

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 29 (1956)  
**Heft:** [4]: Supplementum 4. Fünfzig Jahre Relativitätstheorie =  
Cinquantenaire de la Théorie de la Relativité = Jubilee of Relativity  
Theory

**Artikel:** Espaces homogènes et isotropes de la Relativité  
**Autor:** Tits, J.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-112718>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 08.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Espaces homogènes et isotropes de la Relativité

par J. TRITS (Bruxelles)

1. Soit  $V_4$  une variété à 4 dimensions munie d'une métrique de RIEMANN de signature  $+$   $-$   $-$   $-$ .  $V_4$  est *homogène* si elle possède un groupe transitif d'isométries. Nous dirons qu'elle est *isotrope* (sous-entendu: pour les directions lumineuses) en un point  $p$  donné si les isométries conservant  $p$  sont transitives sur les directions lumineuses ( $ds^2 = 0$ ) issues de ce point; on peut voir que cette condition est équivalente à la suivante (*isotropie d'espace*): il existe en  $p$  un élément plan  $\omega$  à 3 dimensions de genre espace tel que les isométries conservant  $p$  et  $\omega$  soient transitives sur les directions issues de  $p$  dans  $\omega$ .

2. Les seules  $V_4$  homogènes et isotropes sont

l'espace de de SITTER  $D_4$ , c'est-à-dire l'extérieur d'une hyperquadrique de signature  $+$   $-$   $-$   $-$  dans l'espace projectif  $P_4$  à 4 dimensions muni de la métrique cayleyenne, et son revêtement double  $D_4^{(2)}$ ;

l'«intérieur»  $C_4$  d'une hyperquadrique de signature  $+$   $+$   $-$   $-$  dans  $P_4$  muni de la métrique cayleyenne, et ses divers revêtements (revêtements finis  $C_4^{(n)}$  et revêtement universel  $C_4^{(\infty)}$ );

les produits  $M_4 = K_3 \cdot L$ , où  $K_3$  est un espace euclidien  $E_3$ , elliptique  $F_3$ , sphérique  $S_3$  ou hyperbolique  $H_3$  à 3 dimensions, et où  $L$  est l'ensemble  $R$  des nombres réels ou l'ensemble  $R_a$  des nombres réels modulo  $a$  ( $a$  donné),  $M_4$  étant muni de la métrique  $-ds_K^2 + dt^2$ , où  $ds_K$  est la métrique sur  $K_3$  et  $t$  est une variable dans  $L$  (en particulier,  $E_3 \cdot R$  est l'espace de MINKOWSKI);

l'espace  $A_4$  des variables  $x, y, z, t$  muni de la métrique  $-a^t \cdot (dx^2 + dy^2 + dz^2) + dt^2$  (identique à l'espace de de SITTER dont on a retiré un hyperplan tangent à l'absolu);

l'espace  $B_4$  obtenu à partir de  $S_3 \cdot R_a$  défini plus haut en identifiant les couples de points «diamétralement opposés»  $(p, t)$  et  $(p', t + a/2)$  ( $p$  et  $p'$  = points diamétralement opposés sur  $S_3$ ).

3. Parmi les espaces précités, seuls  $D_4, D_4^{(2)}, C_4^{(\infty)}, K_3 \cdot R$  et  $A_4$  sont infinis dans le sens du temps (non-existence de ligne de temps fermée).

4. Des définitions de l'homogénéité et de l'isotropie analogues à celles du n° 1 peuvent être données pour les variétés  $V_4$  munies seulement d'un champ de cônes quadratiques  $ds^2 = 0$  de signature  $++--$ , en remplaçant les isométries par les transformations conservant ce champ (transformations conformes). Les espaces homogènes et isotropes ainsi définis sont, en plus de ceux obtenus par abstraction à partir des espaces du n° 2, l'«espace de MINKOWSKI conforme» (surface d'une hyperquadrique de signature  $++--$  dans l'espace projectif  $P_5$ ) et ses divers revêtements (finis et universels).

5. En recherchant les  $V_3$  riemanniennes de signature  $++-$  qui sont homogènes et isotropes dans un sens analogue à celui du n° 1, on trouve, outre les équivalents tridimensionnels des espaces du n° 2, des espaces nouveaux  $N(K_2, L, b)$  qui peuvent être caractérisés comme suit:  $N(K_2, L, b)$  est fibré de base  $K_2 = E_2, S_2$  ou  $H_2$  (cf. n° 2) et de fibre  $L = R$  ou  $R_a$ , et si  $U$  désigne un voisinage de coordonnées dans  $K_2$ , la métrique de  $N$  dans  $U \cdot L$  est donnée par  $ds^2 = -ds_K^2 + (dt + b \varphi_K)^2$ , où  $b$  est une constante donnée et  $\varphi_K$  est une forme de PFAFF dans  $U$  dont l'intégrale le long de la frontière d'un domaine quelconque mesure l'aire de ce domaine. Lorsque  $K_2 = S_2$ , on doit avoir  $L = R_a$ , et  $a/b$  doit être un sous-multiple de l'aire totale de  $K_2$ .