Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 29 (1956)

Heft: [4]: Supplementum 4. Fünfzig Jahre Relativitätstheorie = Cinquantenaire de la Théorie de la Relativité = Jubilee of Relativity Theory

Artikel: Sur les systèmes de coordonnées privilégiés dans la théorie de gravitation d'Einstein

Autor: Fock, V.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-112748

Sur les systèmes de coordonnées privilégiés dans la théorie de gravitation d'Einstein

par V. Fock (Léningrad)

1. La notion «relativité» est étroitement liée à la notion «invariance» (ou covariance). Cette dernière s'emploie souvent dans deux sens différents qu'il faut cependant distinguer. On a (a) l'invariance dans l'espace physique des coordonnées et (b) l'invariance dans un espace fonctionnel. Pour éviter la confusion, la notion «relativité» ne devrait s'appliquer qu'à l'invariance dans le sens (a).

2. On sait que la théorie de gravitation d'Einstein a pour base le principe physique fondamental qui exprime l'identité de la masse inerte et de la masse gravifique. Ce ne sont que les équations de gravitation qui constituent l'expression complète de ce principe. La covariance dans un espace fonctionnel qui permet de traiter d'une facon uniforme tous les systèmes de coordonnées existe déja dans la mécanique newtonienne (équations de Lagrange de seconde espèce) et ne caractérise aucune loi physique. Quant à l'équivalence entre le champ de gravitation et celui de l'accélération, elle est purement locale.

3. Dans le problème de la définition des coordonnées il est indispensable de préciser le caractère du système physique considéré. Si le système des masses est isolé (et plongé dans un espace-temps pseudo-euclidien), on peut indiquer un système de coordonnées défini d'une manière unique, à une transformation de Lorentz près. Le problème n'étant pas local, les conditions à l'infini y jouent un rôle essentiel.

4. Dans le cas d'un système isolé, la situation en ce qui concerne les coordonnées est, dans la gravifique einsteinienne, identique à celle dans l'espace-temps pseudo-euclidien de Minkowski: on peut se servir des coordonnées quelconques, mais il existe un système de coordonnées privilégié. L'existence d'un tel système caractérise les propriétés intrinsèques de l'espace-temps et constitue un fait fondamental, dont l'importance ne se réduit pas aux simplifications qu'il introduit dans les calculs. Par exemple, on ne peut donner raison à Copérnic que si l'on accorde une importance de principe aux coordonnées privilégiées dont nous venons de parler.

Diskussion – Discussion

L. Infeld: For three years my friend Professor Fock and I have discussed this problem, and we cannot convince one another. I doubt if we shall succeed in doing so today. But since Professor Pauli insists, I shall make a few remarks about the difference between Professor Fock and the usual understanding of relativity. Professor Fock adds to the gravitational equations the coördinate conditions $\mathfrak{g}^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0$. In this way he obtains a system of equations which are invariant with respect to the Lorentz transformation only. In this he sees a virtue, while I see in it a retrogressive step from the achievements of Relativity Theory. Why? Because the idea of invariance is lost, as is the extremely important idea of the equality of gravitational and inertial mass, the idea which leads us beyond the Lorentz transformation. Also lost is the heuristic approach by which we obtain the equations of the gravitational field. Lost is the beauty of relativity theory which – from the mathematical point of view – admits all coördinate systems. What do we gain by adding the harmonic coördinate system? Professor Fock claims that the Ptolemaic and Copernican systems are not equivalent and that this fact emerges from his coördinate conditions. When do we meet this problem? We meet it when we consider perihelion motion, or the deflection of light, or the problem of the motion of double stars. But in each of these cases we use a Copernican system to describe the phenomena. The question we ask is the following: What is the difference between the description of these phenomena according to Newtonian and relativistic physics? To answer this question, we must use a Copernican coördinate system. In the case of perihelian motion, for example, this means a coördinate system which is Galilean at infinity and in which the sun is at rest. No one can have anything against the use of a harmonic coördinate system when it is convenient. But to add it always (or almost always) to the gravitational equation and to claim that its virtue lies in the fact that the system is only Lorentz invariant, means to contradict the principle idea of relativity theory.

V. Fock

Mein Freund Professor Infeld hat mir viele Fragen gestellt, und meine Antwort kann nicht kurz gefaßt werden.

Die durch die vier Gleichungen $\mathfrak{g}^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0$ und durch entsprechende Grenzbedingungen definierten harmonischen Koordinaten bilden eine sinngemäße Verallgemeinerung der Inertialsysteme der klassischen Mechanik. (Alle Betrachtungen gelten im Falle eines isolierten Massensystems.) Die Beziehung zwischen den harmonischen Koordinatensystemen und den allgemein-kovarianten Gleichungen der Einsteinschen Gravitationstheorie ist ganz analog der Beziehung zwischen den Inertialsystemen und den allgemein-kovarianten Lagrangeschen Gleichungen zweiter Art der klassischen Mechanik. Die Anerkennung der prinzipiellen Bedeutung der harmonischen Koordinatensysteme in der Gravitationstheorie ist ebensowenig ein rückgängiger Schritt (a retrogressive step), wie die Anerkennung der prinzipiellen Bedeutung der Inertialsysteme in der klassischen Mechanik, die ja auch allgemein-kovariant formuliert werden kann.

In meinem Vortrag habe ich bereits darauf hingewiesen, daß das Wort „Relativität" sowohl im Sinne „Homogeneität des Raumzeitkontinuums", als auch im Sinne „Kovarianz der Gleichungen" gebraucht wird. Wenn nun Professor INFELD über Relativität spricht und den Verlust an Relativität bedauert, den mein Standpunkt mit sich bringt, so hat man vor allem klarzustellen, was darunter gemeint ist. Wird hier Homogeneität gemeint, so ist dem nicht abzuhelfen: die Gravitationstheorie verzichtet eben auf Homogeneität, und es gibt dort kein „allgemeines Relativitätsprinzip", welches ein Analogon zu dem die Homogeneität des GALILEIschen Raumes ausdrückenden GALILEIschen Relativitätsprinzip der „speziellen" Theorie wäre. Wird dagegen unter Relativität allgemeine Kovarianz gemeint, so gibt es in der Gravitationstheorie ebensoviel oder ebensowenig Relativität wie in jeder anderen allgemein-kovarianten Theorie, also auch z.B. in der klassischen unrelativistischen Mechanik mit ihren LAGRANGEschen Gleichungen 2-ter Art oder in dem „absoluten" RICCI-Kalkül (absolute differential calculus), welcher ja die Basis der „allgemeinen Relativität" bildet.

An und für sich ist die Idee der allgemeinen Kovarianz keine physikalische Idee, und ich kann nicht einsehen, wie sie mit der Tatsache der Existenz bevorzugter Koordinatensysteme in Konflikt geraten kann.

Was den heuristischen Wert dieser Idee betrifft, so kommt er nur dann zum Vorschein, wenn die Forderung der allgemeinen Kovarianz mit anderen, schwerer zu präzisierenden Forderungen wie „Einfachheit", „innere Vollkommenheit", „Schönheit" der Theorie verbunden ist. Und zwar bilden gerade diese Forderungen das Wesentliche, die Kovarianzforderung ist dagegen vom logischen Standpunkte selbstverständlich.

Das grundlegende GALILEIsche Gesetz der Gleichheit der schweren und der trägen Masse kommt durch die Benutzung von Inertialsystemen (bzw. von deren Verallgemeinerungen) erst recht zu seiner vollen Bedeutung. Denn dieses Gesetz ist nicht lokal, im Gegensatz zum Äquivalenzprinzip, auf das man sich gewöhnlich stützt. Der Übergang vom GALILEIschen Gesetz zum Äquivalenzprinzip bedeutet eine unnötige Beschränkung auf kleine Räume und homogene Felder, also einen Verlust an Allgemeinheit.

Die Entscheidung der Frage, ob die beiden Systeme, das Ptolemäische und das Kopernikanische, gleichberechtigt sind oder nicht, hängt davon ab, wie die Frage über die Existenz eines bevorzugten Koordinatensystems (eines Inertialsystems) beantwortet wird. Wird die Existenz eines solchen Koordinatensystems behauptet, so wird damit gleichzeitig auch das Kopernikanische System bevorzugt. An dieser Schlußfolgerung kann die allgemein-kovariante Form der EINSTEINschen, bzw. der unrelativistischen LAGRANGEschen Gleichungen nichts ändern.

Das von Professor INFELD Gesagte läßt vermuten, daß er die Bezeichnung „allgemeine Relativitätstheorie" zu buchstäblich versteht und die Hauptidee dieser Theorie in deren Aussagen über Koordinatensysteme erblickt. Seinem Standpunkt kann ich nicht zustimmen. Die Hauptidee der EINSTEINschen Gravitationstheorie ist der enge Zusammenhang zwischen den inneren (absoluten) Eigenschaften des Raumzeitkontinuums und der Bewegung der Materie. Koordinatenprobleme können erst dadurch eine prinzipielle Bedeutung gewinnen, daß die Existenz gewisser Koordinatensysteme mit diesen inneren Eigenschaften des Kontinuums verknüpft ist. (So ist z. B. die Existenz GALILEIscher Koordinaten mit der Homogeneität des GALILEIschen Raumes verknüpft, ebenso die Existenz harmonischer Koordinaten mit dem Verhalten des ein Massensystem umgebenden Raumes, insbesondere mit dessen Verhalten im Großen.) Sonst aber haben Koordinatenprobleme eine untergeordnete Bedeutung.

H. BONDI: Ich möchte zwei Fragen über diesen hochinteressanten Vortrag stellen: Gibt es einen Zusammenhang zwischen den von den Koordinatenbedingungen auserlesenen Systemen und den lokalen Inertialsystemen? Da beide die gleiche Freiheit der LORENTZtransformationen haben, liegt die Möglichkeit eines Zusammenhanges nahe. Zweitens, die Bedeutung der Grenzbedingungen im Unendlichen ist wohl klar, wenn die mittlere Dichte des untersuchten Systems viel größer ist als die mittlere Dichte des Universums. Aber, wenn es nicht so ist, dann müssen wohl die Grenzbedingungen so gestellt werden, daß die Metrik des Systems in die Metrik des Universums übergeht. Man würde hoffen, daß dann das auserlesene Koordinatensystem völlig bedingt ist. Denn kosmologisch gibt es ja keine LORENTZinvarianz, sondern an jedem Punkt gibt es nur einen Bewegungszustand, von dem aus das Universum isotropisch ausschaut.

V. FOCK

Auf die erste Frage:

Harmonische Koordinatensysteme bilden ein Analogon nicht zu den lokalen (frei fallenden) Inertialsystemen, sondern zu den den ganzen Raum umfassenden Inertialsystemen der NEWTONschen Mechanik.

Auf die zweite Frage:

Die beiden genannten Fälle: der Fall eines isolierten Massensystems (vom Typus des Sonnensystems) und der kosmologische Fall erfordern eine verschiedene Behandlung des Raumes im Großen. Im ersten Fall kann der Raum im Großen als GALILEIsch betrachtet werden, im zweiten Fall kann man zu dessen Charakterisierung die FRIEDMANNsche Lösung der EINSTEINschen Gleichungen heranziehen. In meinem Vortrag habe ich nur den ersten Fall betrachtet und nur für diesen Fall Grenzbedingungen aufgestellt und bevorzugte Koordinaten definiert. Im allgemeinen Fall spricht man lieber nicht von Grenzbedingungen, sondern von den Eigenschaften des Raumes im Großen. Durch diese Eigenschaften wird die Existenz der bevorzugten Koordinatensysteme bedingt.

Mit der Meinung, daß die beiden oben genannten Fälle verschiedene Problemstellungen erfordern, bin ich also ganz einverstanden.

V. BARGMANN: Prof. FOCK hat eine Bemerkung aus EINSTEINS Autobiographie zitiert, die es erscheinen läßt, daß EINSTEIN die Notwendigkeit von Grenzbedingungen in der Gravitationstheorie verneinte. Ich möchte demgegenüber betonen, daß sich in EINSTEINS letztem Manuskript (geschrieben Januar 1955; es wird im Herbst als Appendix zu seinem Buch „Meaning of Relativity" erscheinen) der Satz findet: „Nach meiner Meinung sind in einer Feldtheorie Grenzbedingungen unerläßlich."

V. FOCK

Es ist sehr wohl möglich, daß EINSTEIN bei verschiedenen Angelegenheiten entgegengesetzte Meinungen über denselben Gegenstand geäußert hat. Wesentlich ist aber die Frage: welche der beiden Meinungen ist mit der ganzen Einstellung EINSTEINS im Einklang? Die Antwort darauf findet man leicht, wenn man beachtet, daß eben das Äquivalenzprinzip als Grundlage für die gesamte Gravitationstheorie von EINSTEIN angesehen wurde, und wenn man bedenkt, daß die mit diesem Standpunkt verbundene rein lokale Betrachtungsweise mit der Anerkennung der Unerläßlichkeit der Grenzbedingungen im Widerspruch steht.