

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 33 (1960)
Heft: I

Artikel: Experimentelle Bestimmung der spontanen Photonenschwankungen
Autor: Spescha, G.A. / Strutt, M.J.O.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-113066>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 19.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Experimentelle Bestimmung der spontanen Photonenschwankungen

Mitteilung aus dem Institut für höhere Elektrotechnik
der Eidgenössischen Technischen Hochschule, Zürich

von G. A. Spescha und M. J. O. Strutt

(11. IX. 1959)

Zusammenfassung. Am Anfang wird die Funktionsweise der *p-n*-Halbleiter-Photodiode kurz erläutert. Hierauf werden Messungen über Quantenwirkungsgrad, Dunkelstrom, Linearität, Frequenzgang und Rauschverhalten an einem ausgesuchten Exemplar einer Ge-*p-n*-Photodiode beschrieben. Es zeigt sich, dass diese Photodiode in einem bestimmten Bereich die Eigenschaften des in einer früheren Veröffentlichung «Theoretische Überlegungen zur experimentellen Bestimmung der spontanen Photonenschwankungen»¹⁾ diskutierten Modells eines Photonenempfängers hat. Hierauf werden Rauschmessungen am Photostrom ausgeführt bei Beleuchtung mit rauschmoduliertem Licht. Zur Eichung der Rauschmodulation wird berechnet, wie gross die an die Lampe angelegte Rauschspannung sein muss, damit das nach A. EINSTEIN berechnete auf die Photodiode auftreffende mittlere Schwankungsleistungsquadrat verdoppelt wird. Die gemessenen Werte des Rauschstromquadrates am Photodiodenausgang entsprechen den Erwartungen. Es lässt sich daraus die Gültigkeit der Bose-Einstein-Statistik für die Photonen im Gebiet $h\nu/kT \gg 1$ beweisen.

1. Die Germanium p-n-Photodiode

Um einen für die Bestimmung der spontanen Photonenschwankungen geeigneten Detektor zu finden, wurden mehrere verschiedene Photoleiter untersucht in bezug auf Rauschen und Quantenwirkungsgrad. Die Versuche verliefen erfolglos und wurden aufgegeben zugunsten der Germanium-Photodiode. Wie im folgenden gezeigt wird, hat eine gute Ge-*p-n*-Photodiode in gewissen Grenzen die Eigenschaften, die dem in ¹⁾ beschriebenen Photonenempfänger entsprechen. Um das zu veranschaulichen, soll die Funktionsweise der Ge-*p-n*-Photodiode kurz dargestellt werden.

1.1. Die Photonenabsorption in Germanium

Bei nicht allzu hoch dotiertem Germanium sind bei Zimmertemperatur praktisch alle Störstellen ionisiert. Die Aktivierungsenergie ΔW_i , die gebraucht wird, um ein Elektron aus dem Valenzband in das Leitungsband zu heben, beträgt bei Zimmertemperatur ungefähr

$$\Delta W_i \approx 0,72 \text{ eV}.$$

Trifft ein Photon auf die Kristalloberfläche auf, so wird es entweder reflektiert oder vom Halbleiter absorbiert. (Die Transmission sei zu vernachlässigen.) GOUCHER²⁾ hat gezeigt, dass fast jedes absorbierte Photon mit genügend grosser Energie, so dass $h\nu \geq \Delta W_i$, ein Elektron-Loch-Paar erzeugt. Im Bereich $\Delta W_i \leq h\nu < 2\Delta W_i$ – entspricht dem Wellenlängenbereich $0,86 \mu\text{m} < \lambda < 1,7 \mu\text{m}$ – ist damit zu rechnen, dass etwa 40% der auftreffenden Photonen reflektiert werden. Ferner sind noch kleine Verluste zu berücksichtigen infolge andersartiger Absorptionsvorgänge oder durch sehr rasche Rekombination, so dass das Elektron-Loch-Paar bei einer gegebenen Messmethode nicht registriert werden kann. Es kann daher bei einem Germanium-Photonenempfänger mit einem maximalen Quantenwirkungsgrad von ungefähr 50% gerechnet werden. Wenn der Halbleiter homogen ist, so darf man annehmen, dass jedes auftreffende Photon dieselbe Chance hat, ein Trägerpaar zu erzeugen, da ja die Wellenlänge der Strahlung sehr viel grösser ist als der Atomabstand.

1.2. Die Wirkung des p - n -Kontaktes

Wenn in der Nähe einer in Sperrichtung vorgespannten p - n -Kontaktschicht ein Ladungsträgerpaar erzeugt wird, so bewegt sich der Minderheitsträger rasch auf die andere Seite der Kontaktschicht, worauf der Stromfluss wieder aufhört³⁾⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾. Das heisst, wenn in der Umgebung der Kontaktschicht, so dass die Distanz kleiner ist als die Diffusionslänge des Minderheitsträgers, ein Trägerpaar erzeugt wird, so entsteht dadurch im Diodenkreis ein relativ scharfer Impuls. Seine Fläche (Strom mal Zeit) beträgt e . Aus der Kopplung zwischen den Vorgängen der Photonenabsorption, der Trägererzeugung und der Stromimpulse am Detektorausgang folgt, dass für nicht zu hohe Frequenzen die Fourierdarstellung der absorbierten Strahlung und jene des elektrischen Stromes gleich ist. Die Formeln unterscheiden sich nur durch die Werte $h\nu$, bzw. e .

Die Germaniumphotodiode erfüllt damit die an den idealen Detektor gestellten Bedingungen in einem gewissen Bereich. Unter Berücksichtigung der Reflexionverluste erfüllt sie auch die an den idealen Detektor mit verlustbehafteter Oberfläche gestellten Bedingungen. Wenn man die übrigen Verluste auch als statistisch über Ort und Zeit verteilt annimmt, so darf man die α gemäss Gleichung (43) in¹⁾ zusammenfassen. Die Photodiode entspricht dann immer noch unserem Modell.

1.3. Elektrisches Ersatzschaltbild

Legt man an eine p - n -Diode eine Spannung an in umgekehrter Richtung als in Figur 1 gezeichnet, so fliesst für Spannungen $|U| > 1 \text{ V}$ ein spannungsunabhängiger Sperrstrom $|I_0|$. Derselbe nimmt aber expo-

nentiell mit steigender Temperatur zu. Die gesperrte Diode lässt sich in einem Ersatzschaltbild gemäss Abbildung 2 darstellen.

In Figur 2 bedeuten R_d den differentiellen Widerstand der gesperrten Diode, R_a den Ableitwiderstand, R_z den Zuleitungswiderstand und C die

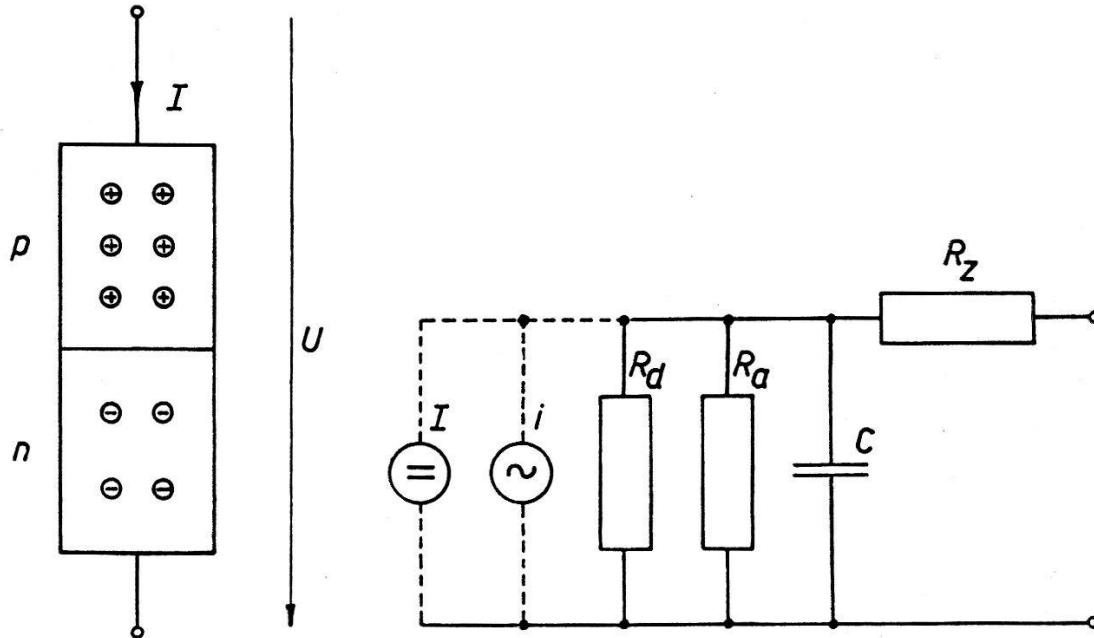


Fig. 1. Positiv gewählte Spannungs- und Stromrichtungen an der TP 50.

Fig. 2
Ersatzschaltbild der in Sperrichtung vorgespannten $p-n$ -Diode.

Summe von Diffusions- und Sperrsichtkapazität. Die Stromquelle I besteht aus der Summe von Sperrstrom und dem meist viel kleineren Ableitstrom, i ist der dazugehörige Rauschstrom.

Wird die Diode ohne Beleuchtung in Sperrichtung vorgespannt, so beträgt der Strom

$$I = -I_0. \quad (1)$$

Da dieser Strom entsteht durch die thermische Erzeugung von Ladungsträgerpaaren in der Sperrsichtgegend, und da diese Erzeugung der Boltzmann-Statistik gehorcht, d. h. für die Abweichung der Anzahl pro Zeitintervall T_0 erzeugten Träger Δn vom Mittelwert \bar{n}

$$\overline{(\Delta n)^2} = \bar{n} \quad (2)$$

gilt, folgt für das zum Sperrstrom I_0 gehörige Rauschstromquadrat $\overline{i_0^2}$:

$$\overline{i_0^2} = 2eI_0\Delta f. \quad (3)$$

Die Ableitung von Gleichung (3) ist analog zur Ableitung von Gleichung (16) in ¹⁾. Gleichung (3) ist experimentell schon häufig bestätigt worden ³⁾ ⁸⁾ ⁹⁾.

Wird die Diode beleuchtet, so entsteht durch die zusätzliche Trägerpaarerzeugung ein Strom I_p , welcher sich zum Sperrstrom addiert, so dass jetzt der gesamte Strom

$$I = - (I_0 + I_p) \quad (4)$$

beträgt. Das gesamte Rauschstromquadrat beträgt jetzt

$$\overline{i^2} = \overline{i_0^2} + \overline{i_p^2}, \quad (5)$$

denn die beiden Rauschquellen sind voneinander unabhängig. Wenn die Statistik der Trägererzeugung infolge von Photonenabsorption den Schwankungsfaktor γ aufweist, d. h. $(\Delta n)^2 = \gamma \bar{n}$, so muss demzufolge das Rauschstromquadrat des Photostromes

$$\overline{i_p^2} = 2 e I_p \gamma \Delta f \quad (6)$$

sein. Denn γ ist der Schwankungsfaktor der absorbierten Strahlung und somit der Schwankungen bei der Trägerpaarerzeugung. Der Zusammenhang zwischen dem Schwankungsfaktor μ der einfallenden Strahlung, dem Quantenwirkungsgrad α des Detektors und dem Schwankungsfaktor γ des Detektorausgangssignales kann durch Gleichung (38) in ¹ ausgedrückt werden:

$$\gamma = 1 + \alpha (\mu - 1) \quad (7)$$

Die Gültigkeit der Gleichungen (6) und (7) soll im folgenden experimentell bewiesen werden.

2. Messungen an einer ausgesuchten Photodiode

Für alle im folgenden beschriebenen Messungen wurde eine Photodiode vom Typ TP 50 von Siemens verwendet. Das betreffende Exemplar, mit Nr. 20 bezeichnet, wurde aus vielen Photodioden vom gleichen Typ und ähnlichen Typen anderer Firmen ausgesucht in bezug auf niedriges Rauschen, kleinen Dunkelstrom und hohen Wirkungsgrad. Die TP 50 ist eine gezogene $p-n$ -Diode, bei welcher das Licht durch eine Öffnung im Gehäuse (mit einer Art Linse verschlossen) seitlich auf die Sperrsicht fällt.

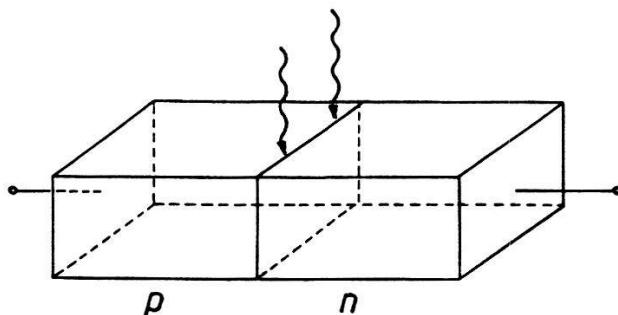


Fig. 3

Prinzip des Aufbaues einer TP 50.
Das Licht fällt seitlich auf die Sperrsicht.

2.1. Wirkungsgrad und Dunkelstrom

Unmittelbar auf dem Diodenfenster aufliegend wurde ein dünnes Blech montiert mit einer rechteckigen Öffnung von $0,930 \text{ mm} \times 0,455 \text{ mm}$. Die Stellung dieser (mit Nr. 9 bezeichneten) Blende wurde so gewählt, dass bei einem senkrecht zum Fenster einfallenden Lichtstrahl die Quantenausbeute möglichst hoch ist. (Rechteckfläche möglichst über der Sperrschichtzone.) Als Lichtquelle wurde eine geeichte Anordnung von Wolframbandlampe, Linsen und einem Interferenzfilter verwendet. An einer bestimmten Stelle betrug die Strahlungsintensität $3,9 \cdot 10^{-5} \text{ W/mm}^2$ bei einer mittleren Wellenlänge $\lambda = 1,493 \mu\text{m}$ und einer Halbwertsbreite $\Delta\lambda \approx 0,030 \mu\text{m}$. Mit dieser Anordnung wurde der Quantenwirkungsgrad α der TP 50 Nr. 20 bestimmt zu

$$\alpha = 0,36.$$

Die Sperrspannung betrug dabei $U = -10 \text{ V}$, wie in allen folgenden Messungen; die Grösse der Sperrspannung ist aber ohne nennenswerten Einfluss auf alle Messresultate.

Der Verlauf von α über λ wurde dem Datenblatt der TP 50 entnommen und die Kurve auf den Wert 0,36 bei $\lambda = 1,49 \mu\text{m}$ normiert. Die Genauigkeit dieser Kurve ist nicht wesentlich für die folgenden Messungen.

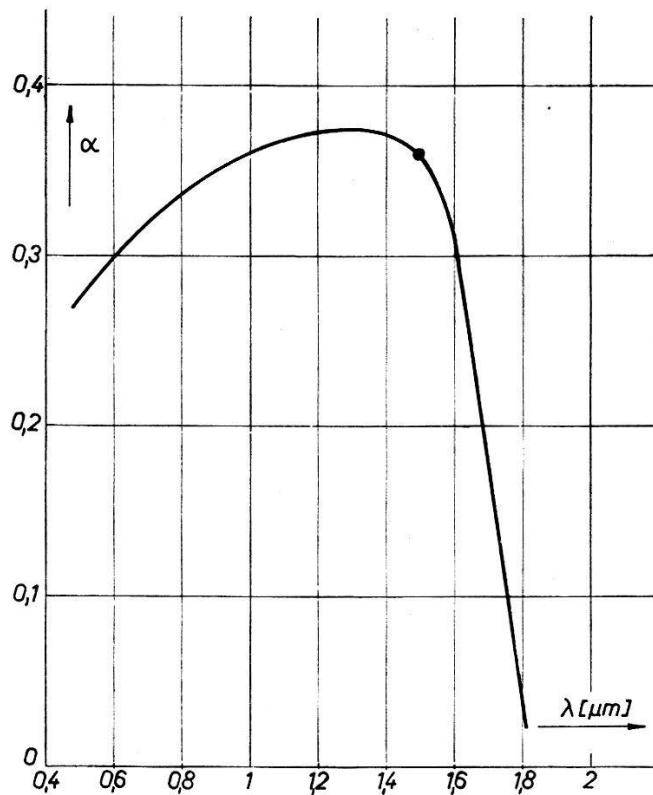


Fig. 4

Verlauf des Quantenwirkungsgrades α über die Lichtwellenlänge λ . Kurve nach Datenblatt der TP 50, normiert auf den Wert 0,36 bei $\lambda = 1,49 \mu\text{m}$, gemessen an der TP 50, Nr. 20.

Der Dunkelstrom der TP 50 beträgt bei $T = + 21^\circ\text{C}$ und $U = - 10\text{ V}$:

$$I_0 = 1,15 \mu\text{A}.$$

2.2. Linearität

Die Linearität des Zusammenhangs zwischen auftreffender Strahlungsleistung und abgegebenem Strom des Detektors, eine Voraussetzung der statistischen Absorptionstheorie, wurde mittels des Abstandsgesetzes überprüft. Wie Figur 5 zeigt, ist die erforderliche Linearität bei Photoströmen bis zu $25 \mu\text{A}$ (und noch viel weiter) vorhanden.

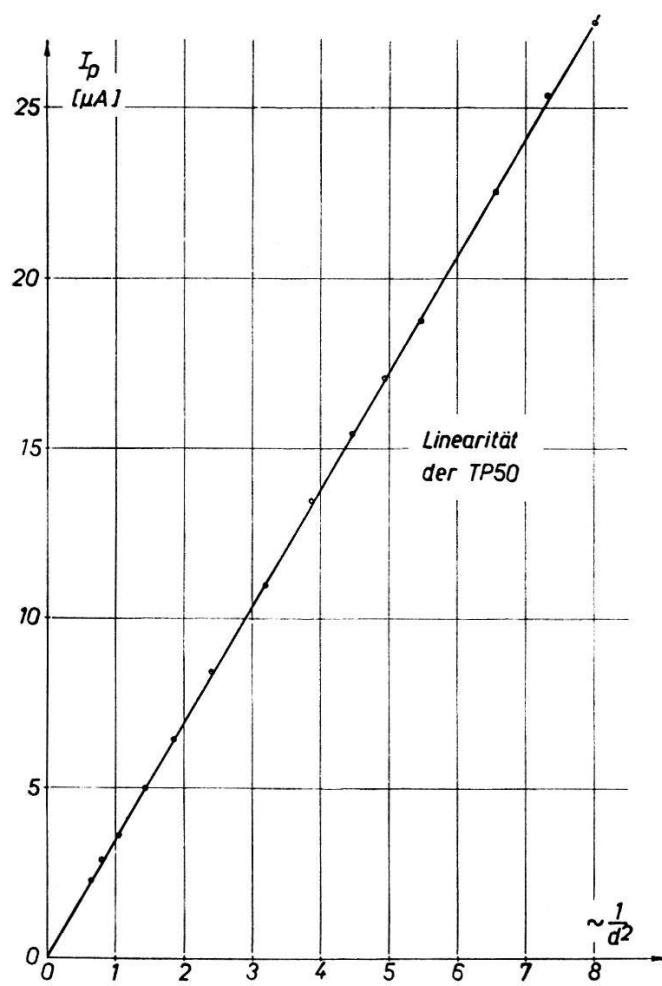


Fig. 5

Photostrom I_p der TP 50 als Funktion des Abstandes d zwischen Lampe und Photodiode.

2.3. Frequenzgang

Der Frequenzgang der TP 50 wurde untersucht, indem das Licht zwischen Lampe und Diode mittels einer Unterbrecherscheibe zu 100% moduliert wurde. Die Grundharmonische des Kurzschlussphotostromes wurde als Funktion der Unterbrecherfrequenz gemessen. Siehe Figur 6.

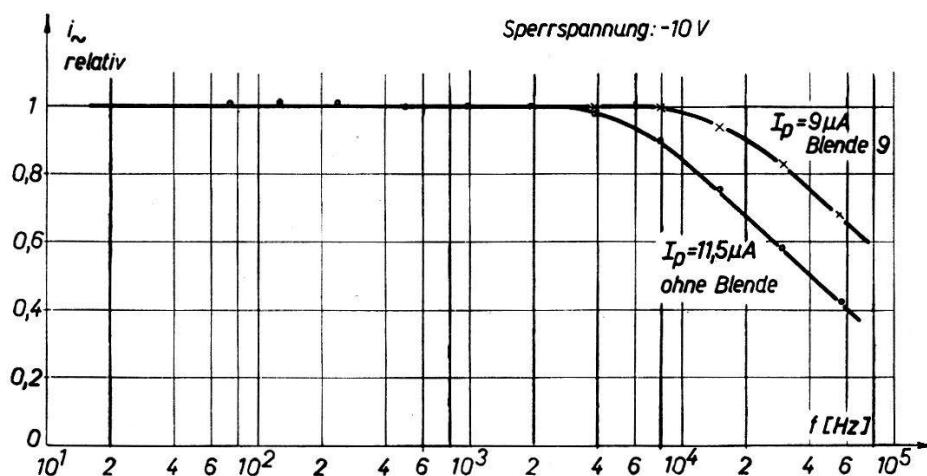
Frequenzgang der TP 50

Fig. 6

Relative Frequenzempfindlichkeitskurve der TP 50. Sperrspannung $U = -10$ V, Modulationstiefe 100%, Belastung praktisch Kurzschluss. Messung mit Blende in optimaler Stellung und ohne.

Die Messung bei Beleuchtung des ganzen Photodiodenfensters – ca. $2 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$ – zeigt einen stärkeren Frequenzabfall als die Messung mit der aufgesetzten Blende. Der Grund dafür scheint darin zu liegen, dass für die weit von der Sperrsicht entfernt erzeugten Minoritätsträger die Diffusionszeit bis zum Erreichen der Sperrsicht in Rechnung zu ziehen ist. Berechnung der Diffusionszeiten mit Hilfe von charakteristischen Halbleitergrößen für Germanium- $p-n$ -Dioden führt auf solche Größenordnungen, dass der beobachtete Frequenzgang dadurch erklärt werden kann.

Die Bestimmung der Größen des Ersatzschaltbildes (Fig. 2) ergibt für die TP 50 Werte von den Größenordnungen $R_d R_a / (R_d + R_a) \approx 100 \text{ M}\Omega$, $R_z \leq 100 \Omega$, $C \approx 10 \div 20 \text{ pF}$. Dadurch lässt sich der gemessene Frequenzgang des Kurzschlußstromes nicht erklären. Derselbe scheint vielmehr wesentlich durch die Geometrie der Beleuchtung bedingt zu sein.

2.4. Rauschen

Für alle Rauschmessungen wurde die in Figur 7 dargestellte Rauschmessanlage benutzt. Diese weist 12 schmalbandige Filter auf mit mittleren Frequenzen von 70 Hz bis 100 kHz. Genauere Angaben finden sich in ¹⁰⁾.

Der Rauschstrom der TP 50 wurde gemessen bei Beleuchtung des ganzen Fensters mit Licht, das von einer Wolframbandlampe herrührte. Der Schwankungsfaktor μ der in der Diode wirksamen Strahlung betrug daher $\mu = 1$, unter Voraussetzung von Einsteins Gleichung.

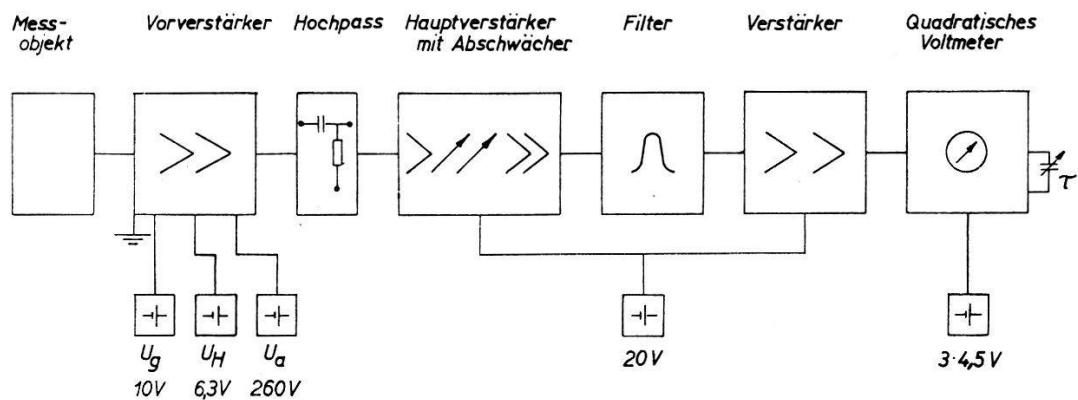


Fig. 7
Blockschema der Rauschmessanlage.

In Figur 8 ist das Rauschstromquadrat (Kurzschluss) als Funktion der Frequenz bei drei verschiedenen Beleuchtungsstärken aufgetragen. Unter etwa 1 kHz weist die TP 50 Funkelrauschen auf, darüber fast weisses, d. h. frequenzunabhängiges Rauschen. Der Frequenzabfall ist kleiner, als nach den Messungen mit moduliertem Licht zu erwarten ist. Die Ursache

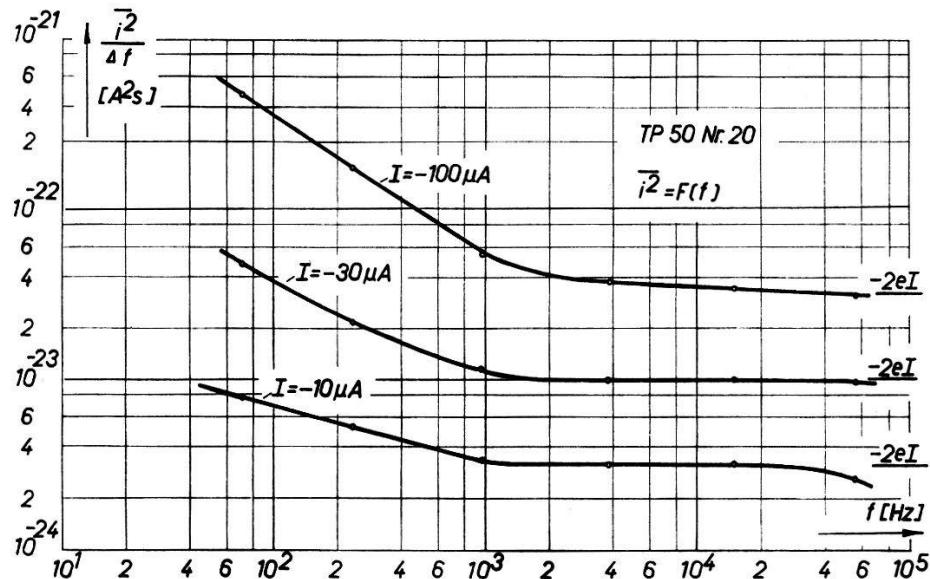


Fig. 8
Rauschstromquadrat als Funktion der Frequenz.
Sperrspannung $U = -10 V$. $I = -(I_0 + I_p)$.

der Nichtübereinstimmung ist noch zu untersuchen. Die Umgebung von 2 kHz ist für die geplanten Messungen geeignet, weil dort das Funkelrauschen verschwindet und noch kein Frequenzabfall auftritt.

Figur 9 zeigt das Rauschstromquadrat als Funktion der Beleuchtungsstärke, bzw. des Gleichstromes (Dunkelstrom + Photostrom) bei der Frequenz 1,93 kHz. Unterhalb etwa 20 μA ist $\overline{i^2} = 2 eI \Delta f$, d. h. es tritt kein Funkelrauschen auf.

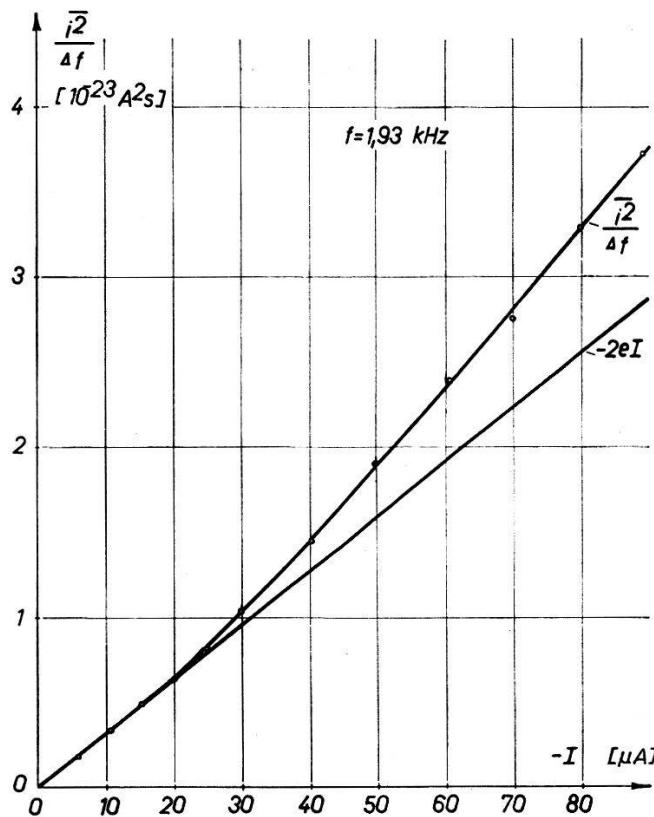


Fig. 9

Rauschstromquadrat der TP 50, Nr. 20, als Funktion des Stromes.
Mittlere Messfrequenz $f = 1,93 \text{ kHz}$, Sperrspannung $U = -10 \text{ V}$. $I = -(I_0 + I_p)$.

Aus den angeführten Messungen ist ersichtlich, dass die verwendete Photodiode TP 50 Nr. 20 dem in 1) beschriebenen Modell eines idealen Photonenempfängers entspricht bei einer Frequenz von 1,93 kHz und einem Strom bis zu 20 μA , abgesehen vom Dunkelstrom und dem Quantenwirkungsgrad. Die effektive Bandbreite der Rauschmessanlage beträgt $\Delta f = 92 \text{ Hz}$ bei der mittleren Messfrequenz $f = 1,93 \text{ kHz}$. Erwärmung der Diode zwecks Vergrösserung des Dunkelstromes ergab dieselbe Abhängigkeit des Dunkelrauschstromquadrates $\overline{i_0^2}$ vom Dunkelstrom I_0 , wie für das gesamte Rauschstromquadrat $\overline{i^2}$ gemessen wurde als Funktion von I . $\overline{i_0^2}$ und I_0 sind daher ohne Schwierigkeit von den gemessenen totalen Strömen $\overline{i^2}$ und I zu separieren. Wenn wir weiterhin von der Voraussetzung ausgehen, dass alle Verluste (Reflexion, Rekombination, usw.) nicht korreliert sind und mit einer Poisson-Statistik dargestellt werden können, so entspricht die ausgesuchte Photodiode im gegebenen Arbeitspunkt dem in 1) beschriebenen verlustbehafteten Photonenempfänger.

3. Messungen mit rauschmoduliertem Licht

3.1. Berechnung der äquivalenten Modulationsrauschspannung

a) Allgemeines

Wir versuchen, den Schwankungsfaktor μ des auf den Detektor auftreffenden Lichtstrahles zu vergrössern, um den Zusammenhang zwischen μ und γ experimentell nachzuweisen. Vergrösserung von μ ist möglich durch starke Temperaturerhöhung des Strahlers oder durch Modulation des Lichtes mit einem Rauschsignal. Um bei $\lambda = 10^{-6}$ m einen Faktor $\mu = 2$ zu erreichen, muss die Strahlertemperatur $T \approx 2 \cdot 10^4$ °K sein. Die Modulation des Lichtes, herrührend von einer Wolframbandlampe, ist daher experimentell leichter durchzuführen. Bei allen Messungen mit der Bandlampe soll die Bedingung $h\nu/kT \gg 1$ erfüllt sein. Ferner setzen wir voraus, dass die Quantenempfindlichkeit über die ganze Diodenoberfläche (innerhalb der Blendenöffnung) nicht merklich variiert, was experimentell bestätigt wurde.

Indem man der Gleichspannung U an der Bandlampe eine Wechselspannung u überlagert, wird dadurch die Temperatur der Lampe moduliert und damit die emittierte Leistung. Diese aufmodulierte Leistung ist bei sehr kleinen relativen Temperaturänderungen praktisch unabhängig von den Eigenschwankungen des Strahlers. Es ist $h\nu/kT \gg 1$. Der Schwankungsfaktor der von der nicht modulierten Quelle stammenden Strahlung μ_q ist $\mu_q = 1$ und nicht von der Temperatur abhängig. Er wird daher durch eine kleine Temperaturänderung nicht verändert. Wenn daher das auf die Diode auftreffende Schwankungsleistungsquadrat, von den Schwankungen der unmodulierten Strahlungsquelle gemäss A. EINSTEIN herrührend, \bar{p}_q^2 beträgt, und das Schwankungsleistungsquadrat infolge Modulation der Strahlungsquelle mit einem Rauschsignal \bar{p}_m^2 , so ist die gesamte auf die Diode auftreffende Schwankungsleistung \bar{p}^2

$$\bar{p}^2 = \bar{p}_q^2 + \bar{p}_m^2. \quad (8)$$

Der Schwankungsfaktor der auf die Diode auftreffenden Leistung beträgt somit

$$\mu = \mu_q + \mu_m. \quad (9)$$

Wir nehmen nun vorläufig einmal an, dass die Gleichung nach A. EINSTEIN und H. A. LORENTZ, Gleichung (17) in ¹⁾, stimmt, d. h.

$$\bar{p}_v^2 = 2 h \nu \bar{P}_v \Delta f. \quad (10)$$

Ferner beschränken wir uns in allen folgenden Gleichungen auf ein schmales Frequenzintervall $\Delta f \ll f$ der Fourierdarstellung, da die Modulation infolge der thermischen Trägheit der Strahlungsquelle frequenzabhängig ist.

Damit definieren wir ein äquivalentes Modulationsrauschspannungsquadrat $\overline{u_{m0}^2}$ so, dass die durch diese Modulation bewirkte auf den Detektor auftreffende Schwankungsleistung gleich der nach A. EINSTEIN berechneten ist. $\overline{u_{m0}^2}$ hängt ab von der Lampe, von ν und von f . Diese Definition ist günstig, wenn man ein schmales Strahlungsfrequenzintervall $\Delta\nu \ll \nu$ betrachtet und wenn dasselbe auf beiden Seiten durch steile Flanken begrenzt ist.

Die durch Modulation bewirkte Rauschleistung ist nicht völlig gleichbeschaffen wie die natürliche Rauschleistung. Die aufmodulierten Schwankungen sind sowohl über die einzelnen Strahlungsfrequenzintervalle $d\nu$ als auch über die einzelnen Flächenelemente der Diode *da* vollständig korreliert. Da angenommen werden kann, dass sich die einzelnen Flächenelemente der Diode bezüglich der Photonenabsorption voneinander unabhängig verhalten, so reagiert die Photodiode gleich auf Strahlungsschwankungen, ob dieselben über die einzelnen Flächenelemente korreliert sind oder nicht. Der Einfluss der Korrelation über ν ist schwieriger abzuschätzen. Doch da man theoretisch die Bandbreite $\Delta\nu$ beliebig klein wählen kann, ohne dass sich in den nun folgenden Gleichungen für $\overline{u_{m0}^2}$ etwas ändert, dürfte er auch nicht erheblich sein in bezug auf die Beweiskraft des Experimentes für die in ¹⁾ dargelegte Rauschtheorie der Photodiode.

Wenn die auf den idealisierten Detektor treffende Strahlung nicht eine rechteckige Spektralfunktion aufweist, derart, dass sie auf beiden Seiten scharf begrenzt ist und dazwischen die spezifische Anzahl Quanten pro Frequenzbandeinheit konstant ist, so ist es schwierig zu sagen, welches die auf den realen Detektor auftreffende Schwankungsleistung ist. Vgl. die Definition von α^* in Abschnitt 5.3. in ¹⁾. Ohne diese Schwankungsleistung zu kennen, kann man die äquivalente Modulationsrauschspannung nicht berechnen. Weil die aufmodulierten Schwankungen korreliert sind über ν und a , im Gegensatz zu den natürlichen, so kann man nicht μ überhaupt vergrößern, sondern nur μ bezogen auf die auf den Detektor auftreffende Strahlung. Es ist klarer, die Rauschtheorie der nichtidealen Photodiode schon in die Berechnung der äquivalenten Modulationsrauschspannung miteinzubeziehen, gemäss folgender Definition:

$\overline{u_{m_1}^2}$ sei das an die Lampe anzulegende Modulationsrauschspannungsquadrat, welches bewirkt, dass die Schwankungen am Diodenausgang verdoppelt werden. $\overline{u_m^2}$ soll mittels der Gleichung von A. EINSTEIN und der postulierten Photodiodenrauschtheorie berechnet werden. Wenn man dieses Spannungsquadrat an die Lampe anlegt, und der gemessene Wert γ steigt dann tatsächlich von 1 auf 2, so ist diese Aussage gleichbedeutend, wie wenn man an die Lampe das Spannungsquadrat $\overline{u_{m0}^2}$ anlegt, und γ

steigt von 1 auf den Wert, der gemäss Gleichung (7), integriert über die gesamte Strahlung, berechnet wird.

b) *Berechnung von $\overline{u_{m0}^2}$*

Die Strahlungsquelle sei eine Wolframbandlampe. Im betrachteten Frequenzgebiet sei $\mu = 1$. Ein Filter mit sehr steilen Flanken soll von der gesamten Strahlung nur einen schmalen Ausschnitt $\Delta\nu \ll \nu$ durchlassen. Die mittlere auf den Detektor treffende Leistung betrage $\overline{P_{\Delta\nu}}$, das Schwankungsleistungsquadrat beträgt dann gemäss Gleichung (10)

$$\overline{p_{\Delta\nu}^2} = 2 h \bar{\nu} \overline{P_{\Delta\nu}} \Delta f, \quad (10a)$$

wo $\bar{\nu}$ die mittlere Strahlungsfrequenz im Intervall $\Delta\nu$ ist.

Moduliert man die Gleichspannung U an der Lampe mit einer überlagerten sinusförmigen Wechselspannung u_f der Frequenz f , so überlagert sich der mittlern abgestrahlten Leistung $\overline{P_{\Delta\nu}}$ eine Wechselleistung $p_{\Delta\nu f}$. (u_f ; $p_{\Delta\nu f}$ sollen beide Effektivwerte sein). Wir definieren einen Modulationsfaktor δ wie folgt:

$$\delta_{\nu f} = \frac{\frac{p_{\Delta\nu f}}{P_{\Delta\nu}}}{\frac{u_f}{U}}. \quad (11)$$

$\delta_{\nu f}$, abhängig von der Lichtfrequenz ν und von der Modulationsfrequenz f , ist in einem gegebenen Arbeitspunkt der Lampe experimentell zu bestimmen. Ist $\delta_{\nu f}$ bestimmt, und legen wir an die Lampe statt der sinusförmigen Modulationsspannung u_f eine rauschförmige Modulationsspannung u_m an, welche wir nur in einem schmalen Intervall Δf , so dass $\Delta f \ll f$, betrachten, so folgt aus Gleichung (11) für die aufmodulierte Rauschleistung

$$p_{\Delta\nu} = \overline{P_{\Delta\nu}} \frac{u_m}{U} \delta_{\nu f}. \quad (12)$$

Hier bedeuten $p_{\Delta\nu}$ und u_m Momentanwerte. Die Bildung des quadratischen Mittelwertes über längere Zeit ergibt

$$\overline{p_{\Delta\nu}^2} = (\overline{P_{\Delta\nu}})^2 \frac{\delta_{\nu f}^2}{U^2} \overline{u_m^2}. \quad (13)$$

Gemäss Definition ist $\overline{u_m^2} = \overline{u_{m0}^2}$, wenn die aufmodulierte Rauschleistung, Gleichung (13), gleich der natürlichen nach Gleichung (10a) ist. Daraus bestimmt sich $\overline{u_{m0}^2}$ zu

$$\overline{u_{m0}^2} = \frac{2 U^2 h \bar{\nu}}{\overline{P_{\Delta\nu}} \delta_{\nu f}^2} \Delta f. \quad (14)$$

$\overline{P_{\Delta\nu}}$ wird zweckmässigerweise mittels der Photodiode selbst bestimmt. Gemäss der Definition für α in ¹⁾ beträgt der Photostrom

$$I_p = \overline{P_{\Delta\nu}} \cdot \frac{e}{h \bar{\nu}} \cdot \alpha. \quad (15)$$

Damit schreibt sich Gleichung (14) wie folgt:

$$\overline{u_{m0}^2} = \frac{2 e \alpha}{I_p} \cdot \frac{U^2}{\delta_{vf}^2} \Delta f. \quad (16)$$

c) Berechnung von $\overline{u_{m_1}^2}$

Im obigen Spezialfall, wo $\Delta\nu \ll \nu$ und die Flanken des Begrenzungs-filters steil sind, lässt sich $\overline{u_{m_1}^2}$ leicht aus dem schon berechneten $\overline{u_{m0}^2}$ erhalten. Da

$$\mu = \mu_q + \mu_m \quad (9)$$

ist, und da $\mu_q = 1$ und $\overline{u_{m0}^2}$ so berechnet worden ist, dass auch $\mu_m = 1$ ist, kann man wie folgt vorgehen:

Die Bedingung für $\overline{u_{m_1}^2}$ lautet, dass durch Modulation der Lampe γ von 1 auf 2 steigen muss. Anhand von Gleichung (7) erhält man die Bedingung, dass

$$\mu = 1 + \frac{1}{\alpha}$$

sein muss, d. h.

$$\mu_m = \frac{1}{\alpha}.$$

Nach dem oben Gesagten gilt daher

$$\overline{u_{m_1}^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \overline{u_{m0}^2}. \quad (17)$$

Dasselbe Ergebnis erhält man auch ohne die Verwendung von Gleichung (7), indem man die aufmodulierte Schwankungsleistung für sich allein betrachtet. Infolge der Diodenverluste wird das aufmodulierte Leistungsquadrat $\overline{\phi_{Av}^2}$ um α^2 geschwächt, die mittlere Leistung $\overline{P_{Av}}$ um α . Das führt auf dieselbe Gleichung für $\overline{u_{m_1}^2}$.

Im allgemeinen Fall trifft ein beliebiger Ausschnitt der emittierten Strahlung auf die Photodiode, und dieselbe hat eine beliebige Quantenwirkungsgradfunktion $\alpha(\nu)$. Die Berechnung von $\overline{u_{m_1}^2}$ wird dadurch kompliziert. Im besondern muss dabei berücksichtigt werden, dass auch der Modulationsfaktor δ_{vf} eine Funktion von ν ist.

Die Situation vereinfacht sich, wenn man δ_{vf} nicht schmalbandig bestimmt bei der Frequenz ν , sondern breitbandig in derselben Anordnung Lampe-Filter-Photodiode, mit welcher nachher die Rauschmessungen mit rauschmoduliertem Licht durchgeführt werden. Dieser Wert sei mit δ_f bezeichnet. Man kann zeigen, dass man dieselbe Gleichung (16/17) erhält, multipliziert mit einem Faktor B :

$$\overline{u_{m_1}^2} = \frac{2 e}{I_p} \frac{U^2}{\delta_f^2} \Delta f \cdot B. \quad (18)$$

B ist ein dimensionsloser Ausdruck, in welchem 3 Integrale über ν vorkommen mit den Funktionen $\alpha(\nu)$, der relativen spektralen Quantenemissionsfunktion $\varphi(\nu)$ und ν^n . Genaueres siehe¹⁰⁾. Meist erhält man für B einen Wert, der einige % kleiner ist als 1; für schmale Bandbreiten $\Delta\nu$ strebt B gegen 1. Ungenaue Kenntnis der Funktionen $\alpha(\nu)$ und $\varphi(\nu)$ führt daher meist nur zu kleinen Fehlern in der Bestimmung von $\overline{u_{m_1}^2}$.

3.2. Messungen

a) Messanordnung, Daten

Als Strahlungsquelle diente eine Wolframbandlampe vom Typ 6002 E (Philips). Normale Betriebsdaten: 6 V, 16 \div 17 A. Der Arbeitspunkt wurde gewählt bei einem Lampenstrom von 11,50 A. Die wirkliche Temperatur T wurde pyrometrisch bestimmt. Bei schwacher Variation über die Bandfläche betrug sie im Mittel: $T = 2260^\circ\text{K}$.

Die relative spektrale Emissionskurve wurde bestimmt aus dem Planck'schen Gesetz und der entsprechenden Korrekturkurve für Wolframbandlampen, wie sie J. C. DE VOS¹¹⁾ angegeben hat.

Die oben beschriebene Photodiode TP 50 Nr. 20 diente als Photonenempfänger.

Um die Strahlung gegen die kürzern Wellen hin zu beschneiden, und um den gewogenen Mittelwert $\overline{\alpha^*}$ zu vergrössern, wurde zwischen Lampe und Photodiode das Masseglasfilter RG 5A gelegt. Seine Daten sind aus Figur 10 ersichtlich.

Damit kann der totale Quantenwirkungsgrad gemäss Gleichung (52) in¹⁾ bestimmt werden zu $\overline{\alpha^*} = 0,29$.

Messung des Modulationsfaktors δ_f der Lampe mit der obigen Messanordnung ergab

$$\frac{\delta_f^2}{U^2} = 2,1 \cdot 10^{-6} \text{ V}^{-2}.$$

Der Faktor B in Gleichung (18) wurde zu

$$B = 0,93$$

berechnet.

Die Beleuchtungsstärke wurde so gewählt, dass der Photostrom

$$I_p = 1,36 \cdot 10^{-5} \text{ A}$$

betrug.

Daraus lässt sich $\overline{u_{m_1}^2}$ berechnen:

$$\overline{u_{m_1}^2} = 1,05 \cdot 10^{-8} \Delta f [\text{V}^2], \Delta f \text{ in } \text{s}^{-1}.$$

Zur Modulation der Lampe wurde ein Rauschgenerator verwendet, der im Gebiet von 2kHz ein weisses Rauschen aufweist.

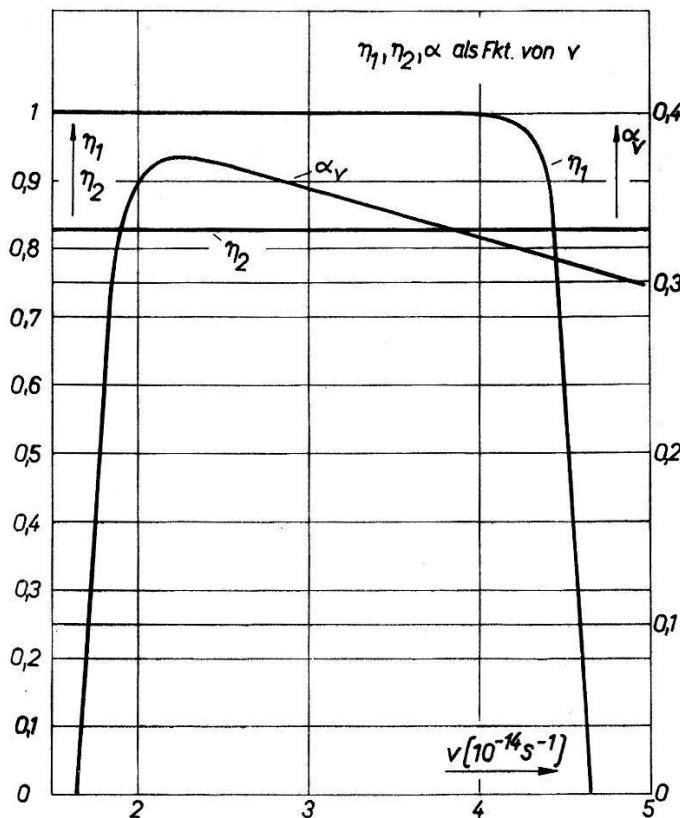


Fig. 10

Sämtliche Verluste zwischen Wolframband und idealisierter Photodiode als Funktion von ν .

α_ν : Quantenwirkungsgrad der wirklichen Photodiode.

η_1 : Transmissionskurve des Masseglasfilters RG5A, 2 mm dick, von SCHOTT, Jena, gemäss Datenblatt.

η_2 : 1 minus Reflexionsverluste von Glaskolben und Masseglasfilter.

b) Messresultate

Die Rauschmessungen des Photostromes $\overline{i_p^2}$ als Funktion der Modulationsspannung sind in Figur 11 aufgetragen. Der Rauschstrom wurde auf γ normiert; gemäss Gleichung (6) beträgt

$$\gamma = \frac{\overline{i_p^2}}{2 e I_p \Delta f} . \quad (6a)$$

Auf der Abszisse wurde der Schwankungsfaktor μ' der auf die idealisierte Diode auftreffenden Strahlung aufgetragen; dieser beträgt nach Gleichung (9) und gemäss der Definition für $\overline{u_{m_1}^2}$:

$$\mu' = 1 + \frac{\overline{u_{m_1}^2}}{\overline{u_{m_1}^2}} \quad (19)$$

Die gemessenen Werte entsprechen ungefähr der Erwartung, dass $\gamma = \mu'$ ist.

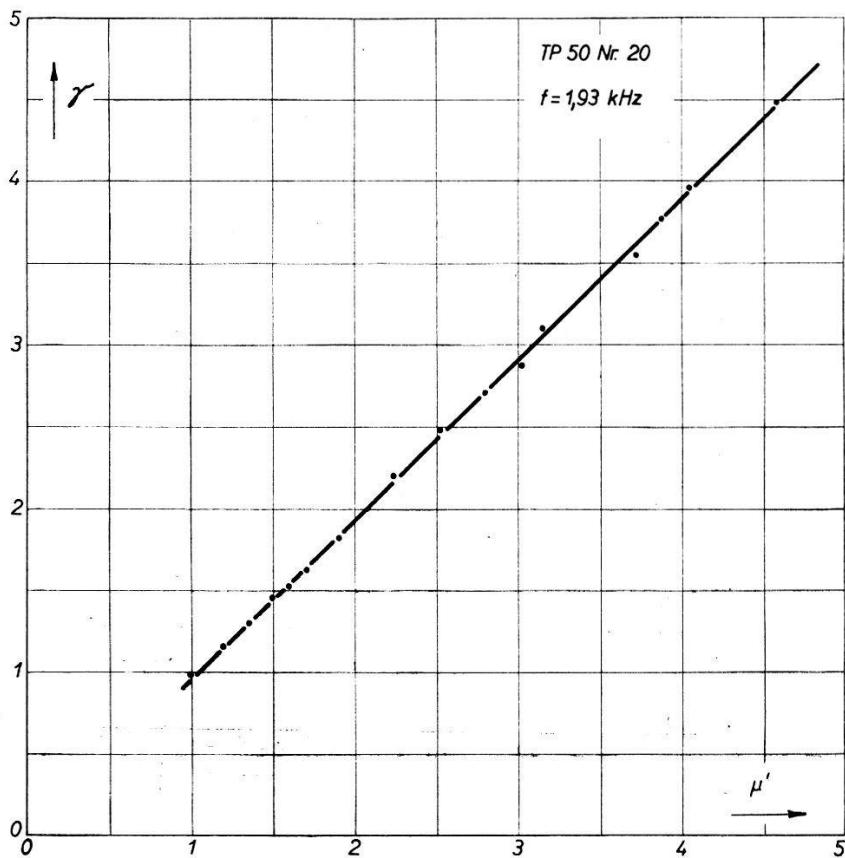


Fig. 11

Schwankungsfaktor des Diodenstromes γ als Funktion des Schwankungsfaktors der auf die idealisierte Diode auftreffenden Strahlung μ' .
Punkte: Messwerte. Gerade: Regressionsgerade.

c) Fehlergrenzen

Im folgenden soll der grösstmögliche Fehler bei der Messung von $\gamma(\mu')$ bestimmt werden.

Bei der Beurteilung der Messung $\gamma(\mu')$ vernachlässigen wir die zufälligen Fehler bei der Ablesung einer Rauschgrösse ($\bar{i^2}$, bzw. $\bar{u_m^2}$), welche durch Verstärkungsschwankungen in der Rauschmessanlage, Ablesefehler usw. bedingt sind. Die einzelnen Messpunkte in Figur 11 sind voneinander unabhängig aufgenommen worden und streuen nur wenig um die zwischendurch gezeichnete Regressionsgerade, so dass dieselbe als frei von diesen Fehlern betrachtet werden kann.

Die Messung einer Rauschgrösse ($\bar{i^2}$, bzw. $\bar{u_m^2}$) ist durch Fehler in der Eichung, der Abschwächer im Rauschverstärker und des Anzeigegerätes mit einem grösstmöglichen Fehler vom $\pm 2,8\%$ behaftet.

Der Messfehler von I_p beträgt $\pm 1\%$.

Daraus bestimmt sich der grösstmögliche Fehler von γ zu $\pm 3,8\%$.

Der grösstmögliche Fehler des Wertes $(\mu' - 1)$ summiert sich aus den Fehlern von

$$\frac{\delta_f^2}{U^2} : \pm 2 \%$$

$$I_p : \pm 1 \%$$

$$B : \pm 0,5 \%$$

$$\overline{u_m^2} : \pm 2,8 \%$$

auf den Wert $\pm 6,3\%$.

Den grösstmöglichen Fehler der Tangente $d\gamma/d\mu'$ erhält man durch Summierung der Fehler von γ und von $(\mu' - 1)$, mit Ausnahme der je 2,8% Fehler der Rauschmessanlage, welche auf γ und auf $(\mu' - 1)$ in derselben Richtung wirken. Man erhält $\pm 4,5\%$.

Die in Figur 11 dargestellten Messresultate betragen daher unter Berücksichtigung dieser grösstmöglichen Fehler:

$$\gamma (\mu' = \mu = 1) = 0,97 \pm 0,04,$$

$$\frac{d\gamma}{d\mu'} = 0,985 \pm 0,045.$$

In Figur 12 ist das Gebiet, innerhalb welchem die wahren Messwerte liegen, schraffiert gezeichnet.

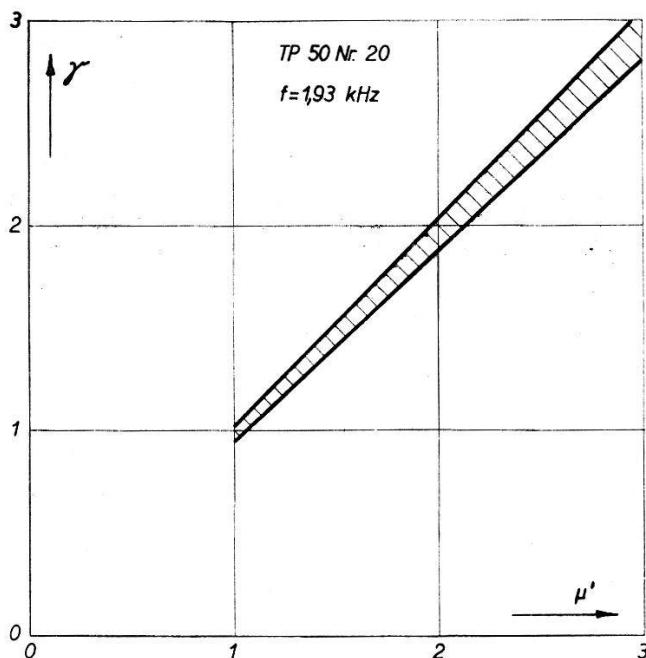


Fig. 12

Darstellung der Messung $\gamma(\mu')$ unter Berücksichtigung der grössten möglichen Messfehler. Die wahren Werte liegen innerhalb des schraffierten Gebietes.

Anhand von Gleichung (7) lässt sich daraus der Schwankungsfaktor μ der emittierten Strahlung bestimmen:

$$\mu = \frac{\alpha + \gamma - 1}{\alpha}.$$

Für α ist der gewogene Mittelwert $\overline{\alpha^*} = 0,29 \pm 0,02$ einzusetzen. Man erhält

$$\mu = 0,90.$$

Zur Bestimmung des grössten möglichen Fehlers wählt man den kleinsten möglichen Wert $\overline{\alpha^*} = 0,27$ und setzt diesen ein in

$$\Delta\mu = \frac{1}{\overline{\alpha^*}} \Delta\gamma = 0,14.$$

Der wahre Wert von μ liegt daher in den Grenzen

$$\mu = 0,90 \pm 0,14.$$

4. Diskussion der Messresultate

4.1. Aussagekraft des Experimentes

Die wesentliche Aussage der Messungen mit rauschmoduliertem Licht ist folgende: Wenn wir die nach A. EINSTEIN berechneten Schwankungen der Strahlung durch Modulation vergrössern, so vergrössern sich auch die Schwankungen des Photostromes. Das heisst, γ ist wirklich von μ abhängig, und zwar linear. Die Photodiode ist also geeignet zur Untersuchung der spontanen Photonenschwankungen.

Wenn es möglich wäre, aus den Messresultaten unmittelbar Gleichung (10) zu bestätigen, ohne irgendwelche Annahmen über die Natur der Strahlung zu treffen, so wäre das nach A. EINSTEIN (siehe ¹²), S. 311) ein Beweis dafür, dass die Strahlung aus Lichtquanten der Grösse $h\nu$ besteht und gleichzeitig Wellencharakter hat. Denn Gleichung (10) ist ein Grenzfall der allgemeinen Gleichung (2), bzw. (17) in ¹⁾ und umfasst nur den Term, welcher von den Schwankungen der als voneinander unabhängig gedachten Lichtquanten herrührt. Der zweite Term dieser Gleichung, von den Interferenzschwankungen herrührend, ist schon häufig bestätigt worden innerhalb der aus einer unabhängigen Temperaturmessung sich ergebenden Fehlergrenzen.

Es ist schwierig, aus den Messergebnissen die Gültigkeit der Gleichung von A. EINSTEIN direkt zu beweisen, weil wir zur Auswertung der Messresultate eine Gleichung brauchen, welche den Zusammenhang zwischen den Schwankungen der auftreffenden Strahlung und den Schwankungen des Signales am Ausgang des Photoempfängers gibt, nämlich Gleichung (7). Die Ableitung von Gleichung (7), in ¹⁾ beschrieben, beruht aber auf der Annahme, dass die auftreffende Strahlung aus Quanten der Grösse $h\nu$ besteht. Nur dann hat die Definition des Quantenwirkungsgrades einen unmittelbaren Sinn, und nur dann ist die Gültigkeit von Gleichung (7) evident.

Die Gültigkeit der Theorie, wonach die Temperaturstrahlung aus Quanten der Grösse $h\nu$ besteht, ist aber in der Physik schon häufig be-

stätigt worden. Nach der Ansicht von W. PAULI¹³⁾ liegt das Interesse an der vorliegenden Untersuchung darin, zu zeigen, dass die Quantentheorie sich nicht nur global bestätigen lässt, wie z. B. durch die Überprüfung des Planck'schen Strahlungsgesetzes, sondern auch im Detail. Die Untersuchungen sollen zeigen, ob die Quantentheorie nicht nur die richtigen Mittelwerte der Strahlung zu beschreiben vermag, sondern auch ihre spontanen Schwankungen, wie sie A. EINSTEIN 1912 formuliert hat. Das kommt auf eine Bestätigung der Bose-Statistik für die Lichtquanten hinaus.

Wir gehen also von der Voraussetzung aus, dass die gemessene Strahlung aus Quanten der Grösse $h\nu$ besteht, und diskutieren das Ergebnis der Rauschmessungen mit rauschmodulierter Strahlung, unter Berücksichtigung der Messungen über die Eigenschaften der Photodiode. Da die Kenntnis der Grösse $h\nu$ den Zusammenhang zwischen der aufmodulierten Schwankung $\overline{\dot{p}_m^2}$ und dem Schwankungsfaktor μ_m gemäss Gleichung (17) in¹⁾ gibt, so liefert das Experiment eine Bestätigung der an sich evidenten Gleichung (7) im Gebiet $\gamma \geqq 1$.

Lassen wir die aufmodulierten Schwankungen und damit μ_m gegen Null gehen, so geht der gemessene Wert γ gegen Eins. Das gilt unabhängig vom Wert α , sowohl für Photodioden mit sehr schlechtem Quantenwirkungsgrad als auch für die vorliegende mit $\overline{\alpha} = 0,29$. Dieses Verhalten ist nur erklärlich durch die Annahme, dass die durch die Emission bedingten Schwankungen, durch μ_q beschrieben, dem Einstein'schen Gesetz gehorchen, d. h. $\mu_q = 1$. Besonders bei Extrapolation auf den Grenzfall, wo $\alpha = 1$, ist diese Folgerung zwingend. Mit der Kenntnis, dass $\mu = \mu_q = 1$ ist für die nichtmodulierte Strahlung, ist durch diese Messung auch Gleichung (7) im ganzen Gebiet $\gamma \geqq 1$ bestätigt worden.

4.2. Folgerungen aus den Messungen

Nach den dargelegten Überlegungen lässt sich daher aus den Messungen (Messungen mit rauschmoduliertem Licht, ergänzt durch die Messungen über die Eigenschaften der Photodiode) folgendes schliessen:

Die Gleichung von A. EINSTEIN und H. A. LORENTZ über die spontanen Schwankungen der Temperaturstrahlung ist bestätigt worden für den Fall der von einer Wolframbandlampe mit der Temperatur $T = 2260^\circ\text{K}$ emittierten und von einer Germanium-Photodiode registrierten Strahlung, bei der mittleren Messfrequenz $f = 1,93\text{ kHz}$ und der Bandbreite $\Delta f = 92\text{ Hz}$. Dabei wurde der Schwankungsfaktor μ bestimmt zu $\mu = 0,90 \pm 0,14$. Der erwartete Wert $\mu = 1$ liegt innerhalb der Fehlergrenzen, aber hart am Rande. Es ist unwahrscheinlich, dass sich alle unabhängigen Fehler in derselben Richtung summieren. Wahrscheinlicher ist, dass der Schwankungsfaktor μ der von der Bandlampe emittierten

Strahlung sich von dem der idealen Hohlraumstrahlung unterscheidet, oder dass die verwendete Photodiode doch nicht streng genug dem für die Rauschtheorie verwendeten Modell entspricht. Der Frequenzgang des Rauschstromes entspricht ohnehin nicht genau dem Frequenzgang bei moduliertem Licht. Daher kann es ein nicht abgeklärter Diodeneffekt sein, dass $\gamma = 0,97$ und nicht 1,0 beträgt bei $\mu_m = 0$.

Gleichbedeutend mit der Bestätigung der Einstein'schen Gleichung ist die Aussage, dass diese Messung eine neue Bestimmung der Grösse $h\nu$ ist, da $h\nu$ in Gleichung (10) vorkommt, mit derselben Messgenauigkeit wie bei der Bestimmung von μ .

Für die Elektrotechnik liefert diese Arbeit die Grundlage für eine Rauschtheorie der Photodiode und die Anregung, das Ersatzschaltbild der Photodiode zu verbessern.

Wenn der Zusammenhang zwischen μ und γ einer Photodiode überprüft ist, lassen sich mit dieser Photodiode auch Temperaturmessungen an sehr heissen Strahlern durchführen. Im Rayleigh-Gebiet ist $\mu = f(T)$ und damit auch $\gamma = f(T)$.

Die obigen Arbeiten wurden durch mehrere Kredite des Schweizerischen Nationalfonds für wissenschaftliche Forschung ermöglicht. Hierfür sprechen die Autoren ihren besten Dank aus.

Literaturverzeichnis

- 1) SPESCHA, G. A., STRUTT M. J. O., Theoretische Überlegungen zur experimentellen Bestimmung der spontanen Photonenschwankungen. *Helv. Phys. Acta* 33, 53 (1960).
- 2) GOUCHER, F. S., The photon yield of electron-hole pairs in germanium. *Phys. rev.* 78, 816 (1950).
- 3) GUGGENBÜHL, W., Beiträge zur Kenntnis des Halbleiterrausches mit besonderer Berücksichtigung von Kristalldioden und Transistoren. Diss. ETH., Nr. 2515 (Zürich 1955).
- 4) GUGGENBÜHL, W., und STRUTT, M. J. O., Experimentelle Bestätigung der Schottkyschen Rauschformeln an neueren Halbleiter-Flächendioden im Bereich des weissen Spektrums. *AEUe*, 9, 103–108 (1955).
- 5) GUGGENBÜHL, W., und STRUTT, M. J. O., Halbleiter-Kontaktgeräte (Halbleiterdioden und Transistoren), 1. Bd., Theorie und Eigenschaften. (Birkhäuser, Basel). Im Erscheinen.
- 6) SAWYER, D. E., und REDIKER, R. H., Narrow base germanium photodiodes. *Proc. IRE.* 46, 1122–1130 (1958).
- 7) STRUTT, M. J. O., Transistoren. Hirzel, Zürich 1954.
- 8) SLOCUM, A., und SHIVE, J. N., Shot dependence of $p-n$ -junction phototransistor noise. *Journ. appl. Phys.* 25, 406 (1954).
- 9) ZIEL, A. VAN DER, und BECKING A. G. T., Theory of junction-diode and junction-transistor noise. *Proc. IRE,* 46, 589–594 (1958).
- 10) SPESCHA, G. A., Experimentelle Untersuchungen über spontane Photonenschwankungen. Diss. ETH, Nr. 2952, Zürich 1959.
- 11) VOS, J. C. DE, The emissivity of tungsten ribbon. Diss., Amsterdam 1953.
- 12) FÜRTH, R., Über Strahlungsschwankungen nach der Lichtquantenstatistik, *Z. Phys.* 50, 310–318 (1928).
- 13) Unterredung zwischen W. PAULI, R. JOST und dem zweitgenannten Autor im Jahre 1955.