

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 36 (1963)  
**Heft:** V

**Artikel:** Relativistischer Zuwachs der Blasendichte von Spuren schneller Teilchen in einer Freon-Blasenkommer  
**Autor:** Hugentobler, E. / Hahn, B. / Steinrisser, F.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-113391>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Relativistischer Zuwachs der Blasendichte von Spuren schneller Teilchen in einer Freon-Blasenkommer

von E. Hugentobler, B. Hahn und F. Steinrisser

Physik-Institut der Universität Freiburg/Schweiz

(9. I. 63)

**Abstract:** The observation and measurement of a relativistic rise of the bubble density along the path of highly energetic particles in the liquids  $\text{CBrF}_3$ ,  $\text{SF}_6$  and  $\text{C}_3\text{F}_8$  is described. The increase in bubble density from minimum bubble density to the bubble density at  $\gamma = 100$  is  $(32 \pm 5)\%$  in  $\text{CBrF}_3$ ,  $(16 \pm 5)\%$  in  $\text{SF}_6$  and  $\text{C}_3\text{F}_8$ .

Approximative calculations of the energy spectrum of initially bound knock-on electrons show, that a  $\delta$ -ray theory of bubble formation can explain the observed relativistic rise of the bubble density.

## 1. Einleitung

Wir haben in unserer Blasenkommer<sup>6)</sup> mit einem Volumen von zwei Litern die Blasendichte längs den Spuren von  $\pi$ -Mesonen und Protonen in Abhängigkeit der Energie der Teilchen gemessen. Als Kommerflüssigkeiten wurden die drei Freons  $\text{CBrF}_3$ ,  $\text{SF}_6$  und  $\text{C}_3\text{F}_8$  verwendet. In diesen Flüssigkeiten zeigt die Blasendichte in Funktion von  $\gamma$  ( $\gamma$  = totale Energie des Teilchens in Einheiten der Ruhemassenenergie) ein ähnliches Verhalten wie der totale Energieverlust pro Weglänge. Für  $\gamma_{\min} \simeq 4$  durchläuft die Blasendichte ein flaches Minimum, um für  $\gamma > \gamma_{\min}$  wieder anzusteigen (Fig. 5). Dieses Wiederansteigen der Blasendichte wird als relativistischer Zuwachs bezeichnet (siehe Abschnitt 4.3).

Über die Beobachtung eines relativistischen Anstieges  $r$  der Blasendichte in  $\text{CBrF}_3$  von  $r = (30 \pm 5)\%$  in diesem Laboratorium wurde kürzlich berichtet<sup>1)2)</sup>. [Für die Definition von  $r$  siehe Gleichung (20)]. In Propan wurde der Effekt für hochenergetische Elektronen von BLINOV *et al.*<sup>3)</sup> und von ARGAN *et al.*<sup>4)5)</sup> beobachtet.

Dieses Verhalten der Blasendichte für hochenergetische geladene Teilchen ist in zweifacher Hinsicht interessant. Erstens kann die in einer Blasenkommer mit stabili-sierter Empfindlichkeit gemessene Blasendichte über die Energie  $\gamma$  des Teilchens Auskunft geben und kann zusammen mit der Impulsbestimmung durch ein Magnetfeld zur Identifikation von Elementarteilchen beitragen. Zweitens liefert der beobachtete relativistische Zuwachs einen wertvollen Hinweis zur Entwicklung einer Theorie der Blasenbildung, da der Wirkungsquerschnitt für den Elementarprozess, der die Blasenbildung verursachen soll, ebenfalls mit der relativistischen Energie des Primärteilchens ansteigen muss.

In dieser Arbeit wird gezeigt, dass der relativistische Zuwachs der Blasendichte durch den  $\delta$ -Elektronenmechanismus (SEITZ<sup>12)</sup>) erklärt werden kann.

## 2. Experimentelle Methode

### 2.1 Blaskammer

Die verwendete Blaskammer wurde von HAHN *et al.*<sup>6)</sup> beschrieben. Der bei einer Expansion erreichte Enddruck ist auf einen beliebig wählbaren Wert stabilisiert. Die Temperatur der Kammerflüssigkeit wird durch temperaturstabilisiertes Wasser, welches durch Bohrungen im Kammerkörper und im Expansionsgefäß gepumpt wird, geregelt. Die damit erreichte Stabilisierung der Empfindlichkeit (das heisst der Blasendichte von Teilchen konstanter Energie) war sehr gut bei unverändertem Expansionszyklus und konstanter Umgebungstemperatur. Der Tagesgang der Lufttemperatur während eines Experimentes hatte eine langsame Veränderung der Empfindlichkeit zur Folge. Zur Reduktion auf konstante Empfindlichkeit genügt es dann, nach 200 bis 300 Bildern die Blasendichte der Primärteilchen zu bestimmen. Ein merklicher Temperaturgradient in der Kammer war auf die oberste Zone der Kammer beschränkt (Fig. 1).

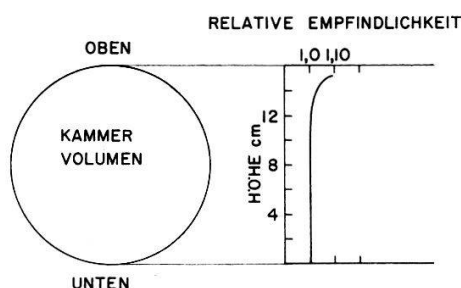


Fig. 1

Variation der Empfindlichkeit für Blaskammerbildung in der Kammer, herrührend von Temperaturgradienten in der Flüssigkeit

Die phototechnische Ausrüstung der Kammer besteht aus 3 Schneider-«Symmar»-Objektiven (Brennweite 105 mm) und 3 Beattie-Magazinen für unperforierten 35-mm-Film und der Länge von 30 m. Die Objektive sind so montiert, dass die optischen Achsen senkrecht zum Blaskammerfenster stehen und die Objektivmittelpunkte ein gleichseitiges Dreieck bilden. Die Magazine führen den zu belichtenden Film in einer zum Kammerfenster parallelen Ebene. Um die Rekonstruktion der räumlichen Koordinaten einer photographierten Blasenspur aus den 3 stereoskopischen Aufnahmen zu ermöglichen, sind auf der Innenseite der Blaskammerfenster feste Marken (Fixpunkte) aus durchsichtigem Araldith angebracht. Diese Marken sind auf den Aufnahmen der Blaskammer sichtbar.

### 2.2 Exposition der Blaskammer und allgemeine Beschreibung der Methode

Die Blaskammer wurde dem 24-GeV/c-Protonenstrahl und dem  $\pi^-$ -Strahl von 16 und 18 GeV/c des Protonsynchrotrons am CERN ausgesetzt. In Tabelle I sind die in der folgenden Untersuchung verwendete ungefähre Anzahl Aufnahmen mit den zugehörigen Daten des Strahles angegeben.

Bei den inelastischen Kollisionen der Primärteilchen mit den Atomkernen der Flüssigkeit und der Kammerwand werden in überwiegender Zahl  $\pi$ -Mesonen und Nukleonen erzeugt. Die geladenen Sekundärteilchen bilden in der Kammer einen

Stern, dessen Zentrum mit dem Ort der Kollision übereinstimmt. In geringerer Zahl werden auch  $K$ -Mesonen und Hyperonen erzeugt. Interessant für unsere Zwecke

Tabelle I

Angabe der Kammerflüssigkeiten mit den zugehörigen Daten des Primärstrahles

Anzahl Bilder	Kammer- flüssigkeit	Teilchenart	Impuls GeV/c	$\gamma - 1$
15 000	CBrF <sub>3</sub>	$p$	24	24,6
1 000	CBrF <sub>3</sub>	$\pi^-$	16	114
1 000	SF <sub>6</sub>	$\pi^-$	18	128
1 000	C <sub>3</sub> F <sub>8</sub>	$\pi^-$	18	128

sind darunter die neutralen Teilchen  $K^0$  und  $\Lambda^0$ . Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zerfallen diese in der Kammer in 2 geladene Teilchen nach dem Schema:

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \quad \Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-.$$

Die geladenen Zerfallsprodukte bilden eine charakteristische V-förmige Spur ( $V^0$ -Teilchen), mit der Spitze gegen einen Stern zeigend. Figur 2 zeigt eine typische Aufnahme eines Sternes mit einem  $V^0$ .

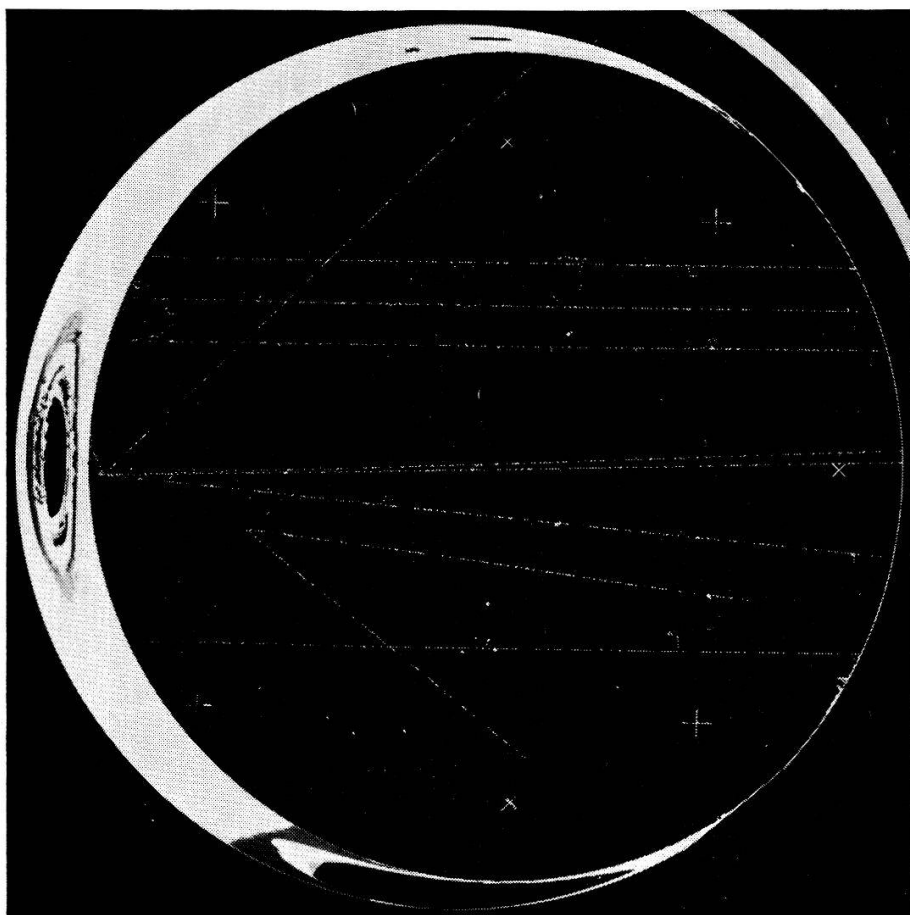


Fig. 2

Blasenkammeraufnahme des Zerfalles eines neutralen K-Mesons nach dem Schema  $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$



Zur Untersuchung des relativistischen Anstieges der Blasendichte verwendeten wir zwei Methoden:

#### *a) $V^0$ -Teilchen-Methode*

Nach dem Impulssatz muss die Flugrichtung des  $K^0$  (oder  $\Lambda^0$ ), und damit der zugehörige Stern, in der Ebene enthalten sein, die von den beiden Ästen des  $V^0$  aufgespannt wird. Hat man auf Grund dieser geometrischen Bedingung ein bestimmtes  $V^0$  einem Stern zugeordnet, so können die beiden Zerfallswinkel des neutralen Teilchens gemessen werden. (Näheres siehe Abschnitt 2.4.)

Aus diesen Zerfallswinkeln, zusammen mit Energie und Impulssatz, berechnet man nun für jede der 3 Interpretationsmöglichkeiten eines  $V^0$ : ( $K^0$ ;  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ), ( $\Lambda^0$ ;  $\pi^-$ ,  $p$ ) und ( $\Lambda^0$ ;  $p$ ,  $\pi^-$ ) die Energien der 3 beteiligten Teilchen. Wir werden sehen, dass für viele Fälle mit grosser Wahrscheinlichkeit nur eine der 3 Interpretationen in Frage kommt.

In diesen Fällen können wir also die Energien der geladenen Zerfallsprodukte eindeutig bestimmen und mit ihren Blasendichten in Beziehung bringen. Die  $V$ -Teilchen-Methode liefert also den Verlauf der Blasendichte in Abhängigkeit von  $\gamma$ .

#### *b) Schauerteilchenmethode*

Von den bei den Kollisionen erzeugten geladenen Teilchen (Schauerteilchen) können wir die Energien nicht einzeln messen. Wir wissen aber, dass ihre mittlere Energie (und damit das mittlere  $\gamma$ ) unter der Energie des Primärteilchens liegt. Für diese Methode ist es vorteilhaft, hochenergetische  $\pi$ -Mesonen als Primärteilchen zu verwenden, deren  $\gamma > 100$  ist.

Die Werte von  $\gamma$  der Schauerteilchen, deren Mehrzahl  $\pi$ -Mesonen sind, liegen dann irgendwie im Intervall  $2 < \gamma < 100$  verteilt. Wir werden sehen, dass die Blasendichte für  $3 < \gamma < 8$  minimal wird (falls überhaupt ein relativistischer Anstieg  $r > 5\%$  existiert). Die mittlere Blasendichte der Schauerteilchen muss dann kleiner sein als die Blasendichte der hochenergetischen Primärteilchen.

Diese Schauerteilchenmethode sagt natürlich nichts aus über den Verlauf der Blasendichte in Funktion von  $\gamma$ . Sie kann nur entscheiden, ob ein relativistischer Anstieg vorhanden ist oder nicht. Da diese Methode sehr rasch ist und die benötigte Anzahl Aufnahmen nur einige Hundert zu sein braucht, ist sie bequem, um verschiedene Flüssigkeiten oder verschiedene Betriebsbedingungen derselben Flüssigkeit untereinander zu vergleichen.

### *2.3 Messung der Blasendichte*

Ein geladenes Teilchen, das die Blaskammer durchquert, erzeugt längs seiner Bahn eine gewisse Zahl von mikroskopischen Blasen (Blasenkeime), von denen diejenigen, welche eine vom Überhitzungsgrad der Flüssigkeit abhängige kritische Grösse überschreiten, innerhalb weniger Millisekunden zu sichtbarer Grösse heranwachsen. Die Blasenspur wird photographisch registriert.

Während der Wachstumszeit können benachbarte Blasen zusammenwachsen. Daher ist die durch Abzählen der auf dem entwickelten Film sichtbaren Blasen bestimmte scheinbare Blasendichte  $g'$  immer kleiner als die physikalisch wichtige Dichte  $g$  der ursprünglich gebildeten Blasen von kritischer Grösse.

Die Betrachtung der Verteilung der Intervalle  $x$  zwischen den Mittelpunkten zweier aufeinanderfolgender makroskopischer Blasen liefert eine direkte Bestimmung von  $g$ .

Da die Bildung der Blasenkeime statistisch unabhängige Ereignisse sind, ist die Verteilungsfunktion  $P(x)$  der Intervalle  $x$  gegeben durch

$$P(x) dx = g e^{-gx} dx. \quad (1)$$

Sind auf einer bestimmten Spur im ganzen  $N$  Intervalle vorhanden, so beträgt die mittlere Anzahl  $N_x$  der Intervalle, welche gleich oder grösser einem bestimmten Intervall  $x$  sind,

$$N_x = N \int_x^{\infty} P(s) ds = N e^{-gx}. \quad (2)$$

Wählt man nun eine beliebige Intervallfolge  $x_1, x_2, \dots, x_k$  mit  $x_1 < x_2 < \dots < x_k$ , so kann man für eine zu messende Spur die Summenhäufigkeiten  $N_1, N_2, \dots, N_k$  bestimmen, wobei  $N_i$  die Anzahl Intervalle mit  $x \geq x_i$  bedeutet. Trägt man in einem Diagramm  $\log N_i$  gegen  $x_i$  auf, so müssen die Punkte nach (2) einer Geraden mit der Steigung  $-g$  folgen. Ein praktisches Beispiel mit  $k = 15$  (Fig. 3) beweist, dass für  $x$  genügend gross gegen den auf dem Film gemessenen Blasendurchmesser  $D$  die Beziehung (2) erfüllt ist.

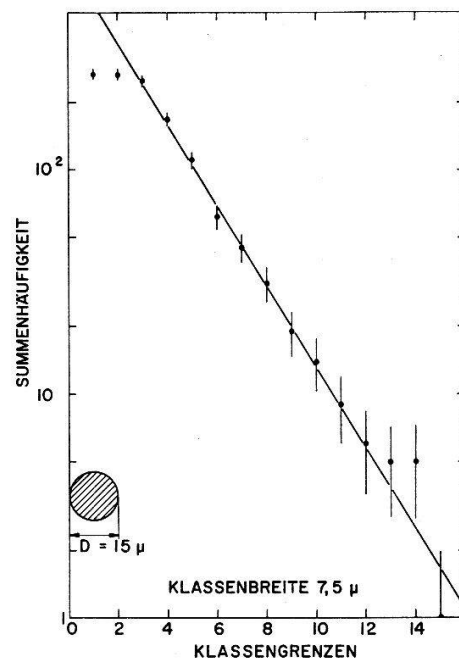


Fig. 3

Beispiel einer Verteilung von Intervallen zwischen aufeinanderfolgenden Blasen. Die Intervalle wurden auf dem Film gemessen und in 15 Klassen eingeteilt. Für Intervalle  $> 1,5 D$  ( $D$  = Blasendurchmesser) ist die Verteilung eine Poissonverteilung

Für eine arithmetische Intervallfolge

$$x_i = x_1 + (i - 1) t, \quad i = 1, \dots, k \quad (3)$$

liefert die Maximum-Likelihood-Methode<sup>7)8)</sup> folgende Schätzung für die Blasendichte  $g$ :

$$e^{-gt} = \frac{N_2 + N_3 + \dots + N_k}{N_1 + N_2 + \dots + N_{k-1}}. \quad (4)$$

Für die relative Streuung von  $g$  folgt:

$$\frac{\sigma_g}{g} = \frac{1}{\sqrt{N_1}} f(g t, k) \quad (5)$$

mit

$$f(g t, k) = \frac{1}{\sqrt{1 - e^{-(k-1)gt}}} \cdot \frac{\sin h(gt/2)}{(gt/2)}.$$

Es wurden zehn Klassen ( $k = 10$ ) gewählt.

Die Funktion  $f(gt, 10)$  hat ein breites Minimum in der Gegend von  $gt = 0,5$ . Für  $0,3 \leq gt \leq 1,0$  ist der Funktionsbereich  $1,00 < f(gt, 10) < 1,05$ . Für jede Blasendichte kann also eine geeignete Klassenbreite  $t$  gewählt werden, so dass  $f(gt) \simeq 1$  und die relative Streuung

$$\frac{\sigma_g}{g} \simeq \frac{1}{\sqrt{N_1}}.$$

Das minimale Intervall  $x_1$  muss so gross gewählt werden, dass die Zählverluste keine Rolle mehr spielen, also etwa  $1,5 D < x_1 < 2 D$ , wenn  $D$  den Blasendurchmesser bedeutet (Fig. 3). Weitere Vergrösserung von  $x_1$  hat keinen Sinn, da dann  $N_1$  unnötig verkleinert wird.

Zur praktischen Messung der Blasendichte einer Spur wurde eine halbautomatische Einrichtung verwendet. Auf dem Kreutztisch eines Leitz-Werkstattmikroskopes ist ein drehbarer Filmhalter montiert, so dass jede Blasenspur parallel zur X-Bewegung des Kreutztisches gerichtet werden kann. Die Meßspindel für die X-Bewegung ist mit einer Lochscheibe gekoppelt. Ein Phototransistor, der sich hinter der Lochscheibe befindet, verwandelt die X-Bewegung in eine Anzahl elektrische Impulse, welche, beliebig untersetzt, einem Zählwerk mit 10 Zählern zugeführt werden. Der Beobachter drückt jedesmal eine Taste, wenn das Zentrum einer Blase durch eine Marke im Okular läuft. Die Summenhäufigkeiten  $N_1, N_2, \dots, N_{10}$  erscheinen in den 10 Zählern und werden mittels einer IBM 26 auf Karten gelocht. Eine Rechenmaschine IBM 7070 berechnet dann schliesslich die Blasendichte samt ihrem relativen Fehler [Gleichungen (4) und (5)].

Da eine Messung der scheinbaren Blasendichte  $g'$  (Auszählen der sichtbaren Blasen) schneller und bequemer ist als die Intervallverteilungsmethode, verwendeten wir die erstere Methode zur Bestimmung der Referenzblasendichte (siehe Abschnitt 2.1) und in der oben behandelten Schauerteilchenmethode. Der dabei anzuwendende Korrekturfaktor

$$k = \frac{g}{g'}$$

wurde experimentell bestimmt und ist in Figur 4 als Funktion von  $g'$  (umgerechnet auf Kammergrösse) dargestellt.

Unter der plausiblen Annahme, dass zwei sich während ihres Wachstums durchdringende Blasen in eine Blase mit leicht vergrössertem Durchmesser verschmelzen, ist  $g'$  einfach die Anzahl der Intervalle pro Zentimeter, welche grösser als der Blasendurchmesser  $D$  sind, also nach (2)

$$g' = g e^{-gD}. \quad (6)$$

Die Kurve I in Figur 4 entspricht dem nach (6) berechneten Korrekturfaktor mit  $D = 15 \mu$  (auf Kammergrösse umgerechnet 0,11 mm).

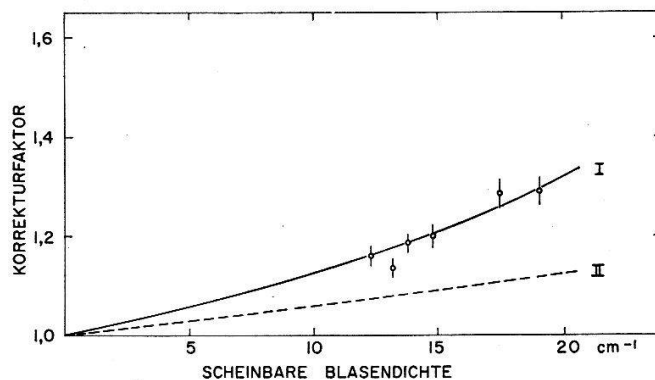


Fig. 4

Korrekturfaktor  $k$  zur Umrechnung der scheinbaren Blasendichte  $g'$ . I bzw. II sind theoretische Kurven, berechnet nach Gleichung (6) bzw. (6a) im Text für einen auf dem Film gemessenen Blasendurchmesser  $D = 15 \mu$

BLINOV *et al.*<sup>3)</sup> geben für den Zusammenhang von  $g'$  und  $g$  die Gleichung

$$g = \frac{1}{D} \log \frac{1}{1 - g' D} \quad (6a)$$

Kurve II in Figur 4 zeigt den nach (6a) berechneten Korrekturfaktor (mit dem gleichen Blasendurchmesser  $D = 15 \mu$ ). Man sieht, dass die experimentellen  $k$ -Werte durch Gleichung (6) viel besser wiedergegeben werden als durch Gleichung (6a). Man kann auch zeigen, dass die Voraussetzung, unter der Gleichung (6a) hergeleitet wird, für Flüssigkeitsblasen sicher nicht erfüllt ist.

#### 2.4 Energiebestimmung der Zerfallsprodukte der $K^0$ und $\Lambda^0$

Ein bestimmtes  $V^0$ -Teilchen können wir kinematisch analysieren, wenn die räumlichen Koordinaten der folgenden 4 Punkte bekannt sind:

- $A_0$  Ort der Kollision eines Primärteilchens (Stern),
- $A_1$  Ort des Zerfalles des  $K^0$  oder  $\Lambda^0$  (Spitze des  $V^0$ ),
- $A_2, A_3$  je eine Blase auf den beiden Ästen des  $V^0$ 's.

Da wir kein Magnetfeld anwenden, rührt die Abweichung der Spuren der geladenen Teilchen von der Geraden nur von der Vielfachstreuung her. Wegen der Genauigkeit der Zerfallswinkel sollen die Punkte  $A_2$  und  $A_3$  möglichst weit von der Spitze des  $V^0$ 's entfernt sein. Andererseits nimmt aber der Einfluss der Vielfachstreuung mit den Abständen  $A_1 A_2$  bzw.  $A_1 A_3$  zu. Man ist also bei der Wahl von  $A_2$  und  $A_3$  zu einem Kompromiss gezwungen.

Die 3 stereoskopischen Aufnahmen des betreffenden Ereignisses werden zunächst auf eine zu den Filmebenen parallelen Zeichenebene so projiziert, dass die Bilder der Fixpunkte auf dem vordern Kammerfenster in der Projektion aufeinanderfallen. Diese Fixpunkte und die den 4 Raumpunkten  $A_0, \dots, A_3$  entsprechenden Punkte auf den 3 Projektionen werden dann auf ein Zeichenblatt eingetragen. Jedem Raumpunkt entsprechen dann 3 Punkte auf dem Papier, deren 6 Koordinaten in einem durch die Fixpunkte definierten Koordinatensystem gemessen werden können.

Die Ausmessung der Zeichenblätter geschieht auf einem Koordinatograph von HAAG-STREIT<sup>10)</sup>, der mit zwei Positionsgebern von GÜTTINGER<sup>11)</sup> ausgerüstet ist, welche bei Betätigen einer Drucktaste die 2 Koordinaten der Messlupe des Koordinatographen mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,1$  mm registrieren und die Information direkt einer Kartenlochmaschine IBM 26 zuführen. Die gestanzten Karten werden dann auf der Rechenmaschine IBM 7070 gemäss einem Rechenprogramm mit folgendem Inhalt weiter verarbeitet:

Aus den zu jedem Raumpunkt  $A_0 \dots A_3$  gehörenden 6 ebenen Koordinaten werden zunächst nach der Methode der kleinsten Quadrate die räumlichen Koordinaten der Punkte  $A_0 \dots A_3$  samt ihren Fehlern berechnet. Die Beziehungen zwischen den ebenen und räumlichen Koordinaten sind rein geometrischer Natur und sollen hier nicht angegeben werden (siehe etwa UNDERHILL<sup>9)</sup>). Zur weiteren Diskussion sollen die räumlichen Koordinaten bzw. ihre Fehler bezeichnet werden mit

$$x_i, \Delta x_i, \quad i = 1, 2, \dots, 12,$$

zum Beispiel  $x_4, x_5, x_6$  bedeuten dann die Koordinaten des Punktes  $A_1$ . Weiter bedeuten

$\mathbf{n}_1$ : Einheitsvektor  $A_0 A_1$ ,

$\mathbf{n}_2$ : Einheitsvektor  $A_1 A_2$ ,

$\mathbf{n}_3$ : Einheitsvektor  $A_1 A_3$ .

Wenn nun der Stern und das  $V^0$  wirklich zusammengehören, dann müssen diese 3 Vektoren innerhalb der Messfehler linear abhängig sein, das heisst das gemischte Produkt

$$C = \mathbf{n}_1 [\mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3]$$

ist ein Mass für die Koplanarität des Ereignisses.

Unabhängig davon, ob die Koplanarität erfüllt ist oder nicht, werden dann die Zerfallswinkel  $\phi_1 = \angle(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2)$  und  $\phi_2 = \angle(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_3)$  berechnet. Für jede der 3 Interpretationen

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \\ \text{b) } \Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-, \\ \text{c) } \Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p \end{array} \right\} \quad (7)$$

werden mit Hilfe des Energie-Impulssatzes die Impulse  $p$ , die Werte für  $\gamma$  und zum Vergleich mit der experimentell bestimmten Vielfachstreuung der Teilchen die Produkte  $p v$  ( $v$  = Geschwindigkeit) der 3 Teilchen berechnet. Die Fehler von  $C$ ,  $p$  und  $\gamma$  werden nach

$$\Delta F^2 = \sum_i \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)^2 \Delta x_i^2$$

berechnet, wobei für  $F$   $C$ ,  $p$  oder  $\gamma$  gesetzt wird.

Um die auf irgendeinem der 3 Stereobilder gemessenen Blasendichten auf die wahren Längen der betreffenden Spuren zu reduzieren, berechnet man noch den Korrekturfaktor

$$\eta = \frac{\text{Länge in der Projektion}}{\text{Wahre Länge}}$$



für alle 3 Projektionen der Spuren  $A_1 A_2$  und  $A_1 A_3$ . Dabei sind die Projektionen auf eine Grösse reduziert, dass die Abstände der Fixpunkte untereinander in natürlicher Grösse erscheinen.

### 3. Ergebnisse der Messungen

#### 3.1 Identifizierung des $V^0$ -Teilchens

Unter 15 000 Bildern (aufgenommen mit  $\text{CBrF}_3$  als Kammerflüssigkeit unter konstanten Bedingungen und mit 24 GeV/c-Protonen als Primärteilchen) wurden 228  $V^0$ -Teilchen ausgewählt und ausgemessen. Es wurden alle Fälle mit  $\Delta C > 70$  mrad ausgeschieden. Die verbleibenden 204 Ereignisse ergaben einen mittleren Wert  $\overline{\Delta C} = 25,5$  mrad  $= 1,5^\circ$ . Unter diesen 204 erfüllten 178 Ereignisse die Bedingung

$$|C| < 2 \Delta C, \quad (8)$$

das heisst es liegen 26 Ereignisse ausserhalb dieser Schranken, während statistisch nur 4,5% oder 9 Fälle ausserhalb obiger Schranken liegen dürfen. Durch die Einschränkung (8) sind wahrscheinlich etwa 17 Fälle zu recht und 9 Fälle zu unrecht verworfen worden. Die zu recht verworfenen Fälle sind diejenigen, bei denen zwischen dem Stern und dem  $V^0$  kein physikalischer Zusammenhang besteht. Da  $C$  für diese Fälle zwischen etwa  $-400$  und  $+400$  mrad gleich verteilt ist, sind den innerhalb den Schranken (8) liegenden 178 Ereignissen noch schätzungsweise 2 bis 3 Ereignisse beigemischt, bei denen Stern und  $V^0$  rein zufällig koplanar sind. Im folgenden betrachten wir nur die den Schranken (8) genügenden 178 Ereignisse.

Es werden im folgenden die drei Interpretationsmöglichkeiten (7) von  $V$ -Teilchen näher diskutiert. Es zeigt sich, dass man allgemein nur zwischen 2 Interpretationen zu entscheiden hat, nämlich zwischen a) und b) oder zwischen a) und c), da in allen Fällen entweder für b) oder für c) die kinetische Energie des Protons so klein ausfiel, so dass sie nicht vereinbar war mit der beobachteten Reichweite.

Auf Grund dieser Reichweitebetrachtung konnte in 71 Fällen sogar b) und c) gleichzeitig ausgeschlossen werden. Bei 4  $V$ -Teilchen stoppte eines der Sekundärteilchen in der Kammer. Auf Grund der Blasendichteänderung längs der Spur des stoppenden Teilchens konnte dieses in den 4 Fällen als Proton identifiziert werden. Diese  $V$ -Teilchen wurden als  $\Lambda^0$  interpretiert.

Von den restlichen 103  $V^0$  konnten 25  $\Lambda^0$  und 7  $K^0$  auf folgende Weise sicher identifiziert werden. Für  $\gamma - 1 < 0,6$  ( $\beta < 0,8$ ) muss die Blasendichte, unabhängig, ob ein relativistischer Anstieg existiert oder nicht, stark zunehmen. Wenn bei einer der verbleibenden Interpretationen ein  $\gamma - 1 < 0,6$  ausfiel, so konnte auf Grund der Blasendichte der betreffenden Spur mit grosser Wahrscheinlichkeit die richtige Wahl getroffen werden.

Von 178 Ereignissen wurden  $78 K^0 + 29 \Lambda^0 = 107 V^0$  identifiziert, das heisst 60% von den 178 koplanaren  $V^0$ , oder etwas weniger als 50% von den gemessenen  $V^0$ .

Ein weiteres Mittel zur Identifikation von  $V^0$ -Teilchen ist im Prinzip die Vielfachstreuung der Sekundärspuren. Wegen der kleinen Anzahl von Messpunkten längs einer Spur wurde jedoch der Fehler der experimentell bestimmten Werte  $p v$  zu gross, um zwischen zwei Interpretationen eines  $V^0$  eindeutig entscheiden zu können. Deshalb wurde die Vielfachstreuung zur Identifikation der  $V^0$  nicht benützt, und auf ihre Messung soll hier nicht eingegangen werden.

### 3.2 Relativistischer Anstieg der Blasendichte in $\text{CBrF}_3$ , $\text{SF}_6$ und $\text{C}_3\text{F}_8$

#### a) $\text{CBrF}_3$

Die Blasendichten der Zerfallsprodukte der identifizierten  $V^0$ -Teilchen wurden mit der in Abschnitt 2.3 besprochenen Intervallverteilungsmethode gemessen und nachträglich mit dem geometrischen Korrekturfaktor  $\eta$  (Abschnitt 2.4) korrigiert. Die Blasendichte der primären Protonen von 24 GeV/c wurde durch Auszählen der Blasen und nachfolgender Korrektur für Zählverluste bestimmt. Die verschiedenen Tiefen der Primärspuren in der Kammer wurden berücksichtigt.

Der Fehler von  $\gamma - 1$  wurde nach Abschnitt 2.4 berechnet und beträgt im Mittel 10 bis 15%. Die Spuren mit relativem Fehler grösser als 30% wurden ausgeschieden.

Der Fehler für die Blasendichte ist zwischen 10 und 15%, und er setzt sich aus dem statistischen Fehler der Blasendichten der Sekundärteilchen (8 bis 14%) und der Primärteilchen (4,5%) zusammen.

Weiter wurde die Energieskala in Intervalle von der mittleren Länge 35% aufgeteilt und die in einem Intervall liegenden Punkte gewichtsmässig gemittelt.  $\pi$ -Mesonen und Protonen wurden bei der Mittelung nicht unterschieden.

Die Mittelwerte sind in Figur 5 samt Fehlern eingetragen. Für die eingezeichneten theoretischen Kurven siehe Abschnitt 4.3, Gleichung (19).

Um die Blasendichten von primären 24 GeV/c-Protonen und primären 16 GeV/c- $\pi$ -Mesonen zu vergleichen, wurde die Schauerteilchenmethode (Abschnitt 2.2) angewandt. Dabei wurde die Blasendichte der Primärteilchen mit der Blasendichte der in Kollisionen erzeugten Schauerteilchen verglichen. Die Blasendichten wurden durch Auszählen mit nachfolgender Zählverlustkorrektur bestimmt. Es wurden nur solche Schauerteilchen berücksichtigt, die auf der Projektion einen kleineren Winkel als  $20^\circ$  mit der Primärrichtung bildeten. Dies bedeutet eine gewisse willkürliche Auswahl der Energie der Sekundärteilchen. Das mittlere  $\gamma$  der benützten Sekundären liegt ungefähr bei  $\gamma = 10$ .

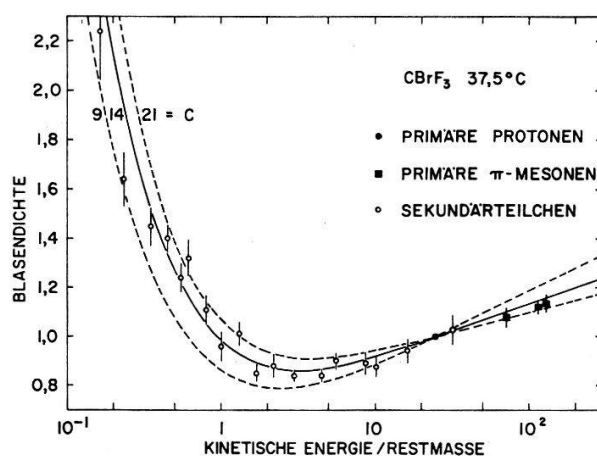


Fig. 5

Relative Blasendichte der Sekundärspuren von  $V^0$ -Zerfällen in Funktion von  $\gamma - 1$  des entsprechenden Teilchens. Für die eingezeichneten Kurven siehe Gleichung (19), Abschnitt 4.3



Tabelle II

Mittelwert der Blasendichte der Sekundärspuren im Verhältnis zu den Mittelwerten der Blasendichte der zugehörigen Primärteilchen

Flüssigkeit	Primärteilchen	$\frac{g_{\text{sekundär}}}{g_{\text{primär}}}$
CBrF <sub>3</sub>	24 GeV/c $p$	$0,933 \pm 0,010$
CBrF <sub>3</sub>	16 GeV/c $\pi^-$	$0,835 \pm 0,015$

In Figur 6 sind als Beispiel die experimentellen Verteilungen der Blasendichten der primären  $\pi^-$ -Mesonen von 16 GeV/c und der zugehörigen Schauerteilchen aufgezeichnet. Da die Sekundärspuren wegen ihrer räumlichen Winkelverteilung auf dem Film etwas verkürzt erscheinen, ist die Blasendichte der Sekundärteilchen systematisch etwas zu hoch. An der auf der Projektion gemessenen Blasendichte der Schauerteilchen ist dafür keine Korrektur angebracht worden.

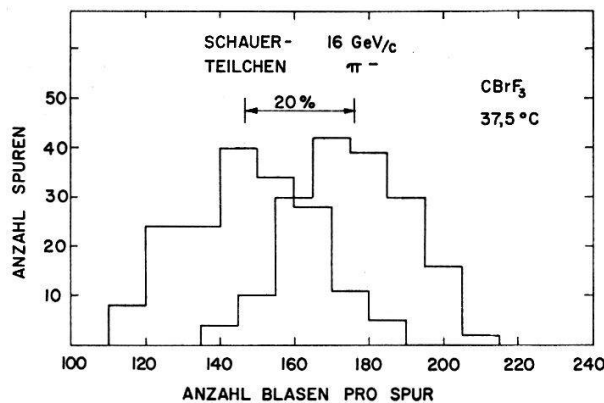


Fig. 6

Experimentelle Verteilungen der Blasendichten von  $\pi^-$ -Mesonen mit dem Impuls 16 GeV/c und der Schauerteilchen

Es wurden jeweils etwa 200 Primärspuren und 200 Sekundärspuren mit je etwa 150 Blasen ausgezählt. Das Verhältnis der Mittelwerte der Blasendichte der Sekundär- und der Primärspuren ist in Tabelle II für beide Arten von Primärteilchen angegeben. Die angegebenen Fehler sind rein statistisch.

Aus den beiden Verhältnissen  $g_{\text{sek}}/g_{\text{prim}}$  aus Tabelle II erhält man

$$\frac{g_{\pi}(16 \text{ GeV/c})}{g_p(24 \text{ GeV/c})} = \frac{g(\gamma = 115)}{g(\gamma = 26)} = 1,120 \pm 0,033$$

unter der Voraussetzung, dass die mittlere Blasendichte der Schauerteilchen für beide Arten Primärteilchen dieselbe ist. Diese Voraussetzung ist gut erfüllt, denn aus der Tatsache, dass die Energie- und Winkelverteilung der Schauerteilchen im Schwerpunktsystem der Kollisionen  $\pi^- + p$  und  $p + p$  praktisch dieselbe ist, kann man folgern, dass das mittlere  $\gamma$  der Schauerteilchen, welche im Laborsystem nach vorn gestreut werden, im Falle  $\pi^- + p$  etwa 20% kleiner ist als im Falle  $p + p$ . Nach Figur 5 entspricht einer  $\gamma$ -Änderung von 20% im Gebiet  $\gamma \cong 10$  einer Änderung der Blasendichte von nur 2%.

Der Fehler von  $g_\pi/g_p$  wurde deshalb aus dem statistischen Fehler (2,2%) und einem Fehler (2%) wegen der Ungewissheit obiger Voraussetzung zusammengesetzt.

Bei diesen Experimenten mit  $\text{CBrF}_3$  betrug die Temperatur der Flüssigkeit  $(37,5 \pm 0,5)^\circ\text{C}$ . Der Stabilisierungsdruck wurde so eingestellt, dass die Blasendichte für die Primärteilchen ungefähr konstant blieb ( $16 < g < 23 \text{ cm}^{-1}$  in Kammer). Die Druckdifferenz  $\Delta p$  (Differenz zwischen dem Dampfdruck und dem Stabilisierungsdruck) lag bei 7,5 atm. Diese kleinen Änderungen der Betriebsbedingungen sind zulässig, da in einer früheren Arbeit<sup>2)</sup> gezeigt wurde, dass der relativistische Anstieg der Blasendichte in  $\text{CBrF}_3$  innerhalb der Messgenauigkeit unabhängig von den Betriebsbedingungen ist.

Aus derselben Arbeit<sup>2)</sup> wurden die relativen Blasendichten der  $\pi^-$ -Mesonen mit den Impulsen von 10 und 17 GeV/c ( $\gamma - 1 = 71, 121$ ) übernommen und in Figur 5 eingetragen.

#### b) $\text{SF}_6$ und $\text{C}_3\text{F}_8$

Da wir mit den Flüssigkeiten  $\text{SF}_6$ ,  $\text{C}_3\text{F}_8$  nicht sehr viele Aufnahmen zur Verfügung hatten, mussten wir uns zur Untersuchung des relativistischen Zuwachses der Blasendichte auf die Schauerteilchenmethode beschränken. Die Primärteilchen waren 18-GeV/c- $\pi^-$ -Mesonen mit  $\gamma = 129$ . In Tabelle III sind die Resultate für die Blasendichteverhältnisse  $g_{\text{primär}}/g_{\text{sekundär}}$  zusammengestellt. Zum Vergleich ist das obige Resultat für  $\text{CBrF}_3$  noch beigelegt.

Tabelle III

Verhältnisse der Mittelwerte der Blasendichte der Primärteilchen und der Sekundärteilchen für verschiedene Flüssigkeiten

Flüssigkeit	$\frac{g_{\text{primär}}}{g_{\text{sekundär}}}$	Primärstrahl	Kammer-temp. $^\circ\text{C}$	$\Delta p$ atm
$\text{CBrF}_3$	$1,198 \pm 0,022$	16 GeV/c $\pi^-$	37,5	7,5
$\text{SF}_6$	$1,097 \pm 0,018$	18 GeV/c $\pi^-$	21,0	6,5
$\text{C}_3\text{F}_8$	$1,087 \pm 0,018$	18 GeV/c $\pi^-$	42,0	5,0

Der relativistische Anstieg der Blasendichte in  $\text{SF}_6$  und  $\text{C}_3\text{F}_8$  ist statistisch gut gesichert. Beide Flüssigkeiten zeigen einen Effekt, der etwa die Hälfte des Anstieges in  $\text{CBrF}_3$  beträgt.

### 4. Energiespektrum der $\delta$ -Elektronen

#### 4.1 Energieaufwand zur Bildung einer Blase von kritischer Grösse

In der Blaskammer wird die Flüssigkeit auf den Stabilisierungsdruck  $p_s$  expandiert. Der Überhitzungsgrad ist dann gegeben durch die Druckdifferenz

$$\Delta p = p_v - p_s, \quad (9)$$

wobei  $p_v$  den Dampfdruck der Flüssigkeit bedeutet.

Eine Dampfblase mit dem Radius  $r$  und dem Innendruck  $p_r$  ist im Gleichgewicht wenn die virtuelle Arbeit  $\delta A$  verschwindet:

$$\delta A = 8 \pi \sigma r \delta r + (p_s - p_r) 4 \pi r^2 \delta r = 0. \quad (10)$$

$\sigma$  ist die Oberflächenspannung der Flüssigkeit gegen ihren Dampf. Wenn man  $p_r$  in erster Näherung (siehe RIEPE *et al.*<sup>13)</sup>) mit  $p_v$  identifiziert, so folgt für den kritischen Radius  $r_c$  aus (9) und (10)

$$r_c = \frac{2 \sigma}{\Delta p}. \quad (11)$$

Sobald ein Blasenradius  $r$  grösser als  $r_c$  ist, kann die Blase ohne äussere Energiezufuhr zu makroskopischer Grösse heranwachsen.

Zur Berechnung der zur Bildung einer Blase nötigen Minimalenergie  $W_m$  machen wir die Annahme, dass die Blase in einer Zeit  $\tau_c \leq \tau_w(r_c)$  die kritische Grösse erreicht, wobei  $\tau_w(r_c)$  die Relaxationszeit der im kritischen Volumen aufgespeicherten Wärmemenge ist, das heisst die Blase soll mindestens so schnell wachsen, als die Wärmeenergie wegdiffundiert. In diesem Fall ist die Blase während ihres Wachstums auf kritische Grösse gegen die übrige Flüssigkeit adiabatisch abgeschlossen.  $W_m$  setzt sich dann zusammen aus den statischen Energietermen für die Oberflächenarbeit, Volumenarbeit und Verdampfungsarbeit<sup>12-15)</sup>

$$W_m = 4 \pi r_c^2 \left( \sigma - T \frac{\partial \sigma}{\partial T} \right) + \frac{4 \pi}{3} r_c^3 (p_s + \varrho_v h), \quad (12)$$

darin bedeuten

- $T$  = absolute Temperatur,
- $r_c$  = kritischer Radius,
- $p_s$  = Stabilisierungsdruck,
- $\varrho_v$  = Dampfdichte,
- $h$  = Verdampfungswärme pro Gramm,
- $\sigma$  = Oberflächenspannung.

Bei unseren Betriebsbedingungen macht der Term  $-4 \pi r_c^2 T \partial \sigma / \partial T$  (Differenz zwischen innerer Energie und freier Energie der Oberfläche) etwa die Hälfte von  $W_m$  aus, während er bei RIEPE *et al.*<sup>13)</sup> vernachlässigt werden konnte. Dynamische Energieterme (kinetische Energie, Reibungsenergie wegen der Viskosität der Flüssigkeit) sind vernachlässigt, da diese nach einer Abschätzung nach RIEPE *et al.*<sup>13)</sup> gegen die statischen Terme klein sind.

Die thermodynamischen Grössen für die Flüssigkeiten  $\text{CBrF}_3$ ,  $\text{SF}_6$  und  $\text{C}_3\text{F}_8$  konnten wir Datenblättern<sup>19)</sup> entnehmen. Die Oberflächenspannungen wurden in unserem Laboratorium mit Hilfe der Steighöhenmethode gemessen.

Die Resultate der Berechnung von  $W_m$  nach (12) sind für bestimmte Betriebsbedingungen in Tabelle IV aufgeführt.

Tabelle IV

Oberflächenspannung  $\sigma$ , kritischer Radius  $r_c$  und die zur Bildung einer kritischen Blase nötigen minimalen Energien  $W_m$  nach Gleichung (12) für die Flüssigkeiten  $\text{CBrF}_3$ ,  $\text{SF}_6$  und  $\text{C}_3\text{F}_8$  bei bestimmten Betriebsbedingungen

Flüssigkeit	$T$ °C	$\Delta p$ atm	$\sigma$ dyn/cm	$W_m$ eV	$r_c$ Å
$\text{CBrF}_3$	37,0	8,3	2,60	185	63
$\text{SF}_6$	21,0	6,5	2,05	200	63
$\text{C}_3\text{F}_8$	42,0	4,8	2,16	390	90

#### 4.2 $\delta$ -Elektronen als Blasenkeime

Ein geladenes Teilchen, das die Flüssigkeit durchquert, gibt in Anregungs- und Ionisationsprozessen Energie an die Flüssigkeitsatome ab. Die räumliche Verteilung dieser Energie hat eine komplizierte Struktur. Ein grosser Teil dieser Energie wird innerhalb kürzester Zeit ( $\ll \tau_c$ ) in Form von Wärme an die Flüssigkeit abgegeben (SEITZ<sup>12</sup>), und diese Wärme kann an einzelnen Stellen der Teilchenspur genügen, um Blasen von kritischer Grösse zu erzeugen. Nach Tabelle IV ist dazu eine lineare Energiedichte von der Grössenordnung  $W_m/r_c \simeq 300 \text{ MeV/cm}$  erforderlich. Das schnelle Primärteilchen hat aber einen mittleren Energieverlust von nur etwa  $3 \text{ MeV/cm}$ . Die Blasenbildung an der Primärspur erscheint dann ausserordentlich unwahrscheinlich. Dagegen sollte es möglich sein, dass die bei den Ionisationsprozessen erzeugten Sekundärelektronen ( $\delta$ -Elektronen), deren kinetische Energie  $E \geq W_m$ , eine genügend grosse Energiedichte liefern. Die Energie-Reichweitebeziehung lautet nämlich für niederenergetische Elektronen in  $\text{CBrF}_3$

$$R = 150 E^2, \quad (13)$$

wobei die Reichweite  $R$  in Å und die kinetische Energie  $E$  in keV gemessen ist. Ein Elektron mit  $E = 1 \text{ keV}$  gibt also praktisch seine ganze Energie im kritischen Volumen ab.

Unter der Hypothese, dass jedes  $\delta$ -Elektron mit  $E > W_m$  mit derselben Wahrscheinlichkeit  $w$  eine kritische Blase bildet, muss die Blasendichte proportional sein zum Wirkungsquerschnitt pro Zentimeter für die Ionisationsprozesse, bei denen das Sekundärelektron eine Energie  $E > W_m$  erhält. Bedeutet  $d\phi/dE$  den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung eines Sekundärelektrons mit einer kinetischen Energie zwischen  $E$  und  $E + dE$ , so ist:

$$g = w \cdot \phi(E > W_m) \quad (14)$$

mit

$$\phi(E > W_m) = \int_{W_m}^{\infty} \left( \frac{d\phi}{dE} \right) dE. \quad (14a)$$

Insbesondere muss dann  $\phi(E > W_m)$  denselben relativistischen Anstieg haben wie die Blasendichte  $g$ .

Wir haben den differentiellen Wirkungsquerschnitt nach zwei verschiedenen Methoden, welche in den beiden nächsten Abschnitten behandelt werden, zu berechnen versucht.

#### 4.3 Ionisationsquerschnitt für isolierte Atome

Der differentielle Ionisationsquerschnitt  $d\phi/dE$  wird additiv aus den entsprechenden atomaren Wirkungsquerschnitten zusammengesetzt, und der sogenannte Dichteeffekt, der durch die Polarisierung des Mediums zustande kommt, wird vollständig vernachlässigt.

Der Ionisationsquerschnitt für ein bestimmtes Atom wurde auf Grund einer Arbeit von MOELLER<sup>16)</sup> über die Theorie des Durchganges schneller Elektronen durch Materie berechnet. Der dort von MOELLER für Elektronen als Primärteilchen abgeleitete Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt der Anregung eines Atom-Niveaus mit der Energie  $E_k \ll mc^2$  gilt für ein beliebiges geladenes Teilchen.

Die Wellenfunktion des Atomes im Anfangs- und Endzustand wurde durch ein Produkt von unrelativistischen Wasserstoffeigenfunktionen mit geeigneten Abschirmzahlen approximiert. Die Abschirmzahlen wurden nach den Slaterschen Regeln<sup>17)</sup> berechnet.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt  $\partial^2 \phi_{nl}^{(i)} / \partial k \partial q$  für den Übergang eines Elektrons des Atomes der Sorte  $i$  aus einem gebundenen Zustand  $nl$  in einen durch die Wellenzahl  $k$  charakterisierten kontinuierlichen Zustand und wobei auf das Atom ein zwischen  $q$  und  $q + dq$  liegender Impuls übertragen wird, kann bei Verwendung von Wasserstoff-Eigenfunktionen analytisch berechnet werden. Weiter ist dann

$$\frac{d\phi_{nl}^{(i)}}{dE} = \int_{q_{min}}^{q_{max}} \frac{\partial^2 \phi_{nl}^{(i)}}{\partial k \partial q} dq,$$

wobei die Wellenzahl  $k$  durch die kinetische Energie  $E$  des  $\delta$ -Elektrons ersetzt wurde. Die Integrationsgrenzen  $q_{min}$  und  $q_{max}$  folgen aus dem Energie-Impulssatz. Das Integrationsgebiet des Impulsübertrages  $q$  wurde nach dem Vorbild von MOELLER durch einen Schnitt bei einem geeigneten  $q_1$  in zwei Gebiete unterteilt:

$$\begin{aligned} \text{Gebiet I} & \quad q_{min} \dots q_1, \\ \text{Gebiet II} & \quad q_1 \dots q_{max}. \end{aligned}$$

$q_1$  kann so gewählt werden, dass der Integrand  $\partial^2 \phi_{nl}^{(i)} / \partial k \partial q$  im Gebiet I durch eine geschlossen integrierbare Funktion von  $q$  genügend genau approximiert werden kann, während die Integration im Gebiet II numerisch ausgeführt werden muss.

Diese Methode hat den Vorteil, dass die Variablen  $E$  und  $\gamma$  separiert werden. Das Resultat der Integration über  $q$  lässt sich, wie die hier nicht durchgeführte ausführliche Rechnung zeigt, schreiben in der Form

$$\frac{d\phi_{nl}^{(i)}}{dE} = \frac{1}{\beta^2} [\log(\gamma^2 - 1) - \beta^2] A_{nl}^{(i)}(E) + \frac{1}{\beta^2} B_{nl}^{(i)}(E). \quad (15)$$

Die Funktionen  $A_{nl}^{(i)}(E)$  und  $B_{nl}^{(i)}(E)$  wurden mit einer Rechenmaschine IBM 7070 für alle Elektronenzustände der Atome H, C, F und S berechnet, während für das Br nur bis zur  $M$ -Schale gerechnet wurde. Für die 7 Elektronen in der  $N$ -Schale des Br wurde der Ionisationsquerschnitt durch seine asymptotische Form (17) ersetzt.



Aus (15) erhält man den differentiellen Ionisationsquerschnitt für eine bestimmte Flüssigkeit

$$\frac{d\phi}{dE} = \sum_{i, n, l} \frac{d\phi_{nl}^{(i)}}{dE}. \quad (16)$$

Der totale Wirkungsquerschnitt  $\phi$  ( $E > W_m$ ) für die Erzeugung von  $\delta$ -Elektronen mit einer minimalen kinetischen Energie  $W_m$  berechnet sich dann aus  $d\phi/dE$  nach Gleichung (14a).

Wenn die Elektronenenergie  $E$  mit dem Ionisationspotential  $I_{nl}^{(i)}$  des Elektrons im Zustand  $nl$  vergleichbar ist, gilt  $B_{nl}^{(i)}/A_{nl}^{(i)} \simeq 8$ . Für zunehmendes  $E$  nimmt  $A_{nl}^{(i)}$  sehr rasch ab, so dass für  $E > 10 I_{nl}^{(i)}$  asymptotisch gilt:

$$A_{nl}^{(i)}(E) \ll B_{nl}^{(i)}(E) \simeq \frac{2 \pi e^4}{m c^2} \cdot \frac{1}{E^2}. \quad (17)$$

Die Wirkungsquerschnitte (14a) und (16) nehmen dann die klassische Form

$$\frac{d\phi}{dE} = \frac{2 \pi e^4}{m c^2 \beta^2} \cdot \frac{N}{E^2}, \quad (18a)$$

$$\phi(E > W_m) = \frac{2 \pi e^4}{m c^2 \beta^2} \cdot \frac{N}{W_m} \quad (18b)$$

an, mit  $N$  = Anzahl Elektronen pro  $\text{cm}^3$  der betreffenden Flüssigkeit.

Die Wirkungsquerschnitte  $d\phi/dE$ ,  $\phi$  ( $E > W_m$ ) schreiben sich nach (15) in der allgemeinen Form

$$f(\gamma) = \frac{a}{\beta^2} [\log(\gamma^2 - 1) - \beta^2] + \frac{b}{\beta^2} \quad (19)$$

mit  $\gamma$ -unabhängigen Grössen  $a$  und  $b$ . Nach (14) sollte auch die Blasendichte  $g(\gamma)$  die Form (19) haben. In Figur 5 sind solche Kurven für verschiedene Werte  $c = b/a$  eingezeichnet (normiert auf 1 bei  $\gamma - 1 = 25$ ).

Die Funktion  $f(\gamma)$  hat bei  $\gamma = \gamma_{min}$  ein Minimum. Der prozentuale relativistische Zuwachs sei definiert durch

$$r = \frac{f(\gamma = 100) - f(\gamma = \gamma_{min})}{f(\gamma = \gamma_{min})} \cdot 100. \quad (20)$$

Die Grössen  $\gamma_{min} - 1$  und  $r$  sind in Figur 7 dargestellt in Funktion des Parameters  $c = b/a$ .

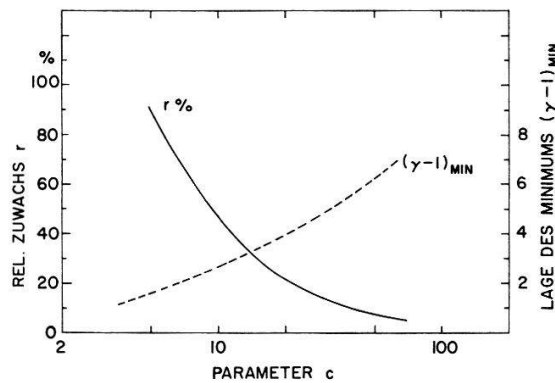


Fig. 7

Relativistischer Zuwachs  $r$  und die Lage des Minimums der Blasendichte in Funktion des Parameters  $c$

Figur 8 zeigt den totalen Wirkungsquerschnitt  $\phi(E > W_m)$  pro Zentimeter für die Flüssigkeit  $\text{CBrF}_3$  bei  $37,5^\circ\text{C}$  und  $\gamma = \gamma_{\min}$ . Zum Vergleich ist in Figur 8 noch der Wirkungsquerschnitt (18b) für freie Elektronen gestrichelt eingezeichnet.

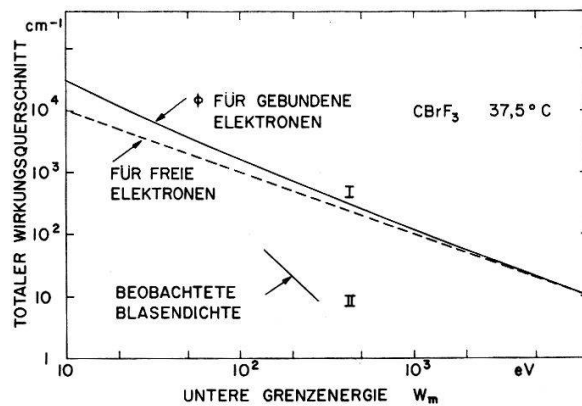


Fig. 8

Kurve I zeigt den totalen Wirkungsquerschnitt  $\phi(E > W_m)$  für die Produktion eines Sekundärelektrons mit der kinetischen Energie  $E > W_m$  durch Primärteilchen der Energie  $\gamma = \gamma_{\min}$ . Der entsprechende Wirkungsquerschnitt für freie Elektronen ist zum Vergleich gestrichelt eingezeichnet. Für Kurve II siehe Abschnitt 5

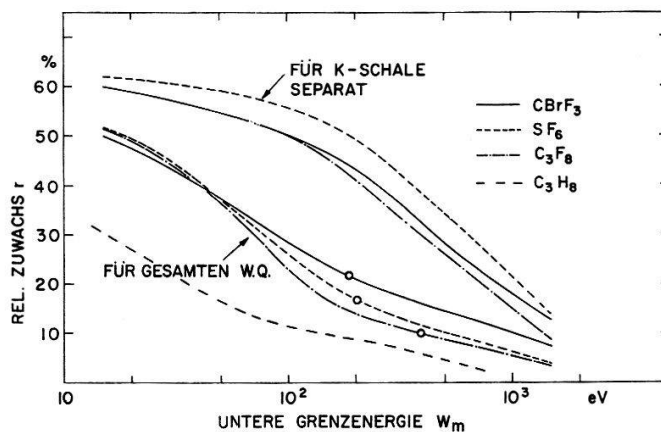


Fig. 9

Relativistischer Zuwachs des totalen Ionisationsquerschnittes  $\phi(E > W_m)$  für die Flüssigkeiten  $\text{CBrF}_3$ ,  $\text{SF}_6$ ,  $\text{C}_3\text{F}_8$  und  $\text{C}_3\text{H}_8$  in Funktion der minimalen kinetischen Energie  $W_m$  des Sekundärelektrons. Für  $\text{CBrF}_3$ ,  $\text{SF}_6$  und  $\text{C}_3\text{F}_8$  ist noch der relativistische Zuwachs des entsprechenden Wirkungsquerschnittes für Ionisation der  $K$ -Schalen eingezeichnet

Für die Flüssigkeiten  $\text{CBrF}_3$ ,  $\text{SF}_6$ ,  $\text{C}_3\text{F}_8$  und  $\text{C}_3\text{H}_8$  (Propan) ist in Figur 9 der relativistische Zuwachs  $r$  von  $\phi(E > W_m)$  in Funktion von  $W_m$  dargestellt. Der relativistische Zuwachs des Wirkungsquerschnittes für Ionisation der  $K$ -Schalen ist für die drei Freons ebenfalls in Figur 9 angegeben.

Die in diesem Abschnitt beschriebenen Rechnungen zeigen, dass ein einfaches Atommodell, welches die Bindung der Elektronen an den Atomkern berücksichtigt, einen relativistischen Anstieg der Ionisationsquerschnitte liefert.



#### 4.4 Ionisationsquerschnitt in einem dichten Medium

In der obigen Berechnung ist der Dichteeffekt, das heisst die Beeinflussung eines Ionisationsprozesses durch die übrigen Atome, vollständig vernachlässigt worden. Zum Zwecke der Bestimmung der Ionisationsquerschnitte  $d\phi/dE$  und  $\phi(E > W_m)$  unter Berücksichtigung des Dichteeffektes wurde versuchsweise eine Arbeit von BUDINI *et al.*<sup>18)</sup> herangezogen.

In der erwähnten Arbeit wird der Energieverlust eines relativistischen geladenen Primärteilchens in einem polarisierbaren Medium berechnet. Das homogene Medium wird durch die Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon(\omega)$  charakterisiert.

Mit Hilfe der Maxwellschen Theorie wird das elektromagnetische Feld der bewegten Ladung berechnet. Der Fluss des Poyntingvektors durch einen Zylinder mit dem Radius  $r$  und der Teilchenbahn als Achse wird dem Energieverlust des Teilchens, verursacht durch die Stösse mit dem Stossparameter  $p > r$ , gleichgesetzt. Damit die Theorie sinnvoll bleibt, darf  $r$  nicht kleiner als  $r_0 =$  mittlerer Atomradius ( $\simeq 10^{-8}$  cm) sein. Die Stösse mit  $p < r$  müssen nach einer atomaren Theorie behandelt werden.

Durch einen geeigneten Ansatz für  $\varepsilon(\omega)$ , der die Dispersions- und Absorptionseigenschaften des Mediums berücksichtigt, gelingt es BUDINI *et al.* den totalen Energieverlust des Primärteilchens explizit in Anregung, Ionisation und Strahlungsverlust aufzuteilen. Formel (78) in der erwähnten Arbeit<sup>18)</sup> gibt den totalen Wirkungsquerschnitt für diejenigen Ionisationsprozesse, wo das Sekundärelektron eine minimale kinetische Energie  $W_m$  überschreitet [unser  $\phi(E > W_m)$ ].

Ausgehend von dieser Formel für den totalen Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von der untern Grenzenergie des Sekundärelektrons berechneten wir den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d\phi/dE$  in CBrF<sub>3</sub> für mehrere Werte von  $E$  zwischen 25 eV und 3 keV und für  $\gamma$  zwischen 1,5 und 3000. Die umfangreichen numerischen Rechnungen konnten wir auf den Rechenmaschinen IBM 1620 und IBM 709 ausführen.

Die berechneten Wirkungsquerschnitte zeigten praktisch keinen relativistischen Anstieg. Der Grund dafür ist wahrscheinlich der folgende:

In Formel (78) der zitierten Arbeit<sup>18)</sup> ist der Wirkungsquerschnitt für die Stösse mit dem Stossparameter  $p < r$  in der asymptotischen Form (18b) angenommen, das heisst die Bindung der Elektronen ist vernachlässigt worden. Berechnet man nun nach BUDINI Formel (74) den Stossparameter  $d_0$ , der zu einem Energieübertrag  $\simeq 100$  eV gehört, so findet man  $d_0 \simeq 4 \cdot 10^{-9}$  cm. Die meisten Stösse, die zum Wirkungsquerschnitt  $\phi(E > 100 \text{ eV})$  beitragen, gehören demnach wahrscheinlich zur Gruppe mit  $p < r$  und sind als Stösse mit freien Elektronen behandelt. Der relativistische Zuwachs des Wirkungsquerschnittes wird daher unterschätzt, wenn man nach BUDINI [Formel (78)] rechnet.

Wenn man hingegen den totalen Energieverlust eines relativistischen Teilchens berechnen will, dann liefert die Theorie von BUDINI gute Resultate, da zum totalen Energieverlust vor allem die Stösse mit dem Stossparameter  $p > r$  beitragen. Für unsere harten Stösse ist es aber wahrscheinlich die bessere Näherung nach der im vorigen Abschnitt besprochenen atomaren Theorie zu rechnen, obwohl dann der Dichteeffekt ganz vernachlässigt wird. Wahrscheinlich spielt dieser erst für  $\gamma > 100$  eine Rolle.

### 5. Diskussion

In Figur 5, welche die experimentelle relative Blasendichte in  $\text{CBrF}_3$  in Funktion von  $\gamma - 1$  enthält, sind Kurven von der Form  $f(\gamma)$  nach Gleichung (19) eingezeichnet (normiert auf 1 bei  $\gamma - 1 = 25$ ). Man sieht, dass die Messpunkte durch eine solche Kurve dargestellt werden können. Als besten Wert für den Parameter  $c$  schätzt man  $c = 14 \pm 3$  (zwei Drittel der Messpunkte liegen innerhalb des durch  $c = 17$  und  $c = 11$  begrenzten Gebietes). Dies entspricht nach Figur 7 einem experimentellen relativistischen Anstieg von

$$r = (32 \pm 5)\% \text{ in } \text{CBrF}_3.$$

Nach Tabelle III ist der experimentelle relativistische Zuwachs der Blasendichte in den Flüssigkeiten  $\text{SF}_6$  und  $\text{C}_3\text{F}_8$  je ungefähr die Hälfte des Zuwachses in  $\text{CBrF}_3$ , also

$$r = (16 \pm 5)\% \text{ in } \text{SF}_6 \text{ und } \text{C}_3\text{F}_8.$$

Nach der in Abschnitt 4.2 aufgestellten Beziehung (14) müssen diese experimentellen Werte mit dem relativistischen Zuwachs der entsprechenden Wirkungsquerschnitte  $\phi(E > W_m)$  übereinstimmen. Geht man mit den Werten von  $W_m$  aus Tabelle IV in Figur 9, so findet man die theoretischen Werte von  $r$ , welche in Tabelle V zusammen mit den experimentellen Werten aufgeführt sind.

Die Übereinstimmung zwischen den experimentellen und den theoretischen Werten ist befriedigend, wenn man die approximative Berechnungsweise des Sekundärelektronenspektrums in Betracht zieht.

Tabelle V

Experimentelle und theoretische Werte für den relativistischen Zuwachs  $r$  in den 3 Flüssigkeiten  $\text{CBrF}_3$ ,  $\text{SF}_6$  und  $\text{C}_3\text{F}_8$

Flüssigkeit	$r\%$ exp.	$r\%$ theor.
$\text{CBrF}_3$	$32 \pm 5$	22
$\text{SF}_6$	$16 \pm 5$	17
$\text{C}_3\text{F}_8$	$16 \pm 5$	10

Man darf auch nicht vergessen, dass nur das primäre  $\delta$ -Elektronenspektrum berechnet wurde, während natürlich die höherenergetischen  $\delta$ -Elektronen ihrerseits wieder weitere Atome ionisieren können, deren  $\delta$ -Elektronen eventuell eine Energie  $E > W_m$  haben usw. Eine Berechnung dieser Ionisationskaskaden ist im Prinzip durchführbar (siehe MOYAL<sup>20</sup>). Die Reichweite von Elektronen, deren Energie den Wert 200 keV übersteigt, ist genügend gross, dass sie längs der Blasen- spur des hochenergetischen Primärteilchens einzeln erkannt werden. Die von ihnen erzeugten Blasen werden bei der Blasendichtemessung auf der Primärspur nicht mitgezählt. Schätzt man nun auf Grund des asymptotischen Ionisationsquerschnittes (18a) die von den primären  $\delta$ -Elektronen mit der kinetischen Energie  $E <$

200 keV erzeugte Anzahl Elektronen ab, so findet man, dass durch die Berücksichtigung dieser sekundären  $\delta$ -Elektronen der theoretisch zu erwartende relativistische Zuwachs höchstens um etwa 1% gesenkt wird.

Als nächstes sollen die absoluten Grössen des Wirkungsquerschnittes  $\phi(E > W_m)$  und der Blasendichte  $g(W_m)$  diskutiert werden. Figur 8 zeigt  $\phi(E > W_m)$  für  $\text{CBrF}_3$  bei  $37,5^\circ\text{C}$  und für Teilchen mit der Energie  $\gamma = \gamma_{\min}$  in Abhängigkeit von  $W_m$ . Andererseits wurde die Blasendichte von Elektronen der Energie 31 MeV ( $\gamma = 60$ ) in  $\text{CBrF}_3$  bei der gleichen Temperatur in Abhängigkeit von  $\Delta p$  gemessen. Damit findet man die in Figur 8 dargestellte Blasendichte in Funktion von  $W_m$ , wenn  $\Delta p$  nach Gleichung (12) in  $W_m$  umgerechnet wird.

Aus dem Vergleich der absoluten Grössen von  $\phi(E > W_m)$  und  $g(W_m)$  folgen unmittelbar die Tatsachen:

- a)  $g(W_m)$  beträgt nur 1 bis 2% von  $\phi(E > W_m)$ ,
- b)  $g(W_m)$  und  $\phi(E > W_m)$  haben verschiedene Abhängigkeit von  $W_m$ , denn im Bereich  $100 \text{ eV} < W_m < 200 \text{ eV}$  gilt:

$$\phi \sim W_m^{-1.2}, \quad (21)$$

$$g \sim W_m^{-2.6}. \quad (22)$$

Mit anderen Worten: Nur etwa 1 bis 2% von allen Elektronen, welche genügend Energie besitzen, um eine kritische Blase zu bilden, verursachen eine kritische Blase.

Punkt b) zeigt, dass die Wahrscheinlichkeit  $w$  dafür, dass ein Elektron mit der kinetischen Energie  $E > W_m$  eine kritische Blase bildet, nicht konstant ist, sondern mit zunehmender Energie  $W_m$  abnimmt. Denn aus den Gleichungen (14), (21) und (22) folgt

$$w(W_m) \sim W_m^{-1.4}. \quad (23)$$

Offenbar ist die Annahme, dass ein niederenergetisches Elektron, das nach der Energie-Reichweitebeziehung (13) eine Reichweite  $\lesssim r_c$  besitzt, seine Energie in genügend kurzer Zeit ( $\ll \tau_c$ ) in Form von Wärme innerhalb des kritischen Volumens abgibt, im allgemeinen nicht erfüllt. Vielleicht spielen die von FANO<sup>21)</sup> für ein spezielles Kristallmodell untersuchten kollektiven Anregungen von ganzen Atomgruppen auch in einer Flüssigkeit eine Rolle. Ein solcher Anregungszustand wäre einer Wärmemenge in einem kleinen Volumen äquivalent und könnte direkt zur Bildung einer kritischen Blase führen. Die Wahrscheinlichkeit für eine kollektive Anregung mit bestimmter Anregungsenergie  $W_m$  würde der Wahrscheinlichkeit  $w(W_m)$  in (23) entsprechen.

Abschliessend lässt sich festhalten, dass der relativistische Zuwachs der Blasendichte durch die  $\delta$ -Elektronen-Theorie befriedigend erklärt werden kann, während die absolute Grösse der Blasendichte noch nicht geklärt ist.

Eine weitere Frage ist der Einfluss des Dichteeffektes auf den relativistischen Anstieg der Blasendichte. Mit Hilfe von hochenergetischen Elektronen, deren  $\gamma$  den Wert 100 übersteigt, könnte experimentell untersucht werden, bei welchem  $\gamma$  die durch den Dichteeffekt hervorgerufene Sättigung der Blasendichte erreicht wird.

Für sein stetes Interesse an dieser Arbeit möchten wir Herrn Professor O. HUBER besonders danken. Den Herren PD. Dr. W. CZAJA, Dr. I. REUSS und Dr. G. W. TEN-

NER danken wir für klärende Diskussionen. Den Blaskammergruppen des CERN und der Ecole Polytechnique, Paris, sowie der Maschinengruppe am PS, CERN, sind wir für die Ermöglichung der Experimente sehr zu Dank verpflichtet.

Die Ausführung der umfangreichen Rechnungen wurde durch die Zuvorkommenheit der IBM, Bern, ermöglicht. Ein grosser Teil der Rechnungen konnte unentgeltlich an den Maschinen IBM 1620 und IBM 709 ausgeführt werden.

Die Mittel wurden grosszügig von der Kommission für Atomwissenschaft (Schweizerischer Nationalfonds) zur Verfügung gestellt.

### Literatur

- <sup>1)</sup> B. HAHN und E. HUGENTOBLE, *Nuovo Cimento* **17**, 983 (1960).
- <sup>2)</sup> B. HAHN, E. HUGENTOBLE und F. STEINRISSER, *Proc. Internat. Conf. on Instrumentation for High-Energy Physics*, distr. by Intersc. Publ. (New London 1960), p. 143.
- <sup>3)</sup> G. A. BLINOV, I. S. KRESTNIKOV und M. F. LOMANOV, *Soviet Phys. JETP* **4**, 661 (1957).
- <sup>4)</sup> P. E. ARGAN, A. GIGLI, E. PICASSO und G. TOMASINI, *Nuovo Cimento* **10**, 177 (1958).
- <sup>5)</sup> P. E. ARGAN, G. BENDISCIDI, A. GIGLI, E. PICASSO und G. PIRAGINO, Preprint.
- <sup>6)</sup> B. HAHN, A. W. KNUDSEN und E. HUGENTOBLE, *Nuovo Cimento* **15**, Suppl. 2, 236 (1960).
- <sup>7)</sup> A. AHMADZADEH, *Nuovo Cimento* **24**, 1 (1962).
- <sup>8)</sup> B. L. VAN DER WAERDEN, *Mathematische Statistik* (Springer-Verlag 1957).
- <sup>9)</sup> L. H. UNDERHILL, *International Meeting on Instruments für the Evaluation of Photographs*, CERN 58-24 (1958), p. 34.
- <sup>10)</sup> Haag-Streit AG, Werkstätten für Präzisionsmechanik, Liebefeld-Bern, Schweiz.
- <sup>11)</sup> Güttinger, *Elektronische Rechenggeräte*, Niederteufen AR, Schweiz.
- <sup>12)</sup> F. SEITZ, *Phys. of Fluids* **1**, 2 (1958).
- <sup>13)</sup> G. RIEPE und B. HAHN, *Helv. Phys. Acta* **34**, 865 (1961).
- <sup>14)</sup> D. V. BUGG, *Progress in Nuclear Physics*, Vol. 7, ed. by O. Frisch (Pergamon Press, London 1959), p. 1.
- <sup>15)</sup> B. ALFREDSSON und T. JOHANSSON, *Arkiv Fysik* **19**, 383 (1961); T. JOHANSSON, *Arkiv Fysik* **19**, 397 (1961).
- <sup>16)</sup> CHR. MOELLER, *Ann. d. Phys.* **14**, 531 (1932).
- <sup>17)</sup> I. C. SLATER, *Phys. Rev.* **36**, 57 (1930).
- <sup>18)</sup> P. BUDINI und L. TAFFARA, *Nuovo Cimento* **4**, 23 (1956).
- <sup>19)</sup> «Freon» Technical Bulletin B-29, E. I. Du Pont de Nemours, Delaware; General Chemical, Sulfur Hexafluorid, Technical Bulletin TB-85602 (1955) und Perfluoropropane, PD-TA-218-4-59, New York 6, N. Y. 40 Rector-Street.
- <sup>20)</sup> J. E. MOYAL, *Nuc. Phys.* **1**, 180 (1956).
- <sup>21)</sup> U. FANO, *Phys. Rev.* **118**, 451 (1960).