Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 30 (1957)
Heft: I

Artikel: Hochauflösendes Beta-Spektrometer neuer Bauart
Autor: Wild, H. / Huber, O.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-112801

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 06.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Hochauflösendes Beta-Spektrometer neuer Bauart

von **H. Wild** und **O. Huber**
Physikalisches Institut der Universität Fribourg.

(3. IX. 1956.)

Summary. For the double-focusing, most luminous spectrometer with the coefficients $\alpha = 1/2$, $\beta = 3/8$ in the field expansion $H(r) = H_0\ (1-\alpha\varrho+\beta\varrho^2-\gamma\varrho^3\ldots)$ the image equations up to third order are calculated for an extended flat source. Hence follows for the third coefficient γ the value 43/144 for optimum conditions.

The calculations for electrons of different impulses showed, that with $\beta = 3/8$ and $\gamma = 5/16$ at the same time a whole range of energy can be registered on a film, similar to the semicircular spectrograph. Moreover the double focusing is remained independent of the impulse.

To reach a high resolution a form for the magnet has been constructed so that 1. no marginal effects arise and 2. not only the fieldstrength, but also the coefficients α and β can be stabilised.

Die moderne Beta-Spektroskopie stellt an die verwendeten Spektrometer zwei Hauptforderungen: hohe Lichtstärke und hohes Auflösungsvermögen. Abgesehen von Spezialfällen, bei denen bewusst auf eine Bedingung zugunsten einer andern verzichtet wird, stellt der Bau eines solchen Apparates stets eine Kompromisslösung dar.

Die vorliegende Arbeit untersucht die Grundlagen für die Vereinigung mehrerer spezieller Eigenschaften in einem einzigen Spektrometer, für deren Realisation bisher mindestens zwei getrennte Apparate notwendig waren.

Die an das Gerät gestellten Anforderungen sind die folgenden:

1. Möglichst hohe Lichtstärke.
2. Auflösungsvermögen variierbar von $< 0{,}1\,\%$ bis ca. $2{,}5\,\%$.
3. Gleichzeitige Energiemessung eng benachbarter Elektronenlinien mit Film.
4. Energiemessbereich 10 keV ... 2,5 MeV bei gleichbleibenden Fokussierungseigenschaften.

Sehr hohe Auflösungsvermögen werden hauptsächlich bei solchen Spektrometern erreicht, deren Fokussierung nicht auf Randeffekten beruht. Unter den in Frage kommenden Apparaten weisen die Linsentypen den grössten Raumwinkel auf. Trotzdem ist die Lichtstärke der doppeltfokussierenden Spektrometer, besonders bei hohen

Auflösungsvermögen, bedeutend grösser, da nur eine Dimension der rechteckigen Quelle durch das Auflösungsvermögen beschränkt wird. Im ersten Kapitel werden die Charakteristiken dieser doppeltfokussierenden Apparate zusammengestellt und miteinander verglichen. Für den lichtstärksten Apparat werden dann im zweiten Kapitel die Fokussierungseigenschaften dritter Ordnung berechnet und Bedingungen für die Anfangswerte bei hohen Auflösungsvermögen aufgestellt. Im dritten Kapitel wird versucht, das Prinzip des Halbkreisspektrographen, das ist die gleichzeitige Registrierung auf Film von Elektronen verschiedener Energie auf den doppeltfokussierenden Typ zu übertragen. Schliesslich werden im vierten Kapitel einige Fragen besprochen, welche mit der Konstruktion des Spektrometers zusammenhängen, insbesondere die Einflüsse von Randeffekten und der Hysteresis des Eisens auf das Magnetfeld.

I. Übersicht über die doppeltfokussierenden Spektrometer.

In dieser Arbeit werden die in Fig. 1 eingetragenen Bezeichnungen benützt: Die dimensionslosen Zylinderkoordinaten ϱ und ζ werden auf den Radius a bezogen, wobei ϱ von a aus nach aussen positiv gemessen wird:

$$\varrho = \frac{r-a}{a} \qquad \zeta = \frac{z}{a}.$$

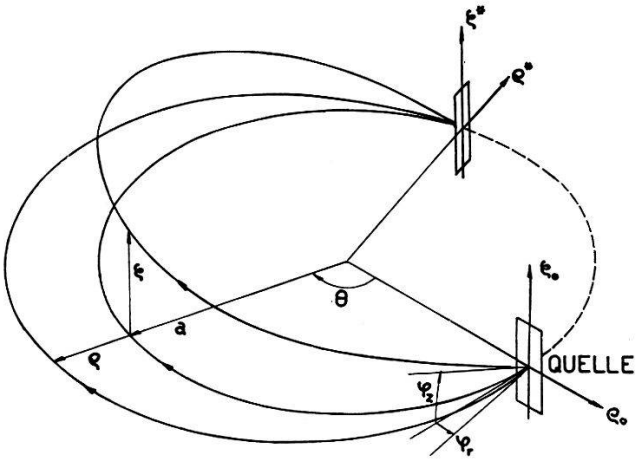


Fig. 1.
Koordinaten.

Die Elektronen starten in der Quellenebene $\Theta = 0$ im Punkt mit den Koordinaten ϱ_0 und ζ_0 und den Austrittswinkeln gegenüber der Quellennormalen φ_r in radialer und φ_z in achsialer Richtung. Sie erreichen die Bildebene $\Theta = \sqrt{2}\,\pi$ in einem Punkt ϱ^*, ζ^*. Die Zusammenhänge zwischen den Quellenkoordinaten und den Bildkoordinaten sind bis zur zweiten Ordnung durch die Abbildungsglei-

chungen von SHULL[1]) gegeben, wobei das Magnetfeld H_z in der Mittelebene $\zeta = 0$ in der Umgebung des Normalkreises dargestellt wird durch

$$H_z = 1 - \frac{1}{2}\varrho + \beta\varrho^2:$$

$$\varrho^* = -\varrho_0 + \frac{2-4\beta}{3}\varrho_0^2 - \frac{3-4\beta}{3}\zeta_0^2 + \frac{2(1-8\beta)}{3}\varphi_r^2 - \frac{2(3-8\beta)}{3}\varphi_z^2$$

$$\zeta^* = -\zeta_0 + \frac{8}{3}\beta\varrho_0\zeta_0 + \frac{4(8\beta-3)}{3}\varphi_r\varphi_z.$$

Die Werte 1/8 und 3/8 für den zweiten Feldkoeffizienten β führen auf zwei Apparatetypen, die auf Grund ihrer Charakteristiken besonders für hohe Auflösungsvermögen geeignet sind. Ihre Eigenschaften, d. h. Quellenfläche, Austrittswinkel und Blendenform in Abhängigkeit des Ausflösungsvermögens für maximale Lichtstärke werden in den folgenden Abschnitten zusammengestellt und miteinander verglichen.

Die Anfangsbedingungen werden nach dem Kriterium berechnet, dass die Lichtstärke L bei gegebenem Auflösungsvermögen A bzw. der Lichtstärkekoeffizient $c_L = L \cdot A^{-1,5}$ maximal werden soll. Dies geschieht mit Hilfe der Linienprofile, wobei angenommen wird, dass neben der Quellenbreite $2\,\varrho_0$ in erster Linie der von A abhängige Austrittswinkel gross gemacht wird. Die Quellenhöhe $2\,\zeta_0$ wird nach Festlegung der andern Grössen so gewählt, dass das Linienprofil nicht wesentlich verbreitert wird.

Die für $\beta = 1/8$ und 3/8 gültige vereinfachte Abbildungsgleichung

$$\varrho^* = -\varrho_0 - \frac{4}{3}\varphi^2$$

mit φ als nicht aberrationsfreiem Austrittswinkel führt für maximales c_L auf das in Fig. 2a dargestellte Linienprofil. Der maximale Austrittswinkel φ_m beträgt dabei

$$\varphi_{m\,\mathrm{opt}} = 1{,}22 \cdot \varrho_0^{0,5}.$$

Die Halbwertsbreite des Profils wird gleich der Quellenbreite $2\,\varrho_0$. Mit der für die doppeltfokussierenden Spektrometer charakteristischen Dispersion $dr/r : dp/p = 4$ wird

$$\varrho_0 = 0{,}02 \cdot A$$

und damit

$$\varphi_{m\,\mathrm{opt}} = 0{,}173 \cdot A^{0,5}$$

wobei A das Auflösungsvermögen in % bedeutet.

Das Verhalten des Lichtstärkekoeffizienten c_L aus $L = c_L \cdot A^{1,5}$ bei nichtoptimaler Einstellung ist in Fig. 3 (Kurve *a*) dargestellt. Dabei wurde $c_L/c_{L\,\mathrm{opt}}$ in Funktion von $\varphi_m/\varphi_{m\,\mathrm{opt}}$ aufgetragen. Die Optimalwerte führen auf ein sehr ausgeprägtes Maximum von c_L.

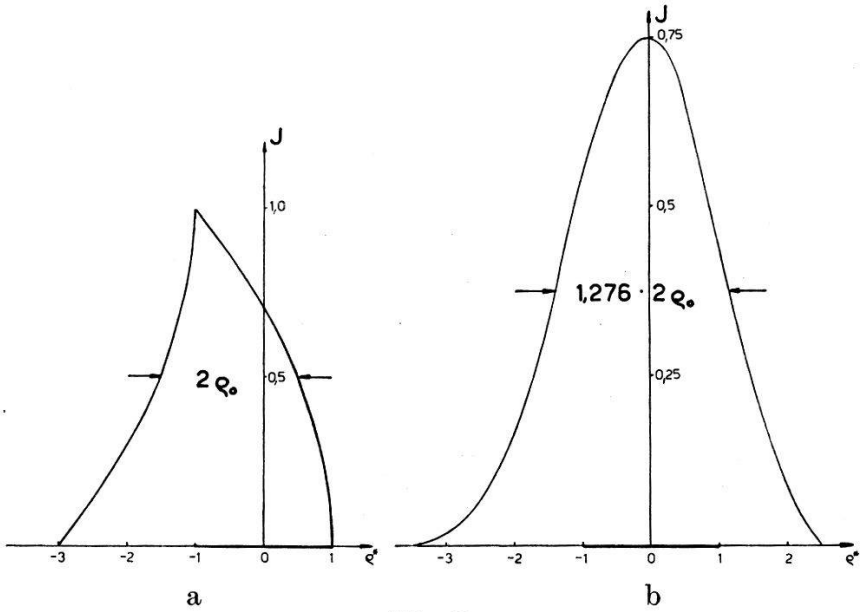


Fig. 2.
Linienprofile bei optimaler Einstellung:
a) Profil auf Film. b) Profil mit Zählrohrspalt $2\,\sigma = 2\,\varrho_0$ abgetastet.

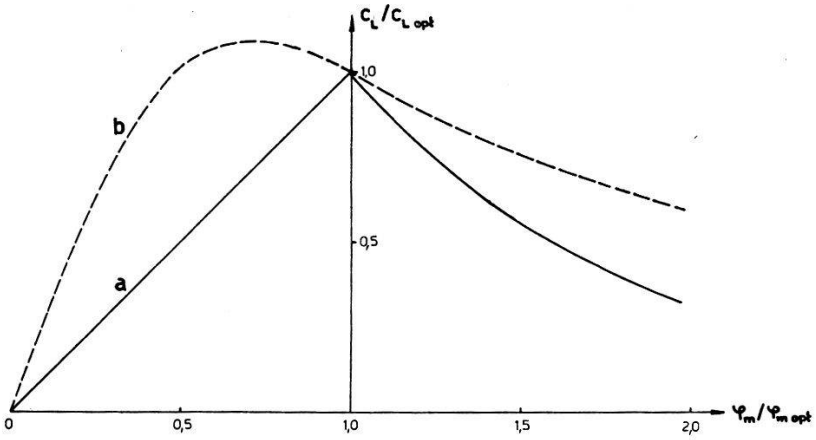


Fig. 3.
Lichtstärkekoeffizient c_L bei nichtoptimaler Blendeneinstellung.

Andere Autoren [9][10] bestimmen das Auflösungsvermögen aus der Basisbreite B des Linienprofils

$$B = 2\,\varrho_0 + \frac{4}{3}\,\varphi_m^2 + \cdots$$

wobei sie annehmen, dass das Auflösungsvermögen A zur Basisbreite B in einem bestimmten festen Verhältnis steht. Die optimalen Anfangsbedingungen berechnen sie aus der Annahme, dass

die einzelnen Summanden von B gleich gross werden. Ein festes Verhältnis $A:B$ kann aber nur dann vorausgesetzt werden, wenn die Form der Linienprofile unabhängig von den Anfangsbedingungen bleibt, was aber keineswegs der Fall ist[8]). Berechnet man ferner aus der Beziehung $A \sim 2\,\varrho_0 + 4/3\,\varphi^2$ den Koeffizienten

$$c = \varrho_0 \cdot \varphi_m \cdot A^{-1,5},$$

welcher ein Mass für die Lichtstärke darstellt, so erhält man dafür die in Fig. 3 dargestellte Kurve b. Diese Kurve weist bei $\varphi_m/\varphi_{m\,\mathrm{opt}} = 0{,}707$ ein Maximum auf. Daraus lässt sich für maximale Lichtstärke der Zusammenhang $\varphi_m = 0{,}866\ \varrho_0^{0,5}$ berechnen, was mit der Annahme der Gleichheit der Summanden in B: $2\,\varrho_0 = 4/3\,\varphi_m^2$ offenbar im Widerspruch steht. Aus diesen Gründen scheint die Untersuchung der Linienprofile auf die richtigeren Resultate zu führen.

1. Variante $\beta = 1/8$[2]).

Diese Variante ist dadurch gekennzeichnet, dass die radiale sphärische Aberration verschwindet. Aus ihren Abbildungsgleichungen

$$\varrho^* = -\varrho_0 + \frac{1}{2}\varrho_0^2 - \frac{5}{6}\zeta_0^2 - \frac{4}{3}\varphi_z^2$$

$$\zeta^* = -\zeta_0 + \frac{1}{3}\varrho_0\,\zeta_0 - \frac{8}{3}\varphi_r\,\varphi_z$$

folgt für den maximalen Austrittswinkel φ_{zm} bei Optimalbedingungen

$$\varphi_{zm} = 0{,}173 \cdot A^{0,5} \quad \text{für} \quad \varphi_r = 0\,.$$

Damit aber das Linienprofil in $\zeta^* = 0$ durch die achsiale Bildverschiebung bei Austrittswinkeln $\varphi_r \neq 0$ nicht verbreitert wird, muss die Form der Blende so gewählt werden, dass die Bedingung $2\,\varrho_0 = 4/3\,\varphi_z^2 + 5/6\,\zeta^2$ in $\zeta^* = 0$ eingehalten wird. Daraus lässt sich die von A unabhängige Blendenform berechnen zu

$$\frac{\varphi_z}{\varphi_{zm}} = \left(1 + \frac{40}{9} \cdot \varphi_r^2\right)^{-0,5}.$$

Der Raumwinkel in % berechnet sich daraus zu

$$T = 5{,}5 \cdot A^{0,5} \cdot \operatorname{arc\,tg}\,(\varphi_{rm} - 0{,}74\,\varphi_{rm}^3)$$

wobei φ_{rm} hier den durch die Apparatedimensionen vorgegebenen radialen Austrittswinkel bedeutet.

Wegen der Verzerrung der Achse $\varrho_0 = 0$ durch die Abbildung und der damit verbundenen Profilverbreiterung in $\zeta^* \neq 0$ kann die

Quellenhöhe nicht beliebig gross gewählt werden, ohne dass entweder das Auflösungsvermögen verschlechtert oder durch eine zusätzliche achsiale Bildblende der Raumwinkel verkleinert wird. Für eine zulässige maximale Quellenhöhe ζ_0 erhält man den Wert

$$\zeta_0 = 0{,}22 \cdot A^{0,5}.$$

Die Lichtstärke folgt damit der Beziehung

$$L \cong 0{,}1\, \varphi_r A^2.$$

2. *Variante* $\beta = 3/8$[4][5][6][7].

Hier verschwindet die achsiale sphärische Aberration. Aus den Abbildungsgleichungen

$$\varrho^* = -\varrho_0 + \frac{1}{6}\varrho_0^2 - \frac{1}{2}\zeta_0^2 - \frac{4}{3}\varphi_r^2$$

$$\zeta^* = -\zeta_0 + \varrho_0 \zeta_0$$

ergibt sich der maximale Austrittswinkel φ_{rm} zu

$$\varphi_{rm} = 0{,}173 \cdot A^{0,5}.$$

Da aber die Abbildungsgleichungen frei von φ_z sind, kann nach der Rechnung zweiter Ordnung φ_z beliebig gross gemacht werden, ohne die Abbildung irgendwie zu beeinflussen. Ferner wird φ_{rm} unabhängig von φ_z, d. h. die Blende wird begrenzt durch $\varphi_r(A)$ und den durch die Konstruktion vorgegebenen Maximalwert φ_{zm}. Gibt man der Zählrohrblende die Form

$$\sigma_{\mathrm{Bl}}(\zeta) = \left(-\frac{1}{2} \pm 1\right) \cdot \varrho_0 + \frac{1}{6}\varrho_0^2 - \frac{1}{2}\zeta^2$$

so kann neben φ_z auch ζ_0 beliebig gross werden, da das Bild der Quelle durch einen Austrittswinkel in achsialer Richtung nicht verschoben wird.

Der Raumwinkel dieses Types wird zu

$$T = 5{,}5 \cdot A^{0,5} \cdot \operatorname{arc\,tg} \varphi_{zm}.$$

3. *Zusammenstellung.*

In der folgenden Tabelle werden die Charakteristiken der beiden Varianten auf Grund der Abbildungsgleichungen zweiter Ordnung zusammengestellt. Es wurde dazu angenommen, dass die durch die Konstruktion gegebenen maximalen aberrationsfreien Austrittswinkel $\varphi = \operatorname{arc\,tg} 0{,}4$ betragen.

Doppeltfokussierende Spektrometer

Vergleiche auf Grund der Abbildungen zweiter Ordnung.

Feld	H_z	$1-1/2\,\varrho+1/8\,\varrho^2$	$1-1/2\,\varrho+2/8\,\varrho^2$	$1-1/2\,\varrho+3/8\,\varrho^2$
Quelle	ϱ_0 ζ_0	0,02 A 0,2 $A^{0,5}$	0,02 A $\sim A$	0,02 A keine Maximalbedingung
Quellenfläche		0,004 $A^{1,5}$	$\sim A^2$	$0{,}02\,A\cdot\zeta_0$
Winkel	φ_r φ_z	keine Maximalbedingung 0,173 $A^{0,5}$	0,245 $A^{0,5}$ 0,245 $A^{0,5}$	0,173 $A^{0,5}$ keine Maximalbedingung
Blende		$\varphi_z=\varphi_{zm}(1+40/9\,\varphi_r^2)^{-0,5}$	$\varphi_z^2+\varphi_r^2=0{,}06\,A$ kreisförmig	$\varphi_r=$ konstant rechteckig
Raumwinkel	$T_{\%}$	$5{,}5\cdot A\cdot\varphi_r(1-0{,}74\,\varphi_r^2)$	1,5 A	$5{,}5\,A^{0,5}\cdot\varphi_z$
Lichtstärke	$L_{\%}$	$\sim A^2$	$\sim A^3$	$\sim A^{1,5}$

Die aufgeführten Daten für $\beta = 2/8$[3])[11]) entsprechen einer Variante, welche bei Auflösungsvermögen $A \gtrsim 2\%$ besonders grosse Raumwinkel bringt, für hohe Auflösungsvermögen jedoch nicht geeignet ist.

Aus der Zusammenstellung ist ersichtlich, dass die Variante $\beta = 3/8$ die besten Charakteristiken aufweist. Unter gleichen Bedingungen ist ihr Raumwinkel um ca. 10% grösser als mit $\beta = 1/8$. Ausserdem gibt es für die Quellenhöhe $2\,\zeta_0$ bei $\beta = 3/8$ keine Maximalbedingung, da keine achsiale Bildverschiebung auftritt. Die Lichtstärke wird deshalb viel grösser und folgt der für hohe Auflösungsvermögen günstigsten Beziehung $L \sim A^{1,5}$.

In sämtlichen in der Tabelle aufgeführten Beziehungen stellt das Auflösungsvermögen A die relative Halbwertsbreite des Linienprofils im Impulsmaßstab dar. Der Raumwinkel T ist definiert als die dimensionslose Fläche des Profils, er gibt also denjenigen Bruchteil aller emittierten Elektronen an, welche die Fokussierungsfläche erreichen. Nach diesen Definitionen gilt die berechnete Beziehung $T(A)$ also nur dann, wenn mit Filmen gemessen wird. Für die Messung mit Zählern müssen A und T korrigiert und auf eine neue Intensitätsverteilung bezogen werden, welche man erhält, wenn das Linienprofil mit einem Spalt der Breite $2\,\sigma$ abgetastet wird. Die Lichtstärke bei gegebenem Auflösungsvermögen wird dann maximal, wenn die Spaltbreite $2\,\sigma$ gleich der Halbwertsbreite $2\,\varrho_0$ des Linienprofils wird und das Zentrum des Spaltes im Radius $\varrho = -\frac{1}{2}\,\varrho_0$ liegt. Mit diesen Daten wird im Zähler die in Fig. 2b dargestellte Intensitätsverteilung erhalten. Die maximale im Zähler gemessene Intensität $J_{\max}$ beträgt bei dieser günstigsten Einstellung 0,75 T, d. h. 0,75 T % aller emittierten Elektronen gelangen in den Zähler. Das Auflösungsvermögen A^* für die Zählermessung berechnet sich aus der Halbwertsbreite des neuen Profils zu 1,276 A. Die für die Filmmessung gültigen Beziehungen $T = c_T \cdot A^{0,5}$ und $L = c_L \cdot A^{1,5}$ sind somit für Messungen mit Zählern zu ersetzen durch $T^* = 1{,}51 \cdot c_T \cdot A^{*0,5}$ und $L^* = 1{,}92 \cdot c_L \cdot A^{*1,5}$.

Die folgenden Ausführungen beschränken sich ausschliesslich auf den lichtstärksten Typ mit $\beta = 3/8$.

II. Abbildungen dritter Ordnung.

Die Abbildungsgleichungen zweiter Ordnung für $\beta = 3/8$ geben den Zusammenhang zwischen dem Austrittswinkel φ_r, der Quellenbreite $2\,\varrho_0$ und dem Auflösungsvermögen A. Will man aber bei einem sehr grossen Raumwinkel ein hohes Auflösungsvermögen erreichen, so sollten die Abbildungsgleichungen dritter Ordnung be-

kannt sein, denn erst aus den Gleidern $\varphi_z^2 \varphi_r$ in ϱ^* und φ_z^3 und $\varphi_z \varphi_r^2$ in ζ^* erhält man Daten über den zulässigen maximalen achsialen Austrittswinkel φ_z.

Die Rechnung wird nach der bekannten Näherungsmethode durchgeführt, indem man die dimensionslosen Bahnkoordinaten ϱ, ζ nach Potenzen der Anfangsbedingungen ϱ_0, ζ_0, φ_r, φ_z entwickelt. Gesucht werden die Abbildungsgleichungen dritter Ordnung für eine flache ausgedehnte Quelle. Daraus lassen sich der dritte Feldkoeffizient γ und dann der maximale Austrittswinkel φ_z berechnen.

1. *Gleichungen zweiter Ordnung*[1]).

Sämtliche in den Bewegungsgleichungen vorkommenden konstanten Grössen werden zu 1 normiert.

In der Mittelebene ist das Feld gegeben durch

$$H_z = 1 - \frac{1}{2}\varrho + \frac{3}{8}\varrho^2 - \gamma\varrho^3.$$

Aus div $\vec{H}=0$ und rot $\vec{H}=0$ berechnen sich die Feldkomponenten zu

$$\begin{aligned} H_z &= 1 - \frac{1}{2}\varrho + \frac{3}{8}\varrho^2 - \gamma\varrho^3 - \zeta^2 \cdot \left[\frac{1}{8} + \left(\frac{5}{8} - 3\gamma\right)\varrho\right] \\ H_r &= \zeta \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\varrho - 3\gamma\varrho^2\right) - \zeta^3 \cdot \left(\frac{5}{24} - \gamma\right). \end{aligned} \tag{1}$$

Mit dem üblichen Ansatz $\varrho = \Sigma \lambda^n \varrho_n$ und $\zeta = \Sigma \lambda^n \zeta_n$, $n = 1 \ldots 3$ erhält man aus den Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned} -\ddot{\varrho} + (1+\varrho)\cdot\dot{\Theta}^2 &= (1+\varrho)\cdot\dot{\Theta}\cdot H_z \\ \ddot{\zeta} &= (1+\varrho)\cdot\Theta\cdot H_r \\ \dot{\varrho}^2 + (1+\varrho)^2\cdot\Theta^2 + \dot{\zeta}^2 &= 1 \end{aligned} \tag{2}$$

die folgenden Differentialgleichungen:

1. Ordnung:

$$\ddot{\varrho}_1 + \frac{1}{2}\varrho_1 = 0$$

$$\ddot{\zeta}_1 + \frac{1}{2}\zeta_1 = 0$$

$$\Theta_1 = -\varrho_1.$$

2. Ordnung:

$$\ddot{\varrho}_2 + \frac{1}{2}\varrho_2 = \frac{5}{8}\varrho_1^2 + \frac{1}{8}\zeta_1^2 - \frac{1}{2}(\dot{\varrho}_1^2 + \dot{\zeta}_1^2)$$

$$\ddot{\zeta}_2 + \frac{1}{2}\zeta_2 = \frac{3}{4}\varrho_1\zeta_1$$

$$\dot{\Theta}_2 = -\varrho_2 + \varrho_1^2 - \frac{1}{2}(\dot{\varrho}_1^2 + \dot{\zeta}_1^2).$$

3. Ordnung:

$$\ddot{\varrho}_3 + \frac{1}{2}\varrho_3 = (\gamma - 1)\,\varrho_1^3 + \frac{5}{4}\varrho_1\varrho_2 = \left(3\gamma - \frac{5}{8}\right)\varrho_1\zeta_1^2 + \frac{1}{4}\zeta_1\zeta_2$$
$$- \dot{\varrho}_1\dot{\varrho}_2 - \dot{\zeta}_1\dot{\zeta}_2 + \frac{3}{4}\varrho_1(\dot{\varrho}_1^2 + \dot{\zeta}_1^2) \tag{3a}$$

$$\ddot{\zeta}_3 + \frac{1}{2}\zeta_3 = \frac{3}{4}\varrho_1\zeta_2 + \frac{3}{4}\varrho_2\zeta_1 - 3\gamma\varrho_1^2\zeta_1 - \left(\frac{5}{24} - \gamma\right)\zeta_1^3$$
$$+ \frac{1}{4}\zeta_1(\dot{\varrho}_1^2 + \dot{\zeta}_1^2)$$

$$\dot{\Theta}_3 = -\varrho_3 + 2\varrho_1\varrho_2 - \varrho_1^3 + \frac{1}{2}\varrho_1(\dot{\varrho}_1^2 + \dot{\zeta}_1^2) - \dot{\varrho}_1\dot{\varrho}_2 - \dot{\zeta}_1\dot{\zeta}_2. \tag{3b}$$

Die Lösungen zweiter Ordnung sind von SHULL[1]) berechnet worden und lauten

$$\varrho_{12} = \left(\varrho_0 - \frac{1}{12}\zeta_0^2 + \frac{1}{4}\zeta_0^2 - \frac{4}{3}\varphi_r^2\right)\cdot c_1 + \sqrt{2}\left(\varphi_r + \frac{7}{6}\varrho_0\varphi_r + \frac{1}{2}\zeta_0\varphi_z\right)\cdot s_1$$
$$+ \left(-\frac{7}{12}\varrho_0^2 - \frac{1}{8}\varrho_0^2 + \frac{7}{12}\varphi_r^2 + \frac{1}{4}\varphi_z^2\right)\cdot c_2 - \sqrt{2}\left(\frac{7}{12}\varrho_0\varphi_r + \frac{1}{4}\zeta_0\varphi_z\right)\cdot s_2$$
$$+ \frac{3}{8}\varrho_0^2 - \frac{1}{8}\zeta_0^2 + \frac{3}{4}\varphi_r^2 - \frac{1}{4}\varphi_z^2. \tag{4a}$$

$$\zeta_{12} = \left(\zeta_0 - \frac{1}{2}\varrho_0\zeta_0 - 2\varphi_r\varphi_z\right)\cdot c_1 + \sqrt{2}\left(\varphi_z + \frac{1}{2}\varrho_0\varphi_z + \frac{1}{2}\zeta_0\varphi_r\right)\cdot s_1$$
$$+ \left(-\frac{1}{4}\varrho_0\zeta_0 + \frac{1}{2}\varphi_r\varphi_z\right)\cdot c_2 - \sqrt{2}\left(\frac{1}{4}\varrho_0\varphi_z + \frac{1}{4}\zeta_0\varphi_r\right)\cdot s_2$$
$$+ \frac{3}{4}\varrho_0\zeta_0 + \frac{3}{2}\varphi_r\varphi_z. \tag{4b}$$

$$\Theta_{12} = \left(2\varphi_r + \frac{7}{3}\varrho_0\varphi_r + \zeta_0\varphi_z\right)\cdot c_1 + \sqrt{2}\left(-\varrho_0 + \frac{1}{12}\varrho_0^2 - \frac{1}{4}\zeta_0^2 + \frac{4}{3}\varphi_r^2\right)s_1$$
$$- \left(\frac{11}{6}\varrho_0\varphi_r - \frac{1}{2}\zeta_0\varphi_z\right)\cdot c_2 + \sqrt{2}\left(\frac{11}{24}\varrho_0^2 + \frac{1}{8}\zeta_0^2 - \frac{11}{12}\varphi_r^2 - \frac{1}{4}\varphi_z^2\right)\cdot s_2$$
$$+ t - \frac{1}{2}\varrho_0\varphi_r - \frac{1}{2}\zeta_0\varphi_z - 2\varphi_r \tag{4c}$$

wobei $c_n = \cos n/\sqrt{2}\cdot t$ und $s_n = \sin n/\sqrt{2}\cdot t$.

Aus der letzten Gleichung findet man für die Fokussierungszeit $t^*(\sqrt{2}\cdot\pi)$ den Ausdruck zweiter Ordnung

$$t_{12}^* = \sqrt{2}\,\pi + 4\varphi_r + \frac{2}{3}\varrho_0\varphi_r + 2\zeta_0\varphi_z. \tag{5}$$

Damit ergeben sich die Bildkoordinaten bis zur dritten Ordnung aus den Bahngleichungen ϱ_{12} und ζ_{12} zu

$$\varrho^* = \varrho_3^* - \varrho_0 + \frac{1}{6}\varrho_0^2 - \frac{4}{3}\varphi_r^2 - \frac{1}{2}\zeta_0^2 - 6\varrho_0\varphi_r^2 - 6\zeta_0\varphi_r\varphi_z \tag{6a}$$

$$\zeta^* = \zeta_3^* - \zeta_0 + \varrho_0\zeta_0 - 2\zeta_0\varphi_r^2 - \frac{14}{3}\varrho_0\varphi_r\varphi_z. \tag{6b}$$

2. *Gleichungen dritter Ordnung.*

Die Differentialgleichungen für ϱ_3 und ζ_3 lassen sich auf die folgende Form bringen:

$$\ddot{x}_3 + \frac{1}{2} x_3 = A_0 + A_1 c_1 + A_2 s_1 + B_1 c_2 + B_2 s_2 + C_1 c_3 + C_2 s_1 .$$

Mit den Anfangsbedingungen $x_3(t = 0) = 0$ und $\dot{x}_3(t = 0) = 0$ lautet die Lösung

$$\begin{aligned} x_3 = & \left(\frac{2}{3} B_1 + \frac{1}{4} C_1 - 2 A_0\right) \cdot c_1 + \left(A_2 + \frac{4}{3} B_2 + \frac{3}{4} C_2\right) \cdot s_1 \\ & - \frac{\sqrt{2}}{2} A_2 \cdot t \cdot c_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} A_1 \cdot t \cdot s_1 - \frac{2}{3} B_1 \cdot c_2 - \frac{2}{3} B_2 \cdot s_2 \\ & - \frac{1}{4} C_1 \cdot c_3 - \frac{1}{4} C_2 \cdot s_3 + 2 A_0 . \end{aligned}$$

Daraus erhält man schliesslich nach dem Fokussierungswinkel $\Theta = \sqrt{2}\,\pi$ bzw. nach der Fokussierungszeit t_2^* die gesuchten Bildkoordinaten x_3^* für die Gleichung (6) zu

$$x_3^* = 4 A_0 - \frac{4}{3} B_1 + \pi A_2 = 4 D + \pi A_2 .$$

Die Berechnung von D und A_2 nach den Gleichungen (3) aus $\varrho_{1,2}$ und $\zeta_{1,2}$ führt auf folgende Werte:

für ϱ_3:

$$\begin{aligned} D = & -\frac{1}{144} \varrho_0^3 + \frac{7}{48} \varrho_0 \zeta_0^2 + \frac{13}{9} \varrho_0 \varphi_r^2 + \frac{7}{6} \zeta_0 \varphi_r \varphi_z \\ \frac{A_2}{\sqrt{2}} = & \frac{3}{4}\left(\gamma - \frac{43}{144}\right) \varrho_0^2 \varphi_r - \frac{3}{4}\left(\gamma - \frac{25}{48}\right) \zeta_0^2 \varphi_r + \frac{3}{2}\left(\gamma - \frac{43}{144}\right) \varphi_r^3 \\ & - \frac{9}{2}\left(\gamma - \frac{43}{144}\right) \varphi_r \varphi_z^2 - \frac{3}{2}\left(\gamma - \frac{3}{16}\right) \varrho_0 \zeta_0 \varphi_z \end{aligned} \tag{7}$$

für ζ_3:

$$\begin{aligned} D = & \frac{7}{6} \varrho_0 \varphi_r \varphi_z - \frac{7}{48} \varrho_0^2 \zeta_0 + \frac{1}{16} \zeta_0^3 + \frac{1}{2} \zeta_0 \varphi_z^2 + \frac{1}{6} \zeta_0 \varphi_r^2 \\ \frac{A_2}{\sqrt{2}} = & -\frac{3}{4}\left(\gamma - \frac{25}{48}\right) \varrho_0^2 \varphi_z - \frac{3}{2}\left(\gamma - \frac{3}{16}\right) \varrho_0 \zeta_0 \varphi_r + \frac{3}{2}\left(\gamma - \frac{17}{48}\right) \varphi_z^3 \\ & - \frac{9}{2}\left(\gamma - \frac{43}{144}\right) \varphi_r^2 \varphi_z + \frac{3}{4}\left(\gamma - \frac{17}{48}\right) \zeta_0^2 \varphi_z . \end{aligned} \tag{8}$$

Damit erhält man für die Abbildungsgleichungen für eine ausgedehnte flache Quelle:

$$\begin{aligned}\varrho_3^* = &-\varrho_0 + \frac{1}{6}\varrho_0^2 - \frac{1}{36}\varrho_0^3 - \frac{1}{2}\zeta_0^2 + \frac{7}{12}\varrho_0\zeta_0^2 \\ &- \frac{4}{3}\varphi_r^2 + \frac{3\pi\sqrt{2}}{2}\left(\gamma - \frac{43}{144}\right)\varphi_r^3 - \frac{9\pi\sqrt{2}}{2}\left(\gamma - \frac{43}{144}\right)\varphi_r\varphi_z^2 \\ &+ \frac{3\pi\sqrt{2}}{4}\left(\gamma - \frac{43}{144}\right)\zeta_0^2\varphi_r - \frac{3\pi\sqrt{2}}{4}\left(\gamma - \frac{25}{48}\right)\zeta_0^2\varphi_r - \frac{3\pi\sqrt{2}}{2}\left(\gamma - \frac{3}{16}\right)\varrho_0\zeta_r\varphi_z \\ &- \frac{2}{9}\varrho_0\varphi_r^2 - \frac{4}{3}\zeta_0\varphi_r\varphi_z. \end{aligned} \tag{9a}$$

$$\begin{aligned}\zeta_3^* = &-\zeta_0 + \varrho_0\zeta_0 + \frac{1}{4}\zeta_0^3 - \frac{7}{12}\varrho_0^2\zeta_0 \\ &- \frac{9\pi\sqrt{2}}{2}\left(\gamma - \frac{43}{144}\right)\varphi_r^2\varphi_z + \frac{3\pi\sqrt{2}}{2}\left(\gamma - \frac{17}{48}\right)\varphi_z^3 - \frac{3\pi\sqrt{2}}{2}\left(\gamma - \frac{25}{48}\right)\varrho_0^2\varphi_z \\ &- \frac{3\pi\sqrt{2}}{2}\left(\gamma - \frac{3}{16}\right)\varrho_0\zeta_0\varphi_r + \frac{3\pi\sqrt{2}}{2}\left(\gamma - \frac{17}{48}\right)\zeta_0^2\varphi_z + \frac{2}{3}\zeta_0\varphi_r^2. \end{aligned} \tag{9b}$$

3. *Diskussion der Abbildungsgleichungen.*

Für den dritten Feldkoeffizienten γ kommen hauptsächlich die folgenden beiden Werte in Frage: 1. $\gamma = 17/48$ und 2. $\gamma = 43/144$.

Mit $\gamma = 17/48$ wird bei grossen achsialen Öffnungen φ_z die achsiale Bildverschiebung klein, hingegen wird mit $\gamma = 43/144$ die radiale Verschiebung unabhängig von φ_z. Welche dieser beiden Möglichkeiten für eine hohe Auflösung besser geeignet ist, kann erst die folgende eingehende Untersuchung zeigen.

31. Variante $\gamma = 17/48$.

Die Abbildungsgleichungen lauten hier für eine ausgedehnte Quelle:

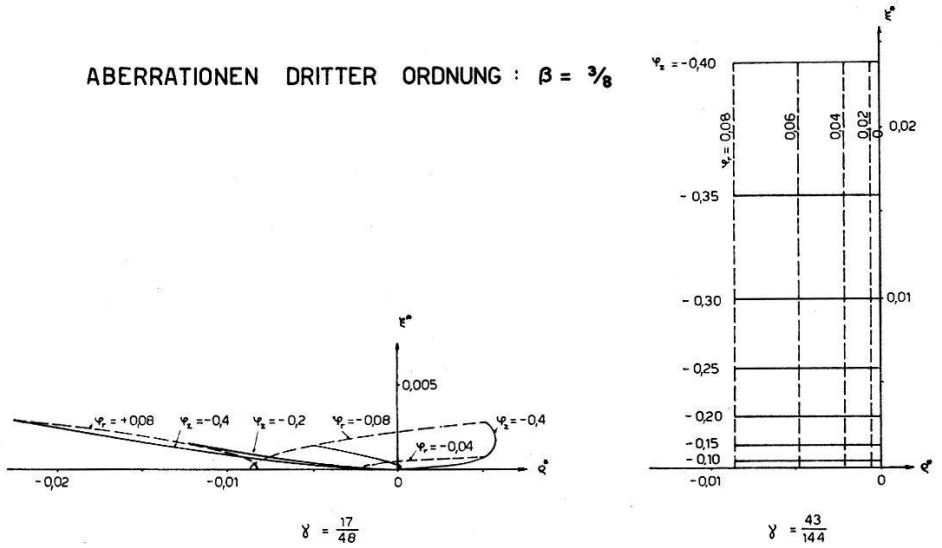
$$\begin{aligned}\varrho^* = &-\varrho_0 + 1{,}666\,\varrho_0^2 - 0{,}0277\,\varrho_0^3 - 0{,}5\,\zeta_0^2 + 0{,}5833\,\varrho_0\zeta_0^2 \\ &- 0{,}333\,\varphi_r^2 + 0{,}3703\,\varphi_r^3 - 1{,}111\,\varphi_r\varphi_z^2 + 0{,}1851\,\zeta_0^2\varphi_r \\ &+ 0{,}556\,\zeta_0^2\varphi_r - 1{,}112\,\varrho_0\zeta_0\varphi_z - 0{,}222\,\varrho_0\varphi_r^2 - 1{,}333\,\zeta_0\varphi_r\varphi_z. \end{aligned} \tag{10a}$$

$$\begin{aligned}\zeta^* = &-\zeta_0 + \varrho_0\zeta_0 + 0{,}250\,\zeta_0^3 - 0{,}5833\,\varrho_0^2\zeta_0 - 1{,}111\,\varphi_r^2\varphi_z \\ &+ 0{,}556\,\varrho_0^2\varphi_z - 1{,}112\,\varrho_0\zeta_0\varphi_r + 0{,}666\,\zeta_0\varphi_r^2. \end{aligned} \tag{10b}$$

In der Fig. 4 ist die Abbildung einer punktförmigen Quelle dargestellt. Daraus ist ersichtlich, dass die achsiale Bildverschiebung

auch bei grossen achsialen Winkeln φ_z klein bleibt. Sie wird nur bestimmt durch das Glied $\varphi_r^2 \varphi_z$ das bei hohen Auflösungsvermögen sehr klein wird.

Hingegen taucht in ϱ^* ein Glied $\varphi_z^2 \varphi_r$ auf, das bei hohen Auflösungsvermögen und grossen φ_z grösser werden kann als das Glied zweiter Ordnung φ_r^2, also eine stark defokussierende Wirkung zeigt und das Auflösungsvermögen verschlechtert. Dieser Einfluss lässt



a) Fig. 4. b)

Aberrationen dritter Ordnung für $\beta = 3/8$:

sich am besten an den Linienprofilen in der Mittelebene für verschiedene achsiale Austrittswinkel φ_z darstellen (Fig. 5), wobei die Optimalbedingung $\varphi_{rm} = 0{,}173 \cdot A^{\frac{1}{2}}$ gilt. Dabei zeigt sich, dass mit zunehmendem φ_z das Maximum immer stärker in Richtung $+\varrho^*$ verschoben und gleichzeitig das Profil abgeflacht und stark verbreitert wird. Es muss deshalb ein Optimalwert für φ_z so gewählt werden, dass das Auflösungsvermögen nicht wesentlich verschlechtert, der Raumwinkel aber nicht unnötig verkleinert wird. Eine Bedingung für diesen Wert φ_{zm} ergibt sich daraus, dass die Bildpunkte der Elektronen mit den Anfangsbedingungen $+\varrho_0$, $+\varphi_r$, φ_z und $-\varrho_0$, $-\varphi_r$, φ_z zusammenfallen sollen. Daraus folgt die Beziehung $\varrho_0 = 1{,}11 \varphi_z^2 \varphi_r$ oder, für φ_z als Funktion des Auflösungsvermögens

$$\varphi_z = 0{,}32 \cdot A^{0{,}25}.$$

Diese Bedingung führt auf geometrisch ähnliche Linienprofile unabhängig von A.

Daraus und mit der Optimalbedingung für φ_r berechnet sich der Raumwinkel T (in %) zu

$$T = 1{,}75 \cdot A^{0{,}75} \qquad \text{für} \qquad A \leqslant 2{,}45\,\%$$

wenn der maximale Wert für φ_z 0,4 beträgt. Für $A \geqslant 2{,}45\,\%$ bleibt die im letzten Kapitel aufgestellte Beziehung $T = 2{,}2 \cdot A^{\frac{1}{2}}$ erhalten.

Für eine maximale Quellenhöhe ζ_0 lässt sich höchstens fordern, dass die Glieder $\zeta_0 \varphi_r \varphi_z$ und $\zeta_0^2 \varphi_r$ in ϱ^* kleiner bleiben als das defokus-

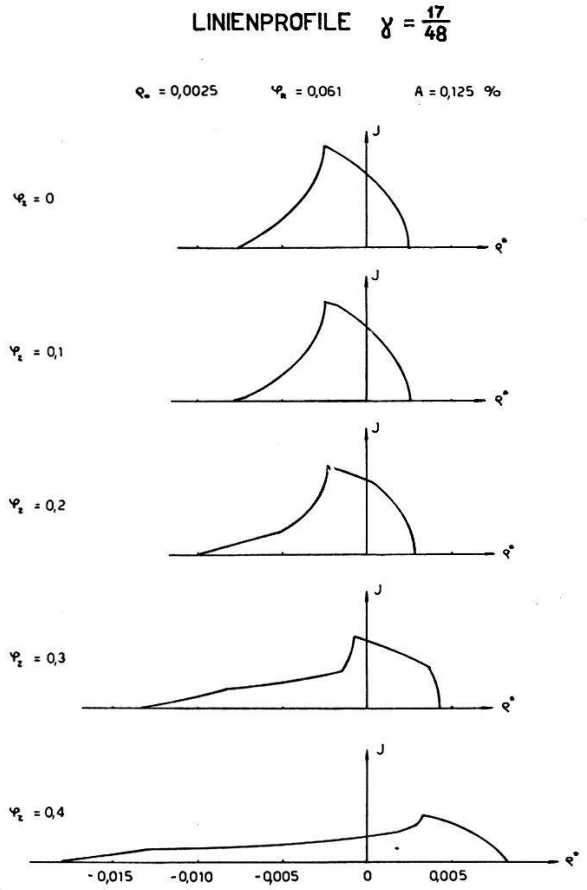


Fig. 5.

Linienprofile für $\gamma = 17/48$ bei verschiedenen achsialen Austrittswinkeln φ_z.
$\varrho_0 = 0{,}0025, \quad \varphi_R = 0{,}061, \quad A = 0{,}125\%$

sierende Glied $\varphi_r \varphi_z^2$. Daraus folgt $\zeta_0 = 0{,}53 \cdot A^{0,25}$, bzw. $\zeta_0 = 0{,}45 \cdot A^{0,25}$, d. h. bei Auflösungsvermögen $A \gtrsim 10^{-3}\,\%$ wird ζ^* nicht beschränkt.

Damit erhält man für die Lichtstärke (in %) den Ausdruck

$$L = 0{,}56 \cdot 10^{-2} \cdot A^{1,75} \qquad \text{für } A \leqslant 2{,}45\,\%$$

und

$$L = 0{,}70 \cdot 10^{-2} \cdot A^{1,5} \qquad \text{für } A \geqslant 2{,}45\,\%.$$

32. Variante $\gamma = 43/144$.

Die Abbildungen werden bestimmt durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} \varrho^* = &- \varrho_0 + 1{,}666\,\varrho_0^2 - 0{,}0277\,\varrho_0^3 - 0{,}5\,\zeta_0^2 + 0{,}5833\,\varrho_0 \zeta_0^2 \\ &- 1{,}33\,\varphi_r^2 + 0{,}740\,\zeta_0^2 \varphi_r - 0{,}740\,\varrho_0 \zeta\ \varphi_z - 0{,}222\,\varrho_0 \varphi_r^2 \\ &- 1{,}333\,\zeta_0 \varphi_r \varphi_z . \end{aligned} \tag{11a}$$

$$\zeta^* = -\zeta_0 + \varrho_0 \zeta_0 + 0{,}250\,\zeta_0^3 - 0{,}5833\,\varrho_0^2 \zeta_0 - 0{,}3703\,\varphi_z^3$$
$$+ 0{,}740\,\varrho_0^2 \varphi_z - 0{,}740\,\varrho_0 \zeta_0 \varphi_r - 0{,}1851\,\zeta_0^2 \varphi_z + 0{,}666\,\zeta_0 \varphi_r^2. \quad (11\text{b})$$

Bei dieser Variante wird die Abbildung in ϱ^* der punktförmigen Quelle unabhängig von φ_z. Andererseits bringt das Glied φ_z^3 in ζ^* eine starke achsiale Bildverschiebung mit sich. Infolge der Verzerrung der Quellenachse $\varrho_0 = 0$ durch die Abbildung wird mit zunehmendem Abstand von der Mittelebene das Linienprofil immer mehr verbreitert. Um daher das Auflösungsvermögen nicht zu stark zu beeinflussen, sollte entweder der Austrittswinkel φ_z oder die Bildhöhe begrenzt werden. Eine günstige Charakteristik erhält man dann, wenn aus dem Bild der Bereich $|\zeta^*| \leqslant |\zeta_{0\,\max}|$ ausgeblendet wird. Dadurch wird nur ein Bruchteil η der gesamten Intensität zur Messung ausgenützt. Dabei berechnet sich η zu

$$\eta = 1 - \frac{1}{8\varkappa}$$

wobei $\varkappa$ nach der Beziehung

$$\zeta_{0\,\max} = \varkappa \cdot 0{,}370\,\varphi_z^3$$

definiert ist. Es gibt nun einen solchen Wert ψ_z für φ_z, für welchen die achsiale Bildverschiebung gleich $2\,\zeta_{0\,\max}$ wird. Eine Vergrösserung des Winkels φ_z über ψ_z hinaus bringt deshalb keine weitere Zunahme der Intensität mehr. Dieser Wert lässt sich aus

$$\zeta_{0\,\max} = 0{,}185\,\psi_z^3$$

berechnen, wobei $\varkappa = 0{,}5$ und $\eta = 75\,\%$ werden.

Vorteilhaftere Messbedingungen erhält man jedoch mit $\varkappa = 1{,}0$ und $\eta = 87{,}5\,\%$. ψ_z ergibt sich dann aus $\zeta_{0\,\max} = 0{,}37\,\psi_z^3$. Eine Begrenzung von ζ_0 erhält man aus der Bedingung, dass die radiale Bildverschiebung durch ζ_0^2 kleiner bleiben soll als ϱ_0. Damit wird $\zeta_0 = 1{,}4 \cdot \varrho_0^{0,5}$, oder in Abhängigkeit des Auflösungsvermögens:

$$\zeta_0 = 0{,}2\,A^{0,5}$$

Daraus folgt für den Maximalwert des Austrittswinkels φ_{zm}

$$\varphi_{zm} = 0{,}81\,A^{0,166}$$

und für den Raumwinkel

$$T = 4{,}5\,A^{0,66} \quad \text{für} \quad A \leqslant 0{,}015\,\%.$$

Mit der Quellenfläche

$$F = 0{,}016\,A^{1,5} \quad \text{für} \quad A \leqslant 0{,}04\,\%$$

*

berechnet sich schliesslich die Lichtstärke des Apparates zu

$$L = 7{,}2 \cdot 10^{-2} A^{2{,}166} \qquad \eta = 87{,}5\,\% \qquad A \leqslant 0{,}015\%$$
$$L = 3{,}5 \cdot 10^{-2} A^{2{,}0} \qquad 0{,}015\,\% \leqslant A \leqslant 0{,}04\%$$

Für $A \geqslant 0{,}04\%$ gelten die im letzten Kapitel zusammengestellten Beziehungen für T, F und L.

33. Vergleiche.

In der folgenden Tabelle sind die Eigenschaften der beiden Varianten zusammengestellt. Dabei wurden folgende, durch die Konstruktion gegebenen Maximalwerte angenommen:

1. Quellenhöhe $\zeta_0 = 0{,}04$
2. Achsialer Austrittswinkel $\varphi_z = 0{,}4$

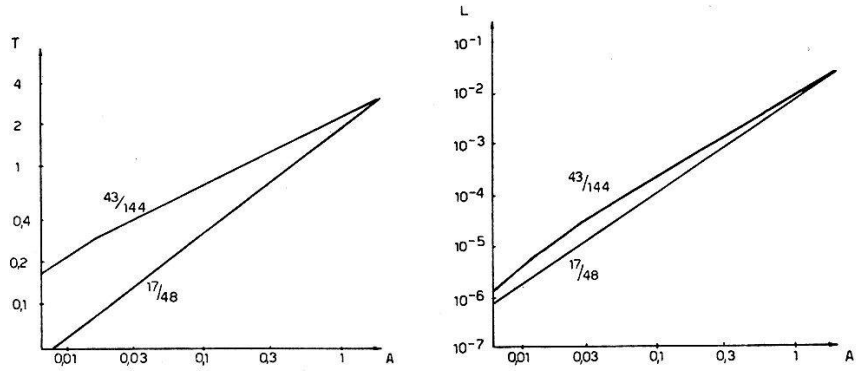


Fig. 6.
Charakteristiken für $\gamma = 17/48$ und $\gamma = 43/144$.
a) Raumwinkel T (%) b) Lichtstärke L (%).

Es zeigt sich, dass bei hohen Auflösungsvermögen der zulässige Raumwinkel beim Typ $\gamma = 43/144$ bedeutend grösser wird als bei $\gamma = 17/48$.

Als Folge der starken achsialen Bildverschiebung muss bei $\gamma = 43/144$ für Auflösungsvermögen $A \gtrsim 0{,}04\%$ die Quellenhöhe verkleinert werden. Trotzdem bleibt die Lichtstärke dieser Variante im ganzen Messbereich grösser.

III. Doppeltfokussierender Spektrograph.

Beim Halbkreisspektrograph wird gleichzeitig ein ganzer Bereich des Elektronenspektrums auf einen Film registriert. Dadurch, dass der Ablenkungsmagnet dieses Apparates als Permanentmagnet ausgebildet wird, ist eine ideale Feldstabilisierung gegeben, die gestattet, beliebig hohe Auflösungsvermögen zu erreichen. Hingegen ist als Folge der nur eindimensionalen Fokussierung sein Raumwinkel ausserordentlich klein.

Zusammenstellung der Charakteristiken für $\beta = 3/8$.

		$\gamma = \frac{17}{48}$		$\gamma = \frac{43}{144}$	
Quellenabmessungen	ϱ_0	$0{,}02\,A$		$0{,}02\,A$	
	ζ_0	$0{,}04$		$0{,}2\;A^{0,5}$	$A \leqslant 0{,}04\%$
				$0{,}04$	$A \geqslant 0{,}04\%$
Quellenfläche	F	$32 \cdot 10^{-4}\,A$		$0{,}016\,A^{1,5}$	$A \leqslant 0{,}04\%$
				$32 \cdot 10^{-4}\,A$	$A \geqslant 0{,}04\%$
Austrittswinkel	φ_r	$0{,}173\,A^{0,5}$		$0{,}173\,A^{0,5}$	
	φ_z	$0{,}32 \cdot A^{0,25}$	$A \leqslant 2{,}45\%$	$0{,}8 \cdot A^{0,166}$	$A \leqslant 0{,}016\%$
		$0{,}4$	$A \geqslant 2{,}45\%$	$0{,}4$	$A \geqslant 0{,}016\%$
Raumwinkel	$T\%$	$1{,}75\,A^{0,75}$	$A \leqslant 2{,}45\%$	$4{,}5\,A^{0,66}$	$A \leqslant 0{,}016\%$
		$2{,}2\,A^{0,5}$	$A \geqslant 2{,}45\%$	$2{,}2\,A^{0,5}$	$A \geqslant 0{,}016\%$
Lichtstärke	$L\%$	$0{,}56 \cdot 10^{-2}\,A^{1,75}$	$A \leqslant 2{,}45\%$	$7{,}2 \cdot 10^{-2}\,A^{2,16}$	$A \leqslant 0{,}016\%$
		$0{,}70 \cdot 10^{-2}\,A^{1,5}$	$A \geqslant 2{,}45\%$	$3{,}5 \cdot 10^{-2}\,A^{2,0}$	
				$0{,}70 \cdot 10^{-2}\,A^{1,5}$	$A \geqslant 0{,}04\%$

Beim doppeltfokussierenden Spektrometer ist der Raumwinkel gross, der Bahnradius jedoch konstant. Die Dispersion dieses Apparates ist doppelt so gross wie beim Halbkreistyp.

Von Interesse wäre nun ein Apparat, der die Filmmessung des Halbkreisspektrographen mit dem grossen Raumwinkel des doppeltfokussierenden Spektrometers vereint. In diesem Kapitel soll untersucht werden, ob und unter welchen Bedingungen ein solcher doppeltfokussierender Spektrograph realisierbar ist.

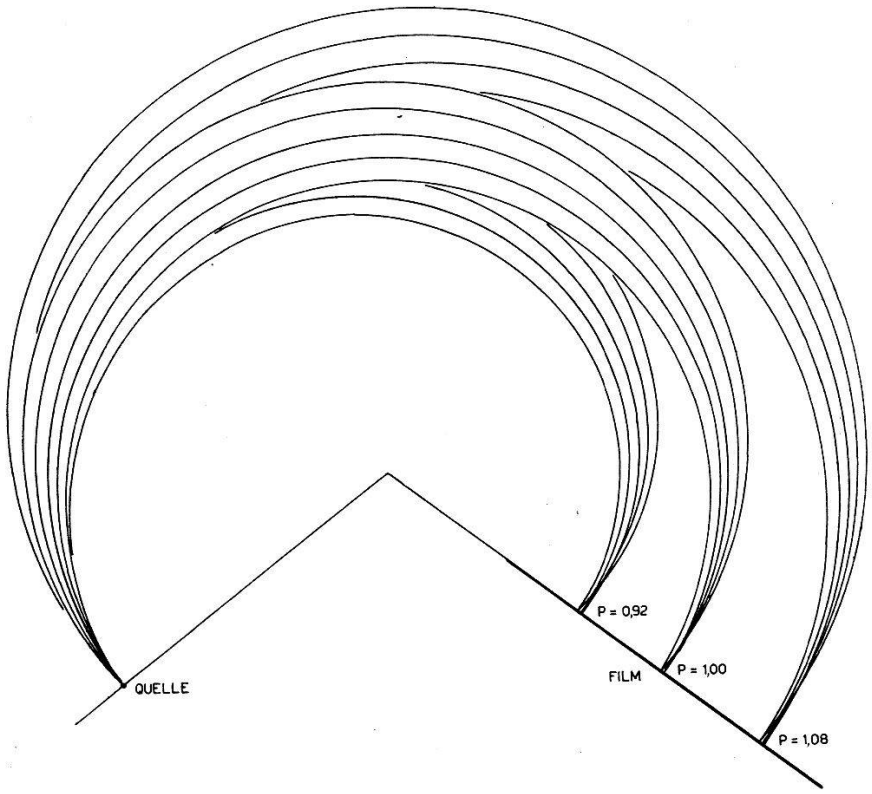


Fig. 7.
Prinzip des doppeltfokussierenden Spektrographen.

1. Allgemeine Bahngleichungen.

Die Bahn und die Abbildung für Elektronen, deren Impuls P vom Normalwert 1 abweicht, lässt sich aus den Gleichungen der vorangehenden Kapitel herleiten. Dazu nimmt man an, dass dem Impuls P ein neuer Normalbahnradius $a(P) = P \cdot H(a)^{-1}$ entspricht, um welchen die Elektronen P längs ihrer Bahn oszillieren. Der Ausgangspunkt der Bahn liegt nun aber nicht auf $a(P)$, sondern auf dem ursprünglichen Radius a_0.

Kennt man die Koeffizienten α, β, γ der Feldstärke H_z in der Umgebung des Kreises $a(P)$, so kann man mit Hilfe der allgemeinen (für beliebige α, β, γ gültigen) Bahn- und Abbildungsgleichungen die Bahn und das Bild der Quelle in der Fokussierungsfläche finden.

Diese Gleichungen beziehen sich alle auf den Radius $a(P)$ und müssen dann auf a_0 transformiert werden.

Man hat somit folgende zwei Koordinatensysteme zu unterscheiden:

I. Im System I ist der Normalbahnradius a_0 zu 1 festgelegt. Dieses System ist unabhängig von P. Das Zentrum der Quelle liegt in a_0.

II. Das System II bezieht sich auf $a_p = P \cdot H(a_p)^{-1}$ und ist somit impulsabhängig. Der Impuls P und die Feldstärke H_z auf a_p werden wieder zu 1 normiert. Alle Grössen in diesem System werden durch den Index p gekennzeichnet und sind darstellbar als Funktion der entsprechenden Grösse im System I und der Impulsabweichung $p = P - 1$.

Den Koordinaten ϱ und ζ eines beliebigen Punktes im System I entsprechen die Koordinaten in II

$$\varrho_p = \varrho \cdot \frac{1}{1+\varrho_q} - \frac{\varrho_q}{1+\varrho_q}$$

und

$$\zeta_p = \zeta \cdot \frac{1}{1+\varrho_q}$$

wobei ϱ_q den Radius des Normalkreises a_p im System I darstellt.

Die Feldstärke im System II beträgt $H_{zp}(r) = H_z(r) \cdot H_z(a_p)^{-1}$ und lässt sich analog zu H_z nach ϱ_p entwickeln:

$$H_{zp} = 1 - \alpha_p \varrho_p + \beta_p \varrho_p^2 - \gamma_p \varrho_p^3 + \cdots$$

Die Koeffizienten α_p, β_p, γ_p ergeben sich zu

$$\alpha_p = \alpha + (3\alpha - 4\beta)p + (16\alpha^2 - 32\alpha\beta + 16\beta^2 + \alpha - 12\beta + 12\gamma)p^2$$
$$\beta_p = \beta + (5\beta - 6\gamma)p + \cdots$$
$$\gamma_p = \gamma + \cdots$$

Um eine vom Impuls unabhängige doppelte Fokussierung zu erreichen, muss $\alpha = \frac{1}{2}$ und unabhängig von p werden. Dies ist nur dann möglich, wenn

$$\alpha_p = \frac{1}{2}, \qquad \beta_p = \frac{3}{8}, \qquad \gamma_p = \frac{5}{16}, \quad \cdots$$

ist, d. h. wenn das Feld H_z in der Mittelebene wie $r^{-\frac{1}{2}}$ abnimmt.

Für diesen Feldverlauf wird $\varrho_p = 2p + p^2$; der Zusammenhang zwischen den beiden Systemen ist gegeben durch

$$\varrho_p = \varrho(1 - 2p + 3p^2 - \cdots) + (-2p + 3p^2 - 4p^3 + \cdots)$$
$$\zeta_p = \zeta(1 - 2p + 3p^2 - \cdots)$$

Insbesondere erhält man als Anfangsbedingungen im System II

$$\varrho_{0p} = \varrho_0(1 - 2p + 3p^2 - \cdots) + (-2p + 3p^2 - 4p^3 + \cdots)$$
$$\zeta_{0p} = \zeta_0(1 - 2p + 3p^2 - \cdots)$$

Die Rücktransformation der Abbildung II nach I erfolgt nach den Gleichungen

$$\varrho^* = \varrho_p^*(1 + 2p + p^2) + 2p + p^2.$$
$$\zeta^* = \zeta_p^* (1 + 2p + p^2).$$

2. *Abbildungsgleichungen.*

Die Abbildungsgleichungen dritter Ordnung für $\gamma = 5/16$ lauten

$$\begin{aligned}\varrho^* = &-\varrho_{0p} + 0{,}166\,\varrho_{0p}^2 - 0{,}0277\varrho_{0p}^3 - 0{,}5\,\zeta_{0p}^2 + 0{,}5833\,\varrho_{0p}\zeta_{0p}^2 \\ &-1{,}33\,\varphi_{rp}^2 + 0{,}0926\,\varphi_{rp}^3 - 0{,}277\,\varphi_{rp}\varphi_z^2 + 0{,}0463\,\varrho_{0p}^2\varphi_{rp} \\ &+0{,}694\,\zeta_{0p}^2\varphi_{rp} - 0{,}833\,\varrho_{0p}\zeta_{0p}\varphi_z - 0{,}22\,\varrho_{0p}\varphi_{rp}^2 - 1{,}33\,\zeta_{0p}\varphi_{rp}\varphi_z \qquad (12\text{a})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\zeta_p^* = &-\zeta_{0p} + \varrho_{0p}\,\zeta_{0p} + 0{,}25\,\zeta_{0p}^3 - 0{,}583\,\varrho_{0p}^2\zeta_{0p} - 0{,}694\,\varphi_{rp}^2\varphi_z \\ &-0{,}277\,\varphi_z^3 + 0{,}277\,\varrho_{0p}^2\varphi_z - 0{,}833\,\varrho_{0p}\zeta_{0p}\varrho_{rp} - 0{,}139\,\zeta_{0p}^2\varphi_z \\ &+0{,}666\,\zeta_{0p}\,\varphi_{rp}^2. \qquad (12\text{b})\end{aligned}$$

Da ϱ_{0p} im System II eine p-abhängige Konstante ist, tauchen in den Abbildungsgleichungen defokussierende Glieder auf, die φ_{rp} und φ_z allein enthalten. Man muss daher durch die Wahl geeigneter Parameter versuchen, vor allem das Glied mit φ_{rp} in ϱ_p^* zu eliminieren.

Eine erste Möglichkeit zur Beeinflussung der Abbildungen ist durch den Blendenwinkel Θ_B gegeben: Da nämlich die Radialblende nicht am Ort der Quelle selbst, sondern erst unter einem Winkel Θ_B angebracht werden kann, ist der mittlere Austrittswinkel φ_{r0} nur für Elektronen mit $p = 0$ gleich Null. Für Elektronen mit dem Impuls $p \neq 0$ ist der Austrittswinkel φ_{rp} zu ersetzen durch $\varphi_r + \varphi_{r0}$, wobei φ_{r0} von p und Θ_B abhängig ist.

Aus den Bahngleichungen für Elektronen einer punktförmigen Quelle erhält man mit der Bedingung $\varrho_p(\Theta_B) = \varrho_{p0}$ für φ_{r0} den Ausdruck dritter Ordnung

$$\varphi_{r0} = 0{,}25\,\varrho_{0p}\,\Theta_B - 0{,}0625\,\varrho_{0p}^2\,\Theta_B$$

und nach p entwickelt:

$$\varphi_{r0} = -0{,}5\,p\,\Theta_B + 0{,}5\,p^2\,\Theta_B.$$

Einen weitern Freiheitsgrad zur Erreichung einer φ_r^1-unabhängigen Fokussierung erreicht man, indem man den Film nicht radial in

$\Theta_F = \sqrt{2}\,\pi$ fixiert, sondern in $\Theta = \Theta_F + \varepsilon$. Die Verschiebung ε kann von p abhängig gemacht werden und lässt sich darstellen als

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \cdot p + \varepsilon_2 \cdot p^2 + \cdots$$

wobei ε_1 und ε_2 frei wählbar sind.

Die Abbildungsgleichungen ϱ_p^* und ζ_p^* in der neuen Filmfläche findet man, indem man in die Bahngleichungen für die Fokussierungszeit t^* den Ausdruck

$$t_\varepsilon^* = \sqrt{2}\pi + \varepsilon + 4\,\varphi_{rp} - \varepsilon\,\varrho_{0p} + 0{,}66\,\varrho_{0p}\,\varphi_{rp} + 2\,\zeta_0\,\varphi_z = t^* + \varepsilon - \varepsilon\,\varrho_{0p}$$

einsetzt:

$$\begin{aligned} \varrho_{p\varepsilon}^* &= \varrho_p^* - \varphi_{rp}\,\varepsilon + 0{,}66\,\varrho_{0p}\,\varphi_{rp}\,\varepsilon - \zeta_{0p}\,\varphi_z\,\varepsilon + 0{,}25\,\varrho_{0p}\,\varepsilon^2 \\ \zeta_{p\varepsilon}^* &= \zeta_p^* - \varphi_z\,\varepsilon \qquad\qquad\qquad\qquad - \varrho_{0p}\,\varphi_z\,\varepsilon + 0{,}25\,\zeta_{0p}\,\varepsilon^2 . \end{aligned}$$

Dabei stellen ϱ_p^* und ζ_p^* die Abbildungen in der Ebene $\Theta_F = \sqrt{2}\,\pi$ dar. Die ε enthaltenden Glieder rühren nur von den Bahngleichungen 1. und 2. Ordnung her und sind daher unabhängig vom Koeffizienten γ in der Feldentwicklung.

Mit diesen von p abhängigen Parametern

$$\begin{aligned} \varrho_{0p} &= -2\,p + 3\,p^2 \\ \varphi_{r0} &= -0{,}5\,\Theta_B p + 0{,}5\,\Theta_B p^2 \\ \varepsilon &= \varepsilon_1\,p + \varepsilon_2 p^2 \end{aligned}$$

berechnet sich der Koeffizient des Austrittswinkels φ_r in ϱ_p^* zu

$$-\varepsilon - 2{,}66\,\varphi_{r0} + 0{,}66\,\varepsilon\,\varrho_{0p} - 0{,}44\,\varrho_{0p}\,\varphi_{r0} + 0{,}0464\,\varrho_{0p}^2 + 0{,}277\,\varphi_{r0}^2 .$$

Aus der Bedingung, dass dieser Koeffizient identisch gleich Null werden soll, lässt sich der Zusammenhang zwischen ε und p angeben:

$$\varepsilon = 1{,}33\,\Theta_B \cdot p + (0{,}185 - 3{,}56\,\Theta_B) \cdot p^2 . \tag{13}$$

Damit lassen sich nun die allgemeinen Abbildungsgleichungen aufstellen. Nach der Transformation ins System I erhält man

$$\begin{aligned} \varrho^* = {} & 4\,p + 2{,}66\,p^2 - 0{,}44\,p^3 \\ & + \varrho_0(-1 - 0{,}66\,p + 0{,}66\,p^2) + \varrho_0^2(0{,}166 - 0{,}166\,p) \\ & - \zeta_0^2(0{,}5 + 0{,}166\,p) - 0{,}0277\,\varrho_0^3 + 0{,}5833\,\varrho_0\,\zeta_0^2 \\ & - \varphi_r^2(1{,}33 + 2{,}22\,p) + 0{,}0926\,\varphi_r^3 - 0{,}277\,\varphi_r\,\varphi_z^2 \\ & + 0{,}0463\,\varrho_0^2\,\varphi_r + 0{,}694\,\zeta_0^2\,\varphi_r - 0{,}833\,\varrho_0\,\zeta_0\,\varphi_z - 0{,}222\,\varrho_0\,\varphi_r^2 \\ & - 1{,}33\,\zeta_0\,\varphi_r\,\varphi_z - 0{,}195\,p\,\varrho_0\,\varphi_r + 0{,}833\,p\,\zeta_0\,\varphi_z . \end{aligned} \tag{14a}$$

$$\begin{aligned}\zeta^* = & -\zeta_0(1+2p-0{,}66\,p^2)+(1+0{,}33\,p)\,\varrho_0\,\zeta_0+0{,}25\,\zeta_0^3-0{,}583\,\varrho_0^2\,\zeta_0\\ & +\varphi_z(-1{,}33\,\Theta_B\,p+2{,}60\,p^2)+4\,p\,\varphi_r\,\varphi_z-0{,}277\,\varphi_r^2\,\varphi_z-0{,}277\,\varphi_z^3\\ & +0{,}66\,\zeta_0\,\varphi_r^2+0{,}694\,\varrho_0^2\,\varphi_z-1{,}66\,\varrho_0\,\zeta_0\,\varphi_r-0{,}1388\,\zeta_0^2\,\varphi_z\\ & +1{,}66\,p\,\zeta_0\,\varphi_r-2{,}78\,p\,\varrho_0\,\varphi_z\,. \end{aligned} \tag{14b}$$

3. *Bildverschiebung und Dispersion.*

Die ersten drei Summanden in ϱ^*, die von Anfangsbedingungen frei sind und nur von der Impulsabweichung p abhängen, stellen die Bildverschiebung dar:

$$\varrho_B = 4\,\mathrm{p} + 2{,}66\,p^2 - 0{,}44\,p^3 \tag{15}$$

Sie ist definiert als der Abstand des Bildes einer punktförmigen Quelle bei den Austrittswinkeln $\varphi = 0$ vom Normalkreis $a_0 = 1$ im System I.

Eng mit der Bildverschiebung hängt die Dispersion des Apparates $D = \partial\varrho_B/\partial p$ zusammen. Man erhält dafür den Ausdruck

$$D = 4 + 1{,}33\,\varrho^* - 0{,}30\,\varrho^{*2} \tag{16}$$

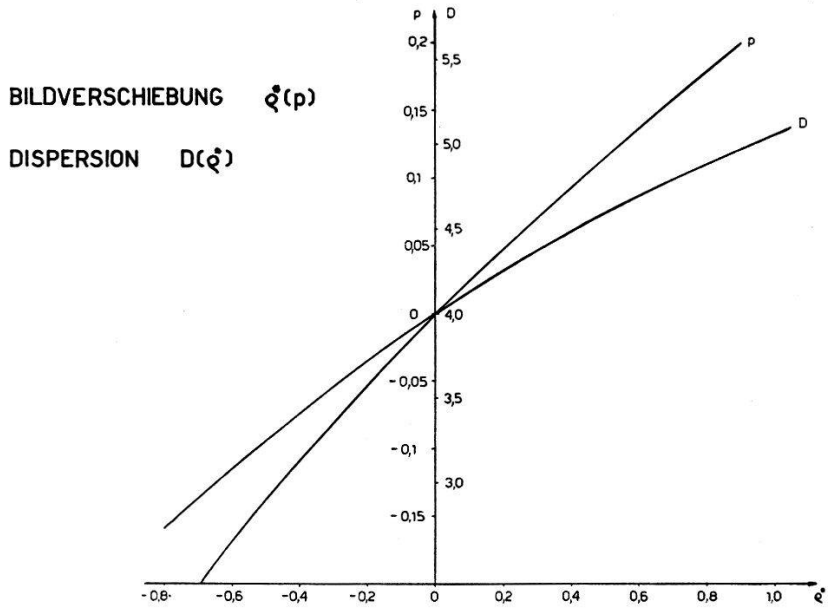


Fig. 8.

Bildverschiebung $\varrho^*(p)$ und Dispersion $D(\varrho^*)$.

Für $\varrho^* = 0$, d. h. für Elektronen mit dem Impuls $P = 1$, wird $D = 4$, während die Dispersion mit steigender Impulsabweichung p zunimmt. Dies ist in erster Linie die Folge des nach aussen abnehmenden Feldes.

4. *Fokussierungsfläche.*

Mit Hilfe der Bildverschiebung lässt sich nun die Form der Fokussierungsfläche angeben:

$$\varepsilon = 0{,}33\ \Theta_B \varrho^* + (0{,}0116 - 0{,}277\ \Theta_B)\varrho^{*2}$$

In der folgenden Figur sind die Filmflächen für verschiedene Blendenwinkel Θ_B dargestellt.

Für eine ebene Filmfläche muss zwischen ε_1 und ε_2 die Beziehung $\varepsilon_2 = -3{,}33\ \varepsilon_1$ oder $\varepsilon_2 = -4{,}44\ \Theta_B$ erfüllt sein. Diese Bedingung, zusammen mit Gleichung (13) lässt sich mit keinem positiven Blendenwinkel Θ_B befriedigen, d. h. es ist bei optimalen Abbildungsformeln nicht möglich, durch die Wahl eines bestimmten Θ_B eine

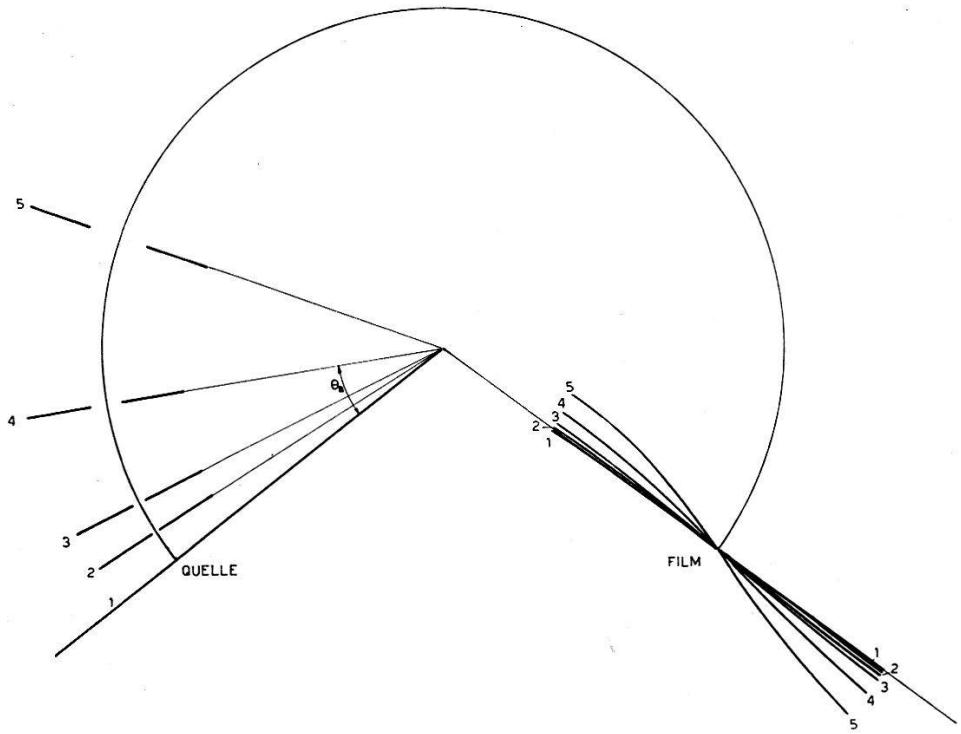


Fig. 9.
Filmfläche bei verschiedenen Austrittsblenden:
1. $\Theta = 0$; 2. $\Theta = 0{,}1$; 3. $\Theta = 0{,}2$; 4. $\Theta = 0{,}5$; 5. $\Theta = 1{,}0$.

ebene Filmfläche zu erreichen. Je kleiner aber Θ_B gewählt wird, desto geringer wird in a_0 die Krümmung der Fläche und ihre Neigung gegenüber der radialen Richtung.

5. *Optimale Anfangsbedingungen.*

Aus dem Linienprofil für Elektronen mit dem Impuls $P = 1$, das den günstigsten Zusammenhang $L(A)$ liefert, lassen sich wieder die

optimalen Quellen- und Blendengrössen berechnen. Man erhält dafür

$$\varrho_0 = 0{,}02\ \mathrm{A}$$
$$\varphi_r = 0{,}173\ \mathrm{A}^{0,5}$$
$$\varphi_z = 0{,}645\ \mathrm{A}^{0,25} \text{ für } \mathrm{A} \leqslant 0{,}15\,\%, \text{ wenn } \varphi_z = 0{,}4 \text{ max.}$$

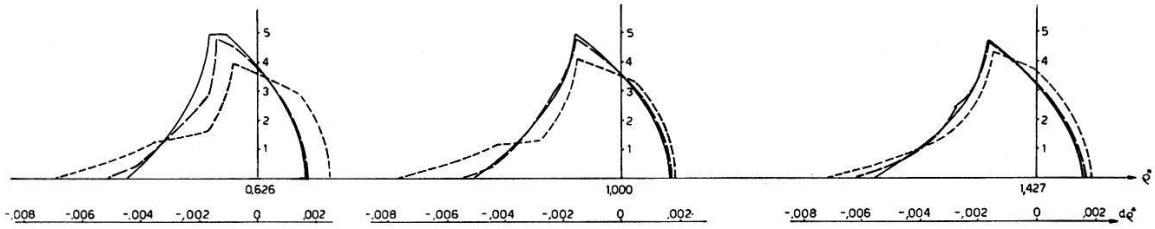
Daraus ergibt sich der Raumwinkel zu

$$T = \begin{array}{ll} 3{,}5\ \mathrm{A}^{0,75} & \text{für } \mathrm{A} \leqslant 0{,}15\,\% \\ 2{,}2\ \mathrm{A}^{0,5} & \text{für } \mathrm{A} \geqslant 0{,}15\,\% \end{array}$$

Für die maximale Quellenhöhe ζ_0 ist jedoch ein anderes Kriterium anzuwenden: In der Abbildungsgleichung für ζ^* erscheint ein Glied φ_z^1:

$$\varphi_z(1{,}33\ \Theta_B p - 2{,}60\ p^2)$$

Diese „defokussierende" Wirkung hat aber auf die Messung mit Filmen keinen Einfluss, da nur der Raumwinkel in $\zeta^* = 0$ für die Filmschwärzung massgebend ist. Damit aber der Raumwinkel über den gesamten Messbereich konstant bleibt, muss die Quellenhöhe ζ_0 so gross angenommen werden, dass es von einem Punkt $|\zeta_0| \geqslant |\zeta_{0m}|$ aus immer Elektronen gibt, welche unter dem maximalen Austrittswinkel φ_{zm} die Bildfläche in $\zeta^* = 0$ erreichen. Diese Forderung für



P = 0,9 $A = 1{,}06\,^0/_{00}$ | $P = 1{,}0$ $A = 0{,}83\,^0/_{00}$ | $P = 1{,}1$ $A = 0{,}69\,^0/_{00}$

Fig. 10.

Linienprofile bei Impuls $P = 0{,}9$; 1,0; 1,1 für achsiale Austrittswinkel $\varphi_z = 0$; 0,2; 0,4. Berechnet für $2\ \varrho_0 = 0{,}0033$; $\varphi_R = 0{,}05$. Breite der Profile 30:1 vergrössert.

ζ_{0m} lässt sich aus der Bedingung $\zeta^*(\zeta_{0m}, \varphi_{zm}, p) = 0$ für $\varrho_0 = \varphi_r = 0$ berechnen. Man erhält dafür

$$\zeta_{0m} = |\ (1{,}33\ \Theta_B p - 2{,}60\ p^2)\ \varphi_z + 0{,}277\ \varphi_z^3\ |_{\max} \tag{17}$$

wobei für p die Grenzen des Messbereiches so einzusetzen sind, dass ζ_{0m} maximal wird.

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die erforderlichen Quellenhöhen für einige Messbereiche von p, wobei angenommen wird, dass der maximale Wert des achsialen Austrittswinkels $\varphi_{zm} = 0{,}4$ und der Blendenwinkel $\Theta_B = 0{,}1$ beträgt:

$p = -0{,}17 \cdots +0{,}22$	$\zeta_{0m} = 0{,}02$
$-0{,}20 \cdots +0{,}25$	$0{,}035$
$-0{,}25 \cdots +0{,}30$	$0{,}05$

Die Untersuchung der Linienprofile hat ergeben, dass die Änderung der Halbwertsbreite durch den Einfluss von φ_z bei $P = 0{,}9$ und $P = 1{,}1$ gegenüber dem Normalprofil $P = 1{,}0$ neben der Änderung der Dispersion durchaus vernachlässigbar ist (Fig. 10).

6. *Zusammenfassung.*

Die Rechnung hat gezeigt, dass ein solcher doppeltfokussierender Spektrograph mit Filmmessung durchaus realisierbar ist. Er weist einen sehr grossen Raumwinkel auf, der, im Gegensatz zum Halbkreisspektrograph, über den gesamten Messbereich konstant bleibt und von der Apparategrösse a_0 unabhängig ist. Die Dispersion ist in a_0 doppelt so gross wie beim Halbkreistyp, jedoch nicht konstant. Damit wird der Messbereich bei gleichen Abmessungen entsprechend kleiner.

In der folgenden Tabelle werden einige Eigenschaften der beiden Apparate miteinander verglichen, wobei die Daten

$$a_0 = 15 \text{ cm} \qquad \zeta_0 = 0{,}04$$

als gemeinsame Grössen vorausgesetzt werden.

IV. Konstruktion des Apparates.

Die theoretischen Untersuchungen in den vorangegangenen Kapiteln haben gezeigt, dass beim Typ $\beta = 3/8$

1. die höchste Lichtstärke erreicht wird und
2. Messungen mit Film möglich sind.

Für die Konstruktion werden folgende Daten angenommen:

Radius der Normalbahn	$a = 30$ cm
maximaler achsialer Austrittswinkel	$\varphi_z = 0{,}4$
maximaler radialer Austrittswinkel	$\varphi_r = 0{,}28$
maximaler Raumwinkel	$T = 3{,}5\%$
entsprechendes Auflösungsvermögen	$A = 2{,}5\%$
Filmmessung: Impulsmessbereich	$dP = \pm 8 \ldots 11\%$
Filmlänge	$Lf = 18 \ldots 24$ cm

Halbkreisspektrograph und doppeltfokussierender Spektrograph.

		Halbkreisspektrograph	doppeltfokussierender Spektrograph
Quellenbreite Quellenhöhe	ϱ_0 ζ_0	0,01 A 0,04 Einschränkung ab $A = 0{,}05\%$	0,02 A 0,04 Einschränkung ab $A = 0{,}005\%$
Austrittswinkel	φ_r φ_z	0,14 $A^{0,5}$ $2\,\zeta_0/\pi$ Einschränkung ab $A = 0{,}05\%$	0,173 $A^{0,5}$ 0,4 Einschränkung ab $A = 0{,}15\%$
Raumwinkel	$T\%$	0,056 $A^{0,5}$ variiert über Messbereich	2,2 $A^{0,5}$ annähernd konstant
Dispersion	D	2 annähernd konstant	4 variiert über Messbereich
Messbereich	p_{max}/p_{min}	begrenzt durch variablen Raumwinkel gebräuchlicher Wert: bis 4	Versuchsausführung: 1,2 keine wesentliche Störungen nach Theorie bis ca. 2

1. Randeffekte.

Mit diesen Daten wird die Poldistanz sehr gross; beim Normalradius beträgt sie $2z(a) = 38$ cm. Dadurch machen sich Randeffekte stark bemerkbar. Um aber Messungen bei hohen Auflösungsvermögen ($< 0{,}1\,\%$) zu ermöglichen, muss in erster Linie versucht werden, diese störenden Einflüsse zu verringern. Mit welchen Mitteln dies möglich ist, zeigen einige Messungen unter vereinfachenden Annahmen am elektrolytischen Trog. Dazu wird zunächst das zweidimensionale Feld zwischen parallelen Polschuhen untersucht.

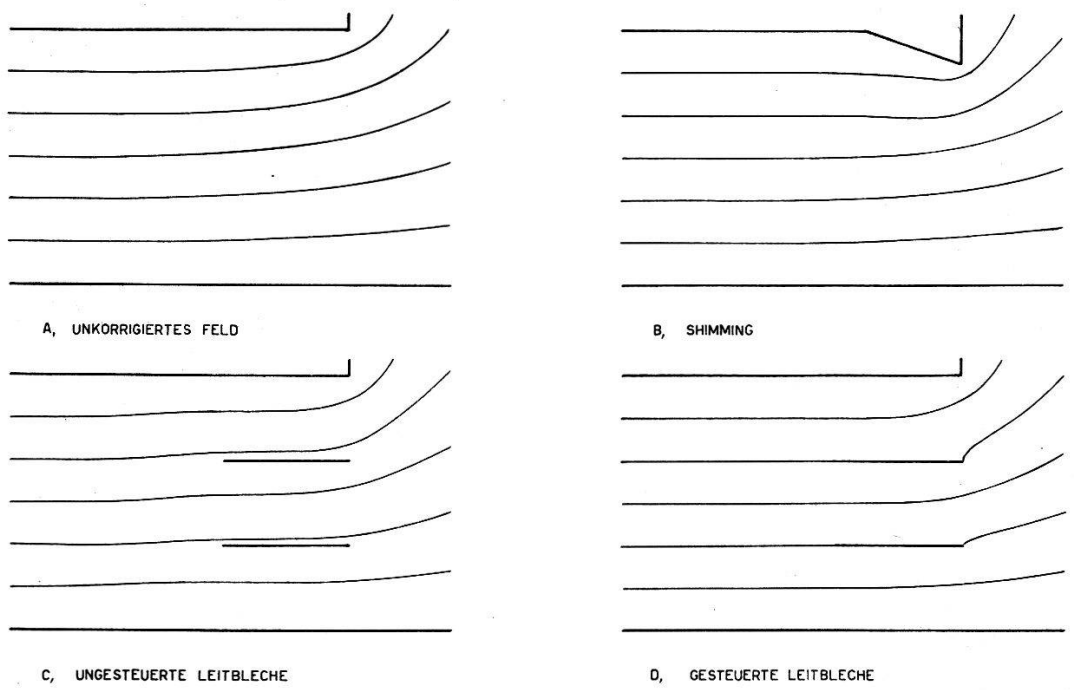


Fig. 11.
Randeffekte. Untersuchung im elektrolytischen Trog.

Fig. 11a zeigt den Verlauf der Potentiallinien bei unkorrigierten Polschuhen. Durch eine geeignete Form der Polschuhe kann erreicht werden, dass eine Stromlinie gestreckt wird (Fig. 11b). Die Einflüsse der Randeffekte werden hier etwas kleiner. Das Einsetzen von Leitblechen bewirkt ein Parallelrichten der Stromlinien in ihrer Umgebung (Fig. 11c). Eine wesentliche Verbesserung wird jedoch dann erreicht, wenn den Leitblechen ihr richtiges Potential aufgezwungen wird. Die Eindringtiefe der Randeffekte wird dann etwas grösser als die Distanz der Leitbleche. Innerhalb der Leitbleche werden die Störungen durch Randeffekte kleiner als die Messgenauigkeit (Fig. 11d).

Diese Leitbleche lassen sich im Magnet durch Eisenbleche darstellen, wobei zwischen je zwei Leitblechen eine ihrer Potentialdifferenz entsprechende Erregerspule liegt. Werden Leitbleche zur

Vermeidung sowohl der innern wie der äussern Randeffekte eingesetzt, so erhält der Magnet des Spektrometers die in Fig. 12 dargestellte Form. Der ganze Magnet kann unterteilt gedacht werden in zwei ineinandergeschobene Teilmagnete. Dadurch wird die Erregerleistung erhöht; es wird die ca. vierfache Energie benötigt, wie bei der Erregung durch die Innenspulen allein. Dafür werden aber die Randeffekte unterdrückt.

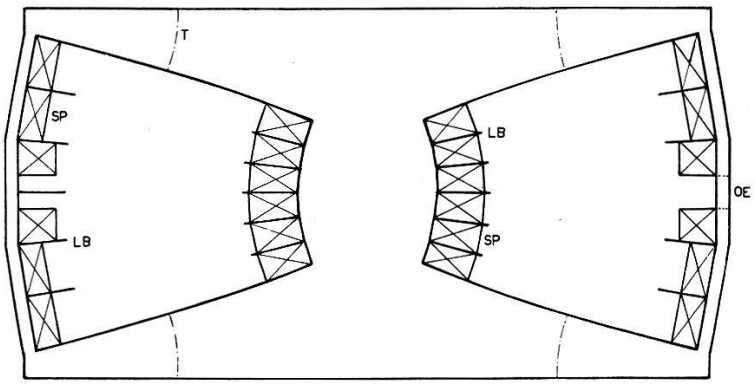


Fig. 12.
Magnetquerschnitt: *SP* Erregerspulen, *LB* Leitbleche, *OE* Öffnungen für Quelle.

2. *Steuerung der Leitbleche.*

Ein weiterer Vorteil dieser Anordnung liegt in der Steuerbarkeit des Feldverlaufes. Wird nämlich den Leitblechen durch eine Änderung der Ampèrewindungszahlen einzelner Spulen ein anderes magnetisches Potential aufgezwungen, so werden dadurch die Feldkoeffizienten α und β beeinflusst.

Die Steuerung der einzelnen Spulen erfolgt so, dass die gesamte Erregung innen und aussen gleich ist und konstant bleibt. Ferner

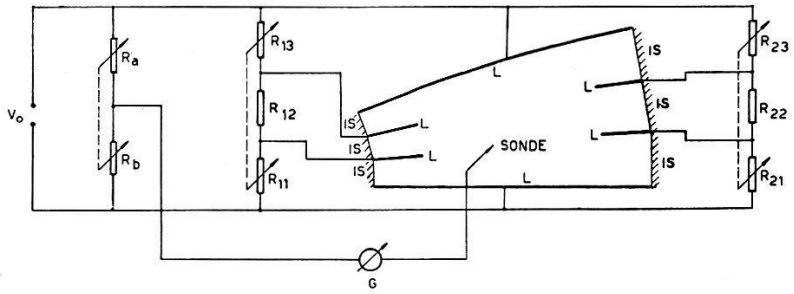


Fig. 13.
Steuerung der Leitbleche: Messeinrichtung zum Modellversuch im elektrolytischen Trog. V_0 Tongenerator; *G* Nullinstrument; *L* Leiter; *IS* Isolatoren.

betrage die konstante Erregung durch die Mittelspulen (Nr. 12 innen und Nr. 22 aussen) je ein Sechstel der Gesamterregung. Als Aussteuerungskoeffizienten werden dann die relativen Änderungen der

Erregungen durch die Spulen Nr. 11, bzw. Nr. 21 gegenüber der konstanten Erregung durch die Spulen Nr. 12, bzw. Nr. 22 definiert:

$$\varkappa_1 = \frac{E_{11} - E_{12}}{E_{12}} \qquad \varkappa_2 = \frac{E_{21} - E_{22}}{E_{22}}.$$

Die Abhängigkeit der Koeffizienten α und β von den Aussteuerungsgrössen $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ wird wieder im elektrolytischen Trog untersucht. Dazu werden im Maßstab 1:1 die Mittelebene, die Polflächen und die Leitbleche durch Leiter, der Eisenmantel und der Kern durch

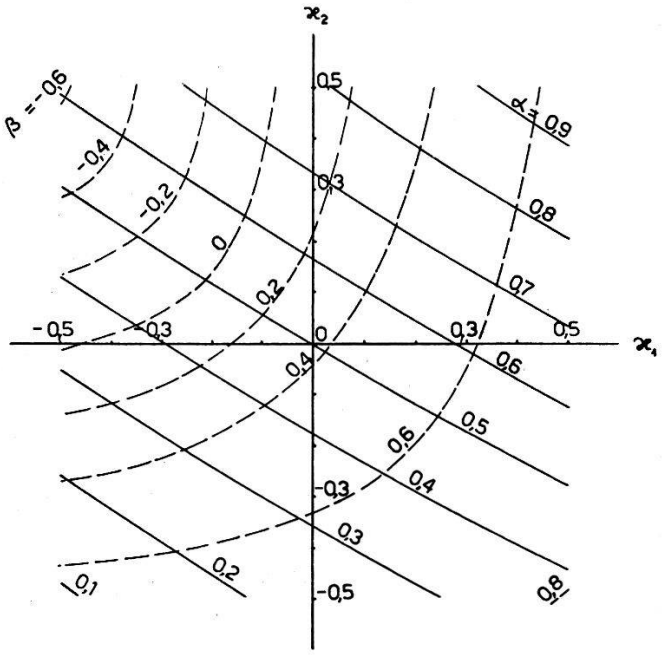


Fig. 14.

Steuerung der Leitbleche. Abhängigkeit der Feldkoeffizienten. α und β von den Aussteuerungskoeffizienten $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$. $\alpha, \beta = F(\varkappa_1, \varkappa_2)$ $H_z = 1 - \alpha\varrho + \beta\varrho^2 - \cdots$

$$\varkappa_1 = \frac{J_{11} - J_{12}}{J_{12}} \qquad \varkappa_2 = \frac{J_{21} - J_{22}}{J_{22}}.$$

Isolatoren dargestellt. Durch eine Neigung des Troges wird der dreidimensionale Feldverlauf berücksichtigt.

Für die einzelnen Widerstände, welche die Erregungen darstellen, gelten die gleichen, oben beschriebenen Bedingungen:

$$\begin{aligned} R_{11} + R_{12} + R_{13} &= R_0 \qquad & 3\,R_{12} &= R_0 \\ R_{21} + R_{22} + R_{23} &= R_0 \qquad & 3\,R_{22} &= R_0 \\ R_a + R_b &= R_0 \end{aligned}$$

R_{11} und R_{13}, bzw. R_{21} und R_{23} werden also so geändert, dass ihre Summe konstant bleibt.

Die Ergebnisse dieser Messungen zeigt die Fig. 14. Es werden dabei die Koeffizienten α und β der Feldstärke in der Mittelebene als Funktion von $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ dargestellt. Näherungsweise lässt

sich diese Abhängigkeit in der Umgebung des Nullpunktes $\alpha = 1/2$ und $\beta = 3/8$ angeben durch die zwei Formeln

$$2\,\Delta\alpha = \varkappa_1 + \varkappa_2 \qquad \Delta\beta = \varkappa_1 - \varkappa_2$$

Eine Änderung des dritten Koeffizienten γ ist möglich, indem die Gesamterregung innen und aussen schwach verschieden gemacht wird.

3. *Hysteresis des Eisens.*

Bei kleinen Feldstärken weichen die Koeffizienten α und β als Folge der Hysteresis des Eisens von ihren Sollwerten ab. Damit aber auch bei hohen Auflösungsvermögen der Raumwinkel den theoretisch bestimmten Wert erreichen kann, müssen die Potentiale der Leitbleche so gesteuert werden, dass α und β unabhängig von der Feldstärke ihre richtigenWerte beibehalten.

Wie stark diese Änderung sein wird, kann nicht mit dem elektrolytischen Trog vorausgesagt werden. Die Korrektur durch die Spulensteuerung ist jedoch so stark, dass eine Aussteuerung kleiner als etwa 0,1 sicher genügen wird.

Die Stabilisierung von α und β erfolgt gleichzeitig mit der Feldstabilisierung, indem die induzierten Spannungen an drei rotierenden Spulen im Magnetfeld (in den Radien $a - dr$, a, $a + dr$) miteinander und mit der Spannung an einer vierten Spule in einem konstanten Referenzfeld verglichen wird.

Damit ist die letzte Bedingung, die an ein Mehrzweckinstrument gestellt wurde, nämlich gleichbleibende Fokussierungseigenschaften auch bei kleinen Feldstärken, erfüllt.

Ein solcher doppeltfokussierender Spektrograph mit den anfangs dieses Kapitels zusammengestellten Daten befindet sich gegenwärtig im Bau. In einer späteren Arbeit wird über die Konstruktion und die Messeigenschaften berichtet werden.

Literatur.

1) F. B. Shull, D. M. Dennison, Phys. Rev. **71**, 681 (1947); Phys. Rev. **72**, 256 (1948).
2) F. N. D. Kurie, J. S. Osaba. L. Slack, Rev. Scient. instr. **19**, 771 (1948).
3) F. B. Shull, Phys. Rev. **74**, 917 (1948).
4) A. Hedgran, K. Siegbahn, N. Svartholm, Proc. Phys. Soc. **63A**, 960 (1950).
5) A. A. Bartlett, K. T. Bainbridge, Rev. Scient. Instr. **22**, 517 (1951).
6) M. W. Johns, H. Waterman, D. MacAskill, C. D. Cox, Canad. Journ. Phys. **31**, 225 (1953).
7) P. H. Stoker, O. P. Hok, E. F. de Haan, G. J. Sizoo, Physica **20**, 337 (1954).
8) G. E. Owen, Rev. Scient. Instr. **20**, 916 (1949).
9) K. Siegbahn, „Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy" **1955**, S. 52.
10) E. Persico, C. Geoffrion, Rev. Scient. Instr. **21** 945 (1950).
11) N. F. Verster, Progress in Nuclear Physics II, S. 1.