa = -2$	(d) $\kappa = 2$ $\kappa = -3$	(p) $\kappa = +1$ $\kappa = -2$	(d) $\kappa = 2$ $\kappa = -3$
(d) $\kappa = 2$ $\kappa = -3$	(f) $\kappa = 3$ $\kappa = -4$	(d) $\kappa = 2$ $\kappa = 3$	(f) $\kappa = 3$ $\kappa = -4$

A priori, tous les arrangements de spin sont possibles. Toutefois, nous verrons que seul un nombre restreint d'entre eux contribue de manière appréciable au coefficient de formation de paires internes.

Les fonctions d'onde électroniques sont déterminées à partir de l'équation de DIRAC pour un fermion dans un champ extérieur :

$$(i \gamma_\mu \not{p}_\mu - i e \gamma_\mu A_\mu + 1) \psi = 0. \quad (20)$$

Dans l'approximation coulombienne, pour un électron dans le champ du noyau, nous avons pour le potentiel :

$$A_\mu: \mathbf{A} = 0; A_4 = i A_0; A_0 = \frac{Ze}{r}. \quad (21)$$

Pour le positron, le signe de A_0 devient négatif. La résolution de l'équation de DIRAC pour un tel potentiel est bien connue (voir par ex. ¹⁾ et ⁸⁾). Nous nous contenterons ici de donner les fonctions radiales pour les états du continu. Les fonctions d'onde sont normées à une particule entre E et $E + dE$.

Pour l'électron:

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{-\kappa'-1} = \sqrt{1 \mp E_-} \frac{(\gamma + i B') | \Gamma(\gamma + i B') |}{\Gamma(2\gamma + 1)} e^{\pi B'/2} (2 p_-)^{\gamma-1} \sqrt{\frac{p_-}{\pi}} \cdot \{ F'_1 \mp e^{-2i\eta'} F'_2 \} e^{i\eta' - i p_- r} \quad (22)$$

Pour le positron

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{-\kappa-1} = \sqrt{1 \pm E_+} \frac{(\gamma - i B) | \Gamma(\gamma - i B) |}{\Gamma(2\gamma + 1)} e^{-\pi B/2} (2 p_+)^{\gamma-1} \sqrt{\frac{p_+}{\pi}} \cdot \{ F_1 \mp e^{-2i\eta} F_2 \} e^{i\eta - i p_+ r} \quad (23)$$

avec:

$$\gamma = \sqrt{\kappa^2 - (\alpha z)^2} \quad B = \frac{\alpha Z E}{p} \quad A = \frac{\alpha Z}{p} \quad e^{-2i\eta} = \frac{\gamma + i B}{-\kappa + i A} \quad e^{-2i\eta'} = \frac{\gamma - i B'}{-\kappa + i A'}.$$

α est la constante de structure fine. F_1 , F_2 , F'_1 et F'_2 sont des fonctions hypergéométriques confluentes:

$$\begin{aligned} F_1 &= F_1(\gamma - i B + 1, 2\gamma + 1, 2i p_+ r) & F'_1 &= F'_1(\gamma + i B' + 1, 2\gamma + 1, 2i p_- r) \\ F_2 &= F_2(\gamma - i B, 2\gamma + 1, 2i p_+ r) & F'_2 &= F'_2(\gamma + i B', 2\gamma + 1, 2i p_- r). \end{aligned}$$

Il suffit d'effectuer les remplacements nécessaires dans (17) et de poser $L = 1$ pour les fonctions de HANKEL, ceci puisqu'il s'agit de transitions dipolaires. Le premier arrangement de spin

$$e_-(s): \kappa' = -1 \quad e_+(p): \begin{matrix} \kappa = 1 \\ \kappa = -2 \end{matrix}$$

donne la contribution suivante:

$$\frac{d\alpha_\pi}{dE_+} = \frac{\pi k \alpha}{6} \{ |I_1|^2 + 2 |I_2|^2 \} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{k} \int_0^\infty (f_0 f_{-2} + g_0 g_{-2} + i f_0 g_{-2} + 3 i g_0 f_{-2}) e^{ikr} r dr \\ &\quad + \frac{i}{k^2} \int_0^\infty (f_0 f_{-2} + g_0 g_{-2}) e^{ikr} dr \end{aligned} \quad (25)$$

$$I_2 = \frac{1}{k} \int_0^\infty (f_0 f_1 + g_0 g_1 - 2 i f_0 g_1) e^{ikr} r dr + \frac{i}{k^2} \int_0^\infty (f_0 f_1 + g_0 g_1) e^{ikr} dr. \quad (26)$$

k désigne l'énergie de transition nucléaire en unités $m_0 c^2$. Les autres arrangements de spin contribuent par des expressions du même genre.

Les fonctions d'onde s'écrivant à l'aide de fonctions hypergéométriques confluentes, l'intégration sur r apparaît comme étant une somme d'intégrations de termes du type :

$$\sum_n \sum_m \frac{(b)_n}{(c)_n} \frac{(b')_m}{(c')_m} \frac{(2i p_+)^n}{n!} \frac{(2i p_-)^m}{m!} \int_0^\infty e^{-\alpha r} r^\beta dr. \quad (27)$$

Les b et les c symbolisent les paramètres contenus dans les hypergéométriques confluentes. L'intégrale se résout à l'aide d'un théorème sur les fonctions Γ (référence ⁹), page 13) et le résultat s'écrit sous la forme d'une fonction hypergéométrique à deux variables ou fonction d'APPEL ¹⁰). A titre d'exemple, le premier terme de (25) devient :

$$I_1 = \frac{N_0 N_{-2}}{k} \frac{\Gamma(2\gamma)}{(k - p_- - p_+)^{2\gamma}} [e_1 J_1 + e_2 J_2 + e_3 J_3 + e_4 J_4]$$

où

$$e_1 = \{\sqrt{1 - E_-} \sqrt{1 + E_+} + \sqrt{1 + E_-} \sqrt{1 - E_+} + i \sqrt{1 - E_-} \sqrt{1 - E_+} + 3i \sqrt{1 + E_-} \sqrt{1 + E_+}\}$$

$$e_2 = e^{-2i\eta} \{-\sqrt{1 - E_-} \sqrt{1 + E_+} + \sqrt{1 + E_-} \sqrt{1 - E_+} + i \sqrt{1 - E_-} \sqrt{1 - E_+} - 3i \sqrt{1 + E_-} \sqrt{1 + E_+}\}$$

$$e_3 = e^{-2i\eta'} \{-\sqrt{1 - E_-} \sqrt{1 + E_+} + \sqrt{1 + E_-} \sqrt{1 - E_+} - i \sqrt{1 - E_-} \sqrt{1 - E_+} + 3i \sqrt{1 + E_-} \sqrt{1 + E_+}\}$$

$$e_4 = e^{-2i\eta} e^{-2i\eta'} \{\sqrt{1 - E_-} \sqrt{1 + E_+} + \sqrt{1 + E_-} \sqrt{1 - E_+} - i \sqrt{1 - E_-} \sqrt{1 - E_+} - 3i \sqrt{1 + E_-} \sqrt{1 + E_+}\}$$

$$J_1 = F_2(2\gamma; \gamma - iB', \gamma + iB; 2\gamma + 1, 2\gamma + 1; x, y)$$

$$J_2 = F_2(2\gamma, \gamma - iB', \gamma + iB + 1, 2\gamma + 1, 2\gamma + 1; x, y)$$

$$J_3 = F_2(2\gamma; \gamma - iB + 1, \gamma + iB; 2\gamma + 1, 2\gamma + 1; x, y)$$

$$J_4 = F_2(2\gamma; \gamma - iB + 1, \gamma + iB + 1; 2\gamma + 1, 2\gamma + 1; x, y).$$

L'indice 2 de F_2 indique le genre de fonction d'APPEL dont il s'agit.

$$x = \frac{2p_-}{p_- + p_+ + k}; \quad y = \frac{2p_+}{p_- + p_+ + k}$$

$$N_0 = \frac{(\gamma + iB') \Gamma(\gamma + iB')}{\Gamma(2\gamma + 1)} e^{\pi B'/2} (2p_-)^{\gamma-1} \sqrt{\frac{p_-}{\pi}};$$

$$N_{-2} = \frac{(\gamma - iB) \Gamma(\gamma - iB)}{\Gamma(2\gamma + 1)} e^{-\pi B/2} (2p_+)^{\gamma-1} \sqrt{\frac{p_+}{\pi}}.$$

2. Calcul des spectres

La première évaluation numérique date de 1935. Elle est due à JAEGER et HULME¹¹⁾. Ces auteurs ont calculé les spectres correspondant à $k = 3$, $Z = 0$ et 84. Ils ont étudié le cas des transitions électriques dipolaires et quadrupolaires.

Parallèlement à l'étude que nous avons entreprise sur la formation de paires internes, le groupe de spectroscopie nucléaire de l'Ecole polytechnique fédérale (Zürich) a mesuré la transition $1^- \rightarrow 0^+$ du Nd^{144} . La recherche des effets de structure dans cette transition exigeant une connaissance suffisamment précise du spectre coulombien, l'ordre de grandeur des différents termes de spin a été plus spécialement étudié pour ce spectre. La précision requise est en quelque sorte fonction de la précision expérimentale, qui ne dépasse pas 1%. Les termes de l'ordre de $1/_{00}$ peuvent donc être négligés. Les résultats obtenus pour le Nd^{144} ($k = 4,27$ et $Z = 60$) sont résumés dans le tableau II.

Tableau II

Ordre de grandeur relatif moyen des contributions au coefficient différentiel de formation de paires internes des paires $e_+ - e_-$ classées d'après les nombres quantiques κ et κ' .

$\kappa (e_+)$	$\kappa' (e_-)$	Δj	ordre de grandeur relatif
+1	-1	0	100
-2	-1	1	1-2
-1	+1	0	< 1
-1	-2	1	< 1
+2	-2	0	2-10
+3	-3	0	< 1

Les termes qui n'apparaissent pas dans le tableau II donnent des contributions inférieures à $1/_{00}$.

Cette analyse montre que la plupart des paires sont émises avec l'électron dans l'état s ($j = 1/2$) et le positron dans l'état p ($j = 1/2$). En d'autres termes, les paires ont tendance à être créées très près du noyau. L'effet de la charge nucléaire est tel que le positron emporte le plus grand moment angulaire.

Ces résultats sont établis pour une transition bien définie et devraient être vérifiés dans chaque cas. Les ordres de grandeur relatifs sont susceptibles de varier avec l'énergie de transition et la charge du noyau. Toutefois les résultats du Nd^{144} sont en accord avec ceux de JAEGER et HULME. De plus, le calcul du cas $Z = 10$, $k = 3$ conduit aux mêmes conclusions. Ainsi la variation des ordres de grandeur relatifs des différents termes apparaissant dans (17) en fonction de k et de Z est faible. Le tableau II indique qu'il suffira en général de calculer les trois termes principaux pour obtenir un spectre avec une précision de 1%.

Pour avoir une idée de la dépendance en k et en Z de la forme du spectre dans l'approximation coulombienne, un certain nombre de spectres ont été calculés. La difficulté de ce genre d'investigation réside dans l'évaluation des fonctions d'APPEL; elle a pu être surmontée par l'utilisation d'une calculatrice électronique. Cependant le

calcul reste laborieux et les méthodes d'approximation apportent une aide précieuse. Avant de présenter les résultats obtenus, il convient d'introduire les deux genres d'approximations qui ont été utilisées.

a) *Formule du point final*

L'évaluation du coefficient différentiel au point final, où le positron a une énergie maxima et l'électron une énergie cinétique nulle, nécessite quelques transformations de la fonction d'onde. En effet la fonction donnée par (22) est indéterminée pour $p_- = 0$. L'indétermination est levée par la relation

$$\lim_{|y| \rightarrow \infty} |\Gamma(x + iy)| e^{\pi/2 \cdot |y|} = \sqrt{2\pi} |y|^{x-1/2} \quad (28)$$

pour x, y réels (ref. ⁹), page 47).

En remplaçant dans (22)

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{-\kappa'-1} \cong \sqrt{1 \mp E_-} (\gamma + i B') \frac{(2\alpha Z)^{\gamma-1/2}}{\Gamma(2\gamma+1)} r^{\gamma-1} \{F'_1 \mp e^{-2i\eta'} F'_2\}.$$

D'autre part pour $p_- \rightarrow 0$: $B' \rightarrow A' \rightarrow \infty$, si bien que nous pouvons écrire :

$$B' = A' = \frac{\alpha Z}{p_-} ; B' \sqrt{1 - E_-} = 2\alpha Z$$

$$e^{-2i\eta'} = \frac{\gamma - iB'}{-\kappa + iA'} \cong -1 ; (\gamma + iB') e^{-2i\eta'} \cong \gamma - iB'$$

ce qui permet de nouvelles simplifications :

$$f \cong (F'_1 + F'_2) ; g \cong \gamma (F'_1 + F'_2)$$

$$F'_1 \approx F'_2 \cong 1 - \frac{2\alpha Z}{2\gamma+1} r + \frac{(2\alpha Z)^2}{(2\gamma+1)(2\gamma+2)} \frac{1}{2} r^2 - \dots \cong e^{-ar} \text{ avec } a = \frac{2\alpha Z}{2\gamma+1}.$$

Finalement la fonction d'onde radiale de l'électron pour p_- tendant vers zéro devient :

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{-\kappa'-1} \cong 2^\gamma \frac{(\alpha Z)^{\gamma-1/2}}{\Gamma(2\gamma+1)} \begin{pmatrix} \sigma Z \\ 2\gamma \end{pmatrix} r^{\gamma-1} e^{-ar}. \quad (29)$$

Le calcul du point final est ainsi simplifié. L'intégration sur r fait apparaître des fonctions hypergéométriques de GAUSS dont l'évaluation numérique est relativement aisée. Dans le domaine d'énergie étudié, cette approximation est satisfaisante. La différence entre les valeurs obtenues à partir de cette formule et les valeurs extrapolées est de l'ordre de 1%.

b) *Approximation de Born d'ordre supérieur*

ROSE et UHLENBECK¹²) ont essayé d'appliquer l'approximation de BORN à la formation de paires internes. Leur résultat est insuffisant en ce qui concerne la forme du spectre, par contre le coefficient total est rendu à 10% près. KRUTOV et GORSHKOV¹³) ont montré qu'en incluant dans les calculs le second terme de la série de BORN, il était possible de tenir compte de l'asymétrie due à la charge du noyau. Dans un récent

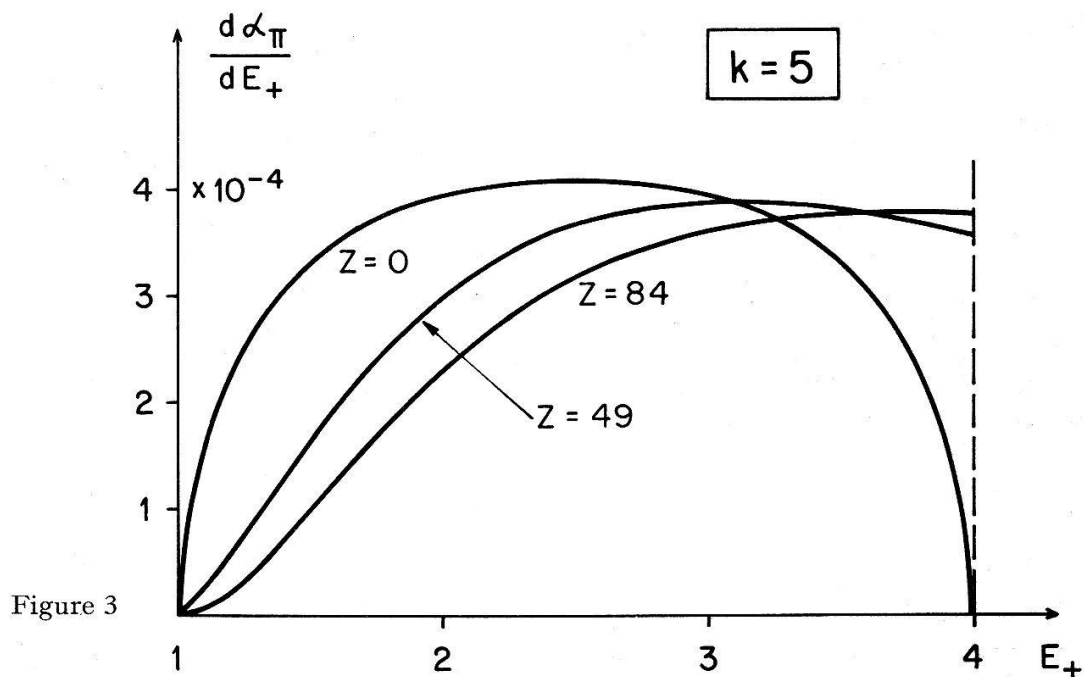
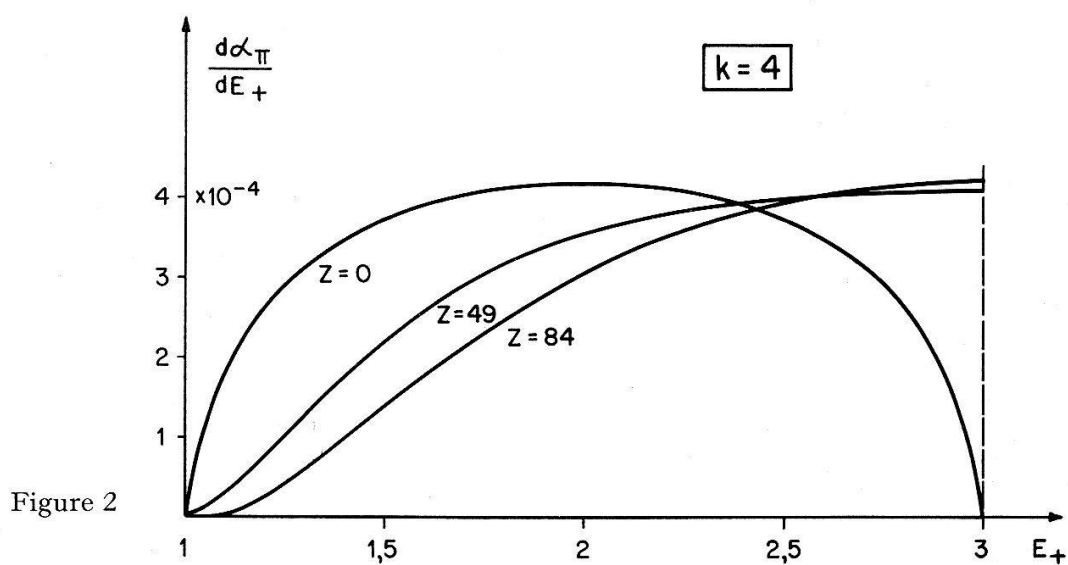
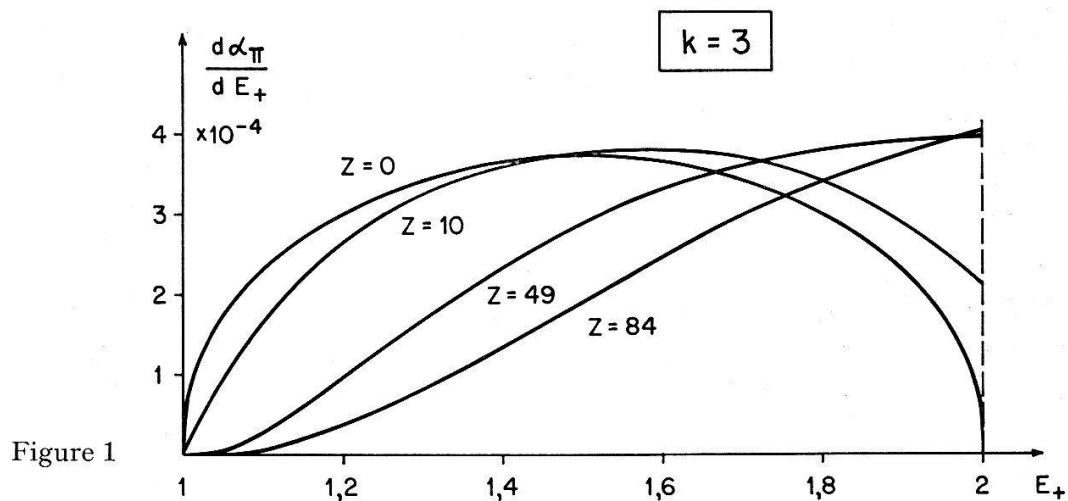


Fig. 1—3. Spectres de positrons de paires calculés dans l'approximation coulombienne.

travail, LOMBARD et BØRS¹⁴⁾ ont appliqué cette méthode jusqu'au second ordre. Pour les transitions dipolaires électriques, le coefficient différentiel est donné par la formule*)

$$\frac{d\alpha_\pi}{dE_+} = \left(\frac{d\alpha_\pi}{dE_+} \right)_0 f(E_-, E_+, Z) \quad (30)$$

où

$$\left(\frac{d\alpha_\pi}{dE_+} \right)_0 = \frac{\alpha}{\pi k^3} [(E_+^2 + E_-^2) \ln \eta + 2 p_+ p_-] \quad (31)$$

avec

$$\eta = \frac{E_- E_+ + p_+ p_- + 1}{k}$$

constitue l'approximation de BORN d'ordre 0.

$$f(E_-, E_+, Z) = 1 + \pi \alpha Z \left(\frac{E_+}{p_+} - \frac{E_-}{p_-} \right) + (\pi \alpha Z)^2 \left[\frac{1}{3} \left(\frac{E_-^2}{p_-^2} + \frac{E_+^2}{p_+^2} \right) - \frac{E_- E_+}{p_- p_+} + 0,332 \right] \quad (32)$$

Cette formule n'est pas valable près des points limites, lorsque l'une ou l'autre des impulsions tend vers zéro. Pour $Z = 49$ et $k = 4$, l'accord avec le calcul exact est d'environ 5% sur les 3/4 du spectre. Cette approximation garde le caractère fondamental des approximations de BORN, c'est-à-dire qu'elle est d'autant meilleure que Z est petit ou que k est grand.

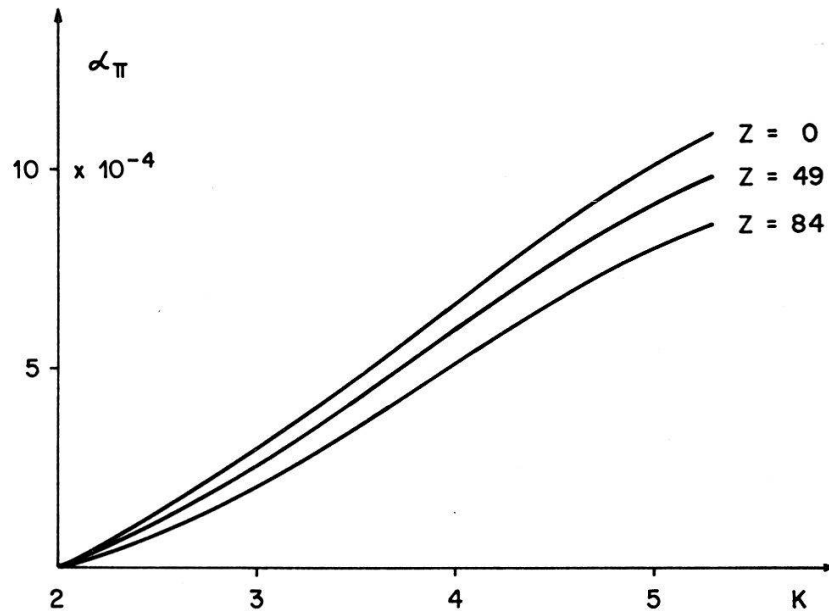


Figure 4

Coefficient total de formation de paires internes calculé par intégration graphique des spectres différentiels.

*) Un calcul semblable, dont nous venons d'avoir connaissance, a été effectué par KRUTOV et GORSHKOV. Leur résultat est quasiment identique au nôtre. Il a été publié à l'académie des sciences de Moscou dans un ouvrage consacré au rayonnement γ .

3. Résultats des calculs coulombiens

Les spectres suivants ont été calculés :

$k = 3$: $Z = 0, 10, 49$ et 84 (figure 1)

$k = 4$: $Z = 0, 49$ et 84 (figure 2)

$k = 5$: $Z = 0, 49$ et 84 (figure 3)

Le choix de $Z = 49$ et 84 sera justifié au chapitre suivant. Les spectres ont été calculés avec une précision de 1% à l'aide des formules exactes, sauf pour $Z = 0$ (BORN) et $k = 5$. Dans ce dernier cas, l'approximation de BORN d'ordre supérieur a été utilisée sur l'intervalle d'énergie $1,5 < E_+ < 3,5$; les points $E_+ = 1,2$ et $3,8$ ont été calculés par la formule exacte.

Le coefficient total, obtenu par intégration graphique, est représenté dans la figure 4. Les résultats sont en accord avec ceux de JAEGER et HULME¹¹).

Chapitre III

Effets de structure statiques

Les effets statiques apparaissent dans le calcul d'un coefficient de conversion, lorsque l'extension finie du noyau et les effets d'écran dus aux électrons des couches de l'atome sont introduits. C'est un premier raffinement par rapport à l'approximation coulombienne.

1. Termes de pénétration

L'effet de l'extension finie du noyau a été étudié, en conversion interne, par SLIV¹⁵), sur la base du modèle des courants de surface. Dans ce modèle :

$$\frac{\int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{B}_{LM}^{(e)*}(k r_n)}{\int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(k r_n)} \cong \frac{L}{L+1} \frac{h_L(k R_0)}{j_L(k R_0)}. \quad (33)$$

De plus l'intégration de la partie électronique des termes de pénétration présents dans l'équation (14) est étendue de r_n à R_0 . R_0 désigne le rayon nucléaire. Ceci revient à admettre que les règles de sélection sont globalement les mêmes pour les éléments de matrice nucléaires de formation de paires internes et d'émission γ . De cette manière nous obtenons :

$$H_{el}(L M) = B(L M) \left\{ \int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(k r_n) \cdot \left[\int_0^\infty d\tau_e [\psi(r_e)] r h_L(k r_e) - \int_0^{R_0} d\tau_e [\psi(r_e)] r_e h_L(k r_e) - \frac{L}{L+1} \frac{h_L(k R_0)}{j_L(k R_0)} \int_0^{R_0} d\tau_e [\psi(r_e)] r_e j_L(k r_e) \right] \right\} \quad (34)$$

avec

$$\psi(r_e) = (g_{\pi'} f_{\pi} - f_{\pi'} g_{\pi}) k - (f_{\pi'} f_{\pi} + g_{\pi'} g_{\pi}) \frac{d}{dr_e} \quad (35)$$

Comme nous l'avons déjà indiqué, $B(L, M)$ est une constante qui provient de l'intégration sur les variables angulaires de la partie électronique des éléments de matrice.

L'évaluation des termes de pénétration nécessite la connaissance des fonctions d'onde électroniques à l'intérieur du noyau. Celui-ci peut être considéré comme une sphère de rayon $R_0 = 1,2 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ cm dont la charge est répartie de manière homogène. Le potentiel électrostatique à l'intérieur du noyau est donné par

$$\varphi(r) = \mp \frac{Ze}{2R_0} \left[3 - \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \right] \quad 0 \leq r \leq R_0. \quad (36)$$

La solution de la partie radiale de l'équation de DIRAC pour ce potentiel s'écrit sous forme d'un développement en série.

$$\left. \begin{aligned} f_{-\kappa-1}(r) &= \frac{\kappa}{|\kappa|} A_\kappa \sum_n (-1)^n f_n(\kappa) \left(\frac{r}{R_0} \right)^{1+l'+2n} \\ g_{-\kappa-1}(r) &= A_\kappa \sum_n (-1)^n g_n(\kappa) \left(\frac{r}{R_0} \right)^{1+l+2n} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

où

$$l = j + \frac{1}{2} \frac{\kappa}{|\kappa|} ; \quad l' = j - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{|\kappa|}$$

$$A_\kappa = \frac{g_{-\kappa-1}(R_0)}{\sum_n (-1)^n g_n(\kappa)} \quad \text{si } \kappa < 0, \quad A_\kappa = \frac{f_{-\kappa-1}(R_0)}{\sum_n (-1)^n f_n(\kappa)} \quad \text{si } \kappa > 0.$$

Les f_n et les g_n sont positifs et tels que $f_0(\kappa) = 1$, pour $\kappa > 0$ et $g_0(\kappa) = 1$ pour $\kappa < 0$.

Les autres f_n et g_n se déduisent par récurrence, en introduisant les grandeurs ci-dessus dans l'équation de DIRAC.

Conformément à l'équation (17), il conviendrait de sommer sur les divers arrangements de spin. Toutefois les résultats de l'approximation coulombienne ont montré que le terme $e_-(s) - e_+(p)$, $\Delta j = 0$, est nettement prédominant. Si nous approximations la partie radiale de la fonction d'onde par une fonction de BESSEL :

$$\begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}_L \approx j_L(kr)$$

pour $r = R_0$, c'est-à-dire pour $kr \ll 1$, le développement des fonctions de BESSEL en série de puissances de kr montre que les fonctions d'onde de plus petit moment angulaire ont une pénétration plus grande. L'évaluation des effets de structure sera donc limitée au terme

$$e_-: \kappa = -1, \quad e_+: \kappa = +1.$$

De plus, comme il s'agit de déterminer l'ordre de grandeur d'une correction, nous nous contenterons d'une évaluation au premier ordre. Les fonctions d'onde électroniques seront donc les suivantes :

pour le positron :

$$f_{-2}(r) = f_{-2}(R_0) \left(\frac{r}{R_0} \right) ; \quad g_{-2}(r) = f_{-2}(R_0) \left[-\frac{\alpha Z}{2} + R_0 \frac{E_+ + 1}{3} \right] \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \quad (38)$$

pour l'électron :

$$f_0(r) = g_0(R_0) \left[\frac{\alpha Z}{2} + R_0 \frac{E_- - 1}{3} \right] \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 ; \quad g_0(r) = g_0(R_0) \left(\frac{r}{R_0} \right).$$

Il nous faudra encore utiliser les développements des fonctions de BESSEL et de HANKEL pour $kr \ll 1$:

$$j_L(kr) \cong \frac{(kr)^L}{(2L+1)!!} ; h_L^{(1)}(kr) \cong \frac{-i(2L-1)!!}{(kr)^{L+1}} ; \frac{\partial}{\partial r} r j_1 \cong \frac{2}{3} kr ; \frac{\partial}{\partial r} r h_1^{(1)} \cong i \frac{1}{k^2 r^2} \quad (39)$$

L'évaluation est simple; elle donne les résultats suivants:

$$\begin{aligned} \int_0^{R_0} dr_e [\psi_e] r_e h_1^{(1)}(kr_e) &\cong -i \frac{2}{3k} \frac{f_{-2}(R_0) g_0(R_0)}{1 - 3/8 \alpha^2 Z^2} \\ - \frac{1}{2} \frac{h_1(kR_0)}{j_1(kR_0)} \int_0^{R_0} dr_e [\psi_e] r_e j_1(kr_e) &\cong \frac{i}{6k} \frac{f_{-2}(R_0) g_0(R_0)}{1 - 3/8 \alpha^2 Z^2} . \end{aligned} \quad (40)$$

En groupant les termes, le coefficient différentiel de formation de paires internes se laisse mettre sous la forme:

$$\frac{d\alpha_\pi}{dE_+} = \text{const} \left| \alpha_0 - \frac{i}{2k} \frac{f_{-2}(R_0) g_0(R_0)}{1 - 3/8 \alpha^2 Z^2} \right|^2 \quad (41)$$

où α_0 est le terme indépendant de la structure nucléaire. Contrairement à la conversion interne, la correction apportée par le terme de pénétration statique est petite: pour $Z = 60$, elle est de l'ordre de 0,1% et pour $Z = 82$, elle atteint 1% environ. Ce comportement par rapport à la conversion interne traduit la faible augmentation de $f_{-2}(R_0) g_0(R_0)$ avec l'énergie. Des résultats plus détaillés seront donnés dans l'analyse du Nd¹⁴⁴ et du Pb²⁰⁶.

2. Fonction d'onde électronique

Tenir compte des dimensions finies du noyau implique une modification de la fonction d'onde électronique, importante près de l'origine. La méthode habituelle consiste à traiter le problème d'après le modèle statistique de THOMAS-FERMI-DIRAC. D'autre part, les effets d'écran provoqués par les électrons du cortège, plus particulièrement sensibles pour les fonctions d'onde de moment orbital élevé, sont également inclus. Le potentiel électrostatique nucléaire est alors différent de $Z e/r$. REITZ¹⁶⁾ a donné les solutions de l'équation de DIRAC avec un tel potentiel, pour $Z = 16, 49, 84$ et 92 . C'est pour cette raison que nous avons choisi $Z = 49$ et 84 pour étudier l'approximation coulombienne.

Les modifications des fonctions d'onde qu'entraîne ce modèle, par rapport aux fonctions d'onde coulombiennes, ne sont effectives que pour les états liés ou pour des particules de faible énergie. Dans la formation de paires internes, seuls sont à considérer les points limite, pour lesquels l'impulsion de l'une des particules tend vers zéro.

Notre intérêt étant centré sur les spectres de positrons de paires, la région pour laquelle p_+ tend vers zéro a été négligée. Les erreurs expérimentales dans cette partie du spectre sont telles qu'en général un calcul coulombien est tout à fait suffisant. La modification de la fonction d'onde de l'électron a été étudiée pour $k = 3$, $Z = 84$, $E_- = 1,05$ et $1,2$. Dans les deux cas la fonction d'onde de REITZ coïncide relativement

bien avec la fonction d'onde coulombienne. Pour les deux points nous avons calculé l'intégrand de (17) en prenant pour le positron une fonction d'onde coulombienne. Par intégration graphique, nous avons obtenu à 1% près la valeur coulombienne (voir figures 5 et 6). Il est difficile d'estimer l'erreur provenant de ce que nous avons négligé l'intégration au-delà de $r = 3$. Il serait désirable de reprendre cette évaluation à l'aide d'un computer.

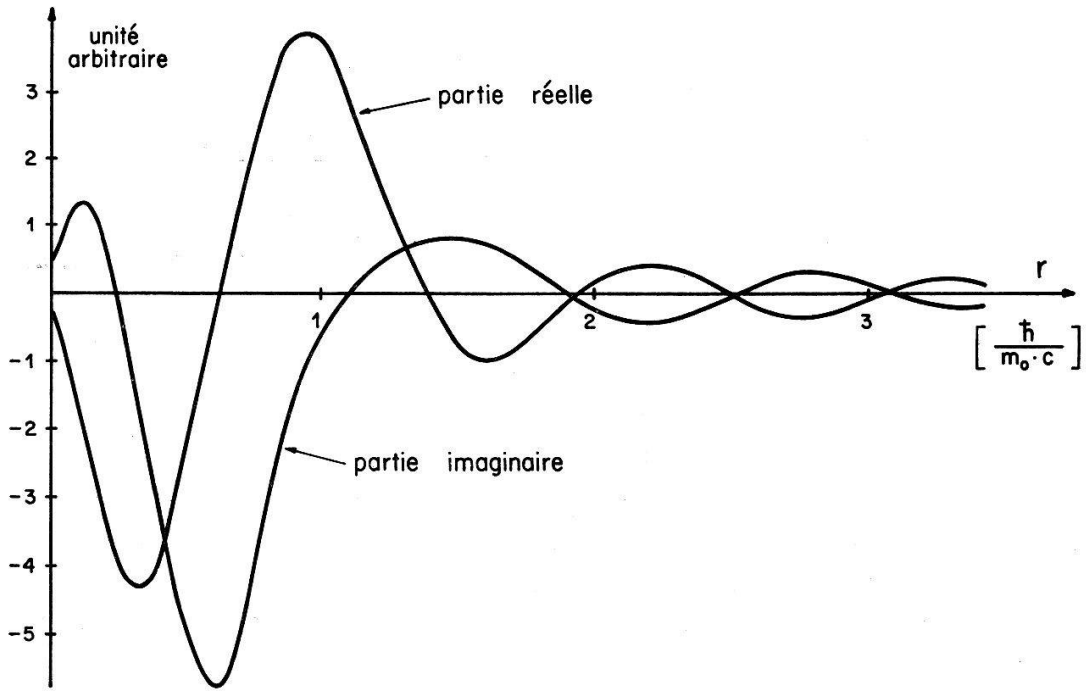


Figure 5

Intégrand de l'équation (17) pour $k = 4$, $Z = 84$, $E_- = 1,2$, $\kappa' = -1$ et $\kappa = 1$.

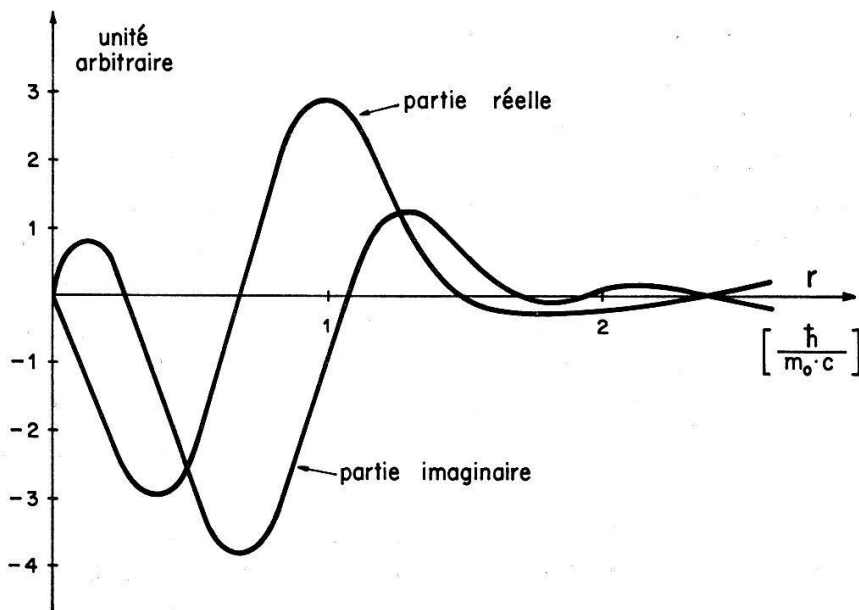


Figure 6

Intégrand de l'équation (17) pour $k = 4$, $Z = 84$, $E_- = 1,05$, $\kappa' = -1$ et $\kappa = 1$.

Cependant, comme l'ont remarqué CHURCH et WENESER²⁾, l'effet de la modification de la fonction d'onde électronique est négligeable pour $r > 10 R_0$. L'influence de la charge nucléaire sur le positron est telle que cette région ne contribue que pour quelques % à la formation de paires internes. Ainsi apparaît-il raisonnable de ne pas tenir compte de la modification de la fonction d'onde provenant des dimensions finies du noyau*).

Ce résultat a été obtenu pour un noyau lourd. Il reste valable pour les Z plus petits et pour toutes les énergies, à l'exception des énergies voisines du seuil, lorsque les deux particules sont non-relativistes. L'absence des effets statiques est bien démontrée expérimentalement dans le cas du Pb^{206} ($k = 3,37$, figure 7), dont le spectre de paires internes est parfaitement compatible avec un spectre coulombien.

En résumé, les effets de structure statiques peuvent être négligés. L'effet de pénétration peut donner une correction de l'ordre de 1% pour des noyaux lourds.

Chapitre IV

Effets de structure dynamiques

1. Eléments de matrice de pénétration

Les effets de structure s'expriment par les termes qui, dans (15), représentent la pénétration de la fonction d'onde électronique à l'intérieur du noyau. Nous allons reprendre cette expression en poussant les investigations plus loin. Posons d'abord

$$\alpha_0 = e^{i\varphi} \left| \int_0^\infty dr [\psi(r)] r h_1^{(1)}(kr) \right| \quad \text{avec} \quad \frac{d\alpha_\pi}{dE_+} (\text{coulombien}) = \text{const.} |\alpha_0|^2. \quad (42)$$

α_0 est une grandeur complexe, φ en représente la phase. Selon (15), nous avons

$$\frac{d\alpha_\pi}{dE_+} = \text{const.} |\alpha_0|^2.$$

$$\left| 1 + \frac{e^{-i\varphi}}{|\alpha_0|} \frac{\int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \nabla \phi(r_n) Y_{LM}^*(\hat{r}_n)}{\int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(kr_n)} + \frac{e^{-i\varphi}}{|\alpha_0|} \frac{\int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \hat{r}_n \theta(r_n) Y_{LM}^*(\hat{r}_n)}{\int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(kr_n)} \right|^2. \quad (43)$$

La pénétration est contenue dans les fonctions ϕ et θ dont la forme est la suivante:

$$\phi(r_n) = \frac{1}{k \sqrt{L(L+1)}} \left\{ \left[\frac{d}{dr_n} r_n h_L(kr_n) \right] \int_0^{r_n} dr_e [\psi(r_e)] r_e j_L(kr_e) - \left[\frac{d}{dr_n} r_n j_L(kr_n) \right] \int_0^{r_n} dr_e [\psi(r_e)] r_e h_L(kr_e) \right\} \quad (44)$$

*) Ce problème est actuellement repris pour les transitions M1 qui semblent plus sensibles aux effets statiques. Les résultats seront publiés prochainement dans les H.P.A.

$$\theta(r_n) = \frac{1}{k \sqrt{L(L+1)}} \left\{ -i (g_{\kappa'} f_{\kappa} - f_{\kappa'} g_{\kappa}) r_n + k^2 r_n^2 h_L(k r_n) \int_0^{r_n} dr_e [\psi(r_e)] r_e j_L(k r_e) \right. \\ \left. - k^2 r_n^2 j_L(k r_n) \int_0^{r_n} dr_e [\psi(r_e)] r_e h_L(k r_e) \right\}. \quad (45)$$

Pour les mêmes raisons qu'au chapitre précédant, l'analyse est limitée au terme principal $\kappa'(e_-) = -1$, $\kappa(e_+) = +1$. Les fonctions d'onde électroniques à l'intérieur du noyau ont déjà été développées (voir (38)), dès lors ϕ et θ se calculent sans difficultés:

$$\phi(r_n) = \frac{i}{k \sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \frac{c'}{R_0^2} \cdot r_n^3 ; \quad \theta(r_n) = \frac{-i}{k \sqrt{2}} \frac{c'}{R_0^2} r_n^3 \\ \text{où } c' = f_{-2}(R_0) g_0(R_0) / (1 - \frac{3}{8} \alpha^2 Z^2) \quad (46)$$

L'élément de matrice γ peut s'écrire sous une forme plus habituelle:

$$\int d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(k r_n) = \\ = \sqrt{\frac{2}{\pi(L+1)}} \int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \left[\nabla \frac{d}{dr_n} r_n + k^2 \hat{\mathbf{r}}_n \right] j_L(k r_n) Y_{LM}(\hat{\mathbf{r}}_n) \\ = i k \sqrt{\frac{2}{\pi(L+1)}} \frac{L+1}{(2L+1)!!} (k R_0)^L \int_0^\infty d\tau_n \varrho_n \left(\frac{r}{R_0} \right)^L Y_{LM}(\hat{\mathbf{r}}_n) \quad (47)$$

Ces relations sont obtenues en utilisant le développement pour les grandes longueurs d'onde et l'équation de la continuité. Pour les transitions dipolaires électriques nous obtenons:

$$\int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^{(e)*}(k r_n) = -i \frac{2 k^2}{3 \sqrt{\pi}} \int_0^\infty d\tau_n \varrho_n r_n Y_{LM}^*(\hat{\mathbf{r}}_n). \quad (48)$$

Ainsi le coefficient différentiel de formation de paires internes contient deux termes dépendant de la structure nucléaire, respectivement proportionnels aux quantités

$$\lambda_1 = \frac{\int d\tau_n \mathbf{j}_n \nabla r_n^3 Y_{LM}^*(\hat{\mathbf{r}}_n)}{\int d\tau_n \varrho_n r_n Y_{LM}^*(\hat{\mathbf{r}}_n)} \text{ et } \lambda_2 = \frac{\int d\tau_n \mathbf{j}_n \hat{\mathbf{r}}_n r_n^3 Y_{LM}^*(\hat{\mathbf{r}}_n)}{\int d\tau_n \varrho_n r_n Y_{LM}^*(\hat{\mathbf{r}}_n)} \quad (49)$$

Ces résultats sont identiques à ceux obtenus par CHURCH et WENESER²⁾ pour la conversion interne.

Dans la formule du coefficient différentiel, λ_1 et λ_2 sont multipliés respectivement par un facteur c_1 et c_2 qui ont une forme analogue à c' (46). L'analyse des transitions étudiées montre que ces facteurs sont inférieurs à 0,1%. Cette petitesse limite les déviations du spectre de paires par rapport à l'approximation coulombienne. En d'autres termes, les effets de structure ne seront détectés que lorsque les rapports λ_1 et λ_2 seront grands.

Les opérateurs de formation de paires internes diffèrent de l'opérateur de transition γ par la présence du terme r_n^3 au lieu de r_n . Dans ces conditions, une règle de sélection interdisant la transition γ est susceptible d'être levée dans le cas de la formation de paires internes. Ceci indique que les transitions les plus favorables pour la détection des effets de structure sont celles où l'élément de matrice γ est réduit par l'effet d'une règle de sélection.

Dans les transitions γ , le terme $\mathbf{j}_n \hat{r}_n$ est négligeable par rapport au terme $\mathbf{j}_n \nabla$. En conversion interne, la situation est pratiquement l'inverse. Une évaluation très simple va le montrer.

L'équation de la continuité permet de mettre λ_1 sous la forme :

$$\lambda_1 = \frac{-i k \int_0^\infty d\tau_n \varrho_n r_n^3 Y_{LM}^* (\hat{r}_n)}{\int_0^\infty d\tau_n \varrho_n r_n Y_{LM}^* (\hat{r}_n)} \quad (50)$$

Pour λ_2 il faut d'abord donner l'expression de \mathbf{j}_n , qui contient deux parties, l'une due au courant de convection, l'autre au courant de spin :

$$\mathbf{j}_n = \frac{e}{2 i M} [\varphi_f^* (\nabla \varphi_i) - (\nabla \varphi_f^*) \varphi_i] + \mu \nabla \times \varphi_f^* \boldsymbol{\sigma} \varphi_i . \quad (51)$$

Un calcul rigoureux exigerait l'utilisation de cette expression. Cependant, l'ordre de grandeur de λ_2 peut être déduit d'une approximation assez grossière mais qui a l'avantage de permettre une comparaison aisée de λ_1 et de λ_2 :

$$\mathbf{j}_n \hat{r}_n \cong \varrho_n \mathbf{v} \frac{\mathbf{r}_n}{r_n} = \varrho_n \boldsymbol{\omega} = \Delta E \varrho_n$$

$$\text{d'où } \lambda_2 \cong \frac{\Delta E \int d\tau_n \varrho_n r_n^3 Y_{LM}^* (\hat{r}_n)}{\int d\tau_n \varrho_n r_n Y_{LM}^* (\hat{r}_n)} .$$

ΔE est une énergie caractérisant l'espacement des niveaux dans un modèle. Dans le cas d'un potentiel harmonique, $\Delta E \approx 20 m_0 c^2$. c_1 et c_2 sont du même ordre de grandeur, si bien que nous avons

$$\lambda_1 / \lambda_2 \cong k / \Delta E \cong 1/5 .$$

Ce calcul élémentaire donne une valeur optimale de λ_2 . Il indique simplement que λ_1 et λ_2 sont du même ordre de grandeur.

A titre de comparaison, remarquons que dans le cas de la conversion interne, pour une transition de 100 kev ($k \cong 0,2$), le rapport λ_1 / λ_2 est de l'ordre de 1%.

Deux transitions ont été mesurées avec une précision suffisante pour être l'objet d'une analyse, l'une dans le Pb^{206} , l'autre dans le Nd^{144} .

2. Transition de 1720 kev du Pb^{206}

Le spectre de paires de la transition $5^- \rightarrow 4^+$ de 1720 kev du Pb^{206} a été récemment mesuré par PERDRISAT et al.¹⁷⁾. Le coefficient total expérimental est en accord avec la valeur théorique obtenue sur la base d'une approximation coulombienne :

$$\alpha_{\pi \text{ exp}} = (3,05 \pm 0,16) 10^{-4} \quad \alpha_{\pi \text{ th}} = 3,1 \cdot 10^{-4}$$

En vue de déceler l'éventuel effet de la structure nucléaire sur la forme du spectre, la mesure de PERDRISAT a été reportée dans la figure 7, dans laquelle $\alpha_{\pi \text{ exp}}$ a été normé à $\alpha_{\pi \text{ th}}$. Dans les limites de l'erreur expérimentale, le spectre mesuré est tout à fait compatible avec un spectre coulombien.

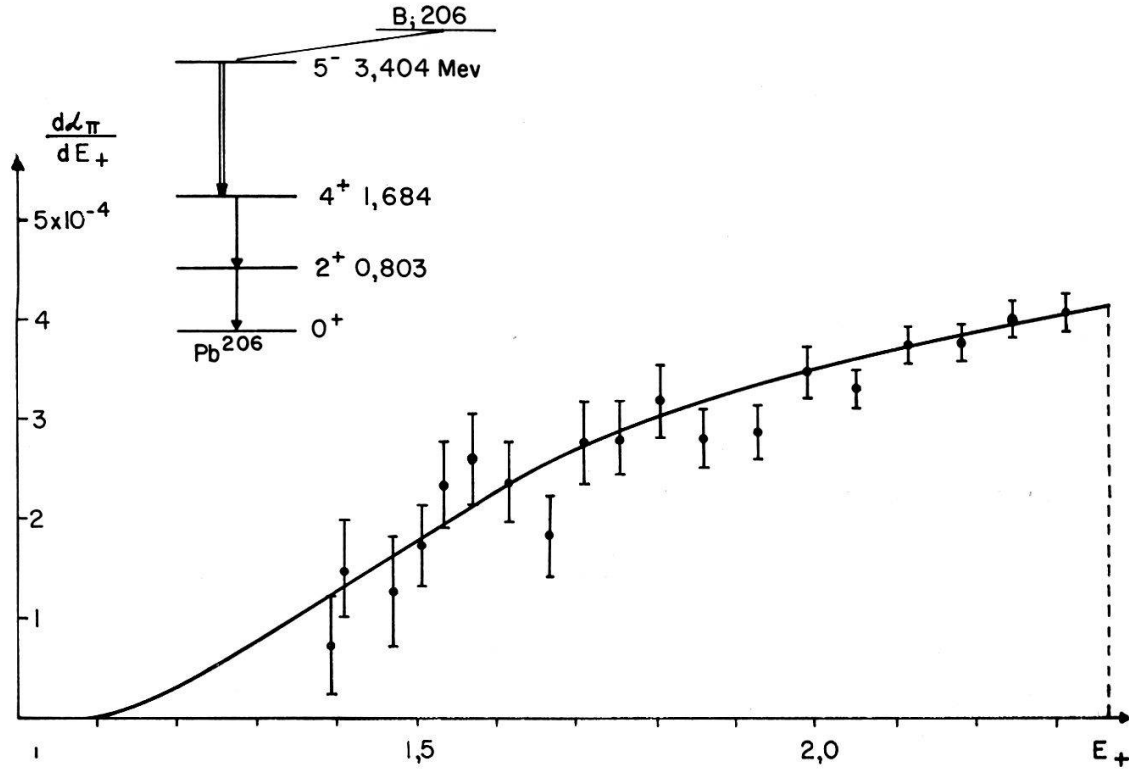


Figure 7

Spectre de paires internes de la transition E1 de 1720 kev dans le Pb^{206} .

Au vu des résultats expérimentaux les effets de structure nucléaire ne sont pas apparents. La grandeur de l'erreur expérimentale ne justifie pas une discussion plus approfondie, cependant il est intéressant d'indiquer quelles seraient les raisons de l'absence des effets de structure. Nous nous limitons à l'étude de λ_1 , ce qui fait que le coefficient différentiel coulombien serait corrigé par le terme:

$$c_1 \frac{1}{R_0^2} \cdot \int_0^\infty d\tau_n \varrho_n r_n^3 Y_{LM}^* / \int_0^\infty d\tau_n \varrho_n r_n Y_{LM}^*.$$

Nous laissons tomber le facteur de phase. Les valeurs de c_1 en fonction de l'énergie du positron sont données dans le tableau ci-dessous:

Tableau III

$c_1(E_+)$. Les fonctions $f_{-2}(R_0)$ et $g_0(R_0)$ ont été évaluées à partir de la table de BHALLA et ROSE (18).

E_+	1,2	1,5	2,0	2,3
$10^3 \cdot c_1$	0,236	0,326	0,392	0,395

Ce tableau met en évidence la petitesse de c_1 . Pour que les effets de structure soient détectables, il faudrait que $\lambda_1 \sim 100 R_0^2$.

Un calcul assez primitif peut nous donner l'ordre de grandeur de λ_1 . Nous partons des hypothèses faites par WEISSKOPF pour le calcul des probabilités de transition à une particule. La fonction d'onde nucléaire est donc du type «carré»:

$$\varphi = c u(r) S(\vartheta, \varphi) \quad \text{avec } u(r) = \begin{cases} a & \text{pour } r \leq R_0 \\ 0 & \text{pour } r \geq R_0 \end{cases} \text{ et } c = \sqrt{3/a^3}$$

Le problème étant central, à symétrie sphérique, l'intégration sur la partie angulaire conduit au même résultat au numérateur et au dénominateur. Un calcul élémentaire nous donne:

$$\lambda_1 = 4/9 R_0^2.$$

La probabilité de transition γ a été mesurée par les mêmes auteurs¹⁷⁾; le niveau 5^- est alimenté par capture électronique et la ligne de positrons monoénergétiques a pu être détectée. Cette mesure a donné

$$T_\gamma = 1/250 T_{Weisskopf}.$$

Par rapport à l'ensemble des transitions El observées dans cette région des noyaux, cette transition doit être considérée comme rapide. Les facteurs de ralentissement sont en général plus grands, d'un ordre de grandeur au moins. Le facteur 250 apparaît ainsi comme dû à la déficience du modèle, plutôt qu'à une règle de sélection interdisant la transition γ . Dans ces conditions il est logique d'admettre le même ralentissement pour l'élément de matrice de formation de paires, et notre valeur de λ_1 est probablement correcte, à un ordre de grandeur près.

3. Transition de 2,18 Mev du Nd^{144}

a) Nature de la transition

Le Nd^{144} possède un niveau 1^- situé à 2,18 Mev, d'où partent deux transitions qui arrivent, l'une dans l'état fondamental, l'autre dans le premier état excité. Nous pouvons essayer de déduire la nature et la configuration de ce niveau à partir des résultats expérimentaux actuellement disponibles. En première analyse, nous nous contenterons d'un modèle très schématique. Pour les niveaux de particules, nous prendrons la séquence des niveaux du modèle en couches d'après KLINKENBERG.

Quant aux états collectifs, nous supposerons qu'il s'agit de vibrations harmoniques. Il est entendu qu'un tel modèle ne peut que fournir une base qualitative à la discussion.

Le niveau 1^- peut être formé de deux façons:

1. Excitation de particules.
2. Excitation collective: superposition d'une vibration quadrupolaire et d'une vibration octupolaire.

Nous allons examiner successivement ces deux possibilités. La détermination des configurations est rendue possible par l'étude des transitions β qui alimentent les niveaux du Nd^{144} . Trois transitions nous intéressent. Elles proviennent du Pr^{144} , dont le niveau fondamental est un 0^{-19}). L'hypothèse d'une excitation de particules pour le 1^- implique, au premier ordre, les configurations suivantes*):

*) Le spin et la parité des niveaux étudiés ont été confirmés par des mesures de spectroscopie nucléaire. Pour le 1^- du Nd^{144} , BAKKEN et al., HPA 35, 555 (1961). Pour le 0^- du Pr^{144} , HESS, LIPNIK et SUNIER, à paraître dans Physics Letters et GRENACS et DEUTSCH, université de Louvain, communication privée.

$^{144}_{59}\text{Pr}$	$^{144}_{60}\text{Nd}$
$0^-: \quad p: \quad (g \ 7/2)^{-1} (d \ 5/2)^2 \rangle$ $n: \quad a (f \ 7/2)^3$ $\quad \quad + b (f \ 7/2) (h \ 9/2)^2 \rangle$	$1^-: \quad p: \quad (h \ 11/2) (h \ 9/2) \rangle$ $n: \quad (h \ 9/2) (f \ 7/2)$
	$0^+, 2^+: \quad p: \quad (d \ 5/2)^2 (g \ 7/2)^8 \rangle$ $n: \quad (f \ 7/2)^2 \rangle$

Les transitions β s'interprètent ainsi:

$$0^- \rightarrow 1^-: n (h \ 9/2) \rightarrow p (h \ 11/2);$$

$$\begin{aligned} 0^- \rightarrow 2^+ &: n (f \ 7/2) \rightarrow p (g \ 7/2) \\ 0^- \rightarrow 0^+ &: n (f \ 7/2) \rightarrow p (g \ 7/2) \end{aligned}$$

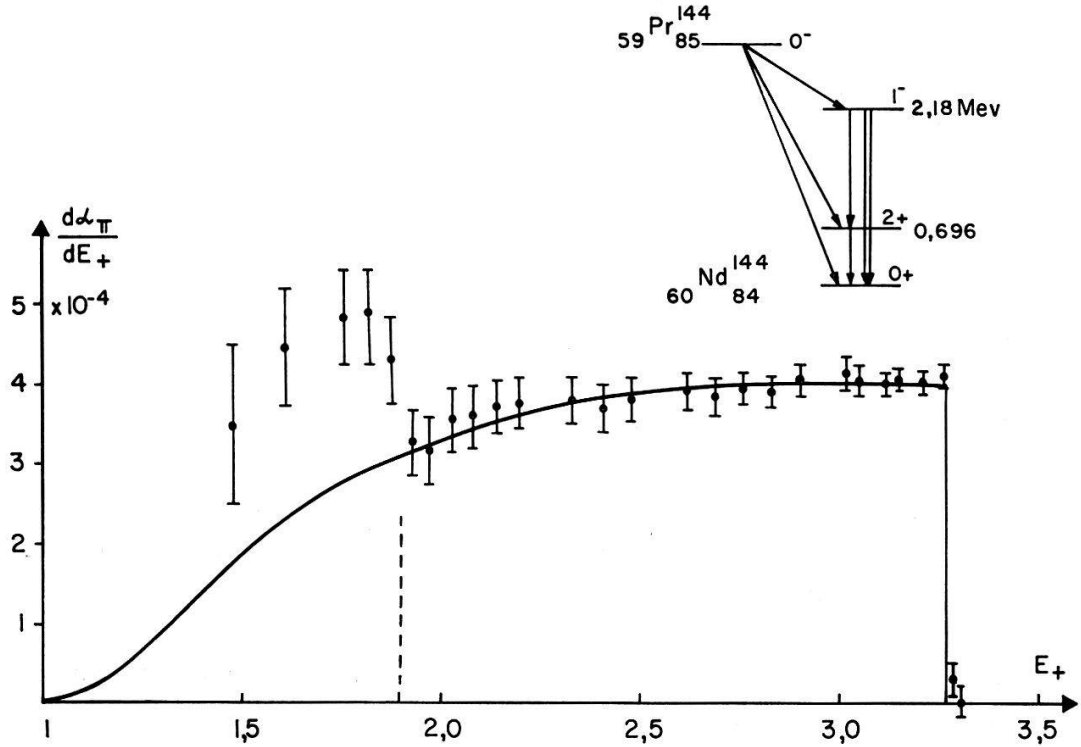


Figure 8 Spectre de paires internes des transitions El de 1,48 et 2,18 Mev du Nd^{144} .

Du point de vue énergétique, les noyaux impairs voisins sont mal connus, ce qui rend pratiquement impossible l'évaluation des distances $p (g \ 7/2 - h \ 11/2)$ et $n (f \ 7/2 - h \ 9/2)$. Par contre, dans cette région de noyaux, les transitions β^- permises qui alimentent des niveaux situés entre 1,5 et 2,5 Mev ne s'expliquent guère que par des transitions du type $n \ h \ 9/2 \rightarrow p \ h \ 11/2$. Les autres interprétations exigent soit l'ouverture d'une paire dans le coeur de 82 neutrons, soit la présence d'un proton sur les niveaux $h \ 9/2$ ou $f \ 7/2$. Dans les deux cas il faut passer de la couche 50 à la couche 82, ce qui représente un saut de l'ordre de 5 Mev.

Dans le modèle considéré, les transitions $\gamma \ 1^- \rightarrow 0^+$ et $1^- \rightarrow 2^+$ ont essentiellement le même caractère, le niveau 2^+ étant un niveau de vibration quadrupolaire, de même configuration que le niveau fondamental. Pour le rapport des probabilités de transitions réduites, nous devons avoir:

$$\frac{B(1^- \rightarrow 0^+)}{B(1^- \rightarrow 2^+)} = 1.$$

La valeur expérimentale de ce rapport est de 0,79.

La transition $\gamma 1^- \rightarrow 0^+$ apparaît comme une transition globale de deux particules. Elle est du même genre que celle que nous avons étudiée dans le Pb^{206} . Cependant il est hasardeux d'émettre une hypothèse quelconque quant à l'ordre de grandeur de $T\gamma^*$.

Le second mode d'excitation n'entre pas en ligne de compte: un état à deux phonons $\lambda = 2$ et $\lambda = 3$ implique certaines règles de sélection. En particulier la transition $\Delta n = 2$ est très fortement ralentie par rapport aux transitions $\Delta n = 1$. D'autre part le niveau 3^- devrait être peuplé par transition $E 2$ à partir du 1^- . Expérimentalement nous venons de voir que le rapport $B(1^- \rightarrow 0^+) / B(1^- \rightarrow 2^+)$ est de l'ordre de l'unité. Quant au niveau 3^- , il n'est pas observé à partir du 1^- .

Nous retiendrons donc le premier mode d'excitation qui semble le plus probable.

b) Spectre de paires internes

Le spectre de paires internes de la transition $1^- \rightarrow 0^+$ fait actuellement l'objet d'une étude détaillée par BRUNNER²⁰). Une mesure préliminaire est reportée dans la figure 8. L'analyse a été menée de la même manière que pour le Pb^{206} , une première évaluation ayant donné

$$\alpha_{\pi \text{ exp}} = (6,6 \pm 1,1) 10^{-4} \quad \alpha_{\pi \text{ th}} = 6,59 \cdot 10^{-4}.$$

Le spectre mesuré est compatible avec un spectre coulombien. Des mesures sont encore en cours, tant en ce qui concerne le spectre de paires internes que la probabilité de transition γ . C'est pourquoi il est inutile de pousser l'analyse plus avant. Il semble cependant qu'il s'agisse d'une transition $E1$ relativement rapide, ce qui pourrait expliquer l'absence des effets de structure.

Il était encore intéressant de calculer c_1 , de manière à connaître son ordre de grandeur. De plus, par comparaison avec le Pb^{206} , il est possible d'avoir une idée de la variation en k et en Z de cette fonction.

Tableau IV

$c_1(E_+)$								
E_+	1,2	1,6	2,0	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2
$10^3 \cdot c_1$	0,24	0,34	0,41	0,44	0,46	0,46	0,45	0,42

4. Noyaux déformés

Les transitions étudiées dans les noyaux sphériques sont probablement des transitions rapides, ce qui n'est pas favorable pour la détection des effets de structure. Il vaudrait mieux concentrer les efforts sur des transitions $E1$ fortement interdites. De ce point de vue, les noyaux déformés offrent un domaine d'investigations particulièrement intéressant.

*) Une mesure de résonance fluorescente effectuée par PERDRISAT (communication privée) donne un ralentissement situé entre 550 et 1300. Cette transition est donc plutôt rapide.

Certaines transitions sont susceptibles de fournir un bon test pour les effets de structure, en particulier dans le Gd^{154} , le Gd^{156} et l' Er^{168} . Ce dernier possède une transition $\gamma 3^- \rightarrow 2^+$ de 1,463 MeV, $\Delta K = 3$. Cette transition est donc interdite par la règle de sélection K . Les opérateurs $r Y_{LM}$ et $r^3 Y_{LM}$ obéissent de la même manière à cette règle de sélection. Par contre ils ont des comportements différents vis-à-vis des nombres quantiques asymptotiques N , n_z et Λ . Dans le cas de l' Er^{168} nous avons une transition de proton $[5\ 2\ 3] \rightarrow [4\ 1\ 1]$ (voir GALLAGHER et SOLOVIEV²¹)).

5. Remarque sur les effets de structure

Jusqu'ici nous n'avons rien dit de la façon dont les effets de structure se manifestent. Pour une transition donnée, les fonctions c_1 et c_2 dépendent de E_+ . Pour montrer cette dépendance, la valeur de c_1 est donnée dans le tableau V, pour $k = 4$, $Z = 49$ et 84. Ceci complète les informations obtenues pour le Pb^{206} et le Nd^{144} .

Tableau V
 $c_1(E_+)$ pour $k = 4$, $Z = 49$ et 84.

E_+	1,2	1,6	2,0	2,4	2,6	2 8
$Z = 49$	0,138	0,152	0,165	0,170	0,168	0,166
$10^3 \cdot c_1$ $Z = 84$	0,443	0,595	0,690	0,744	0,752	0,759

Le facteur de phase est à peu près constant et égal à $\pi/2$, sauf en ce qui concerne les points proches de l'énergie limite, pour lesquels cette phase vaut environ $\pi/4$. L'influence de la structure nucléaire se traduit par une modification de la forme du spectre et une variation du coefficient total.

En première analyse, le coefficient total expérimental peut être égalé au coefficient total coulombien. Dans ce cas les effets de structure provoquent une déviation des points situés près de l'énergie limite, soit dans un intervalle d'environ 10% de cette énergie.

Conclusions

Dans les deux transitions étudiées, les effets de structure nucléaire n'ont pas été mis en évidence. Le cas du Pb^{206} peut s'expliquer du fait qu'il s'agit d'une transition rapide par rapport à l'ensemble des transitions El mesurées. En ce qui concerne le Nd^{144} , une mesure plus précise du coefficient de formation de paires internes serait nécessaire pour conclure. Cependant, l'ordre de grandeur des fonctions c_1 et c_2 semble être une sérieuse limite à la détection des effets de structure.

Notre intérêt s'est porté avant tout sur les transitions dipolaires électriques et sur leurs spectres de positrons de paires. Ce choix nous a été dicté par la ligne générale des études entreprises par le groupe de spectroscopie nucléaire de Zürich. En fait la formation de paires internes offre encore d'autres possibilités d'investigations. Dans certains cas, par exemple, les spectres d'électrons de paires pourraient se révéler plus favorables que les spectres de positrons. A côté des transitions El, deux autres multipolarités peuvent entrer en ligne de compte pour la détection des effets de structure: les transitions du type $E\ 0$ et $M\ 1$.

Un grand nombre de niveaux excités 0^+ ont été observés ces dernières années. Les désexcitations $0^+ \rightarrow 0^+$ ne sont possibles que par conversion ou émission de plusieurs quanta. Les spectres de paires apporteraient donc une contribution valable à l'étude de ces niveaux.

En conversion interne, les $M 1$ sont plus sensibles à la structure nucléaire que les $E 1$. Il pourrait en être de même en formation de paires internes. Le coefficient total est plus faible pour les $M 1$, mais pour $k = 5$, le rapport $\alpha_\pi(E 1)/\alpha_\pi(M 1)$ est d'environ deux, ce qui ne constitue pas une limite pour l'expérience.

Remerciements

Je tiens à remercier vivement Monsieur le Professeur J. P. BLASER pour le soutien qu'il a accordé à ce travail et pour l'intérêt constant qu'il a manifesté. Je remercie également Monsieur le Professeur K. ALDER pour ses nombreux conseils et les fructueuses discussions que nous avons eues.

Mes remerciements vont également à mes collègues du groupe de spectroscopie nucléaire de l'EPF, plus spécialement à Messieurs J. BRUNNER et C.-F. PERDRISAT pour la communication de leurs résultats expérimentaux.

Je remercie enfin Monsieur P. STRAUB, du groupe de calcul de l'ERMETH, qui s'est chargé des programmations nécessaires aux évaluations des diverses fonctions hypergéométriques utilisées dans ce travail.

Références

- 1) A. I. AKHIEZER and V. B. BERESTETSKY, Quantum Electrodynamics, AEC-tr-2876.
- 2) E. L. CHURCH and J. WENESER, Annual Review of Nuclear Science 10, 193 (1960). Voir également: E. L. CHURCH and J. WENESER, Nucl. Phys. 28, 602 (1961); G. KRAMER and S. G. NILSSON, Nucl. Phys. 35, 273 (1962).
- 3) M. E. ROSE, Multipole Fields (John Wiley & Sons Inc., New York 1955).
- 4) S. DANCOFF and P. MORRISON, Phys. Rev. 55, 122 (1939).
- 5) G. KRAMER, Z. f. Phys. 146, 187 (1956) et 147, 628 (1957).
- 6) L. A. SLIV and I. M. BAND Coefficients of Internal Conversion of Gamma Radiation. Part I - K Shell (Physico Technical Institute, Ac. of Sc., Leningrad, USSR, 1956).
- 7) M. E. ROSE, Internal Conversion Coefficients, North Holland Publishing Co., 1958.
- 8) H. A. BETHE and E. E. SALPETER, Quantum Mechanics of One- and Two Electron Systems, Springer Verlag, Berlin 1957.
- 9) A. ERDÉLYI, W. MAGNUS, F. OBERHETTINGER and F. G. TRICOMI, Higher Transcendental Functions I (McGraw-Hill Book Company, New York 1953).
- 10) P. APPEL et J. KAMPÉ DE FÉRIET, Fonctions hypergéométriques (Gauthier-Villars et Cie, Paris 1926).
- 11) J. C. JAEGER and H. R. HULME, Proc. Roy. Soc. 148, 708 (1935).
- 12) M. E. ROSE and G. E. UHLENBECK, Phys. Rev. 48, 211 (1935).
- 13) V. A. KRUTOV and V. G. GORSHKOV, JETP 12, 417 (1961).
- 14) R. J. LOMBARD and A. BORS, Nucl. Phys. 48 333 (1963).
- 15) L. A. SLIV, Zhur. Eksptl. i Teoret. Fiz. 21, 770 (1951); 22, 29 (1952).
- 16) J. R. REITZ, Relativistic Electron-Wave-Functions for a Thomas-Fermi-Dirac Statistical Atom, Institute for Nuclear Studies, University of Chicago 1949.
- 17) C. F. PERDRISAT, J. H. BRUNNER et H. J. LEISI, Helv. Phys. Acta 35, 175 (1962).
- 18) C. P. BHALLA and M. E. ROSE, ORNL-3207, Oak Ridge 1961.
- 19) J. S. GEIGER, R. L. GRAHAM and G. T. EWAN, Nucl. Phys. 28, 387 (1961); J. BURDE, M. RAKAVY and G. ENGLER, Phys. Lett. 1, 147 (1962).
- 20) J. H. BRUNNER, communication privée.
- 21) C. J. GALLAGHER, JR. and V. G. SOLOVIEV, Mat.-fys. Skrifter 2, nr. 2 (1962).