Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 36 (1963)
Heft: VI

Artikel: Elastische Streuung von 9-MeV-Gammaquanten an Blei und Uran
Autor: Bösch, R. / Lang, J. / Müller, R.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-113393

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

© 1963 by Schweizerische Physikalische Gesellschaft
Société Suisse de Physique – Società Fisica Svizzera
Nachdruck verboten – Tous droits réservés – Printed in Switzerland

Elastische Streuung von 9-MeV-Gammaquanten an Blei und Uran

von **R. Bösch, J. Lang, R. Müller** und **W. Wölfli**
Laboratorium für Kernphysik, Eidg. Techn. Hochschule, Zürich

(18. I. 63)

Summary. Theoretical and experimental results on the elastic scattering of gamma rays (nuclear THOMSON, RAYLEIGH, DELBRÜCK, and nuclear resonance scattering) have been collated, and new experimental investigations have been described, using the Ni(n, γ) reaction to produce 9 MeV γ-radiation at a reactor in order to measure differential cross sections for lead and uranium at angles between 20° and 144°.

The results agree with the theoretical predictions at large angles; at small angles only if the Delbrück scattering is taken into consideration. The studies hence provide evidence of γ-ray elastic scattering by nuclear electromagnetic fields.

1. Einleitung

Bei der Streuung von Gammaquanten an einem Atom können zwei Fälle unterschieden werden: entweder befindet sich das Atom nach dem Streuprozess in einem angeregten oder ionisierten Zustand, oder aber der innere Zustand des Atoms ist nach der Streuung gleich wie vor der Streuung. Im ersten Fall kann die Energie des gestreuten Gammaquants viel kleiner sein als die des einfallenden, und man spricht deshalb von inelastischer Streuung; im zweiten Fall hingegen ist der Energieverlust klein, und die Streuung wird als elastisch bezeichnet.

Bei einer elastischen Streuung berechnet sich der Energieverlust zu:

$$E - E' = E \frac{E\,(1-\cos\theta)}{AM\,c^2 + E\,(1-\cos\theta)}. \tag{1}$$

E und E' bedeuten die Energien des einlaufenden, bzw. des gestreuten Quants, AM ist die Masse des Streukerns und θ der Streuwinkel.

Die elastischen Streuprozesse können nach der Art der Wechselwirkung des Gammaquants mit dem Atom eingeteilt werden. Die elektromagnetische Wechselwirkung mit dem Kern gibt Anlass zur Kern-Thomson-Streuung, zum Delbrückeffekt und zur Kernresonanzstreuung. In den beiden ersten Fällen kann der Kern als Ganzes betrachtet werden, währenddem bei der Kernresonanzstreuung seine innere Struktur mitspielt. Die elektromagnetische Wechselwirkung mit den gebundenen Elektronen führt zur Rayleighstreuung. Bei höheren Energien sind dann Wechselwirkungen mit dem Mesonfeld des Kerns wichtig, die aber in dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt werden.

Im folgenden werden zuerst die theoretischen Arbeiten über die Berechnung der Wirkungsquerschnitte der elastischen Streuung aufgeführt, insofern sie sich auf den Energiebereich von einigen MeV beziehen (2.1–2.4). Ein spezieller Abschnitt behandelt Fragen der Kohärenz der einzelnen Streuprozesse (2.5). Darauf werden die bisherigen experimentellen Resultate kurz zusammengefasst und mit den zur Zeit ihrer Veröffentlichung bekannten und den neueren Ergebnissen der Theorie verglichen (3). Die übrigen Abschnitte enthalten dann schliesslich die Anordnung (4), die Auswertung (5), die Resultate (6) und die Diskussion (7) des Experimentes, das mit 9-MeV-Gammastrahlen durchgeführt wurde.

2. Theoretische Ergebnisse über die elastische Streuung bei mittleren Energien (1–10 MeV)

2.1. *Kern-Thomson-Effekt*

Falls die Wellenlänge des einfallenden Gammaquants verglichen mit dem Kerndurchmesser gross ist, so kann die Ladungsverteilung im Kerninnern zunächst ausser acht gelassen werden. Falls ferner relativistische Korrekturen und Einflüsse des Mesonfeldes vernachlässigt werden können ($E \ll m_\pi c^2$), so kann die Streuung am Kernfeld berechnet werden, als ob der Kern ein schweres Elektron wäre. Der differentielle Streuquerschnitt für unpolarisierte Strahlung wird somit aus der Formel von KLEIN-NISHINA erhalten oder im Grenzfall kleiner Energien aus derjenigen von THOMSON:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{m_0 c^2}\right)^2 \frac{1+\cos^2\theta}{2} = r_0^2 \frac{1+\cos^2\theta}{2}. \tag{2}$$

Ersetzt man die Kopplungskonstante e durch $Z\,e$ und die Elektronenmasse m_0 durch die Kernmasse AM, so ergibt sich für den Wirkungsquerschnitt des Kern-Thomson-Effektes:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z^2 e^2}{AM\,c^2}\right)^2 \frac{1+\cos^2\theta}{2}. \tag{3}$$

Der mit dieser Formel berechnete Wirkungsquerschnitt für die Streuung an Blei ist in Figur 1 aufgetragen.

Korrekturterme zu dieser Formel, die aber für Gammaenergien unter 10 MeV klein sind, wurden von verschiedenen Autoren [zum Beispiel PO 49, GE 54, LO 54, CA 55, KA 58, KL 58, BA 62]*) vor allem für Spin-1/2-Teilchen berechnet.

2.2. *Delbrückeffekt*

Nach FEYNMANN kann der Kern-Thomson-Effekt durch die Diagramme a) und b) von Figur 2 dargestellt werden. Für eine genauere Rechnung müssen Strahlungskorrekturen berücksichtigt werden, wie zum Beispiel Emission und Absorption von (virtuellen) Photonen (Diagramme c), d), usw.). Es zeigt sich aber, dass im nichtrelativistischen Grenzfall all diese Korrekturen keinen messbaren Anteil geben [JA 55], bis auf Diagramme von der Art e) in Figur 2 und weiteren fünf, die man durch

*) Die Namenkürzungen mit Ziffern zwischen eckigen Klammern verweisen auf das Literaturverzeichnis, Seite 655.

Permutation der Elektronenlinien erhält. Diese Diagramme entsprechen der Erzeugung eines (virtuellen oder reellen) Elektron-Positron-Paares im Kernfeld mit unmittelbar nachfolgender Annihilation des Paares, wobei ein Gammaquant gleicher Energie wie das ursprüngliche emittiert wird.

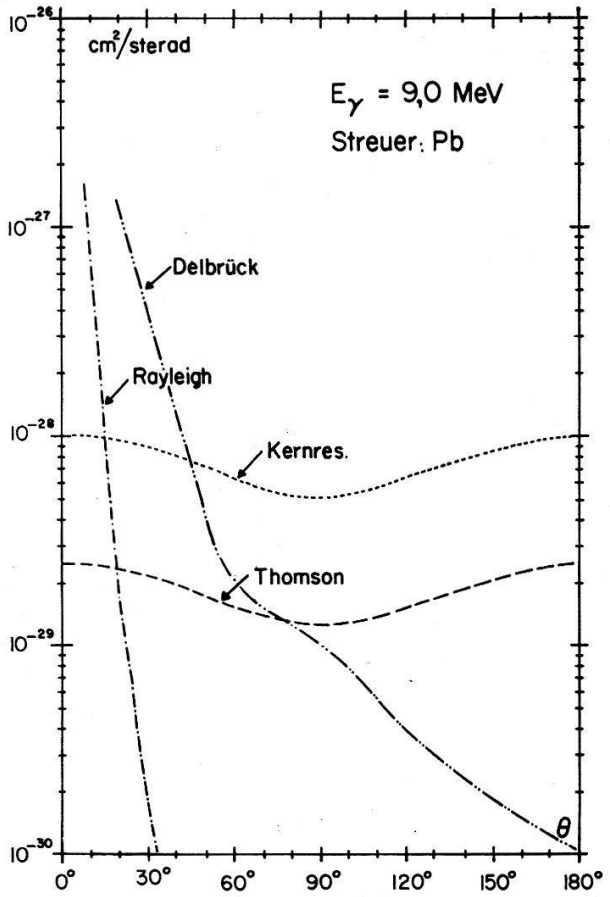

Fig. 1.

Theoretische Wirkungsquerschnitte für die elastische Streuung unpolarisierter 9-MeV-Quanten an Blei. (Thomsoneffekt: nach klass. Theorie; Rayleigheffekt: nach Formfaktortheorie von Bethe; Delbrückeffekt: Extrapolation aus den von Zernik berechneten Werten; Kernresonanzeffekt: aus den Absorptions-Wirkungsquerschnitten.)

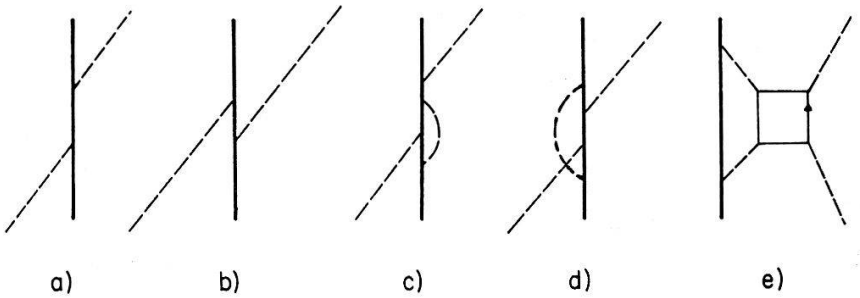

Fig. 2.

Feynmann-Diagramme für Kern-Thomson- und Delbrückeffekt.

Als erster hat Delbrück 1933 in einem Korrekturzusatz zu einer experimentellen Arbeit von Meitner und Kösters [Me 33] auf diese Möglichkeit einer elastischen

Streuung durch das elektromagnetische Potential des Kernes hingewiesen, weshalb der Streuprozess meist nach ihm benannt wird.

Wirkungsquerschnitte für besondere Grenzfälle wurden 1937 von ACHIESER und POMERANTSCHUK [AC 37] und von KEMNER und LUDWIG [KE 37, KE 37a] berechnet. Aber erst im Jahre 1952 gelang es ROHRLICH und GLUCKSTERN [RO 52], die Vorwärtsstreuamplituden für beliebige Gammaenergien zu berechnen, und zwar gleich auf zwei verschiedene Arten: erstens auf eine komplizierte Weise nach der Feynmannschen Methode und zweitens auf sehr elegante Art durch analytische Fortsetzung.

In dieser zweiten Methode wird die (komplexe) Streuamplitude als analytische Funktion der Energie betrachtet. Der Imaginärteil der Streuamplitude kann nach der Bohr-Peierls-Placzek-Relation [BO 39] unmittelbar aus dem zugehörigen totalen Wirkungsquerschnitt – der annähernd gleich dem Absorptionswirkungsquerschnitt $\sigma_{abs}(E)$, das heisst dem Wirkungsquerschnitt für Paarerzeugung ist – erhalten werden:

$$a_2\,(E,\,\theta = 0) = \frac{E}{4\,\pi\,c\,\hbar}\,\sigma_{abs}(E)\,. \tag{4}$$

Ein allgemeiner Beweis für diese auch unter dem Namen «Optisches Theorem» bekannte Relation findet sich bei LAX [LA 50]. Diese Relation sagt nichts weiter aus, als dass alles, was gestreut oder absorbiert wurde, im direkten Strahl fehlt, also durch Interferenz vernichtet werden muss.

Der Realteil der Streuamplitude ergibt sich durch analytische Fortsetzung aus dem Imaginärteil [vgl. zum Beispiel TO 52, TO 56, JA 55]:

$$a_1(E,\,0) = \frac{2\,E^2}{\pi}\,\mathcal{P}\int_0^\infty \frac{a_2(E',\,0)}{E'\,(E'^2 - E^2)}\,dE' = \frac{E^2}{2\,\pi^2\,\hbar\,c}\,\mathcal{P}\int_0^\infty \frac{\sigma_{abs}(E')}{E'^2 - E^2}\,dE'\,. \tag{5}$$

($\mathcal{P}$ bedeutet den Hauptwert des Integrals im Sinne von CAUCHY.)

Unmittelbar darauf haben dann BETHE und ROHRLICH [BE 52] für kleine Winkel ($(mc^2/E)^2 \ll \theta \ll (mc^2/E)$) und hohe Energien ($E \gg mc^2$) eine Näherung für den differentiellen Wirkungsquerschnitt hergeleitet, indem sie das Prinzip der analytischen Fortsetzung zusammen mit einer Stossparametermethode verwendeten. Ihr Resultat lautet:

$$a_1(E,\,x) = \frac{7}{9\,\pi}\,\frac{Z^2\,r_0^2}{137\,\pi}\,\frac{m\,c^2}{\hbar\,c}\left(\frac{2}{x} - \frac{4}{3} + \frac{x^2}{3\cdot 5} - \frac{x^4}{2^4\cdot 5\cdot 7} + \ldots\right), \tag{6}$$

$$a_2(E,\,x) = \frac{7}{9\,\pi}\,\frac{Z^2\,r_0^2}{137}\,\frac{E}{\hbar\,c}\left(0{,}616 - \log x + \frac{x^2}{2^4} - \frac{x^4}{2^8\cdot 3} + \ldots\right), \tag{7}$$

wobei $x = \theta\,E/m_0\,c^2$.

All diese Resultate wurden in Bornscher Näherung abgeleitet, es gelang aber ROHRLICH [RO 57] – wiederum mit Hilfe der Dispersionsrelationen –, aus den bekannten Coulombkorrekturen für den Paarerzeugungs-Wirkungsquerschnitt die Coulombkorrekturen für den Delbrückeffekt herzuleiten und zu zeigen, dass diese in den meisten Fällen kleiner sind, als man eigentlich erwartet hätte. Der Einfluss der Abschirmwirkung des Elektronenfeldes wurde von TOLL [TO 52] abgeschätzt.

Durch eine Verallgemeinerung des Optischen Theorems war es KESSLER [KE 58] möglich, den Imaginärteil der Streuamplitude für beliebige Winkel in Form eines

komplizierten fünffachen Integrals darzustellen. Dieses Integral wurde dann von ihm selbst mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode auf einem Rechenautomaten für 2,62 MeV ausgewertet. ZERNIK [ZE 60] hat dann den Wert des Kesslerschen Integrals mit erheblichen Schwierigkeiten noch für einige Winkel bei 6,14 MeV ausgerechnet.

Aus der approximativen Berechnung von BETHE und ROHRLICH (vgl. die Formeln 6 und 7) entnimmt man, dass der Realteil der Streuamplitude für kleine Winkel stärker abnimmt als der Imaginärteil, und es besteht deshalb Grund anzunehmen, dass der Wirkungsquerschnitt bei höheren Gammaenergien und grossen Winkeln in erster Näherung durch den Imaginärteil allein gegeben ist [ZE 60].

Um den differentiellen Streuquerschnitt für 9-MeV-Gammaquanten zu erhalten, muss, da zur Zeit keine weiteren Rechnungen bekannt sind, eine Extrapolation gemacht werden. In Ermangelung eines Besseren wurde dazu der Ansatz $a_2(E, \theta) = k_1 E^{k_2}$ gewählt und die Konstanten k_1 und k_2 aus den beiden Werten ZERNIKS für 2,62 und 6,14 MeV bestimmt. Dieses Extrapolationsverfahren ist natürlich sehr unbefriedigend, und man wird kaum erwarten dürfen, dass das Resultat genauer als etwa $\pm$ 50% wird. Der mit diesem Ansatz berechnete Wirkungsquerschnitt für die Streuung an Blei ist ebenfalls in Figur 1 aufgetragen.

Der Delbrückeffekt ist von besonderem theoretischem Interesse, weil er den Beitrag eines sog. «closed loop»-Diagramms zeigt und damit einen direkten Beweis für die Polarisation des Vakuums liefert [vgl. dazu zum Beispiel SC 55]. Ferner besteht ein enger Zusammenhang mit der Licht-Licht-Streuung: Ersetzt man in Diagramm e) von Figur 2 die beiden virtuellen Photonenlinien, die für den Einfluss des Kernfeldes stehen, durch reelle Photonenlinien, so erhält man gerade das Diagramm für die Streuung von Licht an Licht. Die Wirkungsquerschnitte für diesen letzteren Prozess, der in der klassischen Elektrodynamik infolge der Linearität der Maxwellschen Gleichungen nicht auftritt, wurden berechnet von EULER [EU 36], ACHIESER [AC 37a] und KARPLUS und NEUMANN [KA 50, KA 51]. Sie sind aber so klein, dass eine experimentelle Verifikation gegenwärtig nicht möglich scheint.

2.3. *Rayleighstreuung*

Unter Rayleighstreuung versteht man die Streuung von Röntgen- und Gammastrahlen am gebundenen Elektron: Das Quant wird durch ein Hüllenelektron absorbiert – virtueller oder reller Photoeffekt –, welches dadurch auf ein höheres Niveau oder ins Kontinuum gehoben wird; darauf wird ein Photon gleicher Energie (abgesehen von der Rückstossenergie, die das Atom als Ganzes übernimmt) emittiert, während das Elektron auf die ursprüngliche Schale zurückfällt. Den Wirkungsquerschnitt erhält man durch Überlagerung der Streuamplituden aller Elektronen, da diese kohärent streuen. Im Grenzfall nichtrelativistischer Energien lässt sich der Wirkungsquerschnitt aus der Formel von THOMSON, multipliziert mit einem Formfaktor, der die statistische Verteilung der Elektronen berücksichtigt, berechnen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r_0^2 f_0^2 \frac{1+\cos^2\theta}{2}. \tag{8}$$

Dieser Formfaktor wurde von FRANZ [FR 35, FR 36] in nullter Bornscher Näherung – ohne die Bindung des Elektrons im Zwischenzustand zu berücksichtigen – und unter

Vernachlässigung relativistischer Korrekturen (die wichtigste Einschränkung besteht darin, dass der beim Stoss übertragene Impuls $\Delta q = 2\,E/c \sin\theta/2$ klein gegenüber $m_0\,c$ sein soll) berechnet, indem er für die Elektronenverteilung im Atom das Modell von THOMAS-FERMI annahm.

BETHE [vgl. BE 52] hat dann später gezeigt, dass man bei grösseren Impulsübertragungen ($\Delta q \approx m_0\,c$) für die Ladungsverteilung die Dirac-Wellenfunktion des Elektrons zu verwenden hat und dass die statistische Methode völlig falsche Werte liefert. Er erhält für den Anteil der K-Elektronen, die wie beim Photoeffekt etwa 80% zum totalen Wirkungsquerschnitt beitragen, den Formfaktor:

$$f_0 = \frac{2\,Z\,\alpha\,m\,c \sin\left[2\,\gamma \operatorname{arctg}\left(\Delta q/2\,Z\,\alpha\,m\,c\right)\right]}{\gamma\,\Delta q\,\{1+(\Delta q/2\,Z\,\alpha\,m\,c)^2\}^{\gamma}}\,. \tag{9}$$

α ist die Feinstrukturkonstante und $\gamma = (1 - Z^2\,\alpha^2)^{1/2}$. Korrekturterme zu diesem Formfaktor wurden von LEVINGER [LE 52] und BROWN und WOODWARD [BR 52] berechnet.

BROWN und seine Mitarbeiter [BR 52, BR 55] haben aber dann gezeigt, dass bei höheren Energien und grösserer Atomladung die Bindung des Elektrons exakt, ohne Entwicklung in Potenzen von $Z\,\alpha$, berücksichtigt werden muss, und haben ein besonderes Verfahren angegeben, mit welchem sich die differentiellen Wirkungsquerschnitte durch Summierung über die Zwischenzustände mit Rechenautomaten berechnen lassen. In den folgenden Jahren wurden dann mit diesem Verfahren die Wirkungsquerschnitte für einen Quecksilberstreuer bei Gammaenergien von 0,163 MeV [BR 55a], 0,326 MeV [BR 56], 0,65 MeV, 1,31 MeV [BR 57] und 2,62 MeV [CO 59a] berechnet. Für höhere Gammaenergien sind bis jetzt keine weiteren Rechnungen bekannt, da der Rechenaufwand prohibitiv zu werden scheint. Immerhin glauben BROWN und MAYERS [BR 57], dass sich auf Grund ihrer Resultate für höhere Energien folgende Approximation angeben lasse: Die Streuamplitude, welche einer Streuung entspricht, bei der das Quant seine Polarisationsrichtung ändert, wird mit guter Genauigkeit durch die Formfaktortheorie mit dem Formfaktor von BETHE gegeben; die Streuamplitude, welche keiner Polarisationsänderung entspricht, wird dagegen bei mittleren und grossen Winkeln so klein, dass man sie besser vernachlässigt, als sie mit der Formfaktortheorie zu berechnen.

Da der Photoeffekt, der in den Zwischenzustand führt, bei jeder Gammaenergie virtuell oder reell sein kann, ist die Streuamplitude für den Rayleigheffekt komplex. Der Imaginärteil der Streuamplitude kann aber für grössere Winkel und höhere Energien vernachlässigt werden [LE 52, BR 57].

Falls man zur Berechnung des Wirkungsquerschnittes für 9-MeV-Gammaquanten die Formfaktorrechnungen von BETHE verwendet und grob für den Einfluss der L-Elektronen korrigiert, so darf man erwarten, wenigstens eine obere Grenze für den wahren Wirkungsquerschnitt zu erhalten. Die auf diese Weise berechnete Kurve für Blei findet sich ebenfalls in Figur 1.

2.4. *Kernresonanzstreuung*

Der Wirkungsquerschnitt für Kernresonanzstreuung ist bei tieferen Energien – im Gegensatz zu den Wirkungsquerschnitten für die übrigen elastischen Streuprozesse –

keine glatte Funktion der Energie des streuenden Quants. Ist diese Energie nämlich gerade so gross, dass ein Niveau des Streukerns angeregt werden kann, so treten sehr hohe und scharfe Resonanzspitzen im Verlauf des Wirkungsquerschnittes auf. Unter der Voraussetzung, dass die Niveaus genügend weit auseinander liegen, sich also nicht überlappen, gilt für den totalen elastischen Streuquerschnitt die Formel von BREIT-WIGNER:

$$\sigma = 2\,\pi\,\lambda\!\!\!^{-2}\,\frac{2\,I_a+1}{2\,I_g+1}\,\frac{\Gamma_{\gamma_0}^2}{\Gamma^2}\,\frac{1}{1+[2\,(E-E_r)/\Gamma]^2}\,. \tag{10}$$

E ist die Energie und $\lambda\!\!\!^{-}$ die durch $2\,\pi$ dividierte Wellenlänge des einlaufenden Photons. I_a ist der Spin des angeregten Niveaus, I_g der Spin des Grundzustands. E_r ist die Resonanzenergie, Γ die totale Breite und Γ_{γ_0} die partielle Breite für den Übergang durch Gammaemission in den Grundzustand.

Die messbaren, effektiven Wirkungsquerschnitte für elastische Streuung sind aber kleiner und die Resonanzen breiter, da die Atome der Quelle und des Streuers eine thermische Bewegung ausführen. Die Energie des einlaufenden Quants beträgt unter Vernachlässigung unwesentlicher Grössen:

$$E = E_Q - R_Q - R_S + E_r\,\frac{v_Q}{c} - E_r\,\frac{v_S}{c}\,. \tag{11}$$

E_Q bedeutet die Energie des emittierten Quants. R_Q und R_S sind die Energien, die das Quant infolge des Kernrückstosses bei der Emission verliert, bzw. bei der Absorption zusätzlich aufzubringen hat. v_Q und v_S sind die Geschwindigkeitskomponenten der Quellen- bzw. Streueratome in der Emissionsrichtung des Photons.

Zur Berechnung der effektiven Wirkungsquerschnitte wird für die Geschwindigkeitsverteilung der Atome die Maxwell-Boltzmannsche Verteilungsfunktion angenommen:

$$f(v_Q) = \alpha^{1/2}\,\pi^{-1/2}\,e^{-\alpha_Q v_Q^2}\,; \quad f(v_S) = \alpha^{1/2}\,\pi^{-1/2}\,e^{-\alpha_S v_S^2}\,, \tag{12}$$

$$\alpha_Q = \frac{M_Q}{2\,k\,T_Q}\,; \quad \alpha_S = \frac{M_S}{2\,k\,T_S}\,. \tag{13}$$

M_Q und M_S bedeuten die Massen der Quellen- bzw. Streueratome. k ist die Boltzmannsche Konstante. T_Q und T_S sind die absoluten Temperaturen von Quelle und Streuer. Falls Streuer und Quelle feste Körper sind, ist die Boltzmannsche Verteilung nicht exakt richtig; bessere Übereinstimmung erhält man, wenn man für T_Q und T_S korrigierte Temperaturen T_Q^* und T_S^* einsetzt [LA 39]. Diese unterscheiden sich aber in der Nähe und oberhalb der Debyetemperaturen des festen Körpers nicht stark von den wirklichen Temperaturen.

Ein Mass für die thermische Verbreiterung der Linien sind die Grössen:

$$\Delta_Q = \frac{E}{c}\,\alpha_Q^{-1/2}\,; \quad \Delta_S = \frac{E}{c}\,\alpha_S^{-1/2}\,. \tag{14}$$

Falls die natürliche Linienbreite Γ_Q der Quelle klein ist verglichen mit der thermischen Breite Δ_Q, so erhält man für den effektiven Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{eff} = \int dv_Q\,f(v_Q)\int dv_S\,f(v_S)\,\sigma(E)\,. \tag{15}$$

Dieses Integral lässt sich analytisch auswerten, wenn die totale Breite des Streuniveaus sehr gross oder sehr klein ist gegenüber Δ_Q und Δ_S:

$$\Gamma \gg \Delta_Q, \Delta_S, \quad \sigma_{eff}(E) = 2\pi \lambda\!\!\!^{-2} \frac{2 I_a + 1}{2 I_g + 1} \frac{\Gamma_{\gamma_0}^2}{\Gamma^2} \frac{1}{1 + [2 (E_Q - R_Q - R_S - E_r)/\Gamma]^2}, \tag{17}$$

$$\left.\begin{aligned} &\Gamma \ll \Delta_Q, \Delta_S, \quad |E_Q - E_r - R_Q - R_S| \ll \frac{\Delta_S^2}{\Gamma} \\ &\sigma_{eff} = \pi^{3/2} \lambda\!\!\!^{-2} \frac{2 I_a + 1}{2 I_g + 1} \frac{\Gamma_{\gamma_0}^2}{\Gamma (\Delta_S^2 + \Delta_Q^2)^{1/2}} \exp\left[\frac{-(E_Q - R_Q - R_S - E_r)^2}{\Delta_S^2 + \Delta_Q^2}\right]. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Falls die Breite der einfallenden Gammalinie (wie zum Beispiel bei Bremsstrahlungsquanten und solchen aus der Reaktion $F(p, \alpha\, \gamma)$) viel grösser ist als der mittlere Niveauabstand $D(E)$, so misst man einen Mittelwert über sehr viele Resonanzen:

$$\sigma_{eff} = \pi^2 \lambda\!\!\!^{-2} \overline{\left(\frac{\Gamma_{\gamma_0}^2 (2 I_a + 1)}{\Gamma D (2 I_g + 1)}\right)}. \tag{19}$$

Es ist zu erwarten, dass dieser (Compound-elastische) Anteil zum kernresonanten Wirkungsquerschnitt bei schweren Kernen für Gammaenergien, die etwa 2 bis 3 MeV oberhalb der Bindungsenergie des Neutrons im Kern liegen, klein ist, da die partiellen Breiten Γ_{γ_0} mit der Energie nur unwesentlich zunehmen, währenddem die Neutronenemissionsbreiten und damit Γ rasch sehr gross werden.

Eine Abschätzung auf Grund des Schalenmodells wurde für einige Kerne bei Gammaenergien von 7 MeV von Kalinkin [Ka 59] durchgeführt. Bei 9 MeV fehlen hingegen die notwendigen Unterlagen für eine Berechnung anhand der Formeln (17) bis (19) völlig, und man kann auch kaum erwarten, dass das statistische Modell genügend zuverlässige Werte liefert, so dass auf eine Berechnung dieses Anteils zur elastischen Streuung verzichtet wurde.

Zum Wirkungsquerschnitt addiert sich aber noch eine zweite (Shape-elastische) Komponente, die sich analog wie beim Delbrückeffekt aus dem zugehörigen Absorptionswirkungsquerschnitt mit Hilfe des Optischen Theorems und der Dispersionsrelationen berechnen lässt. Die Streuamplitude für Streuung um 0° $a(E) = a_1(E) + i\, a_2(E)$ beträgt:

$$a(E) = \frac{E^2}{2\pi^2 \hbar c} \int_0^\infty \frac{\sigma_{abs}(E')}{E'^2 - E^2}\, dE' + i \frac{E}{4\pi \hbar c} \sigma_{abs}(E). \tag{20}$$

Falls der Streukern kugelsymmetrisch ist, kann der Absorptionsquerschnitt näherungsweise durch eine Lorentzverteilung dargestellt werden [vgl. dazu Da 58, Fu 58a]:

$$\sigma_{abs}(E') = \frac{\sigma_0}{1 + [(E_0^2 - E'^2)/E' \Gamma_0]^2}. \tag{21}$$

In diesem Ausdruck bedeuten σ_0 den maximalen Wirkungsquerschnitt, E_0 die dazu gehörige Energie und Γ_0 die Halbwertsbreite der Resonanz des Absorptionswirkungsquerschnittes (der sog. Riesenresonanz). Damit lässt sich die Vorwärtsstreuamplitude explizit berechnen:

$$a(E) = \frac{E}{4\pi \hbar c} \frac{\sigma_0}{1 + [(E_0^2 - E^2)/E\, \Gamma_0]^2} \left(\frac{E_0^2 - E^2}{E\, \Gamma_0} + i\right). \tag{22}$$

Im Grenzfall kleiner Energien geht dieser Ausdruck über in:

$$a\,(E \to 0) = \frac{1}{4\,\pi\,\hbar\,c}\,\sigma_0\,\Gamma_0\,\frac{E^2}{E_0^2}\,. \tag{23}$$

Berücksichtigt man ferner:

$$\int_0^\infty \sigma_{abs}(E')\,dE' = \int_0^\infty \frac{\sigma_0\,dE'}{1+[(E_0^2-E'^2)/E'\,\Gamma_0]^2} = \frac{\pi}{2}\,\sigma_0\,\Gamma_0\,, \tag{24}$$

während die Summenregel für den Wert des Integrals

$$\int_0^\infty \sigma_{abs}(E')\,dE' = \frac{e^2}{M\,c^2}\,\frac{N\,Z}{A}\,(1+0{,}8\,x)\,2\,\pi^2\,\hbar\,c \tag{25}$$

gibt [LE 50, vgl. auch die ausführliche Diskussion in LE 60], so erhält man durch Elimination von $\sigma_0\,\Gamma_0$ und Einsetzen in (23):

$$a\,(E \to 0) = \frac{e^2}{M\,c^2}\,\frac{N\,Z}{A}\,(1+0{,}8\,x)\,\frac{E^2}{E_0^2}\,. \tag{26}$$

N ist die Anzahl Neutronen, Z die Anzahl Protonen im Kern; $x \approx 0{,}5$ hängt ab von der Stärke der Austauschkräfte. Die Formel (26) wurde bereits 1951 von LEVINGER [LE 51] auf andere Art hergeleitet.

Für Kerne, die stark von der Kugelsymmetrie abweichen, sind die Resultate aus den Dispersionsformeln in einer Arbeit von FULLER und WEISS [FU 58] diskutiert.

Die Streuamplitude für beliebige Winkel erhält man aus folgender Überlegung: Die Winkelkorrelation zwischen dem einlaufenden und dem auslaufenden Gammaquant ist dieselbe wie diejenige einer Kaskade zwischen Niveaus mit den Spins $I_g \to I_a \to I_g$ [HA 40]. Insbesondere folgt die Winkelverteilung dem Gesetz $1 + \cos^2\theta$, falls es sich um $E1$-Übergänge bei einem Kern mit Spin 0 im Grundzustand handelt, so dass man in diesem Fall ohne weiteres auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt für beliebige Winkel schliessen kann.

Der Absorptionswirkungsquerschnitt für die verschiedenen Bleiisotope wurde mit Bremsstrahlungs-Gammaquanten von FULLER und HAYWARD [FU 62] gemessen. Die ihren Messdaten eingepasste Lorentzverteilung wird durch die folgenden Parameter charakterisiert: $\sigma_0 = 900$ mbarn, $E_0 = 13{,}7$ MeV, $\Gamma_0 = 3{,}5$ MeV. SCHUHL [SC 62] erhält mit Gammaquanten aus der Annihilation im Flug von Positronen die Werte $\sigma_0 = 650$ mbarn, $E_0 = 14{,}0$ MeV, $\Gamma_0 = 5{,}0$ MeV. Mit den Werten von FULLER und HAYWARD berechnet man nach Gleichung (22) für die Vorwärtsstreuamplitude bei 9 MeV den Wert $(9{,}0 + 2{,}7\,i)\,10^{-15}$ cm. Führt man die Rechnung direkt nach Formel (20) durch, so erhält man $(9{,}8 + 2{,}7\,i)\,10^{-15}$ cm.

Die gute Übereinstimmung zwischen den beiden Werten muss als Zufall betrachtet werden, da einerseits der gemessene Wirkungsquerschnitt einen Höcker bei etwa 12 MeV hat (also schlecht durch eine Lorentzverteilung angenähert werden kann) und andererseits der Realteil der Streuamplitude stark vom Verlauf des Wirkungsquerschnittes in unmittelbarer Nähe der Energie $E = 9$ MeV abhängig ist: Um den

Wert des Integrals in Formel (20) auszuwerten, wird das Integral in drei Teile zerlegt:

$$\int_0^\infty = \int_0^{E-\Delta E} + \mathcal{P} \int_{E-\Delta E}^{E+\Delta E} + \int_{E+\Delta E}^{\infty} . \tag{27}$$

Der erste und der dritte Term können ohne weiteres numerisch ausgewertet werden; der Anteil, der von der Integration von über 18 MeV herrührt, kann grob abgeschätzt werden [zum Wert der obern Integralgrenze vgl. auch LE 60]. Um den Hauptwert des zweiten Integrals zu berechnen, wird $\sigma(E')$ in der Nähe von E in eine Potenzreihe entwickelt:

$$\sigma_{abs}(E') = \alpha_0 + \alpha_1 (E' - E) + \alpha_2 (E' - E)^2 + \ldots \tag{28}$$

Es zeigt sich dabei, dass der Wert des Integrals stark von α_1, das heisst der Steigung von $\sigma(E')$ bei E abhängt, die natürlich in Messungen mit einem breiten Energiespektrum nur ungenau bestimmt wird.

Der Wirkungsquerschnitt, wie man ihn nach dieser Methode erhält, ist ebenfalls in Figur 1 aufgetragen.

Für U^{238} erhält man nach der direkten Methode (anhand der Formel 20) für die Vorwärtsstreuamplitude bei 9 MeV den Wert $(10{,}7 + 6{,}9\, i)\, 10^{-15}$ cm, falls man für den Absorptionswirkungsquerschnitt die Summe des (γ, n)- und des Spaltungsquerschnittes nach GINDLER und HUIZENGA [GI 56] verwendet.

2.5. *Totaler Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung*

Die einzelnen Anteile zur elastischen Streuung sind einer direkten Messung prinzipiell nicht zugänglich, messbar ist einzig der totale differentielle Streuquerschnitt. Zu seiner Berechnung müssen die Streuamplituden derjenigen Prozesse, die zueinander kohärent sind, addiert werden, und hierauf muss das Quadrat des Absolutbetrages der Summe gebildet werden. Für zueinander inkohärente Streuanteile sind die Quadrate der Absolutbeträge der Streuamplituden, das heisst die Wirkungsquerschnitte zu addieren.

Zwei auslaufende Streuwellen sind kohärent, geben also zu Interferenzerscheinungen Anlass, wenn sie in ihrer Polarisation übereinstimmen, hinreichend gleiche Energien haben und eine feste Phasenbeziehung zwischen ihnen besteht.

Eine einfache, klassische Betrachtung zeigt, dass bei Gammaenergien über 1 MeV und Streuwinkeln über 1° die Streuwellen von *verschiedenen* Atomen bei Zimmertemperatur infolge der thermischen Bewegung der Atome nicht kohärent sein können [HA 59].

Verschiedene elastische Streuprozesse an *einem* Atom können als kohärent betrachtet werden, wenn die Zeiten, innerhalb derer die Streuungen stattfinden, klein sind gegenüber der Kohärenzzeit der einlaufenden Gammaquanten; im entgegengesetzten Fall können sie als inkohärent angesehen werden. (Diese einfache Regel kann angewendet werden, wenn die Messapparatur – wie das fast stets der Fall sein wird – die elastisch gestreuten Quanten energetisch nicht weiter diskriminiert. Genauere Diskussionen finden sich bei HEITLER [HE 44], MOON [MO 61] und unter besonderer Berücksichtigung des Mössbauereffekts bei LIPKIN [LI 61], TZARA [TZ 61] und bei BOYLE und HALL [BO 62a].)

Diese Streuzeiten sind für den Thomson-, den Rayleigh- und den Delbrückeffekt sicher sehr kurz ($\ll 10^{-17}$ sec). Für die kernresonante Streuung ist die Zeitdauer, während welcher der Kern im angeregten Zustand verharrt, abhängig davon, ob die Energie des streuenden Gammaquants ungefähr gleich oder stark verschieden von der Resonanzenergie ist. Im ersten Fall hat die Zeit, die verstreicht, bis das Quant wieder emittiert wird, die Grössenordnung der Lebensdauer des angeregten Niveaus. Im andern Fall ist die Streuzeit wiederum sehr kurz.

Die Kohärenzzeit τ der streuenden Gammaquanten ergibt sich aus der totalen Linienbreite Δ der Quelle (natürliche Linienbreite + thermische Verbreiterung):

$$\tau \approx \frac{\hbar}{\Delta}. \tag{29}$$

Es ergibt sich somit, dass die Anteile der Thomson-, der Rayleigh- und der Delbrückstreuung sowie der Streuung an «weit entfernten» Niveaus kohärent wirken [Mo 50]. Die Kohärenz der eigentlichen Kernresonanzfluoreszenz muss dagegen von Fall zu Fall abgeklärt werden. Falls die Breite des Streukernniveaus klein ist verglichen mit der totalen Breite der einfallenden Gammalinie, ist dieser Streuanteil sicher inkohärent mit den übrigen.

Abgesehen vom Fall, in welchem die Energie des streuenden Gammaquants nahe einer Resonanzenergie des Streukerns liegt, ergibt sich der differentielle Streuquerschnitt somit zu:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |a_T + a_R + a_D + a_K|^2. \tag{30}$$

a_T, a_R, a_D und a_K sind die Streuamplituden für die einzelnen Prozesse bei vorgegebener Polarisation des einlaufenden und des auslaufenden Gammastrahls. Um den Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Strahlung zu erhalten, muss noch in herkömmlicher Weise über die Polarisation der einlaufenden Quanten gemittelt und über die der auslaufenden summiert werden. (Die Wirkungsquerschnitte für die elastischen Streuungen sind sehr stark von der Polarisation abhängig!)

Für die Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts bei 9 MeV wird beim Thomson- und beim Rayleigheffekt der Imaginärteil der Streuamplitude gegenüber dem Realteil vernachlässigt:

$$a^T = -a_1^T, \tag{31}$$

$$a^R = -a_1^R. \tag{32}$$

Bei der Delbrückstreuung wird nur der Imaginärteil berücksichtigt:

$$a^D = i\, a_2^D. \tag{33}$$

Für den Kernresonanzeffekt sind beide Anteile von der gleichen Grössenordnung:

$$a^K = a_1^K + i\, a_2^K. \tag{34}$$

Die Streuamplituden für Rayleigh- und Thomsoneffekt haben das gleiche Vorzeichen [Mo 50, Co 54], währenddem der Realteil der kernresonanten Streuung, solange die Energie des streuenden Quants unterhalb der Resonanzstelle liegt, entgegengesetztes Vorzeichen hat, demzufolge also bei kleinen Gammaenergien destruktiv wirkt [Le 51].

3. Überblick über die bisherigen experimentellen Arbeiten zur elastischen Streuung von Gammaquanten

Die vielen Arbeiten über die elastische Streuung von Gammaquanten, die in den letzten zehn Jahren publiziert worden sind, lassen sich grob in drei Gruppen einteilen: Die erste Gruppe (3.1) umfasst Experimente mit radioaktiven Quellen bei Energien bis 2,75 MeV. Die Experimente sollten neben der Untersuchung der Kern-Thomson-Streuung und des relativ uninteressanten Rayleigheffekts vor allem zur Verifizierung der Delbrückstreuung dienen. In der zweiten Gruppe (3.2) werden Quellen mit einem breiten Energiespektrum verwendet, wie zum Beispiel Bremsstrahlung von hochenergetischen Elektronen aus Beschleunigern, und die Autoren beschäftigen sich fast ausschliesslich mit dem kernresonanten Anteil zur Streuung. In der dritten Gruppe (3.3) schliesslich finden sich Untersuchungen bei hohen Energien über den Thomsoneffekt und ein einzelnes Experiment über die Delbrückstreuung.

3.1. *Tiefe Energien (1–3 MeV)*

Die experimentelle Anordnung ist bei den Arbeiten, die mit radioaktiven Quellen durchgeführt wurden, in fast allen Fällen dieselbe: Als Quelle wird entweder Co^{60} (1,33 MeV) oder Tl^{208} (2,62 MeV) verwendet. Der Streuer hat die Form eines Ringes oder eines komplizierteren Rotationskörpers zur Erhöhung der Intensität der Streustrahlung. Die ersten Untersuchungen wurden noch mit Geiger-Müller-Zählrohren durchgeführt, wobei zwischen Streuer und Detektor Absorber variabler Dicke eingefügt wurden. Aus der Anzahl der gezählten Quanten in Funktion der Absorberdicke liess sich das Verhältnis des hochenergetischen, elastisch gestreuten Anteils zur niederenergetischen Comptonstreustrahlung bestimmen. Die Wirkungsquerschnitte für die elastische Streuung, die man auf diese Art erhielt [zum Beispiel Me 33], waren ausserordentlich hoch, da infolge der schlechten Energiediskriminierung noch viele Sekundärprozesse fälschlicherweise mitgezählt wurden. Sehr hoch liegen auch noch die Werte von Davey [Da 53], der als Detektor, wie dann alle späteren Experimentatoren, einen Szintillationskristall verwendet. Davey benützt zur Trennung der elastisch von den inelastisch gestreuten Quanten einen einfachen Diskriminator; später wurden dann Vielkanalanalysatoren zur Pulshöhenanalyse eingesetzt. Die Wirkungsquerschnitte, die Davey angibt, liegen bei Winkeln um 80° und einer Gammaenergie von 1,33 MeV etwa um einen Faktor 3 höher als die Formfaktorrechnungen von Franz und bei 2,75 MeV um einen Faktor 10 höher als diejenigen von Bethe. Es gelang ihm nicht, zu entscheiden, ob die Differenz Sekundärprozessen oder dem Delbrückeffekt zuzuschreiben sei. Die Resultate von Wilson [Wi 51, Wi 53] lagen bei Winkeln um 60° bereits etwa einen Faktor 3 unterhalb der Betheschen Rechnungen. Da fast jeder denkbare experimentelle Fehler eine Erhöhung der experimentell bestimmten Wirkungsquerschnitte ergibt, lag es auf der Hand, die Differenz als Delbrückeffekt zu interpretieren, insbesondere da man (nach einer mündlichen Mitteilung Bethes an Moon 1951) vermutete, dass der Delbrückeffekt mit dem Rayleigheffekt destruktiv interferiere. Es gelang Wilson sogar, eine recht gute quantitative Übereinstimmung zu erzielen, indem er den Wirkungsquerschnitt für den Delbrückeffekt auf Grund eines – sicher falschen – Modells als Streuung an einer

«schwarzen Scheibe» berechnete. COOK [CO 55] erhielt bei einem Streuwinkel von 80° Resultate, die mit denen von WILSON gut übereinstimmten. MESSELT und STORRUSTE [ME 56] schätzten den Einfluss der Sekundärprozesse sorgfältig ab und erhielten damit noch tiefere Werte für die Wirkungsquerschnitte, woraus auch sie wiederum glaubten, auf den Delbrückeffekt schliessen zu können.

Im Jahre 1958 lagen dann schliesslich die Resultate von BERNSTEIN und MANN [MA 56, BE 58] sowie die einer französischen Autorengruppe [BA 58, EB 58, HA 58, HA 59] vor, die bei 1,33 MeV unter sich um etwa einen Faktor 2 differieren, bei 2,62 MeV hingegen recht gut übereinstimmen. Mittlerweile waren aber auch die Ergebnisse der exakten Berechnungen von BROWN [BR 55, BR 55a, BR 56, BR 57, CO 59a] über den Rayleigheffekt publiziert worden, die im interessanten Bereich (bei Winkeln von etwa 45°) um mehr als eine Grössenordnung unter den alten Formfaktorrechnungen und damit auch unter den experimentellen Resultaten lagen. Für die Differenz wurde wiederum der Delbrückeffekt – und zwar diesmal im Sinne einer konstruktiven Interferenz – verantwortlich gemacht. Nach den allerneuesten Experimenten schliesslich, die von STANDING und IOVANOVICH [ST 62] bei 1,33 MeV durchgeführt wurden und die noch tiefere Werte geben, als sie BERNSTEIN und MANN erhielten, ergibt sich innerhalb der Fehlergrenzen völlige Übereinstimmung mit den theoretischen Ergebnissen, wenn man nur den Thomson- und den Rayleigheffekt berücksichtigt.

Damit besteht gegenwärtig einzig bei 2,62 MeV noch eine Diskrepanz. Der Unterschied zwischen Theorie und Experiment kann aber auch dort nicht ohne weiteres durch den Delbrückeffekt erklärt werden, da nach den Rechnungen von KESSLER [KE 59] und ZERNIK [ZE 60] der Imaginärteil der Delbrückstreuamplitude nur etwa 10% des vorhandenen Unterschiedes ergibt. Vom unbekannten Realteil vermutet man, dass er vernachlässigbar klein sei, und selbst wenn dies nicht der Fall sein sollte, nimmt man an, dass er einen Beitrag in der falschen Richtung, das heisst im Sinne einer destruktiven Interferenz liefern würde. Die Situation wird vermutlich erst dann geklärt werden können, wenn wesentlich genauere Rechnungen über den Rayleigheffekt, unter Berücksichtigung des Einflusses der L-Schale, vorliegen.

Experimente bei kleinen Streuwinkeln (unterhalb 10°), wo eine energetische Diskrimination zwischen elastisch und inelastisch gestreuten Quanten mit Szintillationszählern nicht mehr möglich ist, wurden von verschiedenen Autoren [SC 57, ST 58, BE 60, KA 61] durchgeführt.

Eine Sonderstellung im Bereich der tiefen Energien nimmt ein Experiment von ALVAREZ und andern [AL 58] ein. In dieser Arbeit wird – im Gegensatz zu allen vorher erwähnten – die Streuung an Kernen mit niedriger Atomladung (H, Li, C, Al) untersucht. Die Autoren finden bei einer Gammaenergie von 1,6 MeV (Ba^{140}) völlige Übereinstimmung mit dem klassischen Ausdruck für den Kern-Thomson-Wirkungsquerschnitt.

Zwei Experimente waren der Untersuchung der Polarisationsabhängigkeit der elastischen Wirkungsquerschnitte gewidmet. Falls unpolarisierte Quanten durch einen Kern-Thomson-Effekt gestreut werden, so beträgt die Polarisation des Streustrahls:

$$P = \frac{-\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}. \tag{35}$$

Das Maximum der Polarisation liegt bei 90°, wo der auslaufende Strahl vollständig linear polarisiert ist. Die Formfaktortheorie von FRANZ ergibt für den Rayleigheffekt die gleiche Polarisationsabhängigkeit wie für den Thomsoneffekt, währenddem nach den Rechnungen von BROWN das Polarisationsmaximum sich bei grösseren Energien nach kleineren Winkeln verschiebt [Br 59]. Im einen Experiment [BR 59] wird die Asymmetrie des Wirkungsquerschnitts bei der elastischen Streuung teilweise polarisierter 0,65-MeV-Quanten untersucht; im andern [So 58] wird die Polarisation der elastisch gestreuten Quanten bei Energien von 0,41, 0,66 und 1,25 MeV mit einem Compton-Polarimeter gemessen. Bei beiden Experimenten ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit den Rechnungen von BROWN und eine deutliche Abweichung von der Formfaktortheorie. Das zweite Experiment lieferte zudem einen Beweis für die konstruktive Interferenz von Thomson- und Rayleighstreuung. Ein Einfluss des Delbrückeffekts, der eine andere, zwar ebenfalls sehr starke Polarisationsabhängigkeit hat, konnte in keinem Fall festgestellt werden – offenbar weil die Streuamplitude für diesen Prozess bei den untersuchten Energien zu klein war. (In einer theoretischen Arbeit [Lo 58] war – allerdings auf Grund alter Rechnungen von ACHIESER – vorgeschlagen worden, die verschiedene Polarisationsabhängigkeit der Delbrück- und der Rayleighstreuung zu einem Beweis für die Existenz der ersteren auszunützen, ein Vorschlag, der bei höheren Energien, insbesondere bei 2,62 MeV, noch einmal aufgegriffen werden sollte.)

3.2. *Mittlere Energien (3–30 MeV)*

In einigen Experimenten wurde zur Untersuchung der elastischen Streuung die $F(p, \alpha\gamma)$-Reaktion verwendet. Diese liefert bei Protonenenergien von wenigen MeV im wesentlichen drei Gammalinien mit Energien von 6,14, 6,91 und 7,12 MeV. Die beiden höherenergetischen Linien sind infolge des Rückstosses des α-Teilchens sehr breit (etwa 130 keV), währenddem die Linie bei 6,14 MeV schmal ist, da die Lebensdauer des zugehörigen Niveaus so gross ist, dass der Kern im Zeitpunkt der Gammaemission wieder annähernd das thermische Gleichgewicht erreicht hat [RE 60].

Es ist deshalb recht unwahrscheinlich, dass man mit der 6,14-MeV-Linie ein Niveau des Streukerns trifft, so dass man mit einem Streuexperiment Aufschluss über den nicht kernresonanten Anteil erhalten kann. COHEN [Co 59] hat die Streuung an Blei bei einem Streuwinkel von 30° untersucht. Er erhielt für den differentiellen Streuquerschnitt, nach grober Subtraktion des inelastisch gestreuten Anteils, den bemerkenswert kleinen Wert von $3 \cdot 10^{-29}$ cm²/sterad, etwa 10mal weniger, als der Delbrückeffekt nach den Rechnungen ZERNIKS [ZE 60] ausmacht. Den Wirkungsquerschnitt für die Liniengruppe bei 7 MeV gibt er mit $5 \cdot 10^{-28}$ cm²/sterad an.

Ausgedehnte Untersuchungen mit der 7-MeV-Strahlung wurden von REIBEL und MANN [RE 60] durchgeführt. Sie finden für die differentiellen Streuquerschnitte bei 90° Werte zwischen 10^{-29} cm²/sterad für die leichteren Kerne ($Z \approx 8$) bis 10^{-27} cm²/sterad für die schwersten Kerne mit ausgesprochenen Spitzen in der Nähe der geschlossenen Schalen ($Z = 50, 82$, $N = 82, 126$). Durch Einfügen von Absorbern zwischen Quelle und Streuer, die aus demselben Material bestanden wie die Streukörper, gelang es ihnen ferner, den Teil der Strahlung wegzufiltrieren, der Anlass zur kernresonanten Streuung gab. Diese kombinierten Experimente zeigten, dass die Streuung

hauptsächlich von nicht-überlappenden Niveaus herrührt, und es konnten interessante Aufschlüsse über die mittleren Niveaudichten, die mittleren totalen (Γ) und partiellen (Γ_{γ_0}) Niveaubreiten erhalten werden.

FULLER und HAYWARD [FU 54, FU 56, FU 58, FU 62] haben die Streuung von Bremsstrahlungsquanten im Energiebereich von 4 bis 40 MeV bei grossen Streuwinkeln untersucht. Ihre experimentellen Resultate lassen sich wie folgt zusammenfassen: Die elastischen Streuquerschnitte zeigen, wenn sie in schlechter Energieauflösung gemessen werden, ein erstes Maximum in der Nähe der (γ, n)- oder (γ, p)-Schwelle und ein zweites (bei asymmetrischen Kernen doppeltes) Maximum in der Gegend der aus (γ, n)-Messungen bekannten Riesenresonanz. Der Anstieg zum ersten Maximum erklärt sich durch die zunehmende Niveaudichte, der Abfall dadurch, dass oberhalb der Partikelemissionsschwelle der Zerfall des Compoundkerns über andere Kanäle möglich ist [BE 53]. Bei noch höheren Energien wird die Wahrscheinlichkeit für Gamma- und Teilchenemission annähernd konstant, und die Wirkungsquerschnitte folgen dem allgemeinen Verlauf der Riesenresonanz.

Bei leichten Kernen ist es möglich, mit Bremsstrahlungsquanten einzelne Niveaus anzuregen, und aus den gemessenen elastischen Streuquerschnitten (evtl. in Verbindung mit Absorbermessungen) lassen sich die Niveauparameter Γ (das heisst die Lebensdauer) und Γ_{γ_0} bestimmen [vgl. zum Beispiel HA 57, BO 62].

In einer weiteren, vor kurzem erschienenen Arbeit [ST 62a] wird die elastische Streuung für kleine Winkel (11,6–48,6 mrad) bei 7 und 17 MeV untersucht. Die Messungen scheinen aber nicht präzis genug, um eindeutige Schlüsse zuzulassen.

3.3. *Hohe Energien*

MOFFAT und STRINGFELLOW [MO 58, MO 60] haben die Bremsstrahlung des Oxforder Synchrotrons mit einer Grenzenergie von 110 MeV benutzt, um die elastische Streuung von Gammaquanten bei Winkeln zwischen 0,07 und 0,26° zu messen. Sie arbeiteten ebenfalls mit Ringstreuern und verwendeten als Detektor einen Cerenkov-Zähler mit einem Energieauflösungsvermögen von etwa 35 MeV. Nach Subtraktion des bekannten Comptonwirkungsquerschnittes – der Comptoneffekt konnte energetisch nicht diskriminiert werden – sowie einer Korrektur für sekundäre Bremsstrahlungsprozesse erhielten sie für den differentiellen Wirkungsquerschnitt Werte, die mit der Näherungsrechnung von BETHE und ROHRLICH [BE 52] für den Delbrückeffekt gut verträglich sind. Der Rayleigheffekt soll nach Abschätzungen der Autoren nur einen vernachlässigbar kleinen Anteil geben.

OXLEY und TELEGDI [OX 55] haben die Streuung von Bremsstrahlungsphotonen mit Energien zwischen 30 und 95 MeV an Wasserstoff bei Winkeln zwischen 50 und 150° untersucht und Übereinstimmung mit den Rechnungen von POWELL [PO 49] über die Kern-Thomson-Streuung an einem Proton unter Berücksichtigung des statischen anomalen magnetischen Moments gefunden.

Ähnliche Resultate erhielten JANES, GOMEZ, HUGH und FRISCH [JA 55a]. Diese Autoren untersuchten ebenfalls die Streuung an komplizierteren Kernen [GO 55, PU 54], wo sich bei höheren Energien und Streuwinkeln über 90° Abweichungen ergeben gegenüber der Theorie, in der die Kern-Thomson-Streuung auf Grund eines einfachen Formfaktormodells berechnet wurde.

4. Experimentelle Anordnung zur Untersuchung der elastischen Streuung bei 9 MeV

4.1. *Gammaquelle und Geometrie des Aufbaus*

Zur Erzeugung der Gammaquanten wurde die Reaktion Ni (n, γ) verwendet. Beim Einfang eines thermischen Neutrons im Ni^{58} entsteht der Kern Ni^{59*} mit einer Anregungsenergie von 8,997 MeV [Ki 53, Gr 59]. Dieser zerfällt mit einer Zerfallswahrscheinlichkeit von etwa $P = 35\%$ [Ki 53] durch Gammaemission direkt in den Grundzustand. Übergänge über Zwischenniveaus liefern weitere, schwächere Gammalinien von 8,532 MeV ($P = 14\%$), 8,119 MeV ($P = 2{,}8\%$) und solche unterhalb 8 MeV.

Als Neutronenquelle stand der Reaktor vom «swimming-pool»-Typ «Saphir» in Würenlingen zur Verfügung, der bei einer Leistung von 1000 kWatt am Ort des Nickeltargets einen Flux von etwa $6 \cdot 10^{12}$ thermischen Neutronen pro Sekunde und Quadratzentimeter lieferte. Die Kollimation des Gammastrahls in einem Tangentialkanal war ähnlich aufgebaut wie in andern Experimenten [Ja 61]; der Strahldurchmesser am Ort des Streuers, 6 Meter vom Nickeltarget entfernt, betrug 7 cm, und als Gammaflux wurde bei voller Reaktorleistung der Wert von $1{,}1 \cdot 10^6$ Gammaquanten von 8,997 MeV pro Sekunde und Quadratzentimeter erreicht. Innerhalb der Betonabschirmung des Reaktors befand sich ferner ein 40 cm langer Hartholzzylinder, der einen grossen Teil der am Target gestreuten schnellen und epithermischen Neutronen entweder aus dem Strahl streute oder soweit thermalisierte, dass sie in verschiedenen borhaltigen Scheiben absorbiert werden konnten.

Die Streuer bestanden aus ungefähr 1 cm dicken Scheiben von 12 cm Durchmesser (vgl. Figur 3).

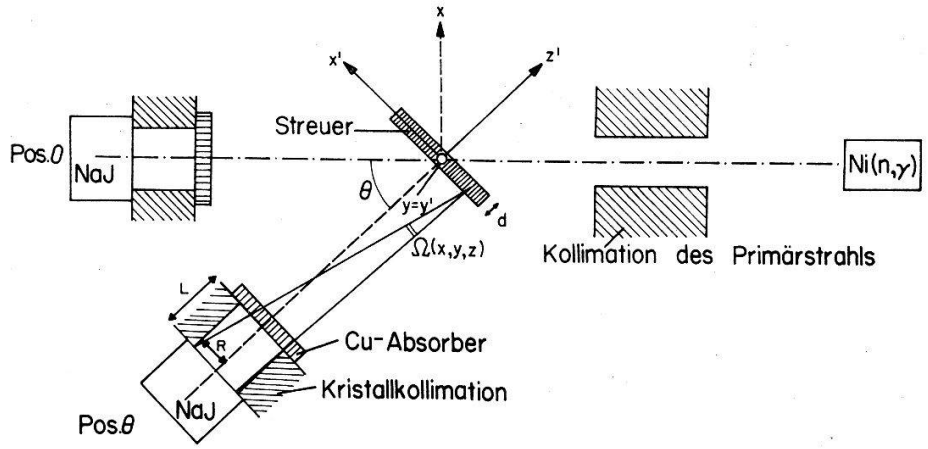

Fig. 3.
Schematische Darstellung des Aufbaus zur Messung der elastischen Streuquerschnitte.

Als Detektor für die gestreuten Gammaquanten wurde ein $3'' \times 3''$-Szintillationskristall verwendet, der in einer 10 bis 25 cm dicken Bleiabschirmung aufgestellt war. Die Entfernung vom Kristall zu den Streuern betrug bei grösseren Winkeln 79 cm, bei einem Streuwinkel von 25° 111 cm und bei 20° 158 cm. Unmittelbar vor der Kollimationsöffnung war ein 2,5 cm dicker Kupferabsorber angebracht, der einen grossen Teil der gestreuten niederenergetischen Quanten absorbierte.

4.2. *Elektronische Messapparatur*

Die Ausgangsimpulse des Photomultipliers, der den Kristall beobachtet, werden in einer elektronischen Apparatur mit einem Blockschema nach Figur 4 verarbeitet.

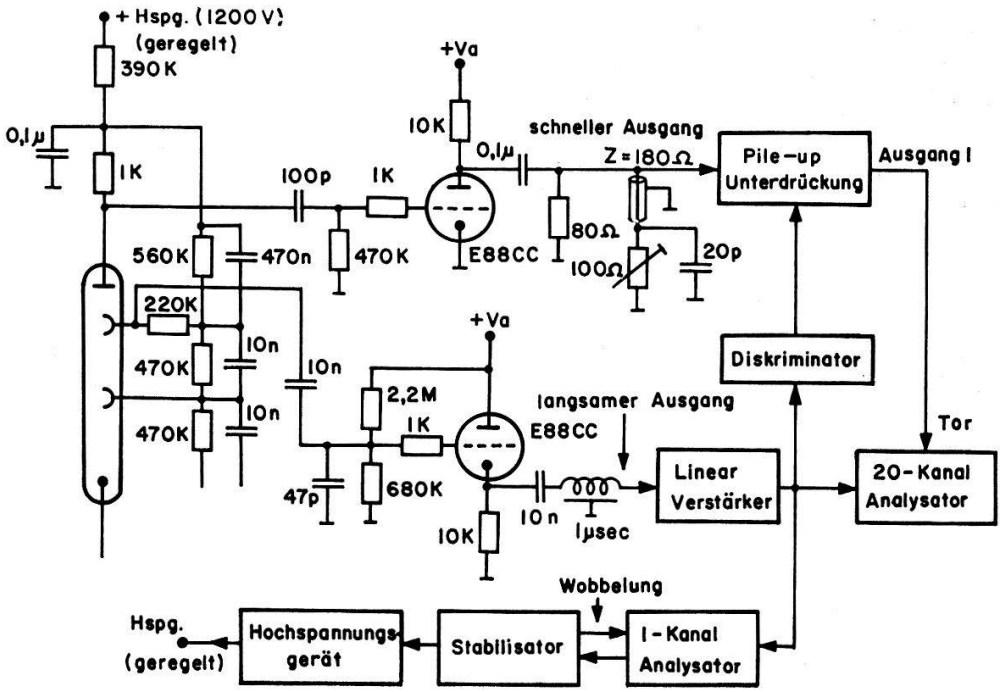

Fig. 4.
Blockschema des elektronischen Teils der Messapparatur.

Das Meßsignal wird von der letzten Dynode des Photomultipliers abgenommen und einem Kathodenfolger zugeführt. Von dort («langsamer Ausgang») gelangt es über ein Verzögerungskabel in einen überlastbaren Linearverstärker (Modell Hamner N 302) und schliesslich in einen 20-Kanal-Pulshöhenanalysator konventioneller Bauart [Gu 58].

Da die Verstärkung des Photomultipliers bei den hohen Stosszahlen von etwa 50000 pro sec, wie sie im Experiment auftraten, zu wenig stabil war, wurde eine Stabilisierungsvorrichtung verwendet, wie sie von de Waard [Wa 55] beschrieben wurde. Das Arbeitsprinzip dieser Stabilisierung ist das folgende: Die Fenster von zwei 1-Kanal-Analysatoren werden auf die rechte, bzw. linke Flanke einer intensiven, freistehenden Gammalinie des Spektrums eingestellt, so dass die entsprechenden Stosszahlen $\overline{n_1}$ und $\overline{n_2}$ im Zeitmittel gleich sind. Ändert sich nun die Verstärkung des Photomultipliers (oder des Linearverstärkers), so wird die Differenz $\overline{n_1} - \overline{n_2}$ verschieden von Null, und zwar je nach der Richtung der Verstärkungsänderung positiv oder negativ. Diese Stosszahldifferenz wird in eine zu ihrer Grösse proportionale Spannung verwandelt, und diese regelt die Hochspannung des Photomultipliers, so dass Verstärkungsänderungen ausgeglichen werden. Es ist auch möglich, die Stabilisierung mit einem einzigen 1-Kanal-Analysator aufzubauen, dessen Fenster mit einer Frequenz von 50 Hz zwischen den beiden Flanken der Gammalinie hin und her verschoben wird

(«Wobbelung»). Als Referenzgammalinie eignete sich keine Linie aus dem Ni(n, γ)-Spektrum, und es musste zu diesem Zweck eine kleine Caesiumquelle (661 keV) unmittelbar vor den Szintillationskristall gebracht werden.

Ein weiterer sehr störender Effekt ist das sogenannte *Pile-up*, das heisst die Tatsache, dass sich Impulse, die Gammaquanten niedriger Energie entsprechen, aufaddieren, wenn sie zufälligerweise kurz nacheinander in den Kristall gelangen. Um die Grösse dieses Effekts zu verringern, wurde die in Figur 4 mit «Pile-up-Unterdrückung» bezeichnete Apparatur verwendet. Das Blockschema derselben ist in Figur 5, das ausführliche Schema in Figur 6 aufgezeichnet.

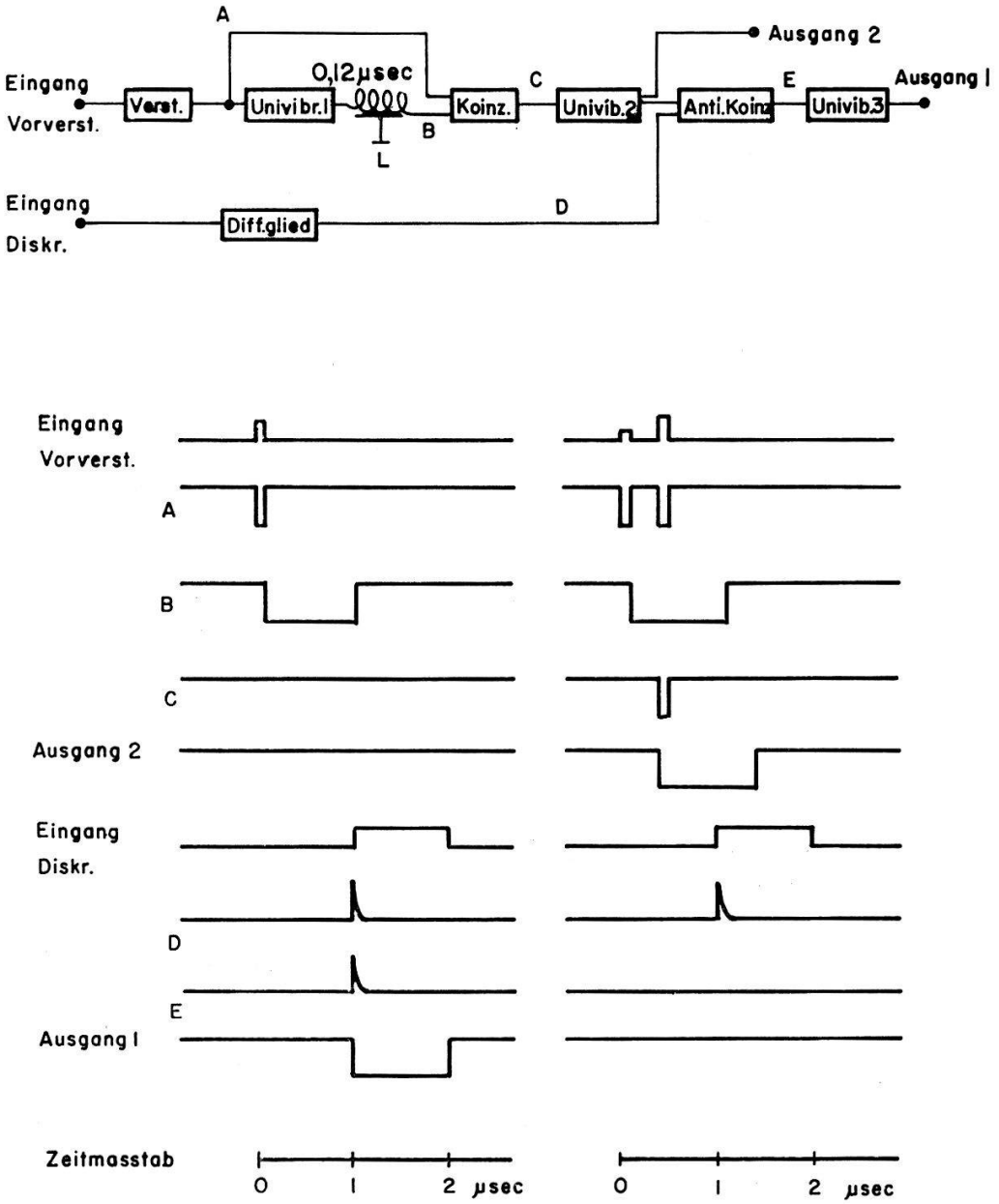

Fig. 5.

Blockschema der Pile-up-Unterdrückung. Im untern Teil der Figur sind die Pulse für Einzel- und Doppelereignisse im Szintillator schematisch aufgezeichnet.

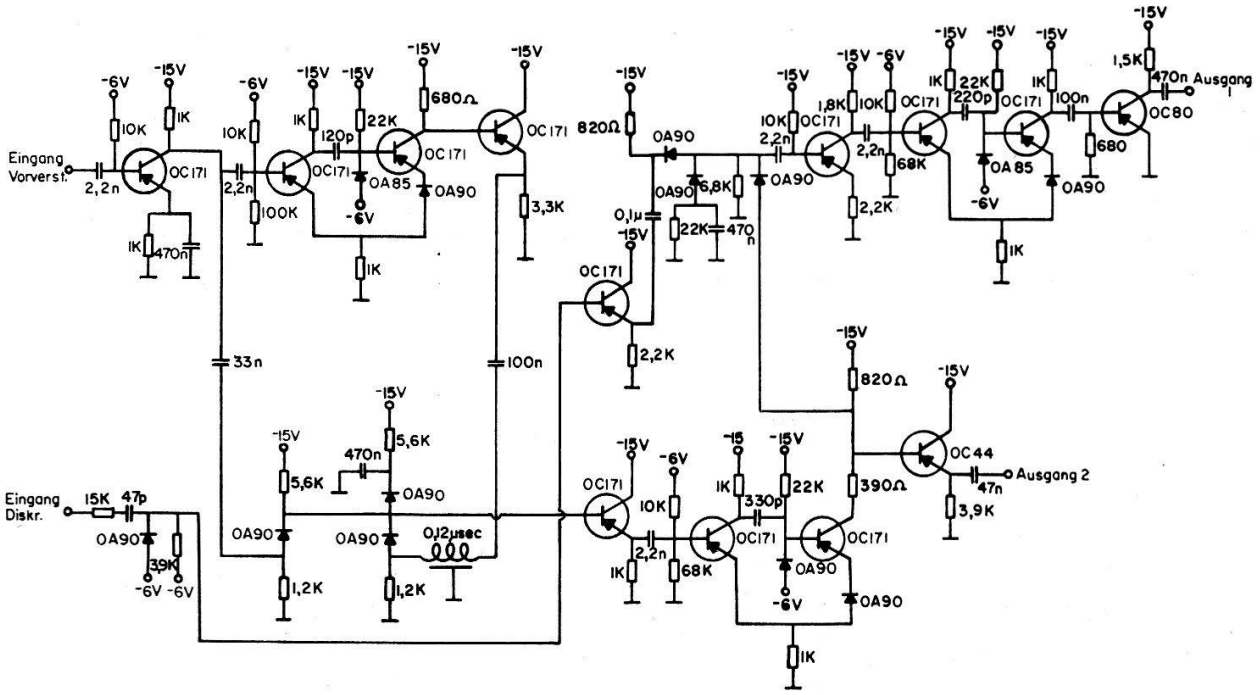

Fig. 6.
Detailliertes Schema der Pile-up-Unterdrückungs-Apparatur.

Zusätzlich zum Messimpuls wird ein weiteres Signal von der Anode des Photomultipliers abgenommen (Figur 4), verstärkt und durch ein Kabel geformt. Es hat sich gezeigt, dass man bessere Resultate erreicht, das heisst die Pulse kürzer werden, wenn man das Kabel mit einer RC-Kombination geeigneter Grösse abschliesst, anstatt es direkt kurzzuschliessen. Hierauf gelangen die Pulse in die Pile-up-Unterdrückungsapparatur. Dort werden sie zunächst in einem übersteuerten Verstärker in ihrer Höhe normiert und stossen darauf den Univibrator 1 an, der für 1 μsec gekippt bleibt. Das Ausgangssignal dieses Univibrators wird in der Verzögerungsleitung L um 120 μsec verzögert und gelangt dann zusammen mit dem Signal A (Figur 5) in eine Koinzidenzstufe. Am Ausgang dieser Koinzidenzstufe erscheint dann ein Signal und stösst den Univibrator 2 an, wenn sich zwei beliebige Impulse in einem Abstand von etwas mehr als 120 mμsec und von weniger als 1,1 μsec folgen. Der Ausgangsimpuls dieses Univibrators gelangt über einen Emitterfolger an den Ausgang 2, wo zu Kontrollzwecken ein Zählwerk angeschlossen werden kann.

Ferner wird am Ausgang des Linearverstärkers (Figur 4) ein Signal abgenommen, das einen Diskriminator kippt, wenn seine Grösse einem Gammaquant mit einer Energie von mehr als 4 MeV entspricht. (Durch diesen Diskriminator wird vermieden, dass die vielen kleinen Impulse im 20-Kanal-Analysator verarbeitet werden, was Verzerrungen im Meßspektrum zur Folge hätte.) Der positive, rechteckförmige Ausgangsimpuls dieses Diskriminators gelangt ebenfalls in die Pile-up-Unterdrückungsapparatur. Dort wird er durch ein RC-Glied differenziert und die negative Spitze des differenzierten Signals von einer Diode abgekappt. Die positive Spitze gelangt über einen Emitterfolger zusammen mit dem Ausgangssignal des Univibrators 2 in eine Antikoinzidenzstufe. An ihrem Ausgang erscheint ein Impuls, falls sich nicht zwei Impulse im Photomultiplier zu rasch folgen. Dieser Impuls steuert dann schliesslich einen

weiteren Univibrator, der seinerseits das Tor am Eingang des 20-Kanal-Analysators öffnet.

Die kürzeste Zeit, innerhalb welcher zwei Impulse noch getrennt werden können – und damit die Wirksamkeit der ganzen Pile-up-Unterdrückung –, wird im wesentlichen durch die Güte der Pulsformung bestimmt. Je nach der Länge des Impulses an der Stelle A (bei einem Eingangssignal von sehr unterschiedlicher Höhe!) muss die Verzögerungszeit des Kabels L gewählt werden, dass sicher noch keine Selbstkoinzidenzen und damit Zählverluste auftreten.

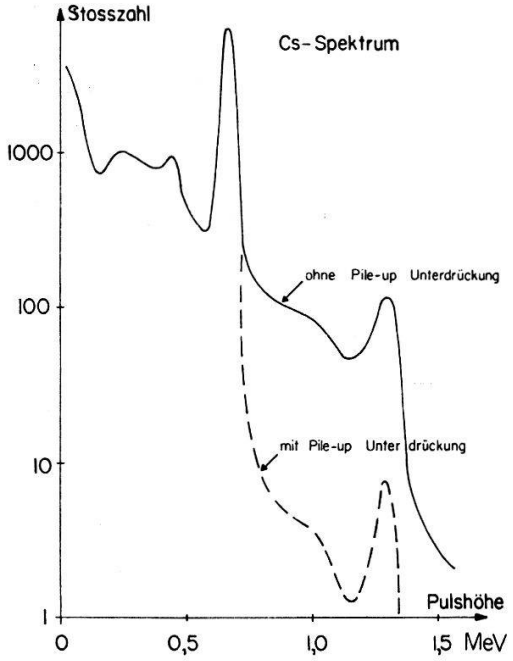

Fig. 7.
Kontrollmessung zur Prüfung der Pile-up-Unterdrückungs-Apparatur.

Figur 7 zeigt ein Caesiumspektrum, das mit und ohne Pile-up-Unterdrückung ausgemessen wurde; es geht daraus hervor, dass die Anzahl der durch Pile-up erzeugten hochenergetischen Impulse um etwa einen Faktor 10 hinuntergedrückt werden kann.

5. Auswertverfahren

5.1. *Störende Effekte*

In dem Teil des Streuspektrums, der zur Bestimmung der Wirkungsquerschnitte der elastischen Streuung verwendet wurde, das heisst im Energiebereich von 7 bis 10 MeV, können sich folgende Effekte störend bemerkbar machen:

1. Kosmischer und allgemeiner Untergrund.

2. In den Abschirmungen, Kollimatoren und der Luft findet eine grosse Anzahl von einfachen und mehrfachen Prozessen statt, die zur Folge haben können, dass hochenergetische Gammaquanten in den Szintillationskristall gelangen.

3. Photo-, Compton- und Paarelektronen.

4. Pile-up niederenergetischer Pulse.
5. In den Streukörpern werden
   a) Neutronen gestreut,
   b) Gammaquanten durch (n, γ)- und $(n, n' \gamma)$-Prozesse erzeugt,
   c) Gammaquanten inelastisch gestreut
   d) und ferner Gammaquanten über Mehrfachprozesse erzeugt.

Der Anteil aus den Gruppen 1 und 2 kann mit genügender Genauigkeit durch eine *Untergrundmessung* eliminiert werden. Bei unveränderter Reaktorleistung und geometrischer Anordnung, aber ohne Streuer im Strahl, wurde zu jeder Messung das Untergrundspektrum bestimmt und vom Streuspektrum subtrahiert (Figur 8).

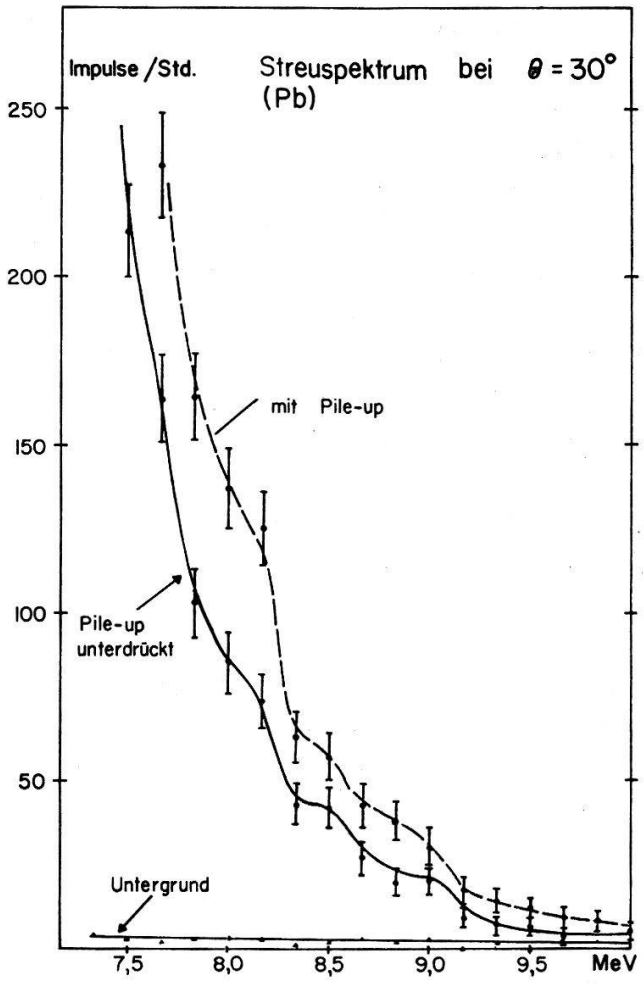

Fig. 8.
Streuspektrum mit und ohne Verwendung der Pile-up-Apparatur, Untergrundspektrum.

Die hauptsächlich in den Streuern erzeugten *Elektronen* werden durch den 2,5 cm dicken Kupferabsorber vor der Kristallkollimation aufgefangen. Es lässt sich nicht vermeiden, dass in diesem Absorber durch den gestreuten Strahl wiederum Elektronen erzeugt werden; ihre Anzahl ist aber so gering, dass sie nicht stören, insbesondere, da ihr Spektrum kontinuierlich, ohne Spitzen ist.

Der Anteil vom *Pile-up* niederenergetischer Pulse ist recht beträchtlich (Figur 8). Er kann aber durch die Pile-up-Unterdrückungsapparatur bis auf etwa einen Zehntel eliminiert werden. Dieser Rest könnte, da die Wirksamkeit der Apparatur bekannt ist, aus einer Differenzmessung – mit und ohne Pile-up-Unterdrückung – ebenfalls berechnet und subtrahiert werden, worauf aber wegen der ungenügenden Statistik zumeist verzichtet wurde.

Gammaquanten können in den Streuern *inelastisch gestreut* werden durch kernresonanten Einfang, wobei der Compoundkern über ein Zwischenniveau zerfällt, und durch Comptoneffekt.

Es ist schwierig, die kernresonante inelastische Streuung genau abzuschätzen; sie ist aber sicher nicht sehr beträchtlich und könnte allerhöchstens bei grossen Streuwinkeln einen störenden Beitrag liefern.

Beim gewöhnlichen Comptoneffekt wird das Elektron, an dem die Streuung stattfindet, als frei betrachtet, und das Quant verliert in jedem Fall soviel Energie, dass es nicht registriert wird.

Tatsächlich findet aber die Streuung nicht am freien, sondern am gebundenen Elektron statt. Dieses gebundene Elektron wird in einem gewissen Prozentsatz aller Fälle einen Teil seines Rückstossimpulses auf den Kern übertragen, und damit wird der Energieverlust des gestreuten Quants kleiner als beim gewöhnlichen Comptoneffekt. Das Spektrum dieser Streustrahlung erstreckt sich nahezu bis zur Grenzenergie der Rayleighstreuung, wo das Atom den ganzen Rückstossimpuls übernimmt. Der Wirkungsquerschnitt dieses wenig bekannten Effekts wurde von Burkhardt [Bu 36] berechnet; neuere Rechnungen wurden für die K-Elektronen in Formfaktornäherung von Randles [Ra 57] durchgeführt.

Nach den Messungen von Standing und Iovanovich [St 62] liefert diese modifizierte Comptonstreuung bei 1,33 MeV den überwiegenden Anteil zum inelastischen Untergrund in der Nähe der elastischen Streulinie. Eine Abschätzung nach der Formel von Randles ergibt hingegen, dass dieser Streuanteil bei 9 MeV vernachlässigbar klein ist.

Es ist zwar zu erwarten, dass das Ergebnis der Randlesschen Rechnungen recht ungenau ist, da er die gleiche Formfaktorapproximation verwendet, wie sie ursprünglich beim Rayleigheffekt gebraucht wurde (vgl. 2.3.), aber man darf seinen Ausführungen entnehmen, dass man auch hier höchstwahrscheinlich eine obere Grenze für den wahren Wirkungsquerschnitt erhält.

Von den *Mehrfachprozessen im Streuer* ist in erster Linie die Bremsstrahlung von hochenergetischen Photo-, Compton- und Paarelektronen von Bedeutung, da ein Quant, selbst wenn es viermal durch Comptoneffekt gestreut wurde, auch im ungünstigsten Fall energetisch noch diskriminiert wird.

Um den störenden Anteil der Bremsstrahlungsquanten wesentlich zu verkleinern, müssten aber die Streuer so dünn gemacht werden, dass die elastischen Wirkungsquerschnitte mit den gegenwärtig erreichbaren Intensitäten in vernünftiger Zeit nicht mehr messbar wären. Reibel und Mann [Re 60] haben bei einer Energie von 7 MeV versucht, diesen inelastischen Anteil durch Verringerung der Streuerdicke auf 1/5 der Strahlungslänge eines 7-MeV-Elektrons im Blei (etwa 0,1 cm) zu beeinflussen – aber ohne Erfolg: Das Verhältnis des inelastischen zum elastischen Anteil blieb sich gleich. Reibel und Mann ziehen aus diesen Experimenten den Schluss, dass der hochenerge-

tische inelastische Anteil nicht das Resultat von primären Bremsstrahlungsprozessen, sondern von irgendwelchen mehrfachen Streuungen sei. Diese Argumentation scheint aber aus zwei Gründen wenig stichhaltig: Erstens ist nicht einzusehen, weshalb der Anteil dieser mehrfachen Prozesse bei so kleinen Streuerdicken weniger abnehmen sollte als die sekundäre Bremsstrahlung, und zweitens kann die Strahlungslänge kaum als das entscheidende Kriterium für die Abnahme der Bremsstrahlung betrachtet werden. (Der mittlere Streuwinkel infolge des Stragglings der Elektronen beträgt zum Beispiel bei einer Streuerdicke von 0,01 cm bereits 20°.)

Eine genaue Berechnung des Bremsstrahlungsspektrums ist – wie aus den Arbeiten über die Bremsstrahlung monoenergetischer Elektronen im dicken Target wohl bekannt ist – sehr schwierig und wegen der vielen Stösse, die bei der Bremsung der Elektronen berücksichtigt werden müssen, auch einer Monte-Carlo-Rechnung auf einem Rechenautomaten schlecht zugänglich. Es gelingt aber, die Form, wenn auch nicht die absolute Grösse dieses Spektrums in der Nähe der Primärenergie relativ einfach zu berechnen, wenn man erstens nur Zweifachprozesse betrachtet und zweitens annimmt, dass die Elektronen vor der Bremsstrahlungsemission so viele Stösse erlitten haben, dass ihre Geschwindigkeitsvektoren isotrop im Raume verteilt sind.

Der Rechengang gestaltete sich mit diesen Annahmen wie folgt: Zuerst wurde aus dem bekannten Ni(n, γ)-Spektrum das primäre Elektronenspektrum unter Berücksichtigung des Photo-, des Compton- und des Paarerzeugungsprozesses bestimmt. Hierauf wurde dieses Spektrum in Intervalle von 100 keV Breite unterteilt und das Bremsstrahlungsspektrum vom höchstenergetischen Intervall (8,9–9,0 MeV) nach der integrierten Schiffschen Formel [Sc 51] berechnet. Diejenigen Elektronen, die ein Bremsstrahlungsquant emittiert hatten, wurden gemäss ihrer verbleibenden Energie dem entsprechenden tieferen Intervall zugeschlagen, währenddem alle übrigen Elektronen durch Ionisation ins nächsttiefere Intervall gelangten. Darauf wurde mit dem nächsten Intervall (8,8–8,9 MeV) analog verfahren, und so fort. Die Bremsstrahlungsspektren der einzelnen Intervalle wurden – mit den entsprechenden Intensitäten gewogen – addiert und schliesslich die Summe noch mit der Antwortfunktion des Szintillationskristalls [Ja 62] gefaltet, um die Pulshöhenverteilung zu erhalten.

5.2. *Analyse der Streuspektren*

Die Analyse der Streuspektren wurde wie folgt durchgeführt: $B(E)$ sei die oben berechnete Funktion für die Abhängigkeit der Bremsstrahlungsintensität von der Pulshöhe, ferner $M_0(E)$ das gemessene «direkte» Ni(n, γ)-Spektrum und $M_\theta(E)$ das gemessene Streuspektrum. In dem Ansatz

$$M_\theta(E) = k_1 M_0(E) + k_2 B(E) \tag{36}$$

wurden dann die beiden Konstanten k_1 und k_2 so bestimmt, dass die Abweichung der rechten Seite von der linken minimal wurde (genauer: die Summe der Quadrate unter Berücksichtigung der durch die Messung gegebenen statistischen Gewichtsfaktoren). In diesem Ansatz ist k_1 die eigentlich interessierende Grösse, da sie direkt proportional zum elastischen Streuquerschnitt ist.

Es zeigte sich bei dieser Analyse aber bald, dass die Funktion $B(E)$ nicht völlig richtig bestimmt worden war, da sie bei höheren Energien (etwa 8,5–9,0 MeV) ver-

hältnismässig zu hohe Werte annahm. Diese Tatsache ist nicht weiter erstaunlich, da die Annahme, dass die Elektronen bei der Bremsstrahlungsemission eine isotrope Geschwindigkeitsverteilung haben, sicher nicht den Tatsachen entspricht: Die hochenergetischen Primärelektronen sind scharf nach vorne gebündelt, die Elektronen, welche hochenergetische Bremsstrahlung emittieren, haben wenig Streuprozesse erlitten, und schliesslich hat auch der Bremsstrahlungs-Wirkungsquerschnitt sein Maximum bei kleinen Winkeln. Ferner mögen auch die nicht berücksichtigten Mehrfachprozesse, die Annihilation im Flug der Positronen und eventuell die primäre inelastische Streuung in dieser Richtung wirken.

Die Funktion $B(E)$ wurde daher empirisch so korrigiert, dass die Anpassung der Spektren unabhängig vom Energieintervall, in dem sie vorgenommen wurde, die gleichen Werte für die Konstante k_1 lieferte. Eine Rechtfertigung für die Richtigkeit dieses Verfahrens ergibt sich daraus, dass man für k_1 annähernd die gleichen Werte erhält, wenn man nur verlangt, dass $M_\theta(E) - k_1 M_0(E)$ eine glatte Funktion der Energie, ohne Spitzen bei 8,5 und 9,0 MeV sein soll.

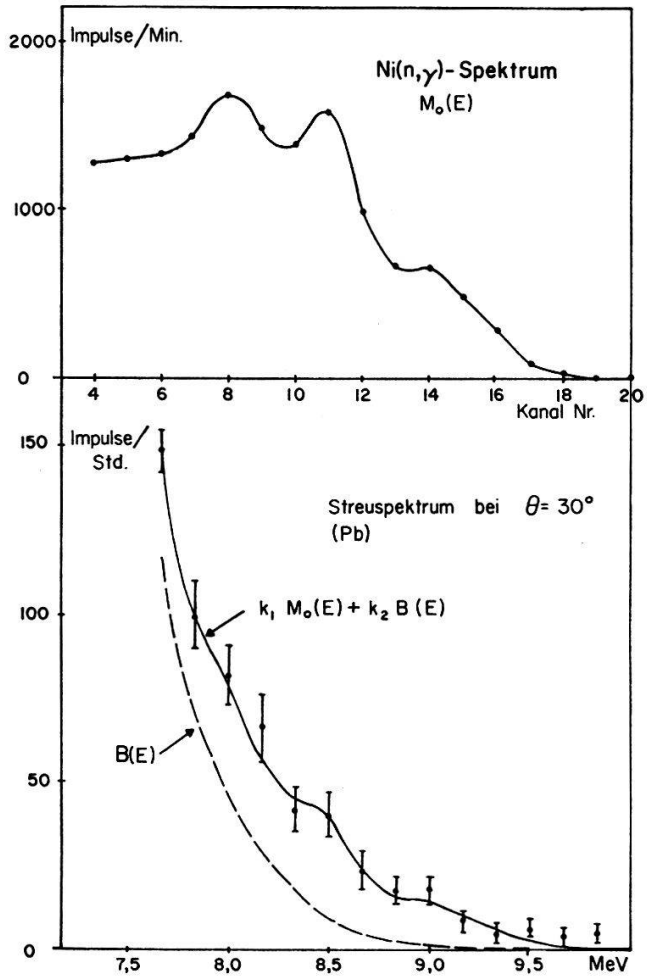

Fig. 9.

Primäres Ni(n, γ)-Spektrum und Streuspektrum. In der untern Hälfte der Figur ist das korrigierte Bremsstrahlungsspektrum (gestrichelte Kurve) und die den Messpunkten angepasste Überlagerung von Bremsstrahlungs- und direktem Spektrum (ausgezogene Kurve) aufgetragen.

In der Figur 9 ist das gemessene Ni(n, γ)-Spektrum sowie das korrigierte Bremsstrahlungsspektrum und die den Messpunkten angepasste Überlagerung $k_1 M_0(E) + k_2 B(E)$ eingezeichnet.

5.3. *Berechnung des elastischen Streuquerschnittes*

Die Anzahl der in der Zeit t_θ elastisch gestreuten, auf den Szintillationskristall auftreffenden Gammaquanten beträgt (vgl. die schematische Figur 3):

$$I_\theta = t_\theta \left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_\theta A_S(\theta)\, A_{\mathrm{Cu}} \int\limits_{Streuer} \Omega^*(x', y', z')\, I(x', y', z')\, N\, dV\,. \tag{37}$$

$d\sigma/d\Omega$ ist der differentielle elastische Streuquerschnitt. $A_S(\theta)$ und A_{Cu} sind Absorptionsfaktoren, die die Absorption im Streuer, bzw. im Kupferabsorber vor der Kristallkollimation berücksichtigen. $\Omega^*(x', y', z')$ ist der effektive Raumwinkel der Kristallkollimationsöffnung, wie ihn das Volumenelement dV sieht. $I(x', y', z')$ ist die Intensität des primären Gammastrahls (Anzahl 9-MeV-Gammaquanten/sec. cm^2).

Bei der Aufstellung der Formel (37) wurde bereits die Tatsache ausgenützt, dass die Winkeldivergenz klein ist und deshalb $d\sigma/d\Omega$ und $A_S(\theta)$ durch ihre Mittelwerte ersetzt und vor das Integralzeichen gezogen werden können.

Da die Dicke des Streuers verhältnismässig gering ist, kann man ohne weiteres über dz' integrieren und erhält:

$$I_\theta = t_\theta \left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_\theta A_S(\theta)\, A_{\mathrm{Cu}}\, N\, d \int \Omega^*(x', y', 0)\, I(x', y', 0)\, dx'\, dy'\,. \tag{38}$$

Der Intensitätsverlauf des Primärstrahls wurde in der (x, y)-Ebene, die senkrecht auf dem Primärstrahl steht, mit einem NaJ (Tl)-Szintillationskristall mit einem Durchmesser von 1 cm ausgemessen und beträgt:

$$I(x, y) = f_\theta\, I\, i(x, y)\,. \tag{39}$$

f_θ bedeutet die Ablesung an einem Monitor. Dieser besteht aus einer Ionisationskammer, die sich in einem benachbarten Kanal des Reaktors befindet. Die Proportionalität der Monitorablesung mit der Strahlintensität (bei verschiedener nomineller Reaktorleistung und «Xenonvergiftung» des Reaktors) wurde in speziellen Messungen überprüft. I ist eine Konstante, die so normiert ist, dass $i(0, 0) = 1$ wird. Damit erhält man:

$$I_\theta = t_\theta f_\theta \left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_\theta A_S(\theta)\, A_{\mathrm{Cu}}\, N\, d\, I \int \Omega^*(x', y')\, i\,(x' \cos\theta, y')\, dx'\, dy'\,. \tag{40}$$

Wenn man den Streuer entfernt und an seine Stelle direkt den Szintillationskristall in den primären Strahl stellt, so beträgt die Anzahl 9-MeV-Gammaquanten, die in der Zeit t_0 auf den Kristall gelangen:

$$I_0^* = A_{\mathrm{Cu}}\, A_{\mathrm{Pb}}\, f_0\, t_0\, I \int\limits_{Koll.} i(x, y)\, dx\, dy\,. \tag{41}$$

A_{Pb} bedeutet den Absorptionsfaktor eines 10 cm dicken Bleiabsorbers, der zur Verringerung der Intensität in den Strahl eingeschoben werden muss. f_0 ist die Monitorablesung entsprechend der verringerten Reaktorleistung (normalerweise 10 kW). Das Integral ist jetzt über die Öffnung der Kristallkollimation zu erstrecken.

In praxi erweist es sich als vorteilhafter, den Kristall nicht am Ort des Streuers aufzustellen, sondern etwa einen Meter weiter hinten (Pos. 0 in Figur 3). Die Anzahl der dann auf den Kristall auftreffenden Quanten I_0 verringert sich gegenüber dem Fall, wo der Kristall am Ort des Streuers steht, um einen Faktor k, der einmal durch eine Messung bestimmt werden muss.

Der Quotient I_θ/I_0 ist gleich der in Abschnitt 5.2 bestimmten Grösse k_1, so dass man als Endresultat erhält:

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_\theta = k_1 \frac{t_0 f_0}{t_\theta f_\theta} \frac{A_{\mathrm{Pb}}\, k}{A_S(\theta)\, N\, d} \frac{\int i(x, y)\, dx\, dy}{\int \Omega^*(x', y')\, i\,(x' \cos\theta, y')\, dx'\, dy'}. \tag{42}$$

Aus dieser Formel kann der gesuchte elastische Streuquerschnitt ermittelt werden, da sämtliche darin auftretenden Grössen entweder direkt gemessen oder berechnet werden können. Die beiden Integrale lassen sich nach geeigneter Umformung ohne weiteres durch numerische Quadratur genügend genau berechnen (die Details dieser Rechnung finden sich bei PARATTE [PA 62]). Im nächsten Abschnitt soll nur noch das Verfahren zur Berechnung der Raumwinkel skizziert werden.

5.4. *Berechnung des Raumwinkels*

Der effektive Raumwinkel $\Omega^*(x', y', 0)$ setzt sich zusammen aus dem geometrischen Raumwinkel $\Omega(x', y')$ und einem weiteren Anteil, der davon herrührt, dass eine bestimmte Anzahl von Gammaquanten durch die Ecken des Kollimators hindurchgelangt.

Bezeichnet man den Radius der Kollimatoröffnung mit R, ihre Länge mit L, den Abstand Streuer–Kristall mit s (vgl. Figur 3) und die Absorptionskonstante des Kollimatormaterials (Blei) für 9-MeV-Gammaquanten mit μ, so erhält man für den geometrischen Raumwinkel eines Punktes auf der Kollimatorachse:

$$\Omega(0, 0) = \frac{\pi R^2}{s^2} \qquad \text{für } R \ll s \tag{43}$$

und nach einiger Rechnung für den effektiven Raumwinkel:

$$\Omega^*(0, 0) = \Omega(0, 0) \left[1 + \frac{2}{\mu s} + \text{ höhere Potenzen in } \frac{1}{\mu s}\right]. \tag{44}$$

Die Näherung ist gut, falls $s\mu \gg 1$ und $\mu L \gg 1$ ist, was bei der verwendeten experimentellen Anordnung der Fall ist.

Dieser effektive Raumwinkel kann ersetzt werden durch den geometrischen Raumwinkel ω eines ideellen Kollimators, dessen Länge auf der Kristallseite gegenüber dem wirklichen Kollimator um die Strecke μ^{-1} verkürzt wurde:

$$\omega(0, 0) = \frac{\pi R^2}{(s-\mu^{-1})^2} = \frac{\pi R^2}{s^2}\left[1 + \frac{2}{\mu s} + \ldots\right]. \tag{45}$$

Es lässt sich ferner zeigen, dass die Beziehung $\Omega^* = \omega$ auch dann in gleicher Näherung gilt, falls der Punkt (x', y') nicht auf der Kollimatorachse liegt.

Für $x'^2 + y'^2 > R^2$ muss auch noch die Durchlässigkeit der vorderen Kollimatorkante berücksichtigt werden, und analoge Überlegungen ergeben, dass in diesem Fall der effektive Raumwinkel durch den geometrischen Raumwinkel jenes ideellen Kollimators ersetzt werden kann, der auch auf der dem Streuer zugewandten Seite um die Strecke μ^{-1} verkürzt wurde.

Der Raumwinkel dieses ideellen Kollimators lässt sich geometrisch bestimmen: Man projiziert vom Punkt $(x', y', 0)$ aus die vordere und die hintere Begrenzungslinie der Kollimatoröffnung auf eine Tangentialebene an die Einheitskugel im Durchstosspunkt mit der Kollimatorachse. Die Fläche, die innerhalb der Projektionen beider Begrenzungslinien liegt, kann mit einem Planimeter ausplanimetriert werden und entspricht direkt dem Raumwinkel.

Dieses Verfahren zur Bestimmung von Raumwinkeln hat sich auch in andern Fällen bestens bewährt, da es bei «engen» Kollimationen ($R \ll s$) auch im Falle komplizierter Kollimatoröffnungen (keine Kreise) sehr rasch und mit guter Genauigkeit zum Ziele führt. Die Richtigkeit der Rechnungen wurde in dem speziellen Fall kontrolliert, indem eine Sb^{124}-Quelle (das Kollimatormaterial hat für die 1,7-MeV-Gammaquanten dieser Quelle ungefähr die gleiche Absorptionskonstante wie für die 9-MeV-Quanten) an den Ort des Streuers gebracht wurde; die Resultate stimmten innerhalb der Fehlergrenzen von 10% überein.

6. Resultate

Die experimentellen Werte für die Wirkungsquerschnitte der elastischen Streuung sind in Figur 10 für Blei und Figur 11 für Uran aufgetragen. Die eingetragenen Punkte entsprechen Mittelwerten aus durchschnittlich sechs voneinander unabhängigen Meßserien. Jede Meßserie umfasste die Messung des direkten $Ni(n, \gamma)$-Spektrums, des Streuspektrums mit und ohne Pile-up-Unterdrückung und des Untergrundspektrums und erstreckte sich über einen Zeitraum von etwa fünf Stunden.

Die Winkeldivergenz ist durch die Grösse des Targets, des Streuers, der Kristallkollimationsöffnung und der gegenseitigen Abstände gegeben. Sie beträgt bei Streuwinkeln von 30° und mehr maximal $\pm$ 5,3°, bei 25° $\pm$ 4,3° und bei 20° $\pm$ 3,1°. In den Figuren sind nicht die maximalen, sondern die mittleren quadratischen Abweichungen vom Sollwert angegeben. Ein systematischer Fehler in der Winkelbestimmung kann von einer schlechten Justierung der Apparatur herrühren, ist aber sicher kleiner als $\pm$ 1°.

Die in den Figuren eingetragenen Fehler in den Wirkungsquerschnitten sind rein statistischer Natur. Die systematischen Fehler lassen sich diskutieren anhand der Formel (42), welche zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte verwendet wurde. Fehler, die von der Messung der Zeiten t_0 und t_θ, von der Streuerdicke d und der Anzahl Streueratome pro Kubikzentimeter herrühren, können vernachlässigt werden. Der Fehler des Quotienten der beiden Gammafluxe f_0/f_θ beträgt höchstens $\pm$ 3%, derjenige aus den beiden Absorptionsfaktoren A_{Pb} und $A_S(\theta)$ höchstens 5%. Der Fehler des Quotienten der beiden Integrale hängt einerseits von der Genauigkeit der Justierung und andererseits von den Vernachlässigungen und Ungenauigkeiten im Rechengang ab; er wird auf höchstens $\pm$ 8% geschätzt.

Der wichtigste systematische Fehler steckt zweifellos in der Bestimmung der Konstanten k_1. Es ist schwierig, seine Grösse abzuschätzen, da bei der Berücksichtigung des nicht-elastischen Anteils doch einige subjektive Momente mitspielen. Man hat bei der Anpassung des direkten Spektrums in das Streuspektrum im wesentlichen mit denselben Schwierigkeiten zu kämpfen, die bereits in früheren Arbeiten, bei der Untersuchung der elastischen Streuung bei niederen Energien, auftraten (vgl. 3.1).

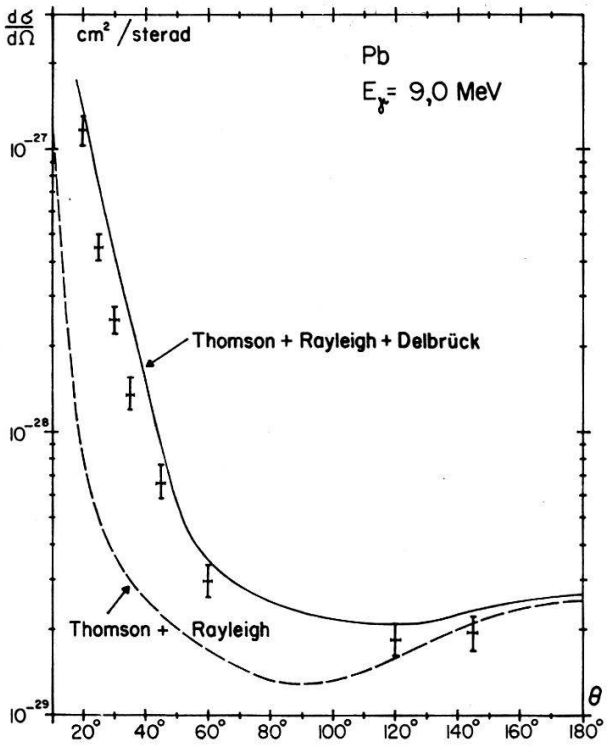

Fig. 10.

Experimentell bestimmte Wirkungsquerschnitte für die Streuung von 9-MeV-Quanten an Blei. Die gestrichelte Kurve gibt den theoretischen Wert für Thomson- und Rayleighstreuung (nach BETHE); in der ausgezogenen Kurve ist zudem der Delbrückeffekt (nach einer Extrapolation aus den Werten ZERNIKS) mit einbezogen.

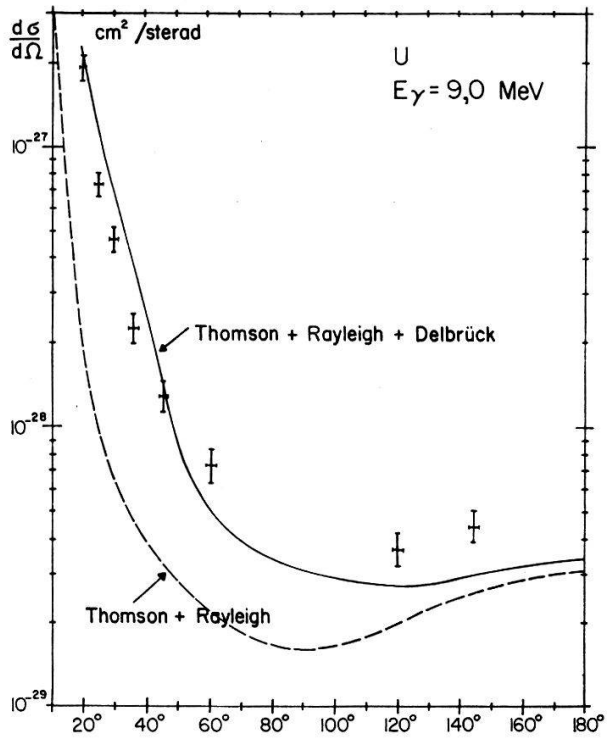

Fig. 11.

Experimentell bestimmte Wirkungsquerschnitte für die Streuung von 9-MeV-Quanten an Uran. Die gestrichelte Kurve gibt den theoretischen Wert für Thomson- und Rayleighstreuung (nach BETHE); in der ausgezogenen Kurve ist zudem der Delbrückeffekt (nach einer Extrapolation aus den Werten ZERNIKS) mit einbezogen.

In jenen Arbeiten differieren die Streuquerschnitte, die die einzelnen Autoren angeben – trotz kleinem statistischen Fehler – um Faktoren 2 und mehr, ganz abgesehen von den älteren Arbeiten, die um Faktoren 10 und mehr abweichen. Da in diesem Experiment bei 9 MeV die Struktur der elastischen Linie im Streuspektrum aber doch deutlich hervortritt, ergibt auch eine eher pessimistische Abschätzung, dass der Fehler in positiver Richtung nicht grösser als 20%, in negativer nicht grösser als 30% sein sollte.

7. Diskussion der Resultate

7.1. *Grosse Streuwinkel (120° und 144°)*

Nach der Formfaktortheorie (vgl. 2.4) ist die Streuamplitude für den Rayleigheffekt bei einem Streuwinkel in der Nähe von 130° etwa 100mal kleiner als diejenige des Kern-Thomson-Effekts und kann somit vernachlässigt werden.

Einzig der Wirkungsquerschnitt für die Kern-Thomson-Streuung kann gegenwärtig genügend genau berechnet werden; man erhält bei $\theta = 130°$ die folgenden Werte:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_T = 1{,}7 \cdot 10^{-29}\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{sterad} \quad \text{für Pb}, \qquad \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_T = 2{,}2 \cdot 10^{-29}\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{sterad} \quad \text{für U}.$$

Der Wirkungsquerschnitt für den Delbrückeffekt ist bei diesen grossen Winkeln nach den Rechnungen von Zernik (vgl. 2.4) klein. Ferner besteht eine Phasenverschiebung von annähernd 90° zwischen den auslaufenden Wellen der Thomson- und der Delbrückstreuung, so dass man keine Interferenzterme erhält. Daraus ergibt sich, dass der Fehler im theoretischen Wirkungsquerschnitt, der Thomson- und Delbrückeffekt umfasst, klein ist, selbst wenn man annimmt, dass der Wirkungsquerschnitt des Delbrückeffekts mit einem Fehler von $\pm$ 50% behaftet ist:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{T+D} = (2{,}2 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-29}\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{sterad} \quad \text{für Pb},$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{T+D} = (2{,}8 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-29}\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{sterad} \quad \text{für U}.$$

Ganz anders geartet ist die Situation, wenn man zudem noch die Streuamplitude der kernresonanten Streuung in die Berechnungen einbezieht: Diese ist von derselben Grössenordnung wie die Thomsonstreuamplitude und interferiert mit dieser destruktiv (vgl. 2.5). Das hat zur Folge, dass selbst ein kleiner Fehler in einer der Amplituden einen sehr grossen Fehler in der kohärenten Überlagerung ergibt. Man erhält als Resultat:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{T+D+K} = (1{,}7^{+0{,}9}_{-1{,}1}) \cdot 10^{-29}\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{sterad} \quad \text{für Pb},$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{T+D+K} = (3{,}3^{+3{,}9}_{-1{,}1}) \cdot 10^{-29}\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{sterad} \quad \text{für U}.$$

Die angegebenen Fehler wurden unter der sicher viel zu optimistischen Annahme berechnet, dass die Streuamplituden des kernresonanten Anteils, die (in 2.5) aus den Absorptionswirkungsquerschnitten mit Hilfe der Dispersionsrelationen bestimmt wurden, auf 20% genau sind.

Die experimentell ermittelten Wirkungsquerschnitte von

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp} = 1{,}9 \cdot 10^{-29}\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{sterad} \quad \text{für Pb}$$

und

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp} = 4{,}0 \cdot 10^{-29}\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{sterad} \quad \text{für U}$$

liegen weit innerhalb der Fehlerschranken, und es ist als reiner Zufall zu werten, dass die Übereinstimmung in beiden Fällen so gut ist.

Ferner ist zu bemerken, dass der Anteil individueller Niveaus bei 9 MeV überhaupt nicht in die Berechnungen mit einbezogen wurde und einen weiteren Anteil unbekannter Grösse liefert.

Somit ergibt sich leider, dass bei diesen schweren Elementen keinerlei Schlüsse über die den theoretischen Berechnungen zugrunde liegenden Annahmen gezogen werden können. Besser ist die Situation bei leichteren Elementen: Da sowohl die Kern-Thomson- wie auch die Delbrückstreuung mit der vierten Potenz der Atomladung abnehmen, darf man hoffen, dort interessante Ergebnisse über den kernresonanten Anteil der Streuung zu erhalten. Die Experimente sollen deshalb in dieser Richtung fortgesetzt werden, besonders auch unter Ausnützung anderer Energien, die durch (n, γ)-Reaktionen erreichbar sind.

7.2. *Kleine Winkel*

In den Figuren 10 und 11 ist die kohärente Überlagerung von Kern-Thomson- und Rayleighstreuung durch eine gestrichelte Kurve dargestellt. Der Rayleigheffekt wurde nach der Formfaktortheorie mit dem Formfaktor von BETHE (vgl. 2.3) berechnet. Obwohl diese Kurve eine obere Grenze für die beiden genannten Effekte darstellt, liegt sie weit unterhalb der Messpunkte. Bei Streuwinkeln um 30° besteht sowohl beim Blei wie auch beim Uran eine Diskrepanz von etwa einem Faktor 10, also viel mehr, als eine noch so pessimistische Fehlerabschätzung ergeben könnte. Für die Differenz muss somit irgend ein weiterer Effekt aufkommen. Die Kernresonanzstreuung kann für den Unterschied, da der Verlauf des Wirkungsquerschnittes in jedem Fall einigermassen isotrop ist, nicht verantwortlich sein. Als weiterer Effekt ist nur die Delbrückstreuung denkbar. Diese Messungen ergeben somit eine Bestätigung für die Existenz dieser Streuung – an der freilich, vom theoretischen Standpunkt aus betrachtet, wenig Zweifel bestanden.

Die Messpunkte liegen zwar etwas unterhalb der ausgezogenen Kurven, in welchen der Anteil des Delbrückeffekts mit eingeschlossen ist; doch kann dieser Unterschied nicht sehr ernst genommen werden, wenn man berücksichtigt, aufgrund welch fragwürdiger Extrapolation (vgl. 2.2) der Delbrück- und der Rayleigheffekt berechnet wurden. Es ist zu hoffen, dass in nächster Zeit weitere theoretische Arbeiten über die Rayleigh- und die Delbrückstreuung veröffentlicht werden, die dann eine bessere Diskussion ermöglichen werden.

Abschliessend möchten wir Herrn Prof. Dr. P. MARMIER für seine grosse Unterstützung und sein stetes Interesse an dieser Arbeit unseren herzlichsten Dank aussprechen. Ferner danken wir der Abteilung «Saphir» des Eidgenössischen Institutes

für Reaktorforschung in Würenlingen für ihre grosszügige Zusammenarbeit und der Kommission für Atomwissenschaft des Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung für finanzielle Unterstützung.

Literaturverzeichnis

[Ac 37] Achieser, A., Pomerantschuk, I., Phys. Z. Sovietunion *11*, 478 (1937).
[Ac 37a] Achieser, A., Phys. Z. Sovietunion *11*, 263 (1937).
[Al 58] Alvarez, L. W., Crawford, F. S., Stevenson, M. L., Phys. Rev. *112*, 1267 (1958).
[Ba 58] Banaigs, J., Eberhard, P., Goldzahl, L., Hara, E., J. phys. rad. *19*, 70 (1958).
[Ba 62] Barashenkov, V. S., Kaiser, H. J., Ogebra, A. A., Phys. Lett. *2*, 33 (1962).
[Be 52] Bethe, H. A., Rohrlich, F., Phys. Rev. *86*, 10 (1952).
[Be 58] Bernstein, A. M., Mann, A. K., Phys. Rev. *110*, 805 (1958).
[Be 60] Bel'skii, S. A., Starodubtsev, S. V., JETP *10*, 700 (1960).
[Bo 39] Bohr, N., Peierls, R. E., Placzek, G., Nature *144*, 200 (1939).
[Bo 62] Booth, E. C., Wright, K. A., Nucl. Phys. *35*, 472 (1962).
[Bo 62a] Boyle, A. J., Hall, H. E., Rep. on Prog. in Phys. *25*, 441 (1962).
[Br 52] Brown, G. E., Woodward, J. B., Proc. Phys. Soc. (London) *A 65*, 977 (1952).
[Br 55] Brown, G. E., Peierls, R. E., Woodward, J. B., Proc. Roy. Soc. (London), *227*, 51 (1955).
[Br 55a] Brenner, S., Brown, G. E., Woodward, J. B., Proc. Roy. Soc. (London) *227*, 58 (1955).
[Br 56] Brown, G. E., Mayers, D. F., Proc. Roy. Soc. (London) *234*, 378 (1956).
[Br 57] Brown, G. E., Mayers, D. F., Proc. Roy. Soc. (London) *242*, 89 (1957).
[Br 59] Brini, D., Fuschini, E., Peli, L., Veronesi, P., Nuovo Cim. *11*, 533 (1959).
[Br 59a] Brini, D., Fuschini, E., Peli, L., Veronesi, P., Nuovo Cim. *11*, 877 (1959).
[Bu 36] Burkhardt, G., Ann. Physik *26*, 567 (1936).
[Ca 55] Capps, R. H., Halliday, W. G., Phys. Rev. *99*, 931 (1955).
[Ci 57] Cindro, N., Ilakovac, K., Nucl. Phys. *5*, 647 (1957).
[Co 54] Cormack, A. M., Phys. Rev. *94*, 1397 (1954).
[Co 55] Cook, J. R., Proc. Phys. Soc. (London) *A 68*, 1170 (1955).
[Co 59] Cohen, S. G., Nuovo Cim. *14*, 931 (1959).
[Co 59a] Cornille, H., Chapdelaine, M., Nuovo Cim. *14*, 1386 (1959).
[Da 53] Davey, W. G., Moon, P. B., Proc. Phys. Soc. (London) *A 66*, 956 (1953).
[Da 53a] Davey, W. G., Proc. Phys. Soc. *A 66*, 1059 (1953).
[Da 58] Danos, M., Nucl. Phys. *5*, 23 (1958).
[De 33] Vgl. Me 33.
[Eb 58] Eberhard, P., Goldzahl, L., Hara, E., J. phys. rad. *19*, 658 (1958).
[Eu 36] Euler, H., Ann. d. Physik *26*, 398 (1936).
[Fr 35] Franz, W., Z. Physik *95*, 652 (1935).
[Fr 36] Franz, W., Z. Physik *98*, 314 (1936).
[Fu 54] Fuller, E. G., Hayward, E., Phys. Rev. *94*, 732 (1954).
[Fu 56] Fuller, E. G., Hayward, E., Phys. Rev. *101*, 692 (1956).
[Fu 58] Fuller, E. G., Weiss, M. S., Phys. Rev. *112*, 560 (1958).
]Fu 58a] Fuller, E. G., Hayward, E., Phys. Rev. Lett. *1*, 465 (1958).
[Fu 62] Fuller, E. G., Hayward, E., Nucl. Phys. *33*, 431 (1962).
[Ge 54] Gell-Mann, M., Goldberger, M. L., Phys. Rev. *96*, 1433 (1954).
[Gi 56] Gindler, J. E., Huizenga, J. R., Phys. Rev. *104*, 425 (1956).
[Go 55] Gomes, Pugh, Frisch, Janez, Phys. Rev. *100*, 1245 (1955).
[Gu 58] Guhl, H., Promotionsarbeit ETH 1958 (nicht veröffentlicht).
[Ha 40] Hamilton, D. R., Phys. Rev. *58*, 122 (1940).
[Ha 54] Hayward, E., Fuller, E. G., Phys. Rev. *95*, 1106 (1954).
[Ha 57] Hayward, E., Fuller, E. G., Phys. Rev. *106*, 991 (1957).
[Ha 58] Hara, E., Banaigs, J., Eberhard, P., Goldzahl, L., Mey, J., J. phys. rad. *19*, 668 (1958).
[Ha 59] Hara, E., Ann. de phys. *4*, 239 (1959).
[He 44] Heitler, W., *The Quantum Theory of Radiation* (Oxford Univ. Press 1944).

[JA 55] JAUCH, J. M., ROHRLICH, F., *Theory of Photons and Electrons* (Addison Wesley Publ. Comp. Cambridge 1955).
[JA 55a] JANEZ, GOMES, FRISCH, PUGH, Phys. Rev. *100*, 1245 (1955).
[JA 61] JARCZYK, L., KNOEPFEL, H., LANG, J., MÜLLER, R., WÖLFLI, W., Nucl. Instr. Meth. *13*, 287 (1961).
[JA 62] JARCZYK, L., LANG, J., MÜLLER, R., WÖLFLI, W., Nucl. Instr. Meth. *17*, 310 (1962).
[KA 50] KARPLUS, R., NEUMANN, M., Phys. Rev. *80*, 380 (1950).
[KA 51] KARPLUS, R., NEUMANN, M., Phys. Rev. *83*, 776 (1951).
[KA 58] KARZAS, W. J., WATSON, W. K. R., ZACHARIASEN, F., Phys. Rev. *110*, 253 (1958).
[KA 59] KALINKIN, B., JETP *9*, 1022 (1959).
[KA 61] KANE, P. P., HOLZWARTH, G. M., Phys. Rev. *122*, 1579 (1961).
[KE 37] KEMNER, N., Helv. Phys. Acta *10*, 112 (1937).
[KE 37a] KEMNER, N., LUDWIG, G., Helv. Phys. Acta *10*, 182 (1937).
[KE 58] KESSLER, P., J. rad. phys. *19*, 739 (1958).
[KI 53] KINSEY, B. B., BARTHOLOMEW, G. A., Phys. Rev. *89*, 375 (1953).
[LA 39] LAMB, W. E., Phys. Rev. *55*, 190 (1939).
[LA 50] LAX, M., Phys. Rev. *78*, 306 (1950).
[LE 50] LEVINGER, J. S., BETHE, H. A., Phys. Rev. *78*, 115 (1950).
[LE 51] LEVINGER, J. S., Phys. Rev. *84*, 523 (1951).
[LE 52] LEVINGER, J. S., Phys. Rev. *87*, 656 (1952).
[LE 60] LEVINGER, J. S., *Nuclear Photodisintegration* (Oxford Univ. Press 1960).
[LI 61] LIPKIN, H. J., Phys. Rev. *123*, 62 (1961).
[LO 54] LOW, F. E., Phys. Rev. *96*, 1428 (1954).
[LO 58] LOVAS, I., Nucl. Phys. *8*, 155 (1958).
[MA 56] MANN, A. K., Phys. Rev. *101*, 4 (1956).
[ME 33] MEITNER, L., KÖSTERS, H., Z. Physik *84*, 144 (1933) (mit Korrekturzusatz von M. DELBRÜCK).
[ME 56] MESSELT, S., STORRUSTE, A., Proc. Phys. Soc. (London) *A 69*, 381 (1956).
[MO 50] MOON, P. B., Proc. Phys. Soc. (London) *A 63*, 1189 (1950).
[MO 58] MOFFAT, J., STRINGFELLOW, W., Phil. Mag. *3*, 540 (1958).
[MO 60] MOFFAT, J., STRINGFELLOW, W., Proc. Roy. Soc. *254* (London), 242 (1960).
[OX 55] OXLEY, C. L., TELEGDI, V. L., Phys. Rev. *100*, 435 (1955).
[PA 62] PARATTE, J.-M., Diplomarbeit ETH 1962 (unveröffentlicht).
[PO 49] POWELL, J. L., Phys. Rev. *75*, 32 (1949).
[PU 54] PUGH, FRISCH, GOMEZ, Phys. Rev. *95*, 590 (1954).
[RA 57] RANDLES, J., Proc. Phys. Soc. (London) *A 70*, 337 (1957).
[RE 60] REIBEL, K., MANN, A. K., Phys. Rev. *118*, 701 (1960).
[RO 52] ROHRLICH, F., GLUCKSTERN, R. L., Phys. Rev. *86*, 1 (1952).
[RO 57] ROHRLICH, R., Phys. Rev. *108*, 169 (1957).
[SC 51] SCHIFF, L. I., Phys. Rev. *83*, 252 (1951).
[SC 55] SCHWEBER, S. S., BETHE, H. A., DE HOFFMANN, F., *Mesons and Fields*, Vol. 1 (Row, Peterson Comp. Evanston 1955).
[SC 57] SCHOPPER, H., Z. Physik *147*, 253 (1957).
[SC 62] SCHUHL, C., Rapport CEA (Saclay 1962).
[SO 58] SOOD, B. S., Proc. Phys. Soc. (London) *A 247*, 375 (1958).
[ST 52] STEARNS, M. B., Phys. Rev. *87*, 706 (1952).
[ST 58] STORRUSTE, A., TJÒM, P. O., Nucl. Phys. *6*, 151 (1958).
[ST 62] STANDING, K. G., IOVANOVICH, J. V., Can. J. phys. *40*, 622 (1962).
[ST 62a] STIERLIN, U., SCHOLZ, W., POVH, B., Z. Physik *170*, 47 (1962).
[TO 52] TOLL, J. S., *Thesis* (Princeton University, Princeton 1952).
[TO 56] TOLL, J. S., Phys. Rev. *104*, 1760 (1956).
[TZ 62] TZARA, C., J. Phys. Rad. *22*, 303 (1961).
[WA 55] DE WAARD, H., Nucleonics *13*, Nr. 7, 36 (1955).
[WI 51] WILSON, R. R., Phys. Rev. *82*, 295 (1951).
[WI 53] WILSON, R. R., Phys. Rev. *90*, 720 (1953).
[ZE 60] ZERNIK, W., Phys. *120*, 549 (1960).