Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 32 (1959)

Heft: I

Artikel: Über die Gültigkeitsgrenzen und die modellmässige Begründung des Ersatzschemas von Flächentransistoren

Autor: Nicolet, M.-A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-112996

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Über die Gültigkeitsgrenzen und die modellmässige Begründung des Ersatzschemas von Flächentransistoren

von **M-A. Nicolet**

(Institut für angewandte Physik, Universität Basel)

(27. I. 59)

Summary. Some parameters of the hybrid-π equivalent circuit of junction transistors were accurately measured in several types of transistors. The analysis shows that the results can be interpreted by the transistor model of Rittner and Webster, if in addition the following effects are considered:

1. The radial base current destroys the homogeneity of the current distribution over the transistor surface.
2. The modulation effect of the charge carriers in the base produces a new time constant in the input circuit at higher injection levels.
3. The response of the collector signal for an input signal is retarded by a time that corresponds to the mean transition time of the charge carriers through the base.

Modifications of the equivalent circuit are suggested to take these effects into account. An equivalent circuit modified in this manner is applicable in considerably extended ranges of frequencies and operating current.

Einleitung

In Figur 1a ist ein Ersatzschema des Flächentransistors wiedergegeben, das seiner besonderen Eigenschaften wegen schon Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen ist. Es wurde in dieser Form erstmals von GIACOLETTO[1]) vorgeschlagen*). Eine modellmässige Begründung erfolgte später durch ZAWELS[3]), der dieses Ersatzschema infolge seiner besonderen Eigenschaften als das «natürliche» des Flächentransistors bezeichnete**). Unter den wesentlichsten seien hier drei aufgeführt:

1. Die Parameter sind von der Frequenz unabhängig, in einfacher Weise mit den Konstruktionsgrössen des Transistors und seiner Wirkungsweise verknüpft und relativ leicht zu berechnen.

*) Es sei bemerkt, dass J. LÜSCHER und P. CHOQUARD 1953/54 unabhängig davon zu derselben Darstellungsart des Flächentransistors gelangt sind; die Arbeit wurde jedoch erst später veröffentlicht[2]).

**) Einen ausführlichen Vergleich dieses Ersatzschemas mit anderen in der Literatur verbreiteten Anordnungen und deren Zusammenhänge findet man in [4]).

2. Das Ersatzschema kommt für eine vorgegebene Genauigkeit der Approximation im Vergleich zu anderen Ersatzschemata mit einer besonders kleinen Zahl von Elementen aus [4]). Die Übereinstimmung mit dem wirklichen Verhalten von Flächentransistoren ist im allgemeinen gut.

3. Das Ersatzschema bringt die weitgehende Ähnlichkeit der Wirkungsweise von Transistor und Elektronenröhre deutlich zum Ausdruck (vgl. Figur 1b).

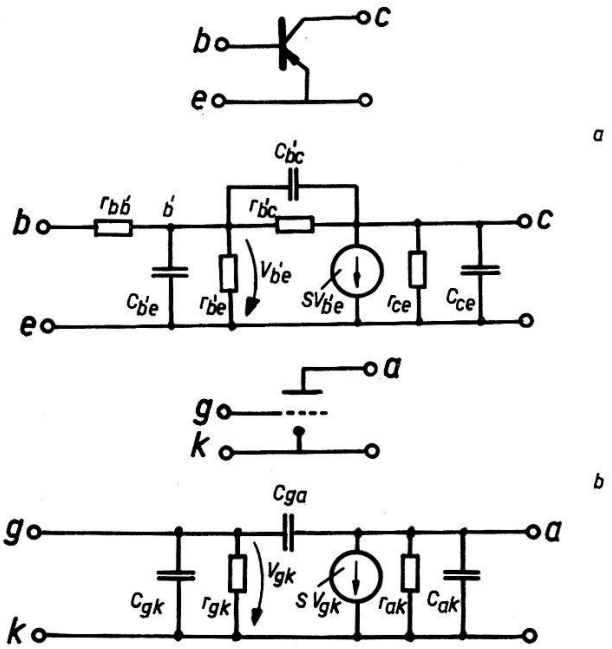


Fig. 1
Ersatzschema des Flächentransistors (a) und der Elektronenröhre (b).

Dieser letzte Punkt hat den Vorteil, dass in vielen Fällen Röhren und Transistorschaltungen ähnlich behandelt werden können. Zudem werden gewisse Erkenntnisse aus dem Schaltungsbau mit Röhren direkt auf Geräte mit Transistoren übertragbar.

Frühere experimentelle Untersuchungen hatten ergeben, dass die Parameter S und $C_{b'e}$ systematische Abweichungen von der modellmässigen Abhängigkeit vom Arbeitspunkt zeigen[1]) [5]). Ferner war über die Gültigkeitsgrenzen dieses Ersatzschemas nur wenig bekannt. Dem Studium dieser Fragen ist nun die vorliegende Arbeit gewidmet.

Im ersten Teil ist das Ergebnis von Messungen wiedergegeben, in welchen die Parameter eines etwas vereinfachten Ersatzschemas sorgfältig an verschiedenen Transistorexemplaren ermittelt worden sind. Der zweite Teil zeigt, dass die beobachtete Abhängigkeit vom Arbeitspunkt gedeutet werden kann, wenn der Einfluss des Radialstromes in der Basis berücksichtigt wird. Die Bedeutung der in der Basis gespeicherten Ladungsträger und der Einfluss ihrer Laufzeit für die Begrenzung der

Gültigkeit des Ersatzschemas wird aufgezeigt und durch ergänzende Versuche belegt. Die gewonnenen Erkenntnisse lassen sich in einfacher Weise im Ersatzschema berücksichtigen.

I. Experimentelle Bestimmung der Parameterwerte

1. Das verwendete Ersatzschema, die Messmethode und die Messanordnung

Wir interessieren uns hier lediglich für die Parameter $r_{bb'}$, $C_{b'e}$, S und $r_{b'e}$ und setzen fortan voraus, dass der Collectorwiderstand R_c klein sei gegen r_{ce} bzw. $1/\omega\, C_{ce}$ und gegen $r_{b'c}/Sr_{b'e}$ bzw. $1/\omega C_{b'c} S r_{b'e}$. Dann vereinfacht sich das Ersatzschaltbild zu dem in Figur 2 wiedergegebenen Schema.

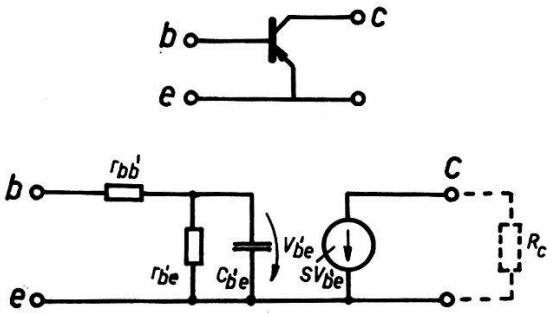


Fig. 2
Vereinfachtes Ersatzschema des Flächentransistors, gültig für kleinen Collectorwiderstand R_c.

Das Verfahren, nach welchem diese vier Parameter ermittelt wurden, ist in Figur 3 schematisch dargestellt. A enthält den auszumessenden Transistor. In B ist das Ersatzschema des Transistors aus möglichst guten, einstellbaren und frequenzunabhängigen Elementen aufgebaut. Beide Anordnungen werden vom Generator G mit demselben Signal gespiesen und mit Hilfe des Differentialverstärkers DV abgeglichen. Um dabei

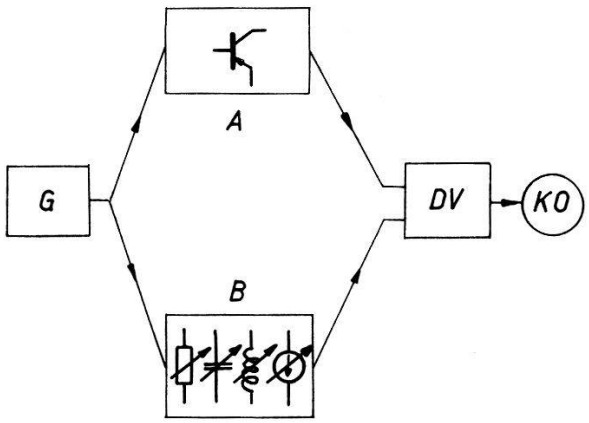
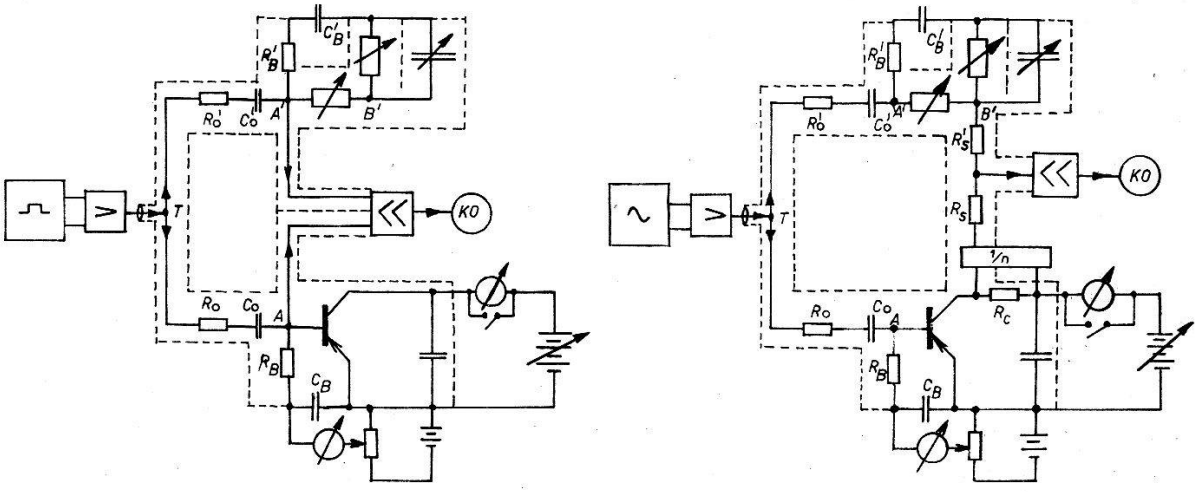


Fig. 3
Blockdiagramm zur experimentellen Bestimmung der Parameterwerte eines Ersatzschemas.

das gesamte betrachtete Frequenzband gleichzeitig zu erfassen, wird in G zweckmässigerweise ein Impulsgenerator verwendet. Eine solche Anordnung besitzt den Vorteil, dass die Werte der untersuchten Parameter unmittelbar und ohne Rechnung dem Experiment zu entnehmen sind.

Die Bestimmung der Parameter erfolgt in zwei Schritten. Zuerst wird die Eingangsimpedanz bestehend aus $r_{bb'}$, $r_{b'e}$ und $C_{b'e}$ ermittelt (Figur 4a). Der Impulsgenerator G erzeugt eine Rechteckspannung, die über zwei gleiche, hochohmige Widerstände (R_0 und R_0') dem collectorseitig kurzgeschlossenen Transistor und seinem Analogon zugeführt wird. Die Schaltkapazitäten der beiden Widerstände sind sorgfältig abgeglichen. Dieser Teil der Messbrücke ist koaxial und räumlich symmetrisch aufgebaut. Der Abgleich erfolgt mit Hilfe des Differentialverstärkers und eines Oszillographen (Tektronix Typ 545 mit Breitbandeinsatz 53/54 K).



a b

Fig. 4

Schematische Darstellung der Messanordnung zur Bestimmung der Eingangsimpedanz (a) und zur Bestimmung der Steilheit (b). Die Einstellung des Arbeitspunktes des Transistors erfolgt mit Hilfe der abgeblockten Potentiometerschaltung R_B, C_B, welche aus Symmetriegründen auch auf der Analogonseite eingeführt ist.

Nach vollzogenem Abgleich der Eingangsimpedanz des Transistors wird in einem zweiten Schritt die Steilheit S ermittelt. Zu diesem Zweck wird in die Collectorzuleitung ein kleiner Widerstand R_c eingeführt. Die Spannung V_c über diesem Widerstand dient als Mass für den Collectorstrom. Der dekadische Spannungsteiler schwächt sie um einen Faktor n ab, der so gewählt ist, dass betragsmässig $V_c/n = V_{B'}$ wird. Wegen der entgegengesetzten Phase dieser beiden Spannungen ist der Abgleich in einfacher Weise möglich (vgl. Figur 4b). Es ist zweckmässig, bei dieser Messung den Impulsgenerator durch einen Sinusgenerator zu ersetzen, dessen Frequenz in unserem Falle 1000 Hz betrug.

Die verwendete Anordnung erlaubt Abweichungen in den Eingangsimpedanzen von weniger als 1% eindeutig nachzuweisen. Dabei erstreckt sich das Frequenzband des Differentialverstärkers von ca. 400 Hz bis ca. 11 MHz (Verstärkungsgrad ca. 4500). Die «rejection ratio» ist grösser als 1500 und kann in allen Messungen als Fehlerquelle vernachlässigt werden. Die Empfindlichkeitsgrenze liegt bei 10–20 μV und ist durch das Rauschen bedingt (vgl. Figur 9).

Für das Analogon können bei NF-Transistoren, bei denen ein Frequenzband von ca. 1 MHz genügt, normale, abgeschirmte dekadische Elemente verwendet werden. Bei Benützung des vollen Frequenzbandes sind für $r_{bb'}$ geeichte Schichtwiderstände in kapazitätsarmer Halterung und für $C_{b'e}$ geeichte Polystyrolkondensatoren verwendet worden.

Die Genauigkeit der Messung wird teils durch die nichtlinearen Verzerrungen infolge der Aussteuerung durch den Testimpuls, teils durch das Rauschen des Differentialverstärkers begrenzt (vgl. auch die Aufnahmen von Figur 9). Der störende Einfluss der Aussteuerung (normalerweise ca. 5% des Ruhestromes) ist in erster Näherung dadurch berücksichtigt, dass der Ruhestrom des Messwertes um die Hälfte des Aussteuerungsstromes korrigiert ist. Bei der Bestimmung der Steilheit liegt die Begrenzung der Genauigkeit im Fehler von $r_{b'e}$; da nämlich das Produkt $Sr_{b'e}$ eine für den Arbeitspunkt charakteristische Grösse ist, überträgt sich die Unsicherheit in $r_{b'e}$ auch auf S. Zur Kontrolle der Brücke wird jeweils der Transistor durch geeichte Vergleichsimpedanzen aus Schichtwiderständen und Polystyrolkondensatoren ersetzt; vgl. Figur 9. Alle Messungen sind bei konstanter Innentemperatur des Transistors ausgeführt. Zur Bestimmung der Temperatur dient aus apparativen Gründen der Sperrstrom des Collectors, welcher sich bei Kurzschluss von Basis und Emitter ergibt. Infolge der geringen Wärmeträgheit von Transistoren*) muss die Messung des Sperrstromes unmittelbar nach der Unterbrechung des Gleichstromes erfolgen. Die notwendigen Schaltoperationen wurden deshalb einem Satz geeignet geschalteter Relais übertragen. Die Temperatureichung des Sperrstromes erfolgte jeweils kurz vor der Ausmessung des Transistors. Sie wurde in einigen Fällen nach längeren Zeitintervallen (bis 1 Jahr) wiederholt, ohne dass nennenswerte Veränderungen festgestellt werden konnten. Die Temperaturschwankungen des Thermostaten, in dem sich der auszumessende Transistor befand, betrugen weniger als $^1/_2$°C. Insgesamt sind die Temperaturangaben mit einem absoluten Fehler von ca. 1°C behaftet.

*) Vgl. z. B. H. Beneking, «Zur Messung der Betriebstemperatur von Transistoren», Arch. El. Übertr. *11*, 504–508 (1957).

2. *Die Messergebnisse*

Als Testobjekte dienten vorzugsweise legierte Ge-*pnp*-Niederleistungstransistoren. Das Ergebnis von vier besonders genau ausgemessenen Exemplaren ist in den Figuren 5 bis 8 wiedergegeben*). Zur Unterscheidung gegenüber den modellmässig ermittelten Parameterwerten sind die experimentell bestimmten Grössen mit * gekennzeichnet.

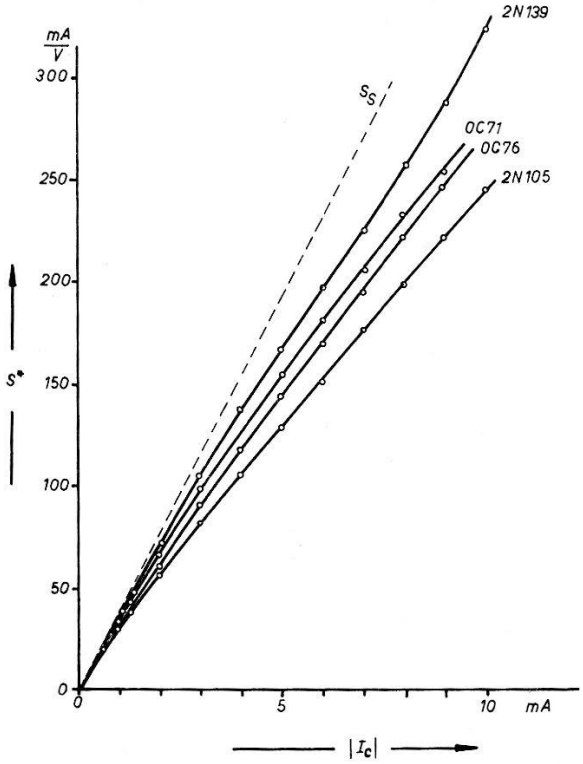


Fig. 5

Die experimentell ermittelte Steilheit S^* von vier verschiedenen Transistorexemplaren (V_{ce} = Speisespannung des Collectors gegenüber dem Emitter; $S_S = A|I_c|$).

OC71	(Ge, *pnp*, legiert)	$T_i = 299°$ K	$V_{ce} = -3$V
OC76	(Ge, *pnp*, legiert)	$T_i = 299°$ K	$V_{ce} = -3$V
2N105	(Ge, *pnp*, legiert)	$T_i = 299°$ K	$V_{ce} = -3V$
2N139	(Ge, *pnp*, legiert)	$T_i = 305°$ K	$V_{ce} = -3$V

Bei den vier Exemplaren handelt es sich um Transistoren mit relativ niedriger Grenzfrequenz; nach Gleichung (22) ergeben sich für f_α die Werte 0,7 MHz (OC76), 0,75 MHz (OC71), 1,0 MHz (2N105) und 3,2 MHz (2N139). Zur Erleichterung des Abgleichs und zur gleichzeitigen Verringerung des Rauschpegels ist darum in diesen Messungen der Frequenzgang der Apparatur auf ca. 1 MHz beschränkt worden.

Die Messfehler dieser experimentellen Ergebnisse sind im vorangehenden Abschnitt kurz diskutiert. Diese Angaben vermitteln jedoch über die Güte der Approximation, die mit dem verwendeten Analogon erreicht

*) Für eine ausführlichere Zusammenstellung der Ergebnisse vgl. [8]).

wird, nur ein unvollständiges Bild. Aus diesem Grunde ist der Abgleich an demjenigen der obigen vier Transistorexemplare, der die geringste Grenzfrequenz aufweist (OC76), mit dem vollen Frequenzband der Apparatur wiederholt worden. Das Differenzsignal des Oszillographen, das sich

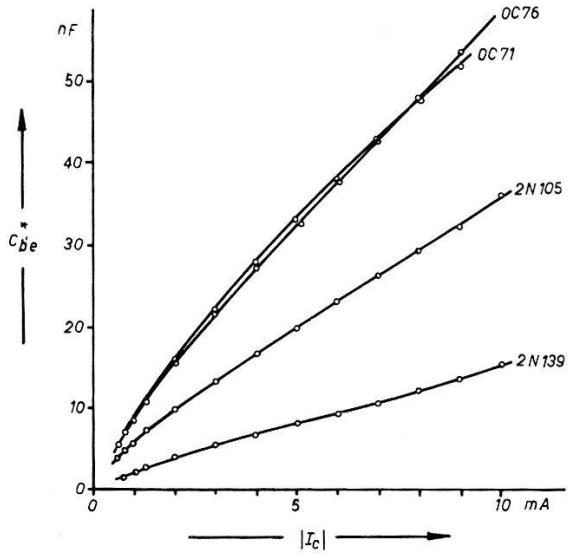


Fig. 6

Die experimentell ermittelte Kapazität $C^*_{b'e}$ (an demselben Abgleich ermittelt, der den Werten von Fig. 5 zugrunde liegt).

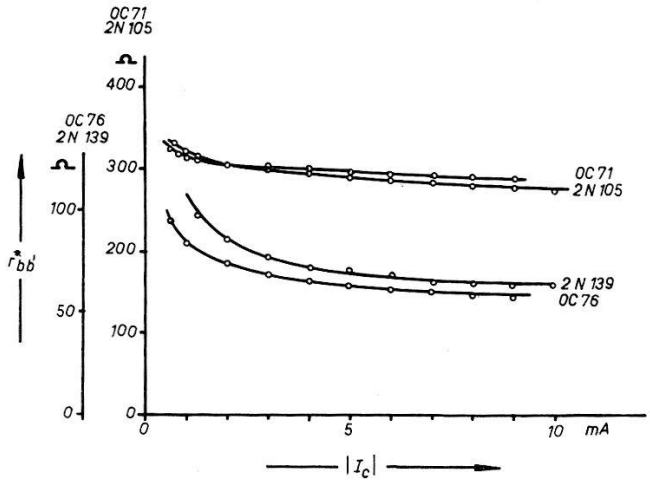


Fig. 7

Die experimentell ermittelten Werte des Basiszuleitungswiderstandes $r^*_{bb'}$ (an demselben Abgleich ermittelt, der den Werten von Fig. 5 zugrunde liegt).

bei der Bestimmung der Eingangsimpedanz ergab, ist für den Fall des besten Abgleiches und bei kleinen Verstimmungen der Brücke in Figur 9 wiedergegeben. Vergleichshalber ist daraufhin der Transistor entfernt und seine Eingangsimpedanz mit Hilfe eines gewöhnlichen Papierkondensa-

tors und zweier Schichtwiderstände nachgebildet worden. Die Aufnahmen zeigen, dass bei diesem Exemplar die Approximation der Eingangsimpedanz mit dem Ersatzschema von Figur 2 noch wesentlich oberhalb der Grenzfrequenz des Transistors auf wenige Prozent des Signalendwertes richtig ist und dass unter ähnlichen Betriebsbedingungen ein entsprechendes Netzwerk aus normalen Bauelementen Abweichungen von derselben Grössenordnung aufweist.

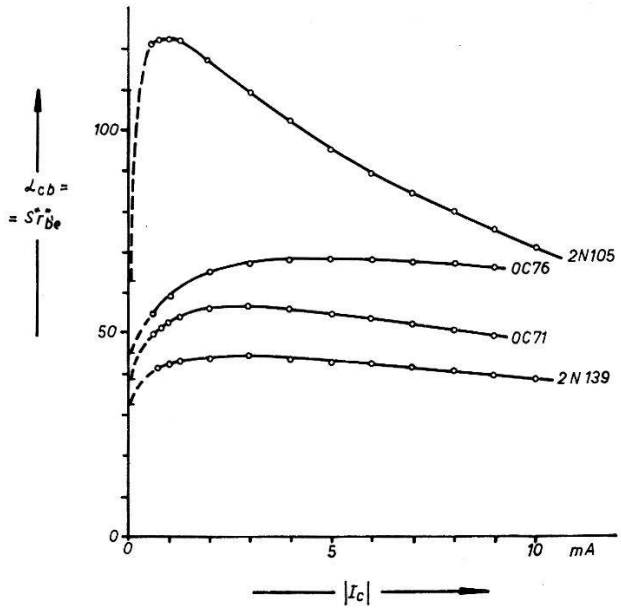
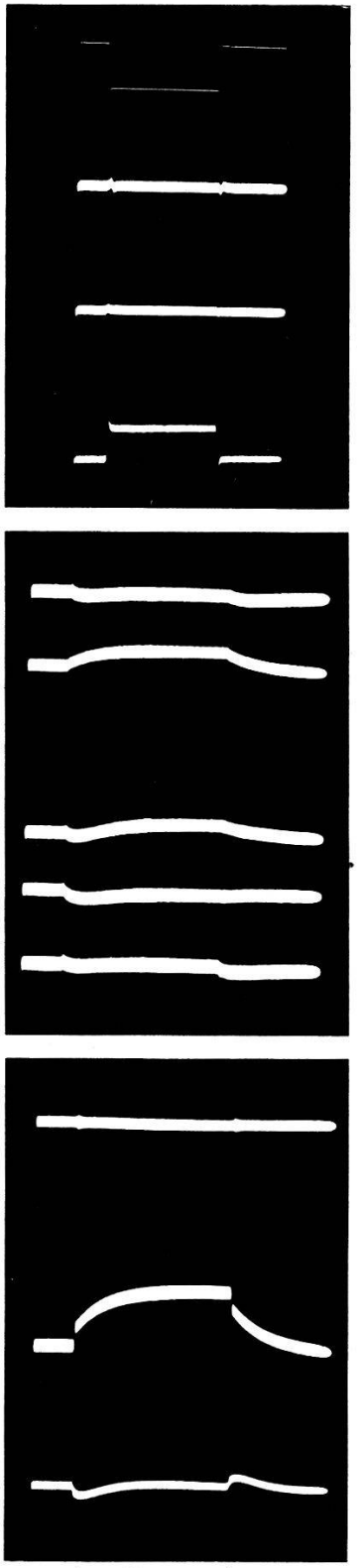


Fig. 8

Die experimentell ermittelten Werte der Stromverstärkung $\alpha_{cb} = S^* r^*_{b'e}$ (an demselben Abgleich ermittelt, der den Werten von Fig. 5 zugrunde liegt).

Die Mehrzahl der von uns untersuchten Exemplare zeigen ein entsprechendes Verhalten. Innerhalb des hier betrachteten Betriebsbereiches dürfte somit das verwendete Ersatzschema den normalen Ansprüchen der Praxis vollauf gerecht werden. Es wurden jedoch auch Ausnahmen festgestellt, bei welchen das Ersatzschema von Figur 2 nur eine relativ schlechte Approximation darstellt. Dies scheint besonders bei Si-Transistoren, bei gewissen HF-Transistoren und bei Transistoren vom «gezogenen» Typ der Fall zu sein.

Die Unsicherheit des Abgleichs in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt hat einen charakteristischen Verlauf. Sowohl bei kleinen ($I_c \lesssim 1$ mA) als auch bei höheren Strömen ($I_c \gtrsim 5 - 10$ mA) werden die unabgleichbaren Differenzsignale grösser. Bei kleinen Arbeitspunkten ist die Zunahme durch die notwendigerweise zu grosse Aussteuerung bedingt. Bei höheren Strömen handelt es sich wahrscheinlich um den Einfluss des Basiszuleitungswiderstandes (vgl. Abschnitt II. 3).



|← 5 cm →|

Innerer Abgleich der Brücke:

a Das Testsignal (Punkt T in Fig. 4): -2V und 10 μsec Dauer (Anstiegszeit ca. 20 mμsec).

b In A' und A je ca. 1 kΩ $\pm$ 1‰; Testsignal wie bei *a*.

c Wie bei *b*, aber A' und A miteinander verbunden.

d A' wie bei *b*, A kurzgeschlossen; Testsignal: $^1/_{72}$ von *a*.

Abgleich des Transistors OC76; Testsignal: $-0{,}3$V (das heisst $\Delta I_b \simeq 3$ μA) und 100 μsec Dauer:

e A': $r^*_{bb'} = 59\ \Omega$, $r^*_{b'e} = 707\ \Omega$, $C^*_{b'e} = 22{,}0$ nF; A: OC76.

f A' wie bei *e*, A kurzgeschlossen; Testsignal: $^1/_{36}$ von *e*.

Verstellung des Abgleiches von *e* zu:

g $r^*_{b'e} = (707+15)\ \Omega$.

h $C^*_{b'e} = (22{,}0+0{,}4)$ nF.

i $r^*_{bb'} = (59+4)\ \Omega$.

Abgleich eines passiven Netzwerkes; Testsignal: $-1{,}0$V und 100 μsec Dauer:

k A': $r^*_{bb'} = 290\ \Omega$, $r^*_{b'e} = 698\ \Omega$, $C^*_{b'e} = 22{,}8$ nF; A: Analogienetzwerk bestehend aus zwei Schichtwiderständen und einem Polystyrolkondensator.

l A' wie bei *k*, A kurzgeschlossen; Testsignal: $^1/_{36}$ von *k*.

m A' wie bei *k*; im Analogienetzwerk von A ist der Polystyrolkondensator durch einen gewöhnlichen Papierkondensator von gleichem Sollwert ersetzt; ein exakter Abgleich ist nicht mehr möglich.

Fig. 9

Aufnahmen zum Abgleich der Eingangsimpedanz des Transistors OC76 ($V_{ce} = -3$ V, $|I_c| = 3{,}0$ mA) und zum Abgleich eines passiven Netzwerkes ähnlicher Charakteristik bestehend aus zwei Schichtwiderständen und einem Papierkondensator (vgl. Text). Bandbreite der Apparatur ca. 400 Hz bis 11 MHz; Empfindlichkeit in der Vertikalrichtung für die Aufnahmen *b* bis *m*: 0,2 V/cm. Die Aufnahmen *d*, *f* und *l* dienen als Vergleich zur Beurteilung der relativen Grösse der Differenzsignale in den übrigen Abbildungen. Die beiden Eingänge des Differentialverstärkers sind in den Erläuterungen der Figur mit A' (Analogonseite) und A (Transistorseite) bezeichnet; vgl. Fig. 4a.

II. Deutung der experimentellen Resultate

1. Eingangskapazität und Steilheit

Den folgenden Betrachtungen legen wir das 1-dimensionale Transistormodell zugrunde, wie es von RITTNER[6]) und WEBSTER[7]) entwickelt worden ist. Es sei ein Transistor vom *pnp*-Typ vorausgesetzt (Gleichgewichtskonzentration der Elektronen bzw. der Löcher im Emitter und Collector: $n_{pe} = n_{pc}$ bzw. $p_{pe} = p_{pc}$; Gleichgewichtskonzentrationen in der Basis: $n_{nb} = N$ bzw. $p_{nb} = p_n$, N = Donatorenkonzentration in der Basis). Als x-Achse werde die Normale zu den Flächen des Emitter- und Collectorüberganges gewählt. Die Basisseite des Emitterüberganges werde mit $x = W$, diejenige des Collectorüberganges mit $x = 0$ bezeichnet (W = Basisdicke). Es sei $P(W) = P_1$ und $P(0) = P_2$ gesetzt, wobei $P(x) = p(x)/N$ die auf Einheiten von N normierte Löcherkonzentration p an der Stelle x der Basis darstellt. Der Querschnitt des Transistors habe die Fläche A, und mit V_e bzw. V_c werde die Spannung am Emitter- bzw. Collectorübergang bezeichnet (vgl. Fig. 10).

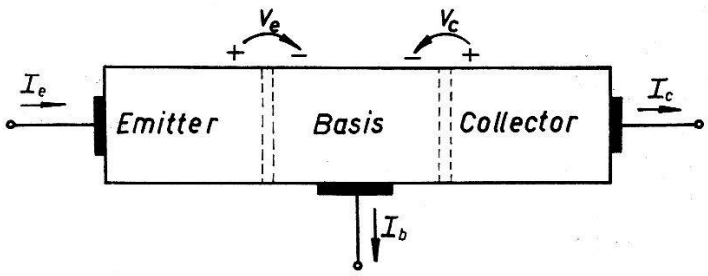


Fig. 10
Zur Wahl der positiven Strom- und Spannungsrichtungen.

Es sei zunächst in knapper Form dargelegt, inwiefern die modellmässigen Aussagen gegenüber den experimentellen Resultaten des vorangehenden Abschnittes differieren. Nach Rittner und Webster ist die stationäre Verteilung $P(x)$ der Löcher in der Basis bestimmt durch

$$\begin{aligned} 2P(x) - \lg(1 + P(x)) &= Zx/W \\ Z &= 2P_1 - \lg(1 + P_1), \end{aligned} \tag{1}$$

wobei $Z = Aj_p/Aj_g = I_p/I_g$, $I_g = AqD_{pb}N/W$ und I_p der Löcherstrom des Collectors bedeuten (q = Einheitsladung, D_{pb} = Diffusionskonstante der Löcher in der Basis). Hierbei sind die Volumenrekombination gleich Null und die «Emitterefficiency» gleich 1 gesetzt worden. Für den Zusammenhang zwischen den Randkonzentrationen P_1, P_2 und V_e, V_c gilt ferner ($\Lambda = q/kT$, k = Boltzmannkonstante, T = abs. Temperatur)

$$P_1 = P_n e^{\Lambda V_e} \qquad P_2 = P_n e^{\Lambda V_c}\,. \tag{2}$$

Dem Normalbetrieb des Transistors entsprechend ($-V_c \gg 1/\Lambda \simeq$ 26 mV) ist in (1) $P_2 \simeq 0$ gesetzt. Vernachlässigen wir den sehr kleinen Elektronenstrom des Collectors, so wird $I_c = I_p$ und mit (1) und (2)*)

$$S = dI_c/dV_e = dI_p/dV_e = \Lambda I_c + \Lambda I_g \left[\lg(1+P_1) - \frac{P_1}{1+P_1}\right]. \qquad (3)$$

Die Zahl der in der Basis aufgespeicherten Ladungsträger kann in jedem Zeitpunkt aus der stationären Ladungsträgerverteilung $P(x)$ ermittelt werden, wenn die Zeitdauer der betrachteten Vorgänge gross ist gegen die Laufzeit τ_L der Ladungsträger in der Basis. Diese wirkt dann wie eine reine Kapazität, deren Wert gegeben ist durch

$$C_{b'e} = dQ_b/dV_e = AqN \frac{d}{dV_e} \int_0^W P(x)\, dx \qquad \left(\omega \ll 2\pi \cdot \frac{1}{\tau_L}\right), \qquad (4)$$

was mit (1) und (2) die Beziehung

$$C_{b'e} = \Lambda I_c \frac{W^2}{2\, D_{pb}} \cdot 2 \frac{P_1(2P_1+1)\,[P_1 - \lg(1+P_1)]}{[2P_1 - \lg(1+P_1)]^3} \qquad (5)$$

ergibt*). Die Abhängigkeiten (3) und (5) sind in Figur 11 unter Benützung von (1) als Funktion des normierten Stromes I_c/I_g graphisch dargestellt.

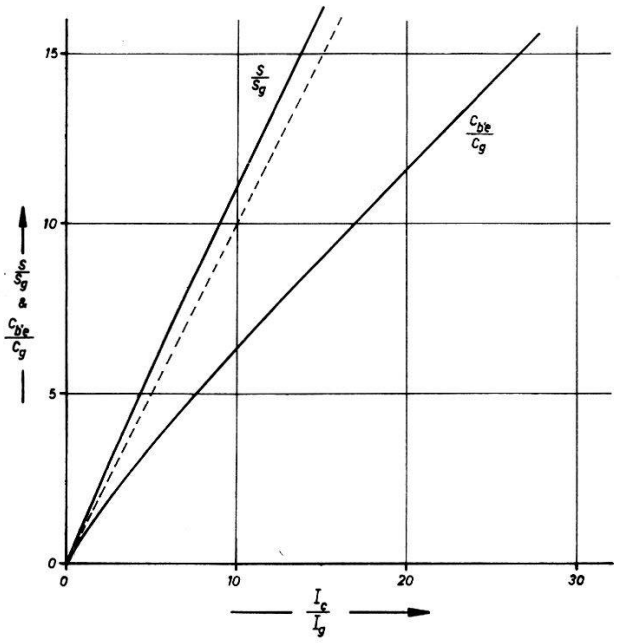


Fig. 11

Die modellmässig ermittelten und normierten Parameter S und $C_{b'e}$ als Funktion des normierten Collectorstromes $I_c = I_p$ nach Gleichung (3) und (5) ($S_g = \Lambda I_g$; $C_g = \Lambda I_g\, W^2/2\, D_{pb}$).

*) Für eine ausführliche Herleitung von (3) und (5), vgl. zum Beispiel [8]).

Man erkennt, dass die Steilheit S etwas stärker als linear mit I_c anwachsen sollte. Demgegenüber zeigen die experimentellen Resultate von Figur 5 einen Anstieg, der vor allem bei grösseren Strömen merklich kleinere Werte als die berechneten aufweist. Ähnliche Abweichungen lassen sich auch bei $C^*_{b'e}$ erkennen.

2. *Der Einfluss des Querstromes in der Basis*

FLETCHER[9]) hat auf die Bedeutung des Querstromes in der Basis bei Leistungstransistoren aufmerksam gemacht. Wie hier gezeigt werden soll, lassen sich auch die oben festgestellten Abweichungen auf den Einfluss dieses Stromes zurückführen.

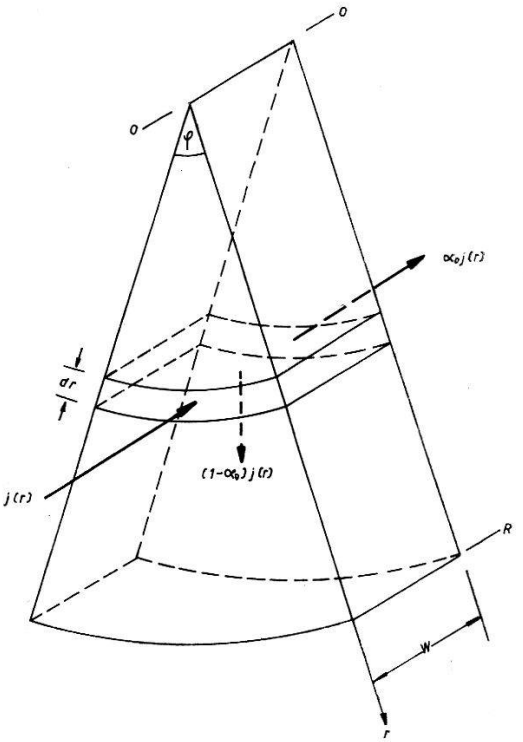


Fig. 12

Zur Berechnung des radialen Spannungsabfalles in der Basis; R = Radius des Emitters, W = Basisdicke. Die Basiszone zwischen den beiden pn-Übergängen wird als ebene Kreisscheibe vorausgesetzt.

Unter den vereinfachenden Annahmen von Figur 12 beträgt der zum Basisanschluss fliessende radiale Strom $i_b(r)$

$$i_b(r) = \int_0^r (1 - \alpha_0)\, j(r)\, \varphi r\, dr\,, \tag{6}$$

wo $j(r)$ die Stromdichte auf der Emitterfläche und $\alpha_0 j(r)$ diejenige auf der Collectorfläche bedeuten. α_0 erfasst die im Basisvolumen rekombinierenden Ladungsträger und den Elektronenstrom des Emitterüberganges. Der Strom i_b erzeugt in radialer Richtung einen Spannungsabfall von

$$dV_e(r) = i_b(r) \cdot \varrho \frac{dr}{W \varphi r} \tag{7}$$

(ϱ = spezifischer Widerstand des Basismaterials). Da die Emitterseite des Überganges praktisch eine Äquipotentialfläche darstellt, hat dieser Spannungsabfall mit zunehmendem Abstande r eine Vergrösserung der Steuerspannung V_e zwischen Emitter und Basis zur Folge, welche ihrerseits eine Erhöhung der Stromdichte $j(r)$ bewirkt. Setzen wir für den Zusammenhang zwischen Steuerspannung und Stromdichte die Beziehungen

$$V_e(r) = V(0) + v(r) \tag{8}$$

und

$$j(r) = j_0\, e^{\Lambda V_e(r)} = j(0)\, e^{\Lambda v(r)} \tag{9}$$

an, wobei $V(0)$ die Spannung V_e des Emitterüberganges am Orte $r = 0$ darstellt und $j(0) = j_0 e^{\Lambda V(0)}$ bedeutet. Mit (6) ergibt sich somit

$$\frac{dv(r)}{dr} = j(0)\,\frac{\varrho}{Wr}\int_0^r (1-\alpha_0)\, r\, e^{\Lambda v(r)}\, dr\,. \tag{10}$$

Näherungsweise sei vorausgesetzt, dass neben W und j_0 auch die Leitfähigkeit $1/\varrho$ der Basis und die Stromaufteilung α_0 konstant seien. Die Lösung dieser Differentialgleichung führt dann mit den Randbedingungen $v(r)_{r=0} = 0$ und $(dv(r)/dr)_{r=0} = 0$ und mit der Normierungsgrösse $r_1 = (8\, W/\Lambda\varrho(1-\alpha_0)j(0))^{\frac{1}{2}}$ auf eine radiale Stromverteilung von

$$j(r) = \frac{j(0)}{\left(1-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right)^2}\,. \tag{11}$$

Die Annahmen, dass ϱ und α_0 konstant seien, entsprechen nicht ganz den Tatsachen. Bei hoher Injektion ist der Basisstrom im wesentlichen durch die stromabhängige «Emitterefficiency» bestimmt. Dieser Fall lässt sich ebenfalls geschlossen behandeln; die Lösung lautet dann[8])

$$j(r) = \frac{j(0)}{1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2}\,, \tag{12}$$

mit $r_0 = (8\, W/\Lambda\varrho\,(1-\alpha_0)\, j(0) P_n e^{\Lambda V(0)})^{\frac{1}{2}}$. Da die Stromdichte nicht unendlich werden kann, ist dieses Ergebnis nur für $r/r_0 < 1$ verwendbar. Für den Parameter r_0 errechnet sich mit den Werten eines durchschnittlichen Niederleistungstransistors ($W = 10^{-3}$ cm, $\varrho = 1\,\Omega$cm, $j(0) \leq 10$ mA/$1{,}5\cdot 10^{-3}$ cm^2, $(1-\alpha_0) = 10^{-3}$ und $P_n e^{\Lambda V(0)} = P_1 \sim 10$) die Grösse $r_0 \geq 5\cdot 10^{-2}$ cm. Als typischer Wert für den Radius R der Emitterfläche eines solchen Transistors kann $2\cdot 10^{-2}$ cm gelten, so dass die Bedingung $(r/r_0)^2 < 1$ in den üblichen Betriebszuständen solcher Transistoren meist erfüllt ist.

Die Grösse r_0 hängt von $j(0)$, das heisst von der Injectionsdichte, ab. Dies bedingt, dass die Stromverteilung arbeitspunktabhängig ist und

eine Veränderung der Gleichstromkennlinien bewirkt. Wir erfassen diesen Einfluss mit Hilfe einer «effektiven» Fläche A_e, welche so definiert sein soll, dass

$$I_e = \int_0^{2\pi} \int_0^R j(r)\, r\, dr\, d\varphi = j(R) \cdot A_e \tag{13}$$

gelte. Unter Berücksichtigung von $R < r_0$ erhält man daraus mit (12) die Beziehung

$$A_e = \pi R^2 \left[1 - \tfrac{1}{2} \left(\frac{R}{r_0} \right)^2 \right]. \tag{14}$$

Bei der Berechnung von S und $C_{b'e}$ ist diese Arbeitspunktabhängigkeit zu berücksichtigen. Im folgenden sei ihr Einfluss auf den Wert der Steilheit S diskutiert; analoge Betrachtungen lassen sich auch bei $C_{b'e}$ durchführen.

Die Abhängigkeit der effektiven Fläche A_e vom Arbeitspunkt hat zur Folge, dass in der Berechnung von S gemäss (1) und (3) der Term ΛI_c in (3) zu erweitern ist zu $\Lambda I_c(1 + (1/\Lambda A_e)\ (dA_e/dV_e))$. Da sich $\Lambda V_e(R) = \Lambda V(0) + \lg(1 + (R/r_0)^2)$ wegen $R/r_0 < 1$ nicht wesentlich von $\Lambda V(0)$ unterscheidet, kann im Differentialquotienten V_e näherungsweise durch $V(0)$ ersetzt werden. An Stelle von ΛI_c tritt dann in (3) der Ausdruck

$$\Lambda I_c (1 - (R/r_0)^2) = \Lambda I_c (1 - a I_c^2) \tag{15}$$

auf, wobei $a = (R/r_0 I_c)^2$ stromunabhängig ist und mit den obigen Zahlenwerten die Grössenordnung von 10^{-3} mA^{-2} annimmt. Es ist somit zu erwarten, dass die gemessenen Steilheitswerte unterhalb derjenigen von Figur 11 liegen. Für übliche Niederleistungstransistoren ergibt sich nach (15) bei 10 mA ein Unterschied von ca. 10%. Die Abweichungen sollten quadratisch mit dem Gleichstrome zunehmen und deshalb vor allem bei grösseren Stromdichten merklich sein.

Dieses Ergebnis steht in Übereinstimmung mit den experimentellen Resultaten von Figur 5. Die quadratische Zunahme der Abweichungen scheint allerdings nicht überall erfüllt zu sein. Es ist denkbar, dass dies mit der hier vernachlässigten Abnahme von ϱ bei höherer Injection zusammenhängt.

Hingegen ist die erneute Zunahme von S^* bei hohen Stromwerten (vor allem beim Exemplar 2N139 erkenntlich) im Lichte der obigen Vorstellungen nur schwer erklärbar. Es liegt deshalb nahe, für dieses Verhalten nach anderen Ursachen zu suchen. Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, dass der Zuleitungswiderstand der Basis einen solchen Effekt hervorrufen kann.

3. Der Basiszuleitungswiderstand

Zu diesem Zweck sei die hier benutzte Impulsmethode zur Bestimmung der Parameter näher erläutert. Der Spannungsverlauf, der bei einer plötzlichen Änderung des Basisstromes um ΔI_b zwischen Basis- und Emitteranschluss auftritt, ist in Figur 13 schematisch dargestellt. Zur Ermittlung des Realteiles der Eingangsimpedanz werden der Spannungssprung zur Zeit t_0 und die Differenz zwischen Anfangs- und Endwert der Spannungsänderung gemessen und gleich

$$\Delta I_b r^*_{bb'} \text{ bzw. } \Delta I_b(r^*_{bb'} + r^*_{b'e})$$

gesetzt. Der Spannungsverlauf wird dann im Sinne des Ersatzschemas von Figur 2 so interpretiert, dass $\Delta I_b r^*_{b'e}$ der Änderung ΔV_e der Steuerspannung am Emitterübergang zugeordnet wird; das heisst, man setzt $\Delta V_e = \Delta I_b r^*_{b'e}$. Aus der nachträglich bestimmten Stromverstärkung $\alpha_{cb} = \Delta I_c / \Delta I_b$ folgt dann $\Delta I_c = \alpha_{cb} \cdot \Delta I_b = \Delta V_e \alpha_{cb} / r^*_{b'e}$, d. h. $S^* = \alpha_{cb} / r^*_{b'e}$.

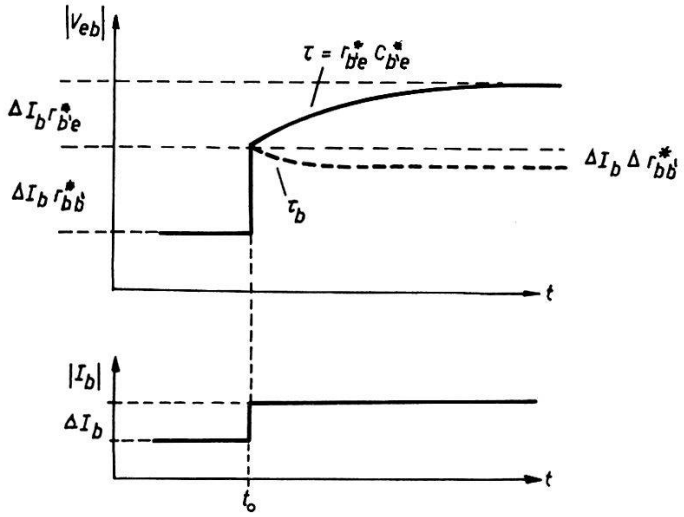


Fig. 13
Zur Bestimmung der Eingangsimpedanz des Transistors nach der Impulsmethode (vgl. Text).

Nun lassen sich bekanntlich bei Flächendioden die Zuleitungen zum *pn*-Übergang bei höheren Stromdichten nicht durch rein Ohmsche Widerstände darstellen*). Bei impulsmässiger Aussteuerung ergeben sich in den Zuleitungen zeitabhängige Spannungsabfälle, die nach einem anfänglichen Höchstwert mit einer charakteristischen Zeitkonstanten (normalerweise von wenigen μsec) einem neuen, kleineren Werte zustreben. Die physikalische Ursache dieser Erscheinung liegt in der Trägheit der Diffusionsvorgänge und in der Speicherung freier Ladungsträgerpaare im Halbleiter begründet.

*) Vgl. dazu die jüngst erschienenen Beiträge von HEINLEIN[10]) und SPENKE[11]); für weitere Literaturangaben siehe ebenda.

Da der Flächentransistor im wesentlichen aus zwei gegeneinander geschalteten Flächendioden besteht, ist zu erwarten, dass sich auch im Basiszuleitungswiderstand eine entsprechende Erscheinung bemerkbar macht. Der Spannungsabfall $\Delta I_b r^*_{bb'}$ müsste dann ebenfalls mit einer charakteristischen Zeitkonstanten τ_b ($\doteq r_{b'e} C_{b'e}$) auf einen kleineren Wert $\Delta I_b (r^*_{bb'} - \Delta r^*_{bb'})$ zurückgehen (in Figur 13 gestrichelt eingezeichnet). Modellmässig sind diesem Arbeitspunkte die Grössen $r_{bb'} = r^*_{bb'} - \Delta r^*_{bb'}$ und $r_{b'e} = r^*_{b'e} + \Delta r^*_{bb'}$ zuzuordnen*). Die nach dem oben beschriebenen Auswerteverfahren ermittelte Steilheit S^* unterscheidet sich dann aber gegenüber S gemäss $S = S^*/(1 + \Delta r^*_{bb'}/r^*_{b'e}) < S^*$. Der gemessene Wert S^* entspricht demnach so lange unserer Definition $S = \Delta I_c/\Delta V_e$, als $\Delta r^*_{bb'}$ klein gegenüber $r^*_{b'e}$ bleibt. Mit zunehmendem Gleichstrom nimmt jedoch $r^*_{b'e}$ ab. Es ist somit zu erwarten, dass von einem gewissen Gleichstromwerte an der Einfluss von $\Delta r^*_{bb'}$ merkbar und folglich der gemessene Wert von S^* vergrössert wird.

Diese Erscheinung gibt eine einfache Erklärung für die im vorangehenden Abschnitt diskutierte erneute Zunahme von S^* bei höheren Strömen. Gleichzeitig wird auch die früher erwähnte Verschlechterung der Approximation des Transistors durch das verwendete Analogon bei grösseren Strömen verständlich.

Einzelversuche in dieser Richtung haben das hier entworfene Bild bestätigt. Betreibt man beispielsweise die Emitter-Basisstrecke eines gewöhnlichen Niederleistungstransistors (zum Beispiel OC76) als einfache Diode, so ist oberhalb von ca. 20 mA Durchlaßstrom die Zeitabhängigkeit des Basiszuleitungswiderstandes bei impulsmässiger Aussteuerung direkt nachweisbar. In einem speziellen Falle wurde die Zeitkonstante τ_b zu ca. 1,5 μsec ermittelt und erwies sich bis zu Gleichströmen von 50 mA als praktisch konstant. Bei Leistungstransistoren, bei denen $r^*_{b'e}$ gegenüber $r^*_{bb'}$ der grossen Gleichströme wegen vernachlässigbar ist, sollte das zeitabhängige Verhalten des Basiszuleitungswiderstandes besonders klar hervortreten. Dies lässt sich experimentell leicht bestätigen**). Dabei zeigt sich ferner, dass im Ausgangssignal des Collectors keinerlei Andeutung über die Anwesenheit der Zeitkonstanten τ_b im Eingangskreise enthalten ist. Dieses Resultat beweist in eindeutiger Weise, dass das Auftreten dieser Zeitkonstanten einem «äusseren» Element zuzuschrei-

*) Streng genommen ist dies nur richtig, wenn die Beweglichkeiten der Elektronen und der Löcher einander gleich sind. Anderenfalls ist die Änderung der Diffusionsströme in der Basis bei der modellmässigen Bestimmung von S zu berücksichtigen. Da es uns hier lediglich auf die Grössenbeziehung $S < S^*$ ankommt, ist dieser Punkt im Rahmen der hier entwickelten qualitativen Betrachtungen von untergeordneter Bedeutung.

**) Bei genügend kleinen Stromdichten verhalten sich dagegen Leistungstransistoren wie normale Niederleistungstransistoren.

ben ist, welches auf die innere Wirkungsweise des Transistors (das heisst auf den «intrinsic» Transistor) keinen Einfluss hat.

Diese Ergebnisse weisen darauf hin, dass das Ersatzschema von Figur 2 in bezug auf den Basiszuleitungswiderstand $r_{bb'}$ bei grossen Strömen erweiterungsbedürftig ist. Es liegt nahe, die Ergebnisse der Diodentheorie zu übernehmen, nach welcher der Zuleitungswiderstand eines *pn*-Überganges bei hoher Injection durch die Ersatzschaltung von Figur 14a dargestellt werden kann[10]). Auf den Transistor übertragen ergibt dies das Ersatzschema von Figur 14b. Hierbei sind $r_{b'e}$, $C_{b'e}$ und S mit den Werten des unmodifizierten Ersatzschemas identisch. Die Zeitkonstante $\tau_b = L_{b^\circ b'}/r_{b^\circ b'}$ ist durch die mittlere Lebensdauer der Minoritätsträger in der Basiszuleitung gegeben. Dieses Ersatzschema wird allen soeben beschriebenen Experimenten gerecht. Zu seiner endgültigen Bestätigung wären jedoch noch weitere Experimente bei hohen Gleichströmen notwendig.

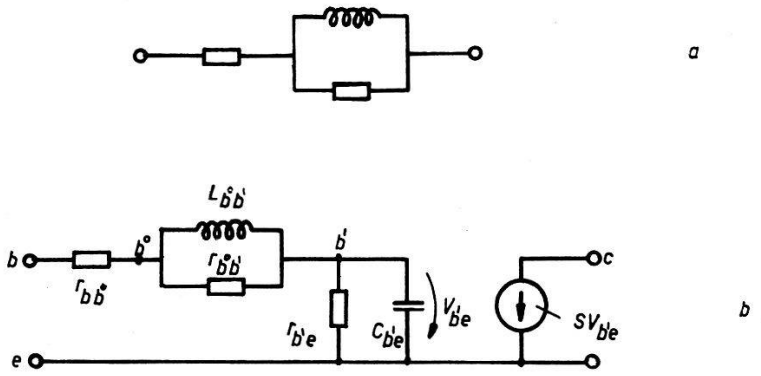


Fig. 14
Übertragung des Ersatzschaltbildes des Zuleitungswiderstandes einer *pn*-Diode bei hoher Injection (a) auf das Ersatzschema von Fig. 2 (b).

4. *Einfache Beschreibung der experimentellen Ergebnisse*

Wir haben bereits früher darauf hingewiesen[5]), dass sich die experimentellen Verhältnisse im hier betrachteten Betriebsbereich gut approximieren lassen, wenn für die Kennlinie des Emitterüberganges die Beziehung

$$I_e = I_0 e^{m \Lambda V_e} \qquad (I_0 \ll I_e) \tag{16}$$

angesetzt und im Emitter ein konstanter Zuleitungswiderstand R_e angenommen wird. Dies hat zur Folge, dass jetzt die Steilheit durch

$$S = m \cdot \Lambda I_c \qquad (I_c \simeq I_e \gg I_b) \tag{17}$$

gegeben ist. Nach dem in [5]) beschriebenen Auswerteverfahren erhalten wir für m und R_e bei den Exemplaren von Figur 5 folgende Werte:

	m	R_e/Ω
OC71	0,91	0,8
OC76	0,83	0,6
2N105	~0,80	1,0
2N139	~0,98	0,6

Im Lichte der vorangehenden Betrachtungen kann es sich bei diesem Vorgehen nur um eine formale, näherungsweise Beschreibung des Transistors handeln. Der Ansatz (16) ist jedoch insofern naheliegend, als es auch bei Dioden üblich ist, den Einfluss der Zuleitungen bei hoher Injection in dieser Weise zu berücksichtigen*). Die Feststellung, dass die hier eingeführte Grösse R_e nicht durch die Materialeigenschaften des Emitters gegeben ist, sondern im wesentlichen Effekte wie derjenige der Steuerwirkung des Querstromes in der Basis erfasst, ist von Bedeutung, da sie die Interpretation von Messresultaten beeinflussen kann, wenn auf die inneren Vorgänge im Transistor geschlossen werden soll.

5. Die Gültigkeit des Ersatzschemas bei hohen Frequenzen

Wie in Abschnitt II.1 hervorgehoben wurde, ist die Beschreibung des frequenzmässigen Verhaltens des Transistors mit Hilfe der einzigen Kapazität $C_{b'e}$ an die Annahme einer quasistationären Verteilung der Ladungsträger in der Basis gebunden ($\omega \ll 2\pi/\tau_L$). Um sich über den Fehler Rechenschaft zu geben, der durch diese Annahme begangen wird, vergleichen wir das Ausgangssignal unseres Ersatzschemas mit dem Signal, welches bei einer genaueren Behandlung des Diffusionsprozesses der Ladungsträger in der Basis erhalten wird. Für das Verhältnis I_c/I_e ergibt sich dann[12])

$$I_c/I_e \simeq \mathrm{Cos}^{-1}(W\sqrt{i\omega/D_{pb}}), \tag{18}$$

während aus unserem Ersatzschema dafür der Ausdruck

$$I_c/I_e \simeq S(S + i\omega C_{b'e})^{-1} \tag{19}$$

folgt. Hierbei wurde vom Einfluss des Basiszuleitungswiderstandes abgesehen. Die Amplitudenwerte dieser beiden Ausdrücke stimmen bis ca. $3\,\omega_\alpha$ gut überein (Fehler $\lesssim 10\%$); hingegen zeigen die Phasen schon bei $\omega_\alpha/10$ merkliche Abweichungen (ω_α = Kreisfrequenz, bei welcher $|I_c/I_e| = 1/\sqrt{2}$ ist). Eine genauere Betrachtung zeigt, dass diese Phasendifferenz

*) Vgl. zum Beispiel FLETCHER, N. H., «The high current limit of semiconductor junction devices», Proc. I.R.E. *45*, 862–872 (1957).

bis zu $3\,\omega_\alpha$ in guter Näherung proportional zur Frequenz ist und bei ω_α ca. 13° beträgt. Infolgedessen kann der Fehler, der durch die Annahme des Ersatzschemas nach Figur 2 begangen wird, durch eine zusätzlich eingeführte Zeitverzögerung t_c des Ausgangssignales berücksichtigt werden. Dabei hat t_c den Wert

$$t_c = 0{,}22/\omega_\alpha \simeq \frac{2\pi}{\omega_\alpha} \cdot \frac{13}{360}. \tag{20}$$

Das derart ergänzte Ersatzschema ist in Figur 15 wiedergegeben.

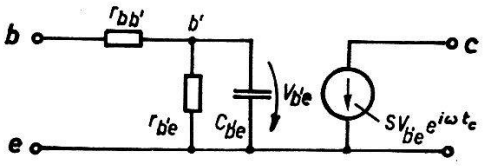


Fig. 15
Ersatzschema mit genauerer Beschreibung des Diffusionsvorganges der Ladungsträger in der Basis durch die Annahme einer Zeitverzögerung $t_c = 0{,}22 \cdot C_{b'e}/S$ im Signal des Collectors.

Die Annahme, dass die genaue Beschreibung des Transistors durch die Lösung der Diffusionsgleichung gegeben sei, beschränkt die obigen Betrachtungen auf den Fall der geringen Injection. Bei hoher Injection ist die Anwesenheit eines elektrischen Feldes in der Basis zu berücksichtigen. Nach WEBSTER[7]) kann dies in einfacher Weise so geschehen, dass in diesem Betriebsbereich der Diffusionskonstanten D_{pb} ein doppelter Wert zugeschrieben wird. τ_L und t_c betragen dann nur noch die Hälfte ihrer Werte bei geringer Injection*), welche durch

$$\tau_L \simeq 1/\omega_\alpha = W^2/2\,D_{pb} \tag{21}$$

gegeben sind. Erfassen wir diese Änderung mit Hilfe der (für alle Injectionsdichten richtigen) Beziehung

$$\omega_\alpha = S/C_{b'e}\,, \tag{22}$$

so wird schliesslich

$$t_c = 0{,}22 \cdot C_{b'e}/S\,. \tag{23}$$

Zur experimentellen Prüfung dieser Aussage ist am Beispiel des OC76 von Figur 5 die Zeitverzögerung des Collectorsignales gemessen worden. Bei $I_c = 4$ mA und ca. 10% Aussteuerung ergab sich dabei für t_c ein Wert von ca. $5 \cdot 10^{-8}$ sec. Demgegenüber errechnet sich nach (23) und mit den Werten aus Figur 5 und 6 eine Zeit von $5{,}1 \cdot 10^{-8}$ sec. Die Übereinstimmung ist demnach befriedigend und wir erkennen, dass im an-

*) Eine ausführlichere Begründung dieser Tatsache findet man in [8]).

gegebenen Beispiel der Gültigkeitsbereich des Ersatzschemas von Figur 2 frequenzmässig durch die Zeitverzögerung des Collectorsignales beschränkt wird. Dies steht ebenfalls in Übereinstimmung mit den Aufnahmen von Figur 9, denen zu entnehmen ist, dass das verwendete Ersatzschema die Eingangsimpedanz des Transistors noch wesentlich oberhalb von f_α richtig wiedergibt.

Die vorliegenden Untersuchungen sind als Teil einer Dissertation[8]) in den Jahren 1956/58 an der Abteilung für angewandte Physik, Physikalische Anstalt der Universität Basel, entstanden. Ihrem Vorsteher, meinem Lehrer, Herrn Prof. E. BALDINGER, bin ich für zahlreiche Diskussionen und sein stets förderndes Interesse zu herzlichem Dank verpflichtet.

Der Stiftung Hasler-Werke, Bern, danke ich für ihre finanzielle Unterstützung.

Literaturverzeichnis

[1]) L. J. GIACOLETTO, «Study of *p-n-p* alloy junction transistors from *d–c* through medium frequencies», RCA Rev. *15*, 506–562 (1954).

[2]) J. LÜSCHER und P. CHOQUARD, «Un simulateur de transistor», Public. Journées Internat. Calcul Analogique, Bruxelles 1955 und Techn. Mittlg. PTT *34*, 193–197 (1956).

[3]) J. ZAWELS, «The natural equivalent circuit of junction transistors», RCA Rev. *16*, 360–378 (1955).

[4]) J. ZAWELS, «Base-width modulation and the high-frequency equivalent circuit of junction transistors», I.R.E. Transactions ED-4, 17–22 (1957).

[5]) E. BALDINGER, W. CZAJA und M-A. NICOLET, «Über das Impulsverhalten von Flächentransistoren», ZAMP *7*, 355-357 (1956).
E. BALDINGER, W. CZAJA und M-A. NICOLET, «Der Einfluss nichtidealer Emitterübergänge auf das Verhalten von Flächentransistoren», Helv. Phys. Acta *24*, 428–430 (1956).

[6]) E. S. RITTNER, «Extension of the theory of the junction transistor», Phys. Rev. *94*, 1161–1171 (1954).

[7]) W. M. WEBSTER, «On the variation of junction-transistor current-amplification factor with emitter current», Proc. I.R.E. *42*, 914–920 (1954).

[8]) M-A. NICOLET, «Experimentelle und theoretische Untersuchungen über das Verhalten von Flächentransistoren», Dissertation, Basel 1958.

[9]) N. H. FLETCHER, «Some aspects of the design of power transistors», Proc. I.R.E. *43*, 551–559 (1955).

[10]) W. HEINLEIN, «Über die Trägheit von Halbleiterdioden im Impulsbetrieb und ihre physikalische Deutung», Arch. El. Übertr. *11*, 387–396 (1957).

[11]) E. SPENKE, «Das induktive Verhalten von *pn*-Gleichrichtern bei starken Durchlassbelastungen», Z. Angew. Phys. *10*, 65–88 (1958).

[12]) R. D. MIDDLEBROOK, «An introduction to junction transistor theory», John Wiley & Sons, New York 1957.