

# Messung der Eindringtiefe an supraleitenden Hohlkörpern

Autor(en): **Jaggi, R. / Sommerhalder, R.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **33 (1960)**

Heft I

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-113062>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.



## Messung der Eindringtiefe an supraleitenden Hohlkörpern

von **R. Jaggi\*** und **R. Sommerhalder\***

Laboratorium für Festkörperphysik ETH, Zürich

(15. VIII. 1959)

*Abstract.* The penetration depth of magnetic fields in superconducting tin films was measured.

The films, 400–2000 Å thick, were evaporated in vacuo and had the form of hollow cylinders. A magnetic field of 60 c/s was externally applied parallel to the axis of the cylinder and the magnetic field which penetrated through the films into the interior of the hollow body was detected.

It is found that there are departures from the law  $\lambda(T) = \lambda(0) [1 - (T/T_c)^4]^{-1/2}$ , which are in agreement with LEWIS extension of the Casimir-Gorter two fluid model and with the theory of BARDEEN, COOPER, and SCHRIEFFER.

The absolute value of the London penetration depth at  $T = 0^\circ \text{K}$  is found to be  $\lambda(0) = 700 \pm 100 \text{ Å}$  for the thickest films and increases with decreasing film thickness.

### 1. Einleitung

MEISSNER und OCHSENFELD 1933 haben entdeckt, dass sich einfach zusammenhängende makroskopische Supraleiter wie absolut diamagnetische Körper verhalten. In ihrem Innern verschwindet somit die magnetische Induktion vollständig.

F. und H. LONDON 1935 haben phänomenologische Gleichungen zur Beschreibung des supraleitenden Zustandes aufgestellt. Diese fassen bei isotropen Körpern alle Materialeigenschaften in einer temperaturabhängigen Supraleitungskonstanten  $\Lambda$  zusammen und sagen aus, dass eine an der Oberfläche des Supraleiters vorhandene magnetische Induktion in seinem Innern wie  $\exp(-x/\lambda)$  verschwindet, wo

$$\lambda = (\Lambda/\mu_0)^{1/2} \quad (1.1)$$

und  $\mu_0$  die Induktionskonstante ist. Die Grössenordnung der Eindringtiefe  $\lambda$  kann mit Hilfe einer Beschleunigungstheorie, die die supraleitenden Elektronen als reibungsfreies Gas behandelt, abgeschätzt werden zu

$$\lambda^2 = \frac{m}{\mu_0 n e^2}, \quad (1.2)$$

wo  $m$  resp.  $e$  Masse resp. Ladung des Elektrons und  $n$  die Konzentration der supraleitenden Elektronen bedeuten. Für Zinn ergibt sich beispiels-

\*) Jetzt IBM-Forschungslaboratorium, Zürich.

weise  $\lambda = 870 \text{ \AA}$ , wenn 0,1 Supraleitungselektronen pro Atom angenommen werden. Die gleiche Grössenordnung gilt für die übrigen Metalle und ist stets bestätigt worden ausser in einem neueren Experiment an Cadmium (HEIN und STEELE 1957). Demgegenüber zeigte Cadmium in den hochfrequenten Impedanzmessungen von KHAIKIN 1958 kein aussergewöhnliches Verhalten.

PIPPARD 1953 hat Eindringtiefenmessungen an Zinn-Indium-Legierungen ausgeführt und mit einem Indiumgehalt von wenigen Prozenten eine Verdoppelung der Eindringtiefe gegenüber reinem Zinn festgestellt. Dieser Effekt könnte nach Gl. (1.2) so interpretiert werden, dass das Zulegieren von wenig Indium zu Zinn die Konzentration der supraleitenden Elektronen äusserst stark beeinflusst. Statt dessen hat PIPPARD 1953 vorgeschlagen, die Londonsche Theorie zu erweitern und in die Elektrodynamik des supraleitenden Zustandes Streuprozesse einzuführen. Im Sinn der Pippardschen Vorstellungen ist auch in chemisch reinen Substanzen die Eindringtiefe nicht nur vom Material abhängig. Jede Begrenzung der freien Weglänge, sei es durch Fehlordnung oder durch geringe Abmessungen der Körper, muss ebenfalls zu einer Vergrösserung der Eindringtiefe führen.

Bis jetzt sind an den Elementen Blei, Quecksilber, Zinn, Indium, Thallium, Aluminium und Cadmium Eindringtiefen gemessen worden. Die Informationen, die man bezüglich Temperaturabhängigkeit und Absolutwert der Eindringtiefe besitzt, sind zum Teil quantitativ noch nicht völlig gesichert; über die Anisotropieeffekte weiss man nur wenig, ebenso über die Form der Eindringkurve. Diese Bilanz weist auf erhebliche experimentelle Schwierigkeiten hin, die z. B. von SHOENBERG 1952 diskutiert worden sind. In Tabelle 1 sind Richtwerte der Eindringtiefe der Elemente am absoluten Nullpunkt tabelliert. Man muss sich dabei vergegenwärtigen, dass diese Messungen an sehr unterschiedlichen Proben und mit ganz verschiedenen Messmethoden ausgeführt wurden; zusätzlich unterscheiden sich noch die zur Auswertung der Messungen herangezogenen Theorien.

Von BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER 1957 ist kürzlich eine mikroskopische Theorie der Supraleitung entwickelt worden. Obwohl in bezug auf den Meissner-Effekt die Entwicklung noch im Fluss ist, ist doch die Überprüfung der durch diese Theorie geforderten Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe von Interesse.

## 2. Überblick über neuere Experimente

*2.1. Makroskopische Proben.* Eindringtiefenmessungen an makroskopischen Körpern haben den Vorteil, dass sie mit Einkristallen ausgeführt werden können. Andererseits würde die Angabe von absoluten Werten die Kenntnis der Probengeometrie bis zu einer Genauigkeit von mindestens

Tabelle 1  
Eindringtiefe  $\lambda(0)$  supraleitender Elemente bei  $0^\circ\text{K}$

Element	$\lambda(0)$ in Å	Literatur
Pb	390	LOCK 1951
Hg	380–450 Anisotropieeffekt	LAURMANN und SHOENBERG 1949
Sn	500 520 500 400 470–600 Anisotropieeffekt	PIPPARD 1947 LAURMANN und SHOENBERG 1949 LOCK 1951 CHAMBERS 1956 SCHAWLOW und DEVLIN 1959 a und private Mitteilung
In	640	LOCK 1951
Tl	920	ZAVARITSKII 1952
Al	500	FABER und PIPPARD 1953
Cd	ca. $10^5$ 1300	HEIN und STEELE 1957 KHAIKIN 1958

$1:10^6$  bedingen, so dass nur *Änderungen* der Eindringtiefe mit der Temperatur (auch dem Magnetfeld oder der Kristallorientierung) messbar sind. In verschiedenen Experimenten (PIPPARD 1947, LAURMANN und SHOENBERG 1949, PIPPARD 1950 und 1953, SHARVIN 1952, FABER und PIPPARD 1955, CHAMBERS 1956), die an Zinn, Quecksilber, Aluminium und den Legierungen Zinn-Indium und Zinn-Aluminium durchgeführt wurden, ist die Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe in Übereinstimmung mit dem Gesetz

$$\lambda(T) = \lambda(0)[1 - (T/T_c)^4]^{-1/2} \quad (2.1)$$

befunden worden. Die Verwendung der Gl. (2.1) gestattet dann durch Extrapolation des Temperaturverlaufs auf  $T = 0^\circ\text{K}$  die Bestimmung absoluter Werte der Eindringtiefe.

PIPPARD 1958 bemerkt indessen, dass die experimentelle Evidenz zwar konsistent ist mit dem Gesetz nach Gl. (2.1), aber ungenügend es zu beweisen.

SCHAWLOW und DEVLIN 1959 verwenden eine Hochfrequenzvariante der Casimirmethode ( $\nu = 10^5$  Hz) und messen mit hoher Präzision den Temperaturgang der Eindringtiefe an Zinn. Sie finden erstmals Abweichungen von Gl. (2.1) bei tiefen Temperaturen, welche die Berechtigung der Extrapolation auf  $T = 0^\circ\text{K}$  unter Zugrundelegung dieser Gleichung fragwürdig erscheinen lassen. Ihre Resultate können interpretiert

werden, wenn eine Energielücke im Spektrum der Elektronenenergien angenommen wird (LEWIS 1956, BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER 1957).

Absolute Messungen sind bei jeder Temperatur möglich mit Proben, bei denen mindestens eine Dimension vergleichbar ist mit der Eindringtiefe, also an Kolloiden, Kapillardrähten oder Filmen. Mit kleiner werdenden Abmessungen wachsen jedoch die experimentellen Schwierigkeiten der Probenherstellung an, die Frage nach der Güte der Probenoberflächen tritt immer stärker in den Vordergrund und auch die theoretischen Unsicherheiten in der Kenntnis der für die Supraleitung wesentlichen Streuprozesse machen sich unangenehm bemerkbar.

*2.2. Kolloide.* WHITEHEAD 1957 hat die Suszeptibilitätsmessung an kolloidalem Quecksilber nach SHOENBERG 1940 wiederholt und die Teilchengrößenverteilung elektronenmikroskopisch untersucht. Er findet die Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe nach Gl. (2.1), jedoch mit ungefähr doppelt so grossem Wert  $\lambda(0)$  wie LAURMANN und SHOENBERG 1949. Das Resultat wird als Evidenz zugunsten der nichtlokalen Theorie gedeutet.

Ausser Quecksilber ist bis jetzt nur Blei in kolloidaler Form verwendet worden. DOLL 1958 findet an supraleitenden Bleikugeln mit Durchmessern von  $10^{-6}$  bis  $10^{-5}$  cm keinen messbaren gyromagnetischen Effekt und kommt zum Schluss, dass die mittlere Eindringtiefe einen mindestens dreimal grösseren Wert haben muss als den von LOCK 1951 an wesentlich dickeren Filmen gefundenen.

*2.3. Dünne Drähte.* Suszeptibilitätsmessungen an Kapillardrähten aus Quecksilber sind von DESIRANT und SHOENBERG 1948 ausgeführt worden. Die dünnsten Drähte, die hergestellt werden konnten, hatten Durchmesser von etwa  $10^{-3}$  cm und waren für absolute Messungen noch zu dick. Zudem zeigte das in Glas eingefrorene Quecksilber eine verschmierte Phasenumwandlung.

LUTES 1957 verwendet Zinn-Wiskers mit Durchmessern von 0,7 bis  $5,0 \cdot 10^{-4}$  cm, schliesst aber indirekt aus der Messung des kritischen Feldes auf die Eindringtiefe. Er findet  $\lambda(0)$  stark abhängig von der freien Weglänge im normalleitenden Zustand in qualitativer Übereinstimmung mit PIPPARD 1953 und für die reinste Probe quantitative Übereinstimmung mit LAURMANN und SHOENBERG 1949.

*2.3. Filme.* Gleichfalls indirekt haben ZAVARITSKII 1951 und 1952 an Zinn-, Indium- und Thalliumfilmen, ferner KHUKHOREVA 1957 an Quecksilberfilmen die Eindringtiefe gemessen. Die Beobachtung des Widerstandseinsatzes im Magnetfeld bedingt Unsicherheiten in den Resultaten, die bei Filmen mit Verwendung direkterer Messmethoden umgangen werden können (SHOENBERG 1953).

LOCK 1951 hat die Suszeptibilität ebener supraleitender Filme bestimmt. Bei dieser Methode ist eine sehr präzise Justierung der Filme notwendig, weil ihre Entmagnetisierungsfaktoren parallel und senkrecht zur Filmebene grössenordnungsmässig verschieden sind. LOCK 1951 benötigt zur Überwindung der Justierungsschwierigkeiten und zur Erreichung eines genügenden Messeffekts einen Stapel von rund 100 Filmen. Seine Messungen ergeben für Zinn und Indium die Temperaturabhängigkeit nach Gl. (2.1), Blei wird nur bei  $4,2^\circ\text{K}$  untersucht. Der Absolutwert  $\lambda(0)$  von Zinn stimmt überein mit dem von LAURMANN und SHOENBERG 1949. Die Filmdicken variieren von  $2320 \text{ \AA}$  bis  $7900 \text{ \AA}$  für Zinn,  $1970 \text{ \AA}$  bis  $9580 \text{ \AA}$  für Indium und  $1070 \text{ \AA}$  bis  $7600 \text{ \AA}$  für Blei.

SCHAWLOW 1958 findet in niederfrequenten Transmissionsmessungen mit hohlzylindrischen Filmen aus Zinn, deren Dicke  $660 \text{ \AA}$  resp.  $935 \text{ \AA}$  beträgt, rund zweimal grössere Absolutwerte als LOCK 1951.

GLOVER und TINKHAM 1957 messen in Transmissionsversuchen im Mikrowellengebiet an Zinn- und Blei-Filmen, deren Dicke auf  $20\text{--}100 \text{ \AA}$  geschätzt wird, etwa zehnfache Londonsche Werte für die Eindringtiefe. Ihre Resultate lassen sich verstehen, wenn die Begrenzung der freien Weglänge durch die Filmdicke nach PIPPARD 1953 berücksichtigt wird. GLOVER und TINKHAM 1957 bestätigen zusätzlich die Vorstellungen der nichtlokalen Theorie durch Transmissionsmessungen an Filmen, die sich nur durch verschiedene Fehlordnung im Gitter unterscheiden.

Wir haben mit der gleichen Methode wie SCHAWLOW 1958 gearbeitet (JAGGI und SOMMERHALDER 1958) und absolute Eindringtiefenmessungen an Zinnfilmen in Abhängigkeit von Temperatur und Schichtdicke ausgeführt. Über die Resultate haben wir in einer kurzen Notiz berichtet (JAGGI und SOMMERHALDER 1959). Das experimentell erfasste Temperaturintervall erstreckt sich vom Sprungpunkt bis zu  $T = 1,35^\circ\text{K}$ , so dass die Gültigkeit der Gl. (2.1) schärfer geprüft werden konnte als in verschiedenen früheren Experimenten. ERLBACH, GARWIN und SARACHIK 1958 haben eine ähnliche hochfrequente Messanordnung angekündigt.

### 3. Dünnwandige Hohlkörper im Magnetfeld

3.1. *Londonsche Theorie für Hohlzylinder und Hohlkugel.* Legt man an einen unendlich langen supraleitenden Hohlzylinder mit Innenradius  $R$  und Wandstärke  $\delta$  ein niederfrequentes longitudinales Magnetfeld

$$H_a \exp(i \omega t)$$

an, so dringt ins Innere ein abgeschwächtes homogenes Magnetfeld

$$H_i \exp(i \omega t)$$

ein. Nach der Londonschen Theorie lässt sich in der Wand des Hohlzylinders das Vektorpotential  $\mathbf{A}$  aus der Differentialgleichung

$$\Delta \mathbf{A} - (\mu_0 / \lambda) \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (3.11)$$

berechnen, wo  $\Lambda$  die Supraleitungskonstante bedeutet, die nach Gl. (1.1) mit der Eindringtiefe verknüpft ist, und hieraus die magnetische Induktion

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (3.12)$$

wie auch die Dichte  $\mathbf{j}_s$  des Suprastroms

$$\mathbf{j}_s = - (1/\Lambda) \cdot \mathbf{A}. \quad (3.13)$$

Bei Zylindersymmetrie ist das Vektorpotential azimuthal gerichtet und nur vom Radius  $r$  abhängig. Auf der Oberfläche des Hohlzylinders müssen die Randbedingungen

$$\begin{aligned} A_\varphi(R) &= \mu_0 R H_i / 2 \\ dA_\varphi(R) / dr &= \mu_0 H_i \\ dA_\varphi(R + \delta) / dr &= \mu_0 H_a \end{aligned} \quad (3.14)$$

erfüllt werden.

Wenn die Wandstärke  $\delta$  klein ist im Vergleich zum Radius  $R$  des Hohlzylinders, so wird das Verhältnis der inneren zur äusseren Feldstärke

$$H_i / H_a = \left( \frac{R}{2\lambda} \sin \frac{\delta}{\lambda} + \cos \frac{\delta}{\lambda} \right)^{-1}. \quad (3.15)$$

Der zweite Summand in Gl. (3.15) ist vernachlässigbar, wenn

$$(R/\lambda) \cdot (\delta/\lambda) \gg 1. \quad (3.16)$$

Wählt man  $R = 1$  cm, so ist die Bedingung (3.16) auch bei Filmen von nur wenigen Atomlagen Dicke stets erfüllt ausser in unmittelbarer Umgebung des Sprungpunktes.

Mit  $\lambda = 10^3$  Å berechnet man für eine Schichtdicke  $\delta = 50$  Å ein Abschwächungsverhältnis  $H_i / H_a = 4 \cdot 10^{-4}$ , und für  $\delta = 2000$  Å wird  $H_i / H_a = 5,5 \cdot 10^{-6}$ .

Die maximale Stromdichte stimmt für Schichtdicken  $\delta \gg \lambda$  mit derjenigen des Vollzylinders überein, während sie für  $\delta \ll \lambda$  um den Faktor  $\lambda/\delta$  grösser wird als im Vollzylinder. Demzufolge nimmt die kritische Feldstärke mit abnehmender Schichtdicke ab.

Legt man an den gleichen Hohlzylinder ein transversales Magnetfeld, so gilt (3.15) unverändert. Für eine Hohlkugel wäre in Gl. (3.15) nur die 2 durch eine 3 zu ersetzen.

*3.2. Nichtlokale Theorie des Hohlzylinders.* PIPPARD 1953 ersetzt Gl. (3.11) durch die Differential-Integral-Gleichung

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{3\mu_0}{4\pi\xi_0\Lambda} \int \frac{\mathbf{r}' [\mathbf{A}(\mathbf{r} + \mathbf{r}') \cdot \mathbf{r}'] e^{-r'/\xi}}{r'^4} d\tau' = 0, \quad (3.21)$$

worin  $\xi_0$  die Kohärenzlänge in einem grossen reinen Kristall und  $\xi$  die Kohärenzlänge in einem grossen Kristall mit Störstellen bedeuten. Die Integration erstreckt sich über den unendlich ausgedehnten Raum. Auf der Oberfläche des Supraleiters ist die Nebenbedingung zu erfüllen, dass kein Suprastrom ins Äussere austreten kann, weiter ist eine Annahme

nötig über den Bruchteil der Supraleitungselektronen, der in der Oberfläche diffus resp. elastisch gestreut werden soll.

Exakte Lösungen von Gl. (3.21) sind nur in wenigen Spezialfällen bekannt.

PETER 1958 behandelt den Fall des dünnwandigen Hohlzylinders ( $\delta/\xi \ll 1$ ) im longitudinalen Magnetfeld mit Hilfe eines Iterationsverfahrens unter Annahme vollständig diffuser Streuung in der Oberfläche. Er findet

$$H_i/H_a = \frac{8\lambda\xi_0}{3\mu_0 R \delta^2} \cdot \Phi(\delta/\xi) \quad (3.22)$$

mit

$$\Phi(\delta/\xi) = \left[ \lg \frac{\xi}{\delta} + 0,423 + \frac{2\delta}{3\xi} - \frac{\delta^2}{12\xi^2} \left\{ \lg \frac{\xi}{\delta} + 2,006 \right\} \right]^{-1}.$$

Die experimentelle Bestimmung der Supraleitungskonstanten  $\lambda$  aus (3.22) setzt die Kenntnis der Parameter  $\xi$  und  $\xi_0$  voraus.  $\xi_0$  kann aus der Theorie von BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER 1957, die am absoluten Nullpunkt mit der Pippardschen übereinstimmt, entnommen werden. Für Zinn gilt  $\xi_0 = 2500 \text{ \AA}$ .  $\xi$  wird behelfsmässig berechnet aus der Beziehung

$$1/\xi = 1/\xi_0 + 1/l, \quad (3.23)$$

wo  $l$  die mittlere freie Weglänge der (freien) Elektronen im normalleitenden Zustand bedeutet, die aus Restwiderstandsmessungen bestimmt werden kann.

Setzt man Gl. (3.22) als richtig und ihre Parameter als bekannt voraus, so lässt sich mit dem nach Gl. (3.22) berechneten Wert von  $H_i/H_a$  unter Verwendung von Gl. (3.15) eine effektive Londonsche Eindringtiefe definieren, die mit abnehmender Filmdicke anwächst.

Im Grenzfall dickwandiger Hohlzylinder ( $\delta/\xi \gg 1$ ) kann man auf die Berechnungen zurückgreifen, die sich auf den supraleitenden Halbraum beziehen (PIPPARD 1953, SONDHEIMER 1952).

#### 4. Aufbau der Apparatur

4.1. *Schaltung.* Fig. 1 zeigt das Schema unserer Schaltung. Ein Niederfrequenzgenerator von 30 Watt Ausgangsleistung, der bei der Frequenz  $\nu = 60 \text{ Hz}$  arbeitet, speist über einen Vorschaltwiderstand  $W$  und ein Ampèremeter  $A$  eine Feldspule  $P$ . In ihrem Magnetfeld befindet sich als Probe ein zylindrischer Metallfilm und darin eine Induktionsspule  $S$  hoher Windungsfläche. Die in  $S$  induzierte Spannung lässt sich kompensieren, indem im Primärkreis am Widerstand  $R$  eine Spannung abgegriffen und mit der Kapazitätsdekade  $C$  und dem festen Widerstand  $\rho$  abgeschwächt wird. Die Bedingung  $2\pi\nu(R + \rho)C \ll 1$  muss erfüllt sein, damit die Phasenlage der Kompensationsspannung richtig ist. Als Nullinstrument dient ein Vibrationsgalvanometerverstärker  $G$  nach BUSCH



1954. Er besitzt bei  $\nu = 60$  Hz eine Spannungsempfindlichkeit von  $1 \cdot 10^{-9}$  V/mm·m und hat eine Bandbreite von 0,25 Hz. Die lichtelektrische Verstärkung erfolgt mit einem Photomultiplier. Parallel zum Galvanometerverstärker ist ein Kathodenstrahloszillograph geschaltet, der

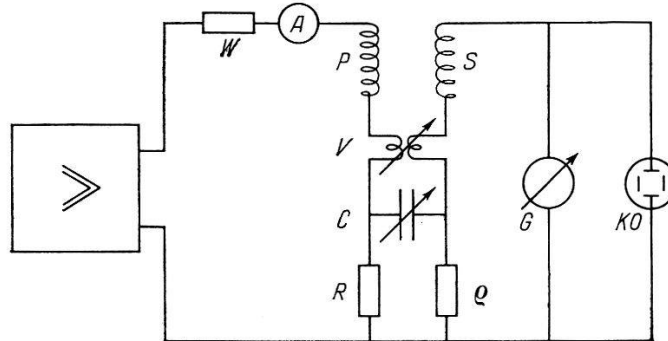


Fig. 1 Schaltschema

$W = 100 \Omega$ ,  $A =$  Ampèremeter,  $P =$  Primärspule,  $S =$  Sekundärspule,  
 $V =$  Variometer,  $C = 10^{-4} - 1,1 \mu F$ ,  $R = 3,81$  oder  $9,77 \Omega$ ,  $q = 0,111 \Omega$ ,  
 $G =$  Galvanometerverstärker,  $KO =$  Kathodenstrahloszillograph

breitbandig eine Spannungsempfindlichkeit von einigen Mikrovolt besitzt. Ein kleines Variometer  $V$  wird zur Eliminierung von Störspannungen benützt, die vom Generator aus direkt auf den Verstärker eingestreu werden.

Der Widerstand  $W$  ist hochohmig im Vergleich zu den Impedanzen von Feldspule und Ampèremeter. Er vernichtet somit einen grossen Teil der Generatorleistung. Dafür ist aber die erwähnte Einstreuung des Generators auf den Verstärker unabhängig von der Impedanz (Temperatur) der Feldspule und unabhängig vom Innenwiderstand des Ampèremeters auf allen verwendeten Messbereichen.

4.2. *Kryostat.* Fig. 2 zeigt die Anordnung der Spulen und des Films im Heliumkryostaten  $D$ . Die Feldspule  $P$  (Länge 40 mm, Innenradius 34 mm, Aussenradius 57 mm) ist auf Plexiglas gewickelt, damit Wirbelströme vermieden werden und hat 437 Windungen aus Kupferdraht von 1 mm Durchmesser. Die Induktionsspule  $S$  besitzt ebenfalls einen Plexiglasträger. Die Wicklung (Länge 20 mm, Innendurchmesser 2 mm, Aussendurchmesser 7 mm) besteht aus Kupferdraht von 0,05 mm Durchmesser; ihre Windungsfläche ist von der Grössenordnung  $10^4 - 10^5$  mm<sup>2</sup>. Sie ist auf ein Neusilberrohr  $N$  gesteckt, das mit Hilfe einer Führung, die in Fig. 2 nicht gezeichnet ist, in bezug auf die Feldspule  $P$  und den Film  $F$  zentriert wird. Die Stromzuführungen  $Z$  zur Induktionsspule  $S$  werden fein verdreht in der Achse des Neusilberrohrs  $N$  aus dem Kryostaten geführt. Zudem sind sie in der Nähe der Feldspule  $P$  durch das 20 cm lange und 1 mm dicke supraleitende Bleirohr  $B$  vor störenden Induktionsspannungen geschützt.

Das Magnetfeld der Erde wird vor jedem Experiment mit zwei Paaren von Helmholtzspulen auf einige Prozente genau kompensiert. Als Nullinstrument dient ein empfindlicher ballistischer Galvanometerverstärker.

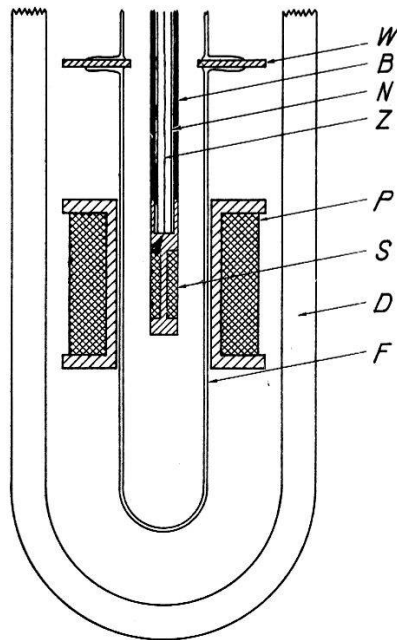


Fig. 2

Anordnung von Probe und Spulen im Kryostat

$D$  = Heliumdewar,  $F$  = Film auf Glasträger,  $P$  = Primärspule,  $S$  = Sekundärspule mit Zuleitungen  $Z$ ,  $N$  = Neusilberrohr,  $B$  = Bleiabschirmung,  
 $W$  = Wolframstifte

Die Metallfilme sind auf die Innenwand des Pyrexrohrs  $F$  aufgedampft. Sie besitzen einen Radius von ca. 1,2 cm und eine Länge von ca. 18 cm. Im oberen Teil des Filmträgers  $F$  sind 4 Wolframstifte je unter  $90^\circ$  versetzt eingeschmolzen, die im Innern des Rohrs platinieren sind und als Sonden für die Widerstandsmessung an den Filmen dienen. In einigen Versuchen, bei denen nur das Widerstandsverhalten der Filme untersucht wurde, sind die Platinkontakte auch längs einer Mantellinie des Pyrexrohrs angebracht worden.

**4.3. Filmherstellung.** Die Filme wurden im Vakuum aufgedampft. Die Verdampfungsrate lag zwischen etwa  $10 \text{ \AA}/\text{Min.}$  und einigen Hundert  $\text{\AA}/\text{Min.}$  Der Druck beim Aufdampfen war nie grösser als  $p = 2 \cdot 10^{-6} \text{ mm Hg}$ , vor- und nachher etwa zehnmal kleiner.

Als Verdampfungsquelle wurde eine in der Achse des Filmträgers  $F$  zentrierte, ca. 16 cm lange Spirale aus Molybdändraht verwendet, der mit Molybdändraht von 0,05 mm Durchmesser umspinnen war. Mit dieser Anordnung lässt sich erreichen, dass das geschmolzene Zinn in Ritzen festsetzt und dadurch die Filmdicke konstant wird.

Das aufzudampfende Zinn wurde elektrolytisch in zylindersymmetrischer Anordnung auf die Molybdänspirale mit Reinzinn als Anode auf-

getragen. Eine Probe des Anodenblechs wurde chemisch analysiert. Dabei konnten kein Antimon und nur Spuren von Aluminium, Blei, Kupfer und Eisen festgestellt werden. Das elektrolytische Bad setzte sich nach PFANHAUSER 1941 aus 25 g/l NaOH, 10 g/l KCN und 25 g/l  $\text{SnCl}_2$  krist. zusammen. Alle verwendeten Chemikalien waren analysenrein. Wir möchten die chemischen Verunreinigungen in den Filmen als bedeutungslos ansehen neben den zahlreichen Gitterstörungen.

Der Filmträger  $F$  wurde während dem Aufdampfen mit flüssigem Stickstoff gekühlt. Die Erwärmung der Filme beim Aufdampfen lässt sich mit Hilfe der Matthiessenschen Regel (vgl. Abschnitt 5.1) abschätzen aus der Widerstandsänderung der Filme beim Abschalten des Heizstroms durch die Verdampfungsquelle. Sie wurde zu maximal  $15^\circ$  gefunden und war in den meisten Fällen kleiner.

Nach dem Aufdampfen wurden die Filme bei Zimmertemperatur getempert und hernach vom Vakuumsystem abgeschnitten. Der Lufteinlass verursachte keine Widerstandsänderung innerhalb der Messgenauigkeit von ca. 2%. In einem Fall wurde der Temperaturverlauf des elektrischen Widerstandes an einem Film überprüft, der zwei Wochen lang im Kryostat aufbewahrt lag, ohne dass eine Veränderung festgestellt werden konnte.

Eine starke Gasabsorption in den Filmen findet dagegen statt, wenn ins Vakuumsystem Luft eintritt, bevor die Filme getempert sind. Die Widerstandsänderung macht dann sofort ca. 10% aus und nachfolgendes Tempern reduziert den Restwiderstand der Filme nicht mehr wesentlich.

Die Bestimmung der Filmdicke wurde mit folgenden Methoden ausgeführt:

1. durch Eichen der Stromausbeute bei der Elektrolyse und quantitatives Abdampfen;
2. durch Wägen des Trägers mit und ohne Film;
3. durch Lösen des Films in Salzsäure und anschliessende potentiometrische Titration\*).

Wir halten die Unsicherheit in der Kenntnis der Schichtdicke für kleiner als  $\pm 10\%$ , wobei allerdings wie üblich die Dichte der Filme gleich derjenigen von massivem Zinn gesetzt wurde.

In unserer Anordnung musste kein Bestandteil der Aufdampfapparatur im Vakuum beweglich sein. Es war aber anderseits nicht möglich, die Verdampfungsquelle vor dem Aufdampfen intensiv zu entgasen. Mit dem Einsetzen der Filmkondensation war immer eine Verbesserung des Vakuums feststellbar. Dies ist wohl der Getterwirkung des Films zuzuschreiben und dürfte das zu starke Anwachsen des Restwiderstandes bei unseren dünnsten Filmen erklären (vgl. Tabelle 2 und NIEBUHR 1952).

\*) Wir danken Herrn Professor Dr. O. GÜBELI und Herrn dipl. ing. chem. H. GNEPF für die Ausführung von Analysen.

Tabelle 2  
Restwiderstandsverhältnis der Zinnfilme

$\delta$ in Å	$R(4,2^\circ \text{K})/R(295^\circ \text{K})$
260	0,23
445	—
470	0,23
890	0,13
960	0,11
1000	0,14
1420	0,10
1790	0,09 <sub>5</sub>
1880	0,06
1920	0,09
2340	0,09
2350	0,06 <sub>5</sub>

## 5. Resultate

5.1. *Widerstandsverhalten der Filme.* Das Widerstandsverhalten aufgedampfter Zinnfilme ist von BUCKEL und HILSCH 1952 sowie NIEBUHR 1952 ausführlich untersucht worden. Wir haben uns überzeugt, dass unsere Filme ebenfalls die folgenden Eigenschaften zeigten:

1. Die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes ist für Filme gleicher Dicke reproduzierbar.

2. Beim ersten Aufwärmen von Filmen, die durch abschreckende Kondensation entstanden sind, spielen sich irreversible Widerstandsänderungen ab, wobei auch negative Temperaturkoeffizienten auftreten. Diese Effekte hängen auf Grund von Röntgen- und Elektronenbeugungsaufnahmen (RUEHL 1954, BUCKEL 1954) mit dem Wachstum der Kristallite zusammen.

3. Das Widerstandsverhalten der Filme unterhalb der höchsten Temperatur, auf die der Film gebracht wurde, ist reversibel und die Mathiesensche Regel ist gültig.

Fig. 3 zeigt den mittleren Temperaturkoeffizienten

$$\alpha = \frac{1}{R(T)} \cdot \frac{R(T) - R(T')}{T - T'}$$

des spezifischen Widerstandes zwischen Zimmertemperatur  $T$  und dem Siedepunkt  $T'$  von flüssigem Stickstoff, bezogen auf Zimmertemperatur, in Abhängigkeit von der Schichtdicke  $\delta$ . Für kompaktes Zinn (gestrichelter Pfeil am rechten Figurenrand) ist  $\alpha = 4,0 \cdot 10^{-3}/\text{Grad}$ .

Diskutiert man diese Messungen mit der Annahme freier Leitungselektronen, so zeigen sie den Einfluss der Begrenzung der freien Weglänge durch die Filmdicke (FUCHS 1938, CHAMBERS 1950). Es gilt für  $l_\infty \ll \delta$

$$\alpha = \alpha_{\infty} [1 - 3(1 - p) l_{\infty} / 8 \delta], \quad (5.11)$$

wo  $\alpha_{\infty}$  den Temperaturkoeffizienten des spezifischen Widerstandes und  $l_{\infty}$  die mittlere freie Weglänge der Elektronen in sehr dicken Schichten

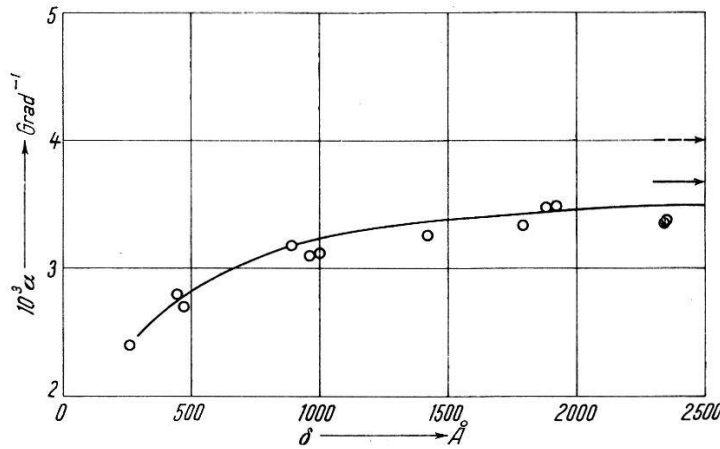


Fig. 3

Mittlerer Temperaturkoeffizient  $\alpha$  des elektrischen Widerstandes der Zinnfilme in Abhängigkeit von der Schichtdicke  $\delta$

—→ Grenzwert von  $\alpha$  für sehr dicke Filme      —→  $\alpha$  für kompaktes Zinn  
 — mit  $p = 0,1$  angepasste Kurve nach der Theorie von FUCHS 1938

bedeuten, ferner  $p$  den Bruchteil der in der Oberfläche elastisch gestreuten Elektronen.

Berechnet man gleich wie NIEBUHR 1952 für kompaktes Metall das Verhältnis der Konzentration freier Elektronen  $n_F$  zur Konzentration der Atome  $n$  aus (FRÖHLICH 1936)

$$n_F/n = c T/\Theta^2 \varrho(T), \quad (5.12)$$

wo  $c = 2,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} \cdot \text{Grad}$ ,  $\Theta$  die Debyetemperatur und  $\varrho(T)$  den spezifischen Widerstand bei der Temperatur  $T \gg \Theta$  bedeuten, und hierauf die mittlere freie Weglänge  $l(T)$  aus (SONDHEIMER 1952)

$$l(T) \varrho(T) n_F^{2/3} = 1,27 \cdot 10^4 \Omega, \quad (5.13)$$

so wird für Zinn mit  $\Theta = 210^\circ \text{K}$  und  $\varrho(295^\circ \text{K}) = 10,1 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$

$$n_F/n = 0,1_5 \quad \text{und} \quad l(295^\circ \text{K}) = 400 \text{ \AA}.$$

Da unsere dicksten Filme ungefähr 8% Restwiderstand haben, ist dort etwa  $l_{\infty}(295^\circ \text{K}) = 370 \text{ \AA}$  und  $\alpha_{\infty} = 3,7 \cdot 10^{-3}/\text{Grad}$  (ausgezogener Pfeil am rechten Rand von Fig. 3) zu setzen. Mit Verwendung dieser Daten lässt sich durch Anpassen der theoretischen Kurve nach Gl. (5.11) an die Messpunkte der Bruchteil der in der Filmoberfläche elastisch gestreuten Elektronen zu  $p \approx 0,1$  bestimmen.

Ferner schliesst man aus 8% Restwiderstand auf eine freie Weglänge  $l_{\infty}(4,2^\circ \text{K}) \approx 4650 \text{ \AA}$  und mit Gl. (3.23) weiter auf eine Pippardsche Kohärenzlänge

$$\xi = 1630 \text{ \AA}.$$

Tabelle 2 zeigt das gemessene Restwiderstandsverhältnis

$$R(4,2^\circ \text{K})/R(295^\circ \text{K})$$

in Abhängigkeit von der Filmdicke. Es stimmt innerhalb der Streuung für die dickeren Filme mit dem von BUCKEL und HILSCH 1952 sowie NIEBUHR 1952 angegebenen Restwiderstandsverhältnis überein, während sich bei unseren dünnsten Filmen der in Abschnitt 4.3 bereits erwähnte Gasgehalt im Metallgitter bemerkbar macht.

Durch Tempern oberhalb Zimmertemperatur kann das Restwiderstandsverhältnis der dickeren Filme bis auf etwa 1% herabgedrückt werden. Dabei scheinen sich jedoch mindestens an einzelnen Stellen in der Schicht Risschen zu bilden. Jedenfalls ist es vorgekommen, dass getemperte Filme, deren Widerstandsverhalten in Ordnung schien, bei der Eindringtiefenmessung starke nichtlineare Effekte zeigten in Magnetfeldern, die etwa zehnmal kleiner waren als die üblicherweise zulässigen (vgl. Abschnitt 5.2).

Tabelle 3  
Zahl freier Leitungselektronen pro Atom in Zinn

$n_F/n$	Literatur
0,43	ANDREW 1949
1,1	CHAMBERS 1952
0,35	KUNZLER UND RENTON 1957
0,8	ALEXANDROV UND VERKIN 1958

Die Zahl der freien Elektronen pro Atom kann experimentell aus Leitfähigkeitsmessungen bestimmt werden, sofern über  $p$  willkürlich verfügt wird. Meistens wird im Anschluss an CHAMBERS 1950 völlig diffuse Oberflächenstreuung angenommen. In Tabelle 3 sind einige Werte  $n_F/n$  zusammengestellt, die für  $p = 0$  an kompaktem Zinn gemessen wurden. Sie vermitteln einen Anhaltspunkt über die quantitative Unsicherheit, mit der die verwendete Leitfähigkeitstheorie behaftet ist. Unser Wert  $n_F/n = 0,1_5$  (für  $p = 0,1$ ), der für ein zweiwertiges Metall vernünftig erscheint, ist zwar deutlich kleiner als die tabellierten Werte, indessen werden die in Abschnitt 6 gezogenen Schlüsse dadurch nicht gefährdet.

5.2. *Eindringtiefenmessung.* Vor der Eindringtiefenmessung wurde mit normalleitendem Film die in der Sekundärspule  $S$  induzierte Spannung  $V_n$  definiert um den Faktor  $v$  abgeschwächt und kompensiert. Der hierzu benötigte Kapazitätswert der Dekade  $C$  sei  $C_n$ . Anschliessend wurde die Temperatur erniedrigt und mit supraleitendem Film wieder die in  $S$  induzierte Spannung  $V_s$  durch Aufsuchen der passenden Kapazität  $C_s$  kompensiert. Es gilt dann

$$v \cdot C_n / C_s = V_n / V_s = H_a / H_i, \quad (5.21)$$

wobei sich  $V_n$  und  $V_s$  resp.  $H_a$  und  $H_i$  auf denselben felderzeugenden Strom beziehen. Hierauf lässt sich die Londonsche Eindringtiefe aus den Gl. (5.21) und (3.15) berechnen.

Die kritische Temperatur der Filme wurde aus dem Widerstandsverlauf bestimmt. Sie lag immer etwa  $1/10^\circ$  höher als bei kompaktem Zinn, die Umwandlungsbreite war ungefähr  $1/100^\circ$ . Ein ähnliches Widerstandsverhalten haben ZAVARITSKII 1951 wie auch BUCKEL und HILSCH 1952 festgestellt.

LOCK 1951 hat gezeigt, dass Sprungpunktsverschiebungen der Grössenordnung  $1/10^\circ$  durch Spannungen zwischen Film und Unterlage bewirkt werden können und keinen wesentlichen Einfluss auf die Eindringtiefe haben.

Das kritische Feld war in keinem Fall grösser als einige Prozente des kritischen Feldes kompakter Körper. Hierfür sind nach unseren Erfahrungen nicht Randeffekte an den Enden des Films verantwortlich, sondern Löcher im Film. Die gleiche Feststellung macht auch SCHAWLOW 1958.

$C_s$  wurde zuerst immer mit möglichst kleinem Strom  $I_P$  durch die Primärspule  $P$  eingestellt, dann wurde der felderzeugende Strom allmählich gesteigert. Es zeigte sich, dass ein Bereich von Primärfeldern existiert, in dem eindeutig  $C_s$  von  $I_P$  unabhängig ist. Bei den ersten Anzeichen von Nichtlinearität zwischen  $I_P$  und  $V_s$  wurde der felderzeugende Strom wieder reduziert und der zur Kompensation benötigte Kapazitätswert  $C_s$  überprüft. In vielen Fällen reproduzierte sich der lineare Teil wieder, manchmal wurde jedoch  $C_s$  grösser. In diesen Fällen wurde der Film auf  $4,2^\circ\text{K}$  aufgewärmt und erneut abgekühlt, wobei sich der ursprünglich gemessene Wert  $C_s$  immer reproduzierte. Die kleinsten verwendeten Primärfelder betragen etwa  $1/100$  Oersted, die grössten etwa 5 Oersted.

$C_s$  konnte auf wenige Prozente genau eingestellt werden. In Fig. 4 ist eine typische Messkurve dargestellt.

5.21. *Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe.* Fig. 5 zeigt die Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe von Zinn für verschiedene Filmdicken. Es werden reduzierte Einheiten verwendet, die Gl. (2.1) in eine Gerade durch die Punkte (1,0) und (0,1) des Koordinatensystems transformieren. Die Messpunkte zeigen für die verschiedenen Filmdicken deutliche Abweichungen von dieser Geraden.

Systematische Messfehler möchten wir für unwahrscheinlich halten, da störende magnetische Einstreuung mit Sicherheit vermieden werden konnte und geringfügige Veränderungen in der Geometrie der Anordnung, wie sie durch das Abkühlen des Kryostaten oder durch das Abpumpen des Heliums über dem Temperaturbad bewirkt werden können, belanglos sind.

Die grösste Unsicherheit bei der Auswertung der Messungen nach Gl. (3.15) rührt von der Bestimmung der Schichtdicke her. Sie ist mit  $\pm 10\%$  jedoch sicher zu klein, um die gemessenen Abweichungen von Gl. (2.1) fragwürdig erscheinen zu lassen.

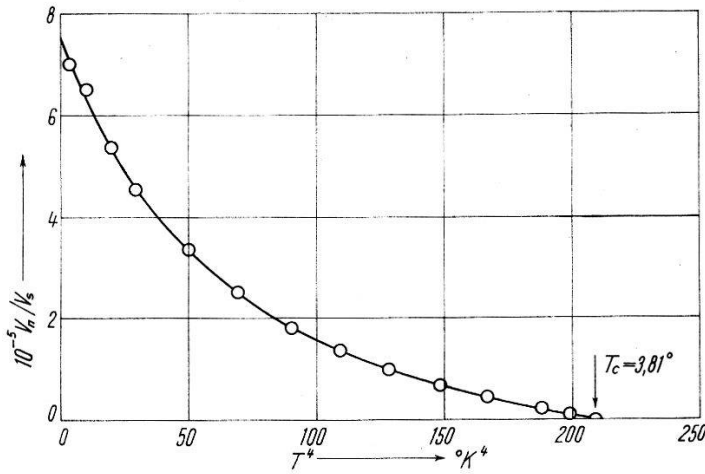


Fig. 4

Temperaturabhängigkeit der Feldabschwächung  $V_n/V_s = H_a/H_i$  für einen Zinnfilm der Dicke  $\delta = 1880 \text{ \AA}$

Wesentlich scheint uns, dass unsere Messungen das Temperaturgebiet zwischen  $1,35^\circ \text{ K}$  (der tiefsten durch Abpumpen erreichten Temperatur) und der kritischen Temperatur erfassen. Es wird dadurch ein strengerer

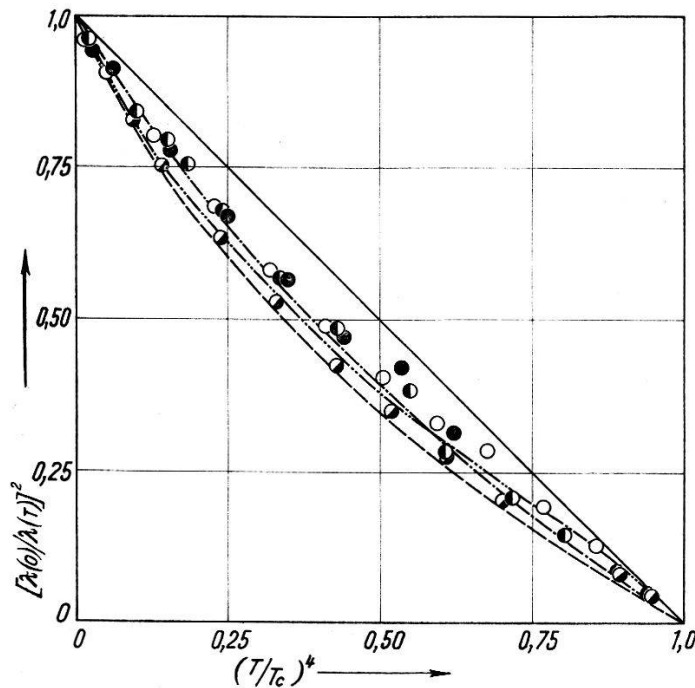


Fig. 5

Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe von Zinn für verschiedene Filmdicken ( $\bullet = 447 \text{ \AA}$ ,  $\circ = 995 \text{ \AA}$ ,  $\circ = 1420 \text{ \AA}$ ,  $\bullet = 1880 \text{ \AA}$ ) und theoretische Kurven nach GORTER und CASIMIR 1934 (—), LEWIS 1956 für  $\alpha = 1,25$  (---),  $\alpha = 1,50$  (-·-·) und BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER 1957 (-·-·)



Test auf die Gültigkeit der Gl. (2.1) ermöglicht als in verschiedenen älteren Arbeiten. Die Tagungsberichte von SHOENBERG 1949 und PIP-PARD 1958 sind in diesem Zusammenhang von Interesse.

Die Übereinstimmung unserer Resultate mit denjenigen von SCHAW-LOW und DEVLIN 1959 ist befriedigend.

Die Ausdehnung der Eindringtiefmessungen nach noch tieferen Temperaturen ist heute mit Verwendung von  $\text{He}^3$  möglich und scheint uns interessant zu sein.

5.22. *Absolute Werte der Eindringtiefe.* In Fig. 6 sind die auf  $T = 0^\circ\text{K}$  extrapolierten Londonschen Eindringtiefen dargestellt, die für verschiedene Schichtdicken  $\delta$  gefunden wurden. Es ist eine Zunahme der Ein-

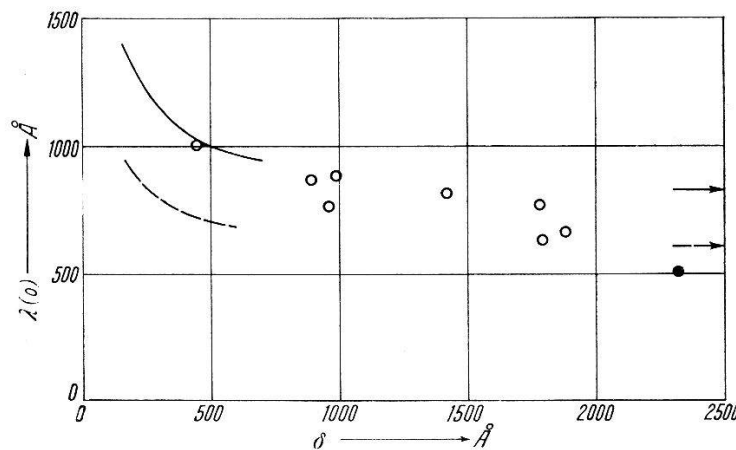


Fig. 6

Absolutwerte  $\lambda(0)$  der Eindringtiefe von Zinn in Abhängigkeit von der Filmdicke  $\delta$ .  $\circ$  = eigene Messungen,  $\bullet$  nach LOCK 1951. Theoretische Kurven nach PIP-PARD 1953 und PETER 1958 mit  $\xi_0 = 2500 \text{ \AA}$ ,  $\xi = 1630 \text{ \AA}$  und  $\mathcal{A} = 3,27 \cdot 10^{-21} \text{ V.s.m.A}^{-1}$  (—) resp.  $\mathcal{A} = 1,54 \cdot 10^{-21} \text{ V.s.m.A}^{-1}$  (---)

dringtiefe mit abnehmender Filmdicke feststellbar. Der Absolutwert für die dicksten Filme beträgt  $\lambda(0) = 700 \pm 100 \text{ \AA}$  und ist damit grösser als der von LOCK 1951 an dickeren Filmen gefundene  $\lambda(0) = 500 \pm 10 \text{ \AA}$ . Der Unterschied würde noch vergrössert, wenn wir unsere Messungen in gleicher Weise wie LOCK 1951 von  $T \approx 3^\circ\text{K}$  aus mit Verwendung von Gl. (2.1) auf den absoluten Nullpunkt extrapolieren würden. Mit den Angaben von SCHAWLOW 1958 besteht Übereinstimmung.

Man könnte vermuten, dass die Oberflächenrauigkeit unserer Filme für Transmissionsmessungen zu gross war und deshalb die Eindringtiefe überschätzt wurde. In Vorversuchen mit Zinnfilmen, die bei Zimmertemperatur und mit einer Verdampfungsrate von nur einigen  $\text{\AA}/\text{sec}$  in einer Balzers-Anlage aufgedampft wurden, hat sich gezeigt, dass eine messbare Abschwächung des Magnetfeldes in solchen grobkristallinen Filmen erst von einer kritischen Dicke  $\delta \approx 400 \text{ \AA}$  an auftritt, sodass mit einer Oberflächenrauigkeit von mindestens  $\pm 200 \text{ \AA}$  gerechnet werden muss. LOCK 1951 schätzt die Rauigkeit seiner bei Zimmertemperatur

aufgedampften Zinnfilme aus elektronenmikroskopischen Aufnahmen übereinstimmend auf ca.  $\pm 250 \text{ \AA}$ . An einem grobkristallinen Film der Dicke  $\delta = 1930 \text{ \AA}$  (bestimmt mit der Annahme homogener Massenbelegung und Verwendung der Dichte von kompaktem Zinn) haben wir jedoch dieselbe Eindringtiefe  $\lambda(0) = 735 \text{ \AA}$  gemessen wie an ungefähr gleich dicken Filmen, die bei  $90^\circ \text{ K}$  aufgedampft wurden und deren Oberflächenrauigkeit erheblich kleiner war (Anhaltspunkte ergeben sich aus den Angaben von NIEBUHR 1952 über die kritische Schichtdicke von Zinnfilmen, die auf gekühlte Träger aufgedampft wurden). An dünneren grobkristallinen Filmen wurden allerdings immer grössere Eindringtiefen gemessen als an feinkristallinen, z. B.  $\lambda(0) = 1000 \text{ \AA}$  für  $\delta = 1500 \text{ \AA}$  und  $\lambda(0) = 1950 \text{ \AA}$  für  $\delta = 1160 \text{ \AA}$ .

Man könnte auch vermuten, dass Löcher im Film als Stellen vollkommener Transparenz für eine Überschätzung der Eindringtiefe verantwortlich sind. Nimmt man in roher Abschätzung an, dass von solchen Stellen her ein temperaturunabhängiges Magnetfeld  $H'_i$  ins Innere des Hohlkörpers eindringt, so wäre es aber neben dem Anteil  $H_i$  nach Gl. (3.15) so beträchtlich, dass die experimentell gefundene Temperaturabhängigkeit von  $(H'_i + H_i)$  unverständlich wäre.

## 6. Diskussion

Die Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe lässt sich auf einfachste Weise herleiten aus dem Zwei-Fluida-Modell von GORTER und CASIMIR 1934 mit Gl. (1.2) als Verknüpfung zwischen der Konzentration supraleitender Elektronen und der Eindringtiefe. In diesem Modell ist die freie Energie des Supraleiters so angepasst, dass die spezifische Elektronenwärme proportional zu  $T^3$  wird; als thermodynamische Konsequenz hängt das kritische Feld quadratisch von der Temperatur ab.

Neuere Messungen an supraleitendem Zinn (CORAK und SATTERTHWAITTE 1956, GOODMAN 1957, ZAVARITSKII 1957) legen für die spezifische Elektronenwärme eine Temperaturabhängigkeit nahe von der Form

$$c_{es} = A(T) \exp(-\alpha T_c/T) \quad (6.1)$$

mit einer Energielücke  $\Delta E \approx \alpha kT_c$  in einem Einelektronen-Energiespektrum, wo  $\alpha$  von der Grössenordnung Eins ist. Entsprechende Abweichungen im Temperaturverlauf des kritischen Feldes sind von LOCK, PIPPARD und SHOENBERG 1951, SERIN, REYNOLDS und LOHMANN 1952 sowie MAXWELL und LUTES 1954 gefunden worden.

LEWIS 1956 hat das Zwei-Fluida-Modell von GORTER und CASIMIR 1934 verallgemeinert, indem er den Ausdruck für die freie Energie des Supraleiters an eine exponentielle Temperaturabhängigkeit der spezifischen Elektronenwärme anpasst (temperaturunabhängige Energielücke). Als Konsequenz findet er mit Verwendung von Gl. (1.2) eine Temperatur-

abhängigkeit der Eindringtiefe, die für  $\alpha = 1,25$  und  $\alpha = 1,50$  in Fig. 5 dargestellt ist. Die Theorie von BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER 1957 sagt eine ähnliche Temperaturabhängigkeit voraus, die in Fig. 5 ebenfalls eingezeichnet ist.

Erst nach Abschluss dieser Arbeit haben wir von den Berechnungen von MILLER 1959 Kenntnis erhalten, in denen die Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe von Zinn für verschiedene Werte des Verhältnisses von Kohärenzlänge zu mittlerer freier Weglänge aus der Beziehung zwischen Stromdichte und Vektorpotential nach MATTIS und BARDEEN 1958 explizit berechnet wird. MILLER findet für alle Werte der mittleren freien Weglänge ein ähnliches Temperaturverhalten der Eindringtiefe.

Experimentelle Evidenz für eine Energielücke aus Eindringtiefenmessungen ist erstmals von SCHAWLOW und DEVLIN 1959 an massivem Zinn gefunden worden. Auch unsere Messungen an Filmen lassen sich nach LEWIS 1956 bzw. BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER 1957 interpretieren. In Fig. 5 fällt auf, dass sich die Breite der Energielücke nur schwach auf die Temperaturabhängigkeit der Eindringtiefe auswirkt. Für andere Evidenzen an Zinn sei auf die zusammenfassende Arbeit von BIONDI, FORRESTER, GARFUNKEL und SATTERTHWAITTE 1958 sowie auf die neueren Ultrarot-Experimente von RICHARDS und TINKHAM 1958 hingewiesen.

In Fig. 6 sind die effektiven Londonschen Eindringtiefen am absoluten Nullpunkt in Abhängigkeit von der Schichtdicke  $\delta$  eingezeichnet, die aus den Gl. (3.15) und (3.22) mit  $\xi_0 = 2500 \text{ \AA}$  (siehe Abschnitt 3.2),  $\xi = 1630 \text{ \AA}$  (siehe Abschnitt 5.1) und den Werten  $\Lambda = 3,27 \cdot 10^{-21} \text{ V.s.m.A}^{-1}$  (LAURMANN und SHOENBERG 1949, LOCK 1951) resp.  $\Lambda = 1,54 \cdot 10^{-21} \text{ V.s.m.A}^{-1}$  (FABER und PIPPARD 1955) für die Supraleitungskonstante berechnet wurden. Die Pfeile am rechten Figurenrand entsprechen den Eindringtiefen, die sich nach PIPPARD 1953 für den supraleitenden Halbraum mit diffuser Oberflächenstreuung ergeben.

Der von FABER und PIPPARD 1955 angegebene Wert für die Supraleitungskonstante ist von BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER 1957 verwendet worden und gibt für kompaktes Zinn am absoluten Nullpunkt eine Eindringtiefe  $\lambda(0) = 575 \text{ \AA}$ .

Unsere Messungen sind mit der nichtlokalen Theorie verträglich, wenn man die Unsicherheit, die mit der Bestimmung der Kohärenzlänge  $\xi$  nach Abschnitt 5.1 verbunden ist, berücksichtigt. Die von uns gefundene Abhängigkeit der Eindringtiefe von der Filmdicke hat wegen dem in Abschnitt 5.1 Erwähnten qualitative Bedeutung. Man kann den Messungen aber doch entnehmen, dass die Eindringkurve keine einfache Exponentialfunktion ist. LEWIS 1958 hat einen Versuch unternommen, die Eindringkurve mit Richtungskorrelationsexperimenten auszumessen; quantitative Aussagen sind jedoch bis jetzt nicht möglich geworden.

Die stärkste Stütze für die nichtlokale Theorie bedeutet wohl die nicht-tensorielle Anisotropie der Eindringtiefe, die von PIPPARD 1950 an Zinn gefunden wurde. Zur Interpretation dieser Experimente sind aber Zweifel geäußert worden (KHAIKIN 1955, PIPPARD in BARDEEN 1956). SCHAWLOW und DEVLIN 1959 a bestätigen in ihren kürzlich ausgeführten Anisotropiemessungen an Zinnplatten die Pippardsche Interpretation.

Eine Verbesserung der von uns verwendeten Vakuumtechnik ist ohne allzu grosse Schwierigkeiten möglich, ebenso kann das Abschneiden der Filme vom Vakuumsystem vor der Eindringtiefenmessung vermieden werden. Es ergibt sich dann die Möglichkeit, entsprechende Messungen an dünneren Filmen auszuführen und damit die Form der Eindringkurve besser zu prüfen. Ebenfalls lohnend scheint uns die Ausdehnung solcher Messungen nach noch kleineren reduzierten Temperaturen  $T/T_c$ .

Eindringtiefenmessungen an Blei sind in Vorbereitung. Blei erscheint uns besonders interessant, weil es die grössten Abweichungen vom Gesetz der korrespondierenden Zustände zeigt. DECKER, MAPOTHER und SHAW 1958 schliessen aus der von ihnen gemessenen Temperaturabhängigkeit des kritischen Feldes, dass die spezifische Elektronenwärme eher proportional zu  $T^4$  ist als proportional zu  $\exp(-\alpha T_c/T)$ . Weil die Zerlegung der spezifischen Wärme in die Anteile des Gitters und der Elektronen bei Blei besonders schwierig ist, könnte zusätzliche Information aus Eindringtiefenmessungen nützlich sein.

Unserem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. G. BUSCH, danken wir für das fördernde Interesse und die Unterstützung bei dieser Arbeit herzlich, ebenso Herrn Dr. A. L. SCHAWLOW für private Mitteilungen und die Einsicht in unveröffentlichte Resultate. Dem Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung sind wir für finanzielle Unterstützung zu Dank verpflichtet.

#### Literaturverzeichnis

- B. N. ALEXANDROV und B. I. VERKIN, Zh. eksper. teor. Fiz. 34, 1655 (1958), übersetzt in Soviet Physics JETP 7, 1137 (1958).  
 E. R. ANDREW, Proc. Phys. Soc. A 62, 77 (1949).  
 J. BARDEEN, Handbuch der Physik 15, Springer Verlag, Berlin (1956), p. 284.  
 J. BARDEEN, L. N. COOPER und J. R. SCHRIEFFER, Phys. Rev. 108, 1175 (1957); siehe auch J. BARDEEN, Physica 24 S, 27 (1958).  
 M. A. BIONDI, A. T. FORRESTER, M. P. GARFUNKEL und C. B. SATTERTHWAITTE, Rev. Mod. Phys. 30, 1109 (1958).  
 W. BUCKEL, Z. Physik 138, 136 (1954).  
 W. BUCKEL und R. HILSCH, Z. Physik 131, 420 (1952).  
 G. BUSCH, Helv. Phys. Acta 27, 204 (1954).  
 R. G. CHAMBERS, Nature 165, 239 (1950).  
 R. G. CHAMBERS, Proc. Roy. Soc. A 202, 378 (1950).  
 R. G. CHAMBERS, Proc. Roy. Soc. A 215, 481 (1952).  
 R. G. CHAMBERS, Proc. Cambr. Phil. Soc. 52, 363 (1956).  
 W. S. CORAK und C. B. SATTERTHWAITTE, Phys. Rev. 102, 662 (1956).

- D. L. DECKER, D. E. MAPOTHER und R. W. SHAW, *Phys. Rev.* *112*, 1888 (1958).  
M. DESIRANT und D. SHOENBERG, *Proc. Phys. Soc.* *60*, 413 (1948).  
R. DOLL, *Z. Physik* *153*, 207 (1958).  
E. ERLBACH, R. L. GARWIN und M. P. SARACHIK, *Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II*, *3*, 133 (1958).  
T. E. FABER und A. B. PIPPARD, *Proc. Roy. Soc. A* *231*, 336 (1955).  
H. FRÖHLICH, *Elektronentheorie der Metalle*, Springer Verlag, Berlin 1936, p. 189.  
K. FUCHS, *Proc. Cambr. Phil. Soc.* *34*, 100 (1938).  
R. E. GLOVER und M. TINKHAM, *Phys. Rev.* *108*, 243 (1957).  
B. B. GOODMAN, *C. R. Acad. Sci. (Paris)* *244*, 2899 (1957).  
C. J. GORTER, H. B. G. CASIMIR, *Phys. Z.* *35*, 963 (1934) und *Z. techn. Phys.* *15*, 539 (1934); siehe D. SHOENBERG, *Superconductivity*, Cambridge University Press (1952), p. 179.  
R. A. HEIN und M. C. STEELE, *Phys. Rev.* *105*, 877 (1957).  
R. JAGGI und R. SOMMERHALDER, *Helv. Phys. Acta* *31*, 292 (1958).  
R. JAGGI und R. SOMMERHALDER, *Helv. Phys. Acta* *32*, 313 (1959).  
M. S. KHAIKIN, *Zh. eksper. teor. Fiz.* *28*, 115 (1955), übersetzt in *Soviet Physics JETP* *1*, 164 (1955).  
M. S. KHAIKIN, *Zh. eksper. teor. Fiz.* *34*, 1389 (1958).  
J. S. KHUKHOREVA, *Zh. eksper. teor. Fiz.* *33*, 301 (1957), übersetzt in *Soviet Physics JETP* *6*, 234 (1958).  
J. E. KUNZLER und C. A. RENTON, *Phys. Rev.* *108*, 1397 (1957).  
E. LAURMANN und D. SHOENBERG, *Proc. Roy. Soc. A* *198*, 560 (1949).  
H. W. LEWIS, *Phys. Rev.* *102*, 1508 (1956).  
H. R. LEWIS, *Diss. Univ. Illinois* (1958).  
J. M. LOCK, *Proc. Roy. Soc. A* *208*, 391 (1951).  
J. M. LOCK, A. B. PIPPARD und D. SHOENBERG, *Proc. Cambr. Phil. Soc.* *47*, 811 (1951).  
F. und H. LONDON, *Proc. Roy. Soc. A* *149*, 71 (1935) und *Physica* *2*, 341 (1935); siehe F. LONDON, *Superfluids I*, John Wiley & Sons New York (1950).  
O. S. LUTES, *Phys. Rev.* *105*, 1451 (1957).  
D. C. MATTIS und J. BARDEEN, *Phys. Rev.* *111*, 412 (1958).  
E. MAXWELL und O. S. LUTES, *Phys. Rev.* *95*, 333 (1954).  
W. MEISSNER und R. OCHSENFELD, *Naturwiss.* *21*, 787 (1933).  
P. B. MILLER, *Phys. Rev.* *113*, 1209 (1959).  
J. NIEBUHR, *Z. Physik* *132*, 468 (1952).  
M. PETER, *Phys. Rev.* *109*, 1857 (1958).  
W. PFANHAUSER, *Galvanotechnik*, Akad. Verlags-Ges. Leipzig (1941), p. 763.  
A. B. PIPPARD, *Proc. Roy. Soc. A* *191*, 370, 385, 399 (1947).  
A. B. PIPPARD, *Proc. Roy. Soc. A* *203*, 98 (1950).  
A. B. PIPPARD, *Proc. Roy. Soc. A* *216*, 547 (1953).  
A. B. PIPPARD, *Physica* *24 S*, 48 (1958).  
P. L. RICHARDS und M. TINKHAM, *Phys. Rev. Letters* *1*, 318 (1958).  
W. RUEHL, *Z. Physik* *138*, 121 (1954).  
A. L. SCHAWLOW, *Phys. Rev.* *109*, 1856 (1958).  
A. L. SCHAWLOW und G. E. DEVLIN, *Phys. Rev.* *113*, 120 (1959).  
A. L. SCHAWLOW und G. E. DEVLIN, *Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II*, *4*, 224 (1959 a).  
B. SERIN, C. A. REYNOLDS und C. LOHMANN, *Phys. Rev.* *86*, 162 (1952).  
Yu. V. SHARVIN, *Zh. eksper. teor. Fiz.* *22*, 367 (1952).  
D. SHOENBERG, *Proc. Roy. Soc. A* *175*, 49 (1940).  
D. SHOENBERG, *Physica* *15*, 71 (1949).  
D. SHOENBERG, *Superconductivity*, Cambridge University Press (1952), p. 138.  
D. SHOENBERG, *Nuovo Cimento* *10 (Suppl.)*, 459 (1953).  
E. H. SONDEHEIMER, *Adv. in Phys.* *1*, 1 (1952).  
C. S. WHITEHEAD, *Proc. Roy. Soc. A* *238*, 175 (1957).  
N. V. ZAVARITSKII, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* *78*, 665 (1951).  
N. V. ZAVARITSKII, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* *85*, 749 (1952).  
N. V. ZAVARITSKII, *Zh. eksper. teor. Fiz.* *33*, 1085 (1957), übersetzt in *Soviet Physics JETP* *6*, 837 (1958).