

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 31 (1958)

Heft: II

Artikel: Présentation d'une méthode d'étude d'un asservissement de position commandé par un commutateur

Autor: Rüfenacht, J.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-112907>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 12.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Présentation d'une méthode d'étude d'un asservissement de position commandé par un commutateur

par **J. Rüfenacht** (Laboratoires SAPE, Lausanne)

(27. I. 1958)

Exposé d'une méthode graphique permettant de déterminer le comportement global de l'asservissement, soumis à une entrée en saut de Heaviside, en tenant compte de la non-linéarité des éléments constituant l'asservissement et d'un bref temps de commutation.

De tels asservissements sont fréquemment utilisés pour de petits régulateurs, leur prix de revient étant assez modique. L'Analyse mathématique se prête mal à l'étude de ces servos car leur comportement est essentiellement non-linéaire. Le but de cet article est de montrer, dans un cas simple, l'utilité de l'application de la méthode «topologique» à cette étude.

Le schéma de principe du système est donné figure 1.

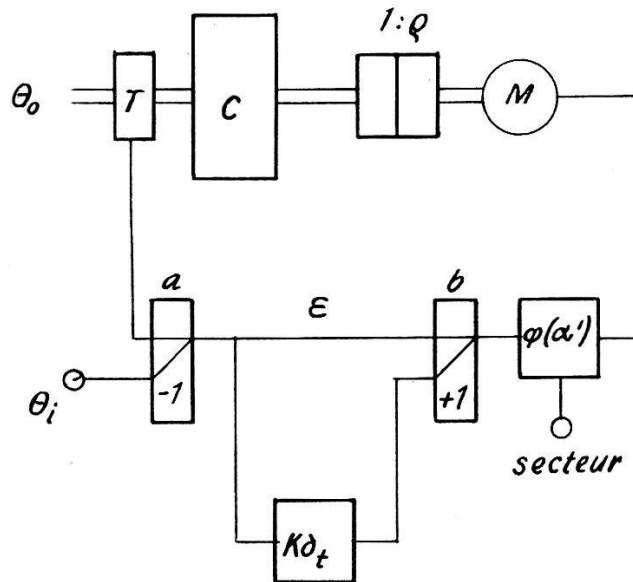


Fig. 1

Θ_i position angulaire d'entrée (électr.)

Θ_0 position angulaire de sortie (méc.)

C = Charge méc.

M = Moteur

$\varepsilon = a(\Theta_0 - \Theta_i)$ $\alpha = b\varepsilon + Kb\dot{\varepsilon}$

T = Trad. élect.-méc. ln.

$\psi(\alpha')$ = Commutateur

Désignons par : I L'inertie totale ramenée sur l'axe Θ_0 . $f(\dot{\Theta}_0)$ Le coefficient de frottement visqueux total ramené sur l'axe Θ_0 . μ Le coefficient de frottement sec total ramené sur l'axe Θ_0 .

La fonction de commutation est représentée en figure 2.

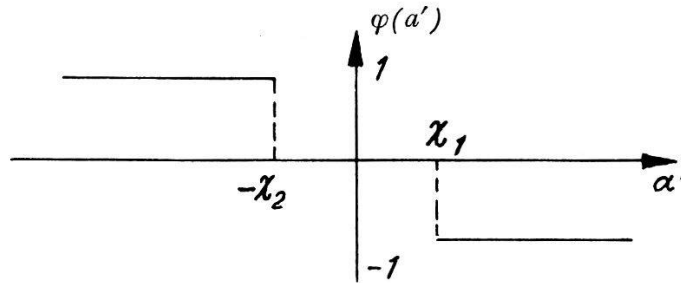


Fig. 2

Si dans l'intervalle $-\chi_2 < \alpha' < \chi_1$ un des enroulements du moteur est court-circuité et de ce fait introduit un frottement visqueux supplémentaire, celui-ci sera représenté par l'expression $f_s \dot{\Theta}_0 \psi(\alpha') \psi(\alpha')$ étant décrite par la figure 3.

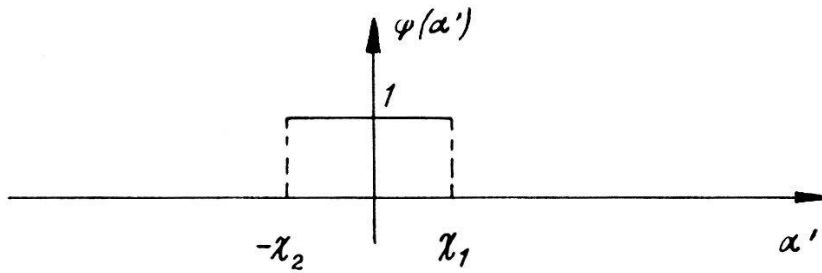


Fig. 3

Le couple moteur est une fonction de la vitesse angulaire ω . Pour un moteur asynchrone, par exemple, nous mesurons une fonction de l'allure de la figure 4.

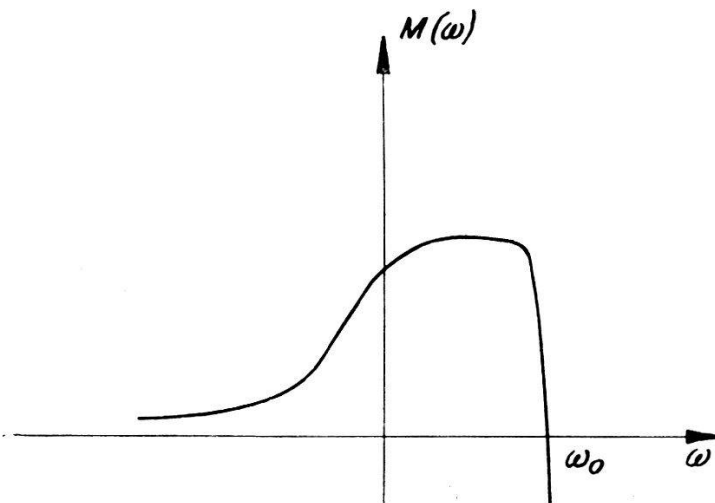


Fig. 4

ω_0 étant la vitesse de synchronisme.

Nous avons: $\omega = \varrho \dot{\Theta}_0 \varphi(\alpha')$; $\varphi \neq 0$. Le couple moteur ramené à l'axe Θ_0 s'écrira donc:

$$C_m = \varrho M (\varrho \dot{\Theta}_0 \varphi(\alpha')) \cdot \varphi(\alpha')$$

Finalement, le comportement du servo sera décrit par l'équation différentielle:

$$I \ddot{\Theta}_0 + f(\dot{\Theta}_0) \dot{\Theta}_0 + \mu \operatorname{sgn} \dot{\Theta}_0 = \varrho M (\varrho \dot{\Theta}_0 \varphi(\alpha')) \varphi(\alpha') - f_s \psi(\alpha') \dot{\Theta}_0 \quad (1)$$

La commutation aura lieu un temps τ après que α aura pris l'une des valeurs $-\chi_2, \chi_1$. Nous poserons donc:

$$\alpha' = \alpha + a b \tau \dot{\Theta}_0 \quad (2)$$

τ étant très petit vis à vis de la «période» du système.

Pour des conditions initiales quelconques, imposons $\Theta_i(t) = \Theta_i y(t)$ avec

$$y(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \leq 0 \\ 1 & \text{pour } t > 0 \end{cases}$$

Posons (3) $\dot{\Theta}_0 = \eta$ il vient $\dot{\varepsilon} = a\eta$ pour $t > 0$ et

$$\dot{\eta} = \frac{\varrho M (\varrho \eta \varphi(\alpha')) \varphi(\alpha') - f(\eta) \eta - \mu \operatorname{sgn} \eta - f_s \psi(\alpha') \eta}{I} \quad (4)$$

Divisons (3) par (4)

$$\frac{d\varepsilon}{d\eta} = \frac{a I \eta}{\varrho M \varphi(\alpha') - f_s \psi(\alpha') \eta - f(\eta) \eta - \mu \operatorname{sgn} \eta} \quad (5)$$

Nous sommes ainsi amenés à étudier une équation différentielle du premier ordre, dans le plan de phase de coordonnées (ε, η) .

L'opérateur de commutation divise le plan de phase en 3 régions séparées par les droites

$$\left. \begin{array}{l} \alpha' = \chi_1 \\ \alpha' = -\chi_2 \end{array} \right\} \quad (6)$$

dites droites de commutation. Dans chacune de ces régions $\varphi(\alpha')$ et $\psi(\alpha')$ ont une valeur constante. Il est alors aisé de construire les trajectoires.

Considérons les 6 domaines :

I.	$\alpha' > \chi_1$	$\eta > 0$	$\varphi(\alpha') = -1$	$\psi(\alpha') = 0$	$\text{sgn } \eta = 1$
II.	$\alpha' > \chi_1$	$\eta < 0$	$\varphi(\alpha') = -1$	$\psi(\alpha') = 0$	$\text{sgn } \eta = -1$
III.	$\alpha' < -\chi_2$	$\eta < 0$	$\varphi(\alpha') = 1$	$\psi(\alpha') = 0$	$\text{sgn } \eta = -1$
IV.	$\alpha' < -\chi_2$	$\eta > 0$	$\varphi(\alpha') = 1$	$\psi(\alpha') = 0$	$\text{sgn } \eta = 1$
V.	$-\chi_2 < \alpha' < \chi_1$	$\eta > 0$	$\varphi(\alpha') = 0$	$\psi(\alpha') = 1$	$\text{sgn } \eta = 1$
VI.	$-\chi_2 < \alpha' < \chi_1$	$\eta < 0$	$\varphi(\alpha') = 0$	$\psi(\alpha') = 1$	$\text{sgn } \eta = -1$

Les trajectoires sont définies dans ces domaines par les primitives :

Domaine I

$$\varepsilon_0 - \varepsilon = \int_0^\eta \frac{a I \eta d\eta}{\varrho M(-\varrho \eta) + f(\eta) \eta + \mu}$$

II

$$\varepsilon_0 - \varepsilon = \int_0^\eta \frac{a I \eta d\eta}{\varrho M(-\varrho \eta) + f(\eta) \eta - \mu}$$

III

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = \int_0^\eta \frac{a I \eta d\eta}{\varrho M(\varrho \eta) - f(\eta) \eta + \mu}$$

IV

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = \int_0^\eta \frac{a I \eta d\eta}{\varrho M(\varrho \eta) - f(\eta) \eta - \mu}$$

V

$$\varepsilon_0 - \varepsilon = \int_0^\eta \frac{a I \eta d\eta}{(f(\eta) + f_s) \eta + \mu}$$

VI

$$\varepsilon_0 - \varepsilon = \int_0^\eta \frac{a I \eta d\eta}{(f(\eta) + f_s) \eta - \mu}$$

Ces intégrales sont faciles à intégrer numériquement. On obtient alors, dans chaque domaine, un réseau de trajectoires se déduisant l'une de l'autre par simple translation le long de l'axe des ε .

Ces trajectoires donnent une vue d'ensemble du comportement du système dans les conditions envisagées.

Remarquons que les fonctions (I, III), (II, IV), et (V, VI) sont symétriques l'une de l'autre. Ce qui ramène à 3 le nombre des intégrales à déterminer numériquement.

Exemple

Dans le cas d'un moteur dont le couple serait conforme à la figure 5, les trajectoires prennent l'aspect de la figure 6.

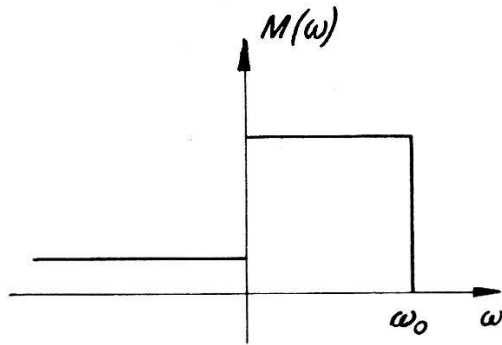


Fig. 5

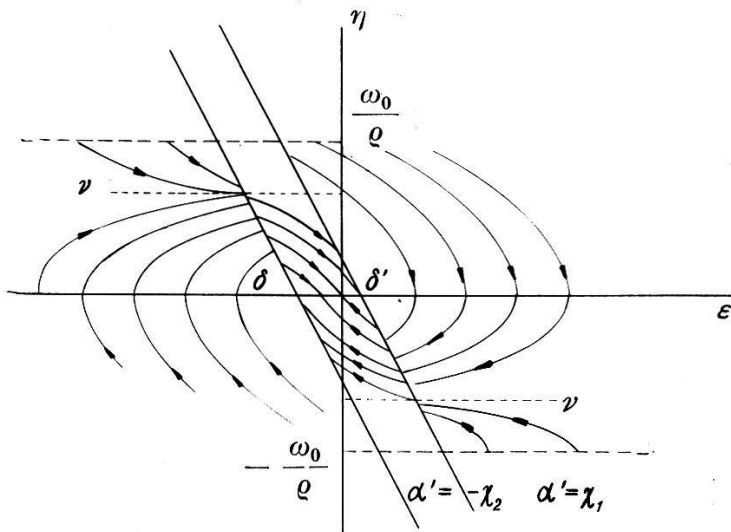


Fig. 6

Les droites ν sont les droites d'équation :

$$\epsilon M \varphi(\alpha') - f(\eta) \eta - \mu \operatorname{sgn} \eta = 0$$

Le segment $\delta \delta'$ est le segment d'arrêt du système. Une méthode semblable peut être utilisée pour étudier le comportement du système dans le cas d'une entrée $\Theta_i(t) = \beta t y(t)$.

ε n'est plus stable mais présente une certaine périodicité dont l'amplitude peut être réduite. Néanmoins chaque valeur de β nécessite l'établissement d'un nouveau plan de phase, ce qui, pour une étude approfondie, devient vite fastidieux si les intégrales doivent être intégrées par une méthode numérique.

Bibliographie

N. MINORSKY: Non-linear mechanics, Edwards 1947.

LE ROY A. MAC COLL: Fundamental Theory of Servomechanisms v. Nostrand 1947.

I. FLÜGGE-LOTZ: Discontinuous Automatic Control, Princeton 1953.
