

<b>Zeitschrift:</b>	Helvetica Physica Acta
<b>Band:</b>	27 (1954)
<b>Heft:</b>	VII
<b>Artikel:</b>	Elastische Streuung und Polarisationseffekte von D-D-Neutronen an Kohlenstoff
<b>Autor:</b>	Meier, R.W. / Scherrer, P. / Trumpy, G.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-112532">https://doi.org/10.5169/seals-112532</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Elastische Streuung und Polarisationseffekte von D-D-Neutronen an Kohlenstoff

von **R. W. Meier, P. Scherrer und G. Trumpy\***)

Physikalisches Institut der ETH., Zürich.

(5. XI. 1954.)

---

*Summary.* The angular distribution and the azimuthal asymmetry of elastically scattered D-D neutrons by carbon for 9 different energies in the range of 2,4 to 3,65 MeV have been determined. The results, corrected for geometrical resolution, multiple scattering and detector efficiency, are expressed in Racah formalism and analysed analytically in terms of phase shifts. The  $s$ -phase is in agreement with hardsphere scattering, whereas the  $p$ -phases are split in the whole energy range,  $p\ 3/2$  being nearly zero. Two resonances at 7,58 MeV ( $\Gamma = 0,060$  MeV) and 8,23 MeV ( $\Gamma = 1,20$  MeV) exitation energy, both of  $3/2^+$ -type, are observed. This is a very unusual case of two strongly interfering levels with equal total angular momentum and equal parity but with a difference in width of a factor of 20.

The differential polarization of carbon as a function of angle and energy is calculated with these phase shifts. The general behaviour is a  $\sin(2\vartheta)$  — dependence giving a degree of polarization  $P_2$  not far from 100% near  $50^\circ$  and  $130^\circ$  scattering angle over most of the investigated energy interval. With these results the degree of polarization  $P_1(E_D, \Theta)$  of the D-D neutrons can be calculated from the measured azimuthal asymmetry. The angular dependence at a mean energy of  $E_D = 600$  KeV is expressed by

$$P_1(\Theta) = \frac{-(0,165 \pm 0,017) \sin(2\Theta)}{1 + 1,15 \cos^2 \Theta + 0,75 \cos^4 \Theta}$$

with maximum values  $P_{\max} = (10,8 \pm 1,2)\%$  at angles  $\Theta = 58^\circ$  and  $\Theta = 122^\circ$  in the centre of mass system. The sign is in agreement with the sign of the proton polarization of the competing reaction  $D(d, p)T$ .

### 1. Einleitung.

Die Theorie der Kernreaktionen hat in den letzten Jahren zu neuen Resultaten über die Spinzustände der bei Reaktions- oder Streuprozessen emittierten Partikel geführt. BLIN-STOYLE<sup>1)</sup> sowie SIMON und WELTON<sup>2)</sup> ist es kürzlich gelungen zu zeigen, dass diese Teilchen im allgemeinen eine von der Energie und der Austrittsrichtung abhängige Polarisierung aufweisen. Früher war dies nur in speziellen Fällen bewiesen worden. So hat SCHWINGER<sup>3)</sup> als Folge

\*) Jetzige Adresse: Joint Establishment for Nuclear Energy Research, Kjeller pr. Lilleström, Norwegen.

starker Spinbahnkoppelungskräfte eine erhebliche Polarisierung der an  $\text{He}^4$  elastisch gestreuten Neutronen oder Protonen bei ca. 1 MeV vorausgesagt. HEUSINKVELD und FREIER<sup>4)</sup> konnten durch Doppelstreuung von Protonen an  $\text{He}^4$  die erwartete Azimutalasymmetrie nachweisen. Aus Intensitätsgründen ist ein analoges Experiment mit Neutronen schwerlich realisierbar.

Von grosser Bedeutung war die Voraussage von WOLFENSTEIN<sup>5)</sup> wonach die D-D-Reaktion eine Quelle polarisierter schneller Neutronen sei. Seine auf der Analyse der D-D-Reaktion von KONOPINSKI und TELLER<sup>6)</sup> beruhenden Rechnungen machten für 500 KeV Deuteronenenergie unter  $45^\circ$  einen Polarisationsgrad von  $(20 \pm 30) \%$  wahrscheinlich. Exaktere Messungen der Winkelverteilung der D-D-Neutronen über einen grossen Energiebereich von HUNTER und RICHARDS<sup>7)</sup> veranlassten BEIDUK u. a.<sup>8)</sup> zu einer genaueren Analyse dieser Reaktion. BLIN-STOYLE<sup>1)</sup> und CINI<sup>9)</sup> berechneten daraus Energie- und Winkelabhängigkeit der Polarisation für die Reaktionsprodukte, konnten aber für die Absolutwerte ebenfalls nur unsichere Angaben machen.

Eine Reihe von seither unternommenen Messungen stimmen mit der Theorie überein. BISHOP u. a.<sup>10)</sup> finden bei  $E_D = 300$  KeV für die Protonen der Begleitreaktion einen Polarisationsgrad  $P = (30 \pm 7,5) \%$ . Für die Neutronreaktion geben LONGLEY u. a.<sup>11)</sup> bei  $E_D = 100$  KeV einen Wert von  $P = (40 \pm 20) \%$  an. RICAMO<sup>12)</sup> findet  $P > 20 \%$ , BAUMGARTNER und HUBER<sup>13)</sup> bei der gleichen Energie von 600 KeV und ebenfalls mit Kohlenstoffanalysator  $P = (18 \pm 7) \%$ .

Trotz der Übereinstimmung der Resultate schien uns eine Neubestimmung des Polarisationsgrades aus verschiedenen Gründen notwendig.

1. Die Präzision der Messungen soll verbessert werden.
2. Der von RICAMO angegebene Wert beruht auf der Annahme hundertprozentiger Polarisierung des Analysators. Sein Resultat stellt deshalb nur eine untere Grenze dar.
3. Dem Ergebnis von BAUMGARTNER und HUBER liegt eine Phasenanalyse zugrunde, die sich nachträglich als ungenau erwiesen hat\*).

Die Auswertung von Polarisationsmessungen unterliegt einer prinzipiellen Schwierigkeit: Ist  $P_1$  der Polarisationsgrad der Partikel

\*) Der differentielle Wirkungsquerschnitt von  $\text{C}^{12}$  wurde aus der Energieverteilung der Rückstosskerne in einer Ionisationskammer unter Verwendung von  $\text{CS}_2$  als Kammergas bestimmt. Nach einer persönlichen Mitteilung von Prof. P. HUBER sind diese Verteilungen durch inelastische Effekte im Schwefel bei den höheren Energien verfälscht.

einer Quelle,  $P_2$  derjenige des Analysators, so hängt der resultierende Intensitätseffekt vom Produkt  $P_1 \cdot P_2$  ab, erlaubt aber eine Bestimmung der Einzelfaktoren im allgemeinen nicht. Eine Ausnahme liegt beim Doppelstreuexperiment um denselben Winkel vor, wenn man gleichzeitig den Energieverlust des gestreuten Teilchens vernachlässigen darf. In diesem Fall ist  $P_1 = P_2$  und die Polarisation somit bis auf das Vorzeichen bestimmt. In den übrigen Fällen ist es notwendig,  $P_1$  oder  $P_2$  auf Grund einer Theorie rechnerisch zu ermitteln, was in gewissen einfachen Fällen möglich ist.

Im vorliegenden Fall der D-D-Reaktion benötigen wir einen Analysator mit bekannten Eigenschaften  $P_2$  um den gesuchten Polarisationsgrad  $P_1$  der Neutronen angeben zu können. Der grösste Teil dieser Arbeit befasst sich mit der Untersuchung des Analysators.

Wir folgten einem Vorschlag VERDES<sup>14)</sup>, die elastische Streuung an Kohlenstoff als Analysator zu verwenden. Der totale Wirkungsquerschnitt zeigt im benötigten Intervall von 2,4—3,7 MeV einen glatten Verlauf mit zwei aufgelösten Resonanzen von Typ  $d\ 3/2$ . Ursprünglich war beabsichtigt, diesen mehrfach gemessenen Wirkungsquerschnitt in Resonanz- und Potentialstreuungsanteile zu zerlegen und die Phasen mit Breit-Wigner-Theorie und Hartkugelmodell anzupassen. Dieser Ansatz hat sich als ungenügend erwiesen. Die beiden Resonanzen interferieren sehr stark, so dass sowohl ihre Lagen wie die Breiten erheblich verändert werden. Überdies muss die Spinabhängigkeit der Potentialstreuung, wie sie nach dem Hartkugelmodell anzunehmen ist, angezweifelt werden. Für eine verlässliche Phasenanalyse waren daher exakte Messungen der Winkelverteilung der an  $C^{12}$  gestreuten Neutronen nicht zu umgehen. Diese Streuphasen, die aus einem Experiment mit unpolisierten Neutronen gewonnen werden können, charakterisieren ihrerseits die Polarisationseigenschaften der elastischen Streuung vollständig.

Im Abschnitt 2 wird der explizite Zusammenhang zwischen den Streuphasen und dem Wirkungsquerschnitt für polarisiert und unpolariert einfallende Neutronen aus den allgemeinen Reaktionstheorien hergeleitet. Differentieller Wirkungsquerschnitt und Polarisation werden als Reihen von Legendreschen Polynomen mit reellen, die Streuphasen enthaltenden Koeffizienten dargestellt. Im 3. Teil sind die verwendeten Apparaturen und die Messmethode beschrieben. Abschnitt 4 enthält die Auswertung der Experimente für unpolisierte Neutronen, im besondern die Ermittlung und Diskussion der Streuphasen. Im 5. Teil wird der aus den Phasen berechnete Verlauf der Polarisation an  $C^{12}$  dargestellt und mit den experimen-

stellen Werten der Azimutalasymmetrie zur Bestimmung des Polarisationsgrades der D-D-Neutronen verglichen. In einem Anhang sind einige numerische Daten der Winkelverteilung und Polarisation zusammengestellt, die für die Streuung von Neutronen an Spin 0-Kernen allgemeine Gültigkeit haben.

## 2. Theoretischer Teil.

Die Streuung schneller Neutronen ( $E_n < 4,5$  MeV) an Kohlenstoff ist ein sehr einfacher Sonderfall eines allgemeinen Reaktionsprozesses. Einerseits besteht der einzige mögliche Effekt in der elastischen Streuung, anderseits sind dank dem Spin Null des Targetkerns für jedes Bahndrehmoment  $l$  nur zwei totale Drehimpulse  $J = l \pm \frac{1}{2}$  möglich.

### a) *Differentieller Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Neutronen.*

Der elastische Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Neutronen wurde zuerst von BLOCH<sup>15)</sup> angegeben. Zum Vergleich seiner Formel mit den Experimenten eignen sich besonders graphische Darstellungen oder Analogie-Rechengeräte. Dagegen sind analytische Methoden sehr mühsam, da für jeden Streuwinkel das Quadrat des absoluten Betrages einer unendlichen Reihe mit komplexen Summanden gebildet werden muss.

BLATT und BIEDENHARN<sup>16)</sup> haben den differentiellen Wirkungsquerschnitt für allgemeine Zweiteilchenreaktionen vom Typus  $a + X = Y + b$  im Racah-Formalismus dargestellt, der abgesehen von der vielseitigen Anwendbarkeit auf Spins beliebiger Ordnung auch in unserem einfachen Fall für analytische Berechnungen wesentliche Vorteile aufweist. Der Wirkungsquerschnitt wird darin als Reihe von Legendreschen Polynomen des Streuwinkels ausgedrückt. Die Koeffizienten der Reihenelemente sind durchwegs reell. Sie enthalten die Streumatrizen und zusammengesetzte Formen von Racah-Koeffizienten, die als Z-Koeffizienten bezeichnet und numerisch tabelliert sind<sup>17)</sup>.

Die Reduktion der allgemeinen Formeln (4.5) und (4.6) von BLATT und BIEDENHARN auf den Fall der Streuung von unpolarisierten Teilchen an Spin-0-Kernen ergibt für den elastischen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_u(\cos \vartheta)$  in Funktion des Streuwinkels

$$\sigma_u(\cos \vartheta) = \lambda^2 \sum_{L=0}^{\infty} B_L \cdot P_L(\cos \vartheta) \quad (1)$$

$$B_L = \sum_{J_1=0}^{\infty} \sum_{J_2=0}^{\infty} \sum_{l_1=J_1-1/2}^{J_1+1/2} \sum_{l_2=J_2-1/2}^{J_2+1/2} Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} L) \times \sin \delta_{l_1 J_1} \cdot \sin \delta_{l_2 J_2} \cdot \cos(\delta_{l_1 J_1} - \delta_{l_2 J_2}). \quad (2)$$

(Ein Faktor  $\frac{1}{2}$  ist in unserem  $B_L$  enthalten.)

Darin bedeuten  $\lambda$  die de Broglie-Wellenlänge des Neutrons,  $P_L(\cos \vartheta)$  das Legendresche Polynom 1. Art (Normierung  $P_L(1) = 1$ ) und  $\delta_{lJ}$  den zum Bahndrehimpuls  $l$  und zum totalen Drehimpuls  $J$  gehörenden Streuphasenwinkel. Im Anhang 1 sind die ersten  $B_L$  für  $L = 1$  bis 6 numerisch angegeben.

b) *Differentieller Wirkungsquerschnitt für polarisierte Neutronen.*

Auf die Möglichkeit der Polarisierung von Neutronen durch elastische Streuung hat zuerst SCHWINGER<sup>3)</sup> für den Fall von  $\text{He}^4(n, n)\text{He}^4$  hingewiesen. LEPORE<sup>18)</sup> hat dafür eine übersichtliche quantitative Darstellung gegeben, die im allgemeinen benutzt wird. Kürzlich haben SIMON und WELTON<sup>2)</sup> analog zu BLATT und BIEDENHARN<sup>16)</sup> auch die Polarisierung im Racah-Formalismus dargestellt. Sie fanden ebenfalls für sehr allgemeine Fälle eine explizite Form, die speziell für den analytischen Gebrauch geeignet ist.

Für Neutronen vom Polarisationsgrad  $P_1$  weicht der Wirkungsquerschnitt  $\sigma(\vartheta, \varphi)$  vom unpolarisierten durch einen azimutabhangigen Zusatzterm ab (LEPORE<sup>18)</sup>, SIMON<sup>2)</sup>). Dieser Beitrag ist proportional zum Skalarprodukt der Polarisationsvektoren  $\vec{P}_1$ ,  $\vec{P}_2$ :

$$\sigma(\vartheta, \varphi) = \sigma_u(\vartheta) [1 + (\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2)] = \sigma_u(\vartheta) + P_1 \cdot \sigma_p(\vartheta) \cdot (\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2) \quad (3)$$

$\vec{n}_1$  und  $\vec{n}_2$  sind Einheitsvektoren in den beiden Polarisationsrichtungen

$$\vec{P}_1 = P_1 \cdot \vec{n}_1; \quad \vec{P}_2 = P_2 \cdot \vec{n}_2; \quad (\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2) = \cos \varphi. \quad (4)$$

Diese Richtungen stehen ganz allgemein senkrecht auf der Reaktions- bzw. Streuebene und schliessen gegenseitig den Azimutalwinkel  $\varphi$  ein.

Für den Polarisationsanteil findet man durch Spezialisierung von Formel (3.2) von SIMON und WELTON<sup>2)</sup> auf den Fall der Neutronenstreuung an Spin-0-Kernen analog zu den Formeln (1) und (2):

$$\sigma_p(\vartheta) = \lambda^2 \sum_{L=1}^{\infty} C_L \cdot P_L^1(\cos \vartheta) \quad (5)$$

$$C_L = \left[ \frac{3(2L+1)}{2L(L+1)} \right]^{\frac{1}{2}} \sum_{J_1=0}^{\infty} \sum_{J_2=0}^{\infty} \sum_{l_1=J_1-\frac{1}{2}}^{J_1+\frac{1}{2}} \sum_{l_2=J_2-\frac{1}{2}}^{J_2+\frac{1}{2}} (-1)^{J_1+l_1-L+\frac{1}{2}} Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} L) \times \frac{X(J_1 l_1 \frac{1}{2}; J_2 l_2 \frac{1}{2}; LL 1)}{W(l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} L)} \sin \delta_{l_1 J_1} \cdot \sin \delta_{l_2 J_2} \sin(\delta_{l_1 J_1} - \delta_{l_2 J_2}). \quad (6)$$

Darin bedeuten  $P_L^1(\cos \vartheta)$  das erste zugeordnete Legendresche Polynom, definiert als

$$P_L^1 = \sin \vartheta \cdot \frac{d P_L(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)}$$

$W(l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} L)$  ist ein normaler Racah-Koeffizient,  $X$  und  $Z$  sind zusammengesetzte Formen davon.

Die  $C_L$  sind von  $L = 1$  bis 6 in numerischer Form im Anhang 2 enthalten.

Im Vergleich der Koeffizienten  $B_L$  und  $C_L$  zeigt sich der in der Einleitung erwähnte Zusammenhang zwischen Polarisation und Winkelverteilung. Alle in  $\sigma_p$  auftretenden Streuphasen sind schon in  $\sigma_u$  enthalten. Prinzipiell kann somit aus einem Experiment mit unpolarisierten Neutronen auf dem Wege über die Streuphasen schon auf das Verhalten gegenüber polarisierten Teilchen geschlossen werden. Dieses Problem erfordert eine spezielle Betrachtung über das Abbrechen der unendlichen Summen in den Formeln (1) und (5).

Eine strenge Voraussage über den maximal zu berücksichtigenden Bahndrehimpuls  $l$  ist auf Grund einer Theorie nicht möglich. Die Bornsche Näherung zeigt zwar, dass bei fester Energie die Phasen  $\delta_l$  mit wachsendem  $l$  gegen Null streben, in einem Gebiet mit ausgeprägtem Resonanzcharakter ist diese Näherung aber unzulässig.

Wir haben versucht  $l_{\max}$  experimentell zu bestimmen. Die Darstellung der Winkelverteilung im Formalismus von BLATT und BIEDENHARN ist dazu besonders geeignet. Wir analysieren den experimentellen Wirkungsquerschnitt nach Legendreschen Polynomen:

$$\sigma_u(\cos \vartheta) = \sum \alpha_L \cdot P_L(\cos \vartheta). \quad (7)$$

Die Koeffizienten  $\alpha_L$  sind proportional zu den  $B_L$  von (1)

$$\alpha_L = \lambda^2 \cdot B_L. \quad (8)$$

Der letzte über einen grösseren Energiebereich von 0 verschiedene Koeffizient dieser Reihe legt einen Index  $L_{\max}$  fest, der mit dem höchsten Bahndrehimpuls  $l_{\max}$  im Zusammenhang steht. Es gilt

$$l_{\max} = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2} L_{\max}, & L \text{ gerade} \\ \frac{1}{2}(L_{\max}+1), & L \text{ ungerade} \end{array} \right\}. \quad (9)$$

Die unendliche Summe in (1) sowie in (5) bricht nach diesem Index ab und liefert mit den experimentell bestimmten Koeffizienten  $\alpha_L$  ein System von  $(2 l_{\max} + 1)$  Gleichungen, das dieselbe Anzahl von unbekannten Phasen in einer stark verkoppelten Form enthält:

$$\alpha_L = \lambda^2 \sum_{l_1 J_1 l_2 J_2} Z^2(l_1 J_1 l_2 J_2; \frac{1}{2} L) \sin \delta_{l_1 J_1} \cdot \sin \delta_{l_2 J_2} \cdot \cos(\delta_{l_1 J_1} - \delta_{l_2 J_2}). \quad (10)$$

Dieses System ist mehrdeutig, umso stärker, je höhere Drehimpulse noch im Spiele sind. Für Partialwellen bis  $l = 3$  (siehe Anhang) sind mathematisch beispielsweise 2<sup>7</sup> Lösungen möglich. Diese Zahl vermindert sich um die komplexen Lösungen, die im Fall rein elastischer Streuung physikalisch nicht sinnvoll sind.

In den meisten praktischen Fällen lassen sich weitere einschränkende Bedingungen für die „richtige“ Lösung finden. So ergibt das Hartkugelmodell die Größenordnung für diejenigen Phasen, die nicht an einer Resonanz beteiligt sind. Die Resonanzphasen anderseits zeigen einen charakteristischen Energieverlauf.

Durch Einsetzen der „richtigen“ Phasen in (6) kann nun unmittelbar der Wirkungsquerschnitt für polarisierte Neutronen berechnet werden. Er enthält als einzige Unbekannte nur noch den Polarisationsgrad  $P_1$  der einfallenden Teilchen, der aus der gemessenen azimutalen Abhängigkeit berechnet werden kann.

### 3. Experimenteller Teil.

#### a) *Apparatives.*

1. *Neutronenquelle:* Neutronen im Energieintervall von 2—4 MeV werden mit der D-D-Reaktion durch Beschleunigung der Deuteronen in der 800-KV-Hochspannungsanlage (Tensator) des Institutes erzeugt. Mit einer Hochfrequenz-Ionenquelle steht ein reiner, magnetisch analysierter D<sup>+</sup>-Ionenstrom von max. 30  $\mu$ A zur Verfügung.

Im Interesse einer konstanten Target führten wir die Bestrahlungen mit 15  $\mu$ A pro  $\text{cm}^2$  Targetfläche durch. Die Abnahme der Targetdicke lässt sich auch durch eine forcierte Kühlung nicht verhindern, sie ist vielmehr auf das Ionenbombardement zurückzuführen und kann somit nur durch eine Verkleinerung der Stromdichte verhindert werden. Das kontinuierliche Aufdampfen scheint uns Anlass zu Inhomogenitäten zu geben, indem sich um den eigentlichen Brennfleck eine dicke Eisschicht bildet, die bei geringen Schwankungen der Ionenstrahlrichtung teilweise getroffen werden kann.

Die Variation der Neutronenenergie erfolgt durch Veränderung des Beobachtungswinkels gegenüber dem Deuteronenstrahl, in kleinerem Masse auch durch Änderung der Deuteronenenergie. Die Breite des Neutronenspektrums wird durch die Wahl der Targetdicke dem Verlauf des Wirkungsquerschnittes angepasst.

Das experimentelle Hauptproblem bei Neutronen-Streumessungen liegt im Neutronenuntergrund. Die früher beschriebene Apparatur<sup>19)</sup> wurde weiter verbessert. Die Target ist mit Blöcken einer

Mischung von 12% Borsäure in Paraffin umgeben. Die Dicke der Abschirmung beträgt allseitig mindestens 45 cm. Monochromatische Neutronen werden durch einen Kollimator ausgeblendet. Dieser besteht aus einem sich konisch von 15 auf 25 mm erweiternden Bleikanal mit quadratischem Querschnitt und 530 mm Länge. In der Achse dieses Kanals befindet sich der Streukörper, um den zwei Detektoren unabhängig voneinander drehbar sind. Das ganze System lässt sich ausserdem azimuthal um die Kollimatorachse drehen. Der für diese Bewegungen benötigte Raum ist ebenfalls mit 2,5 cm Blei und 20 cm Bor-Paraffin abgeschirmt, der direkte Strahl kann dagegen frei austreten und trifft nach 3 m auf eine Wand.

2. *Streukörper*: Die Streukörper sind aus reinem Graphit von  $1,7 \text{ g/cm}^3$  Dichte gedreht und zur Befestigung auf ein dünnwandiges Stahlrohr aufgesetzt. Die kreiszylindrischen Stücke sind 25 mm lang. Drei Durchmesser von 18, 25 und 40 mm wurden zur Untersuchung der Einflüsse der Mehrfachstreuung und der endlichen

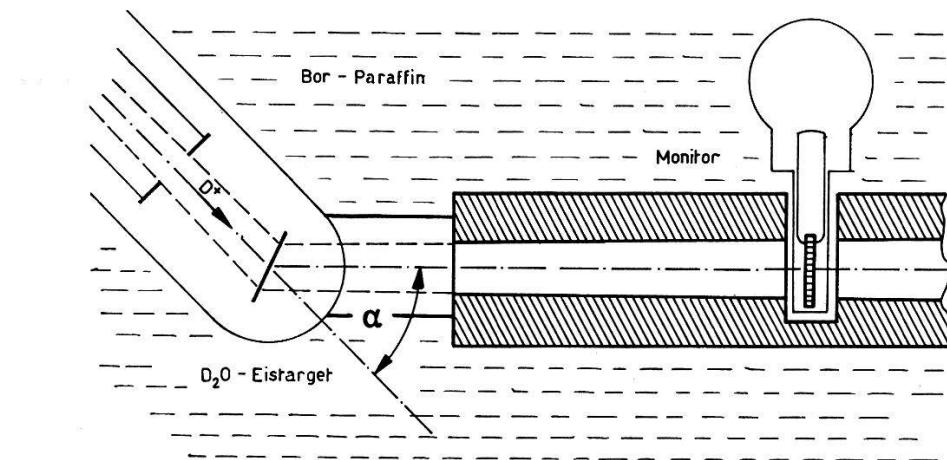


Fig. 1.

Anordnung von Target, Neutronenkollimator und Monitor im Schnitt.

Geometrie verwendet. Die normalen Experimente wurden mit dem mittleren Mass durchgeführt.

3. *Neutronendetektoren*: Zur Registrierung der Neutronen wurden Anthracenkristalle verwendet. Ihre Eigenschaften sind von RICAMO und ZÜNTI<sup>20)</sup> untersucht worden. Die hohe Empfindlichkeit für  $\gamma$ -Strahlen bewirkt zwar eine nachteilige Erhöhung des Untergrundes. Trotzdem gaben wir wegen der grossen Ansprechwahrscheinlichkeit für Neutronen, die von andern Detektoren in keiner Weise erreicht wird, den Anthracen-Zählern den Vorzug. Die Kristalle von  $14 \times 20 \text{ mm}$  Querschnitt und 25 mm Länge sind der Photokathode der Multiplierröhre 1P21 angepasst und ihr direkt vorgesetzt. Die Diskriminierung im nachfolgenden Breitbandver-

stärker konnte so tief angesetzt werden, dass sich eine Absolutempfindlichkeit für Neutronen von 10% ergab.

Als Monitor benützten wir eine 2,5 mm dünne Scheibe eines Anthracenkristalles, die in 160 mm Abstand von der Target in das Profil des Kollimators eingebaut ist (Fig. 1). Der auf den Streukörper fallende Neutronenstrahl durchsetzt den Monitor somit ganz. Man erhält in dieser Anordnung eine zum Neutronenfluss sehr genau proportionale Bezugsgröße, die von Schwankungen weitgehend unabhängig ist. Die geringe Dicke des Kristalls verursacht lediglich 5% Intensitätsverlust und setzt die  $\gamma$ -Empfindlichkeit vorteilhaft herab.

b) *Messmethode.*

Die Winkelverteilung und Polarisation von  $C^{12}$  werden im vorliegenden Experiment durch die direkte Beobachtung der gestreuten Neutronen ermittelt. Zwei Detektoren sind um die Achse des Streu-

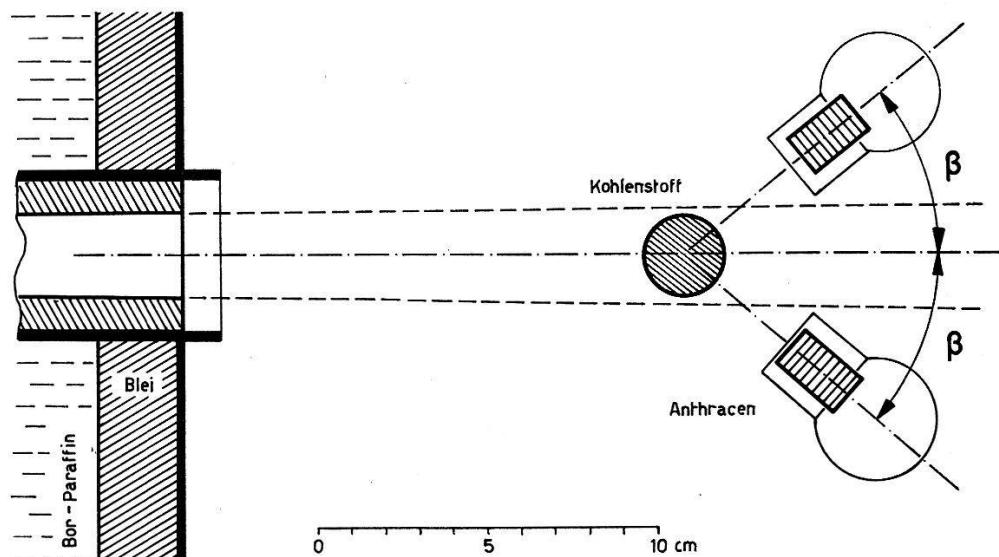


Fig. 2.  
Anordnung des Streukörpers und der 2 Detektoren in bezug auf den Neutronenstrahl im Schnitt.

körpers, unabhängig voneinander drehbar angeordnet (Fig. 2).  $\beta$  bezeichnet den Winkel, den ein Detektor mit der Kollimatorachse bildet; er entspricht dem Streuwinkel  $\vartheta$  im Schwerpunktsystem. Der direkte Neutronenstrahl beschränkt das messbare Winkelintervall auf 30–150°. Der Azimutalwinkel  $\varphi$  ist bei gegebenem Streuwinkel von 0° bis 360° einstellbar. Da der Polarisationsvektor einer Reaktion allgemein normal zur Reaktionsebene liegt, ist in unserem Fall  $\varphi$  der Winkel, den die Neutronenstreuenebene mit der  $(d, n)$ -Reaktionsebene bildet.  $\varphi$  ist 0° oder 180° wenn die Ebenen zusam-

menfallen und eine zweimalige Ablenkung im gleichen bzw. umgekehrten Sinn vorliegt.  $\varphi$  nimmt mit der Drehung der Streuebene im Rechtsumlauf zu.

Aus den gemessenen Stosszahlen lässt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt im Laborsystem auf folgende Weise gewinnen: Vorerst sei der Detektor flächenhaft angenommen und seine Grösse mit  $f$ , das Ansprechvermögen mit  $\eta(\beta)$  bezeichnet. Die Zählrate des Detektors im direkten Strahl ( $\beta = 0$ ) der Intensität  $n_0$  (Stösse pro Raumwinkel und Sekunde) beträgt damit für eine Punktquelle im Abstand  $D + R$

$$Z(0^\circ) = \frac{n_0 \cdot f \cdot \eta(0^\circ)}{(D + R)^2}. \quad (11)$$

Der Streukörper enthalte  $N$  Streukerne und habe eine in Neutronenrichtung projizierte Fläche  $F$ . Der Abstand des Detektors vom Mittelpunkt des Streukörpers betrage  $R$  cm. Dann ist die Zählrate unter den Winkeln  $\beta$  und  $\varphi$

$$Z(\beta, \varphi) = \frac{n_0 \cdot F}{D^2} N \cdot \sigma(\beta, \varphi) \frac{f}{R^2} \eta(\beta) k(\beta, \varphi). \quad (12)$$

Somit

$$\sigma(\beta, \varphi) = \frac{Z(\beta, \varphi)}{Z(0^\circ)} \frac{D^2}{(D + R)^2} \frac{R^2}{N \cdot F} \frac{1}{k} \frac{\eta(0^\circ)}{\eta(\beta)}. \quad (13)$$

In  $k(\beta, \varphi) \approx 1$  sind Korrekturen wegen der endlichen Ausdehnung des Streukörpers und des Detektors enthalten. Alle Grössen beziehen sich auf das Laborsystem. Der totale Querschnitt folgt direkt, ohne Umrechnung auf das Schwerpunktssystem durch Integration über den vollen Raumwinkel:

$$\sigma_{\text{tot}} = \int \sigma(\beta, \varphi) d\Omega. \quad (14)$$

Es genügt, die Messung der Winkelverteilung in den Ebenen  $\varphi = 0^\circ$  und  $180^\circ$  vorzunehmen, um daraus den differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Azimutalasymmetrie zu bestimmen, da die  $\varphi$ -Abhängigkeit bekannt ist. Mit Vorteil werden dazu zwei Detektoren verwendet, die unter gleichen Streuwinkeln, aber verschiedenen Azimuten eingestellt sind (Fig. 2). Auf diese Weise werden die Untergrundschwankungen zusätzlich reduziert.

Bezeichnet  $N(\beta, 0^\circ) d\Omega$  die unter den Winkeln  $\beta$  und  $\varphi = 0^\circ$  in den Raumwinkel  $d\Omega$  gestreuten Intensitäten, so sind die mit den Detektoren „1“ unter  $\varphi = 0^\circ$  und „2“ unter  $\varphi = 180^\circ$  gemessenen Stosszahlen:

$$\begin{aligned} Z_1(0^\circ) &= \eta_1 N(0^\circ) d\Omega_1 \\ Z_2(180^\circ) &= \eta_2 N(180^\circ) d\Omega_2. \end{aligned} \quad (15)$$

Durch Vertauschen der Positionen bei gleichbleibender Empfindlichkeit folgt analog

$$\begin{aligned} Z_1(180^\circ) &= \eta_1 N(180^\circ) d\Omega_1 \\ Z_2(0^\circ) &= \eta_2 N(0^\circ) d\Omega_2. \end{aligned} \quad (16)$$

Daraus ergibt sich der relative Verlauf des Wirkungsquerschnittes für unpolarisierte Neutronen

$$\sigma_u(\beta) = \text{const} [Z_1(0^\circ) + Z_1(180^\circ) + Z_2(0^\circ) + Z_2(180^\circ)] \quad (17)$$

da sich die azimutabängigen Terme gemäss Formel (3) gerade aufheben.

Den absoluten Querschnitt findet man durch Einsetzen der geometrischen Größen und aus einer Messung der direkten Intensität aus Formel (13). Die Genauigkeit des absoluten Wertes ist allerdings geringer als die des Relativverlaufes, da sich der Korrekturfaktor  $k$  und der Radius  $R$  für die endlichen Dimensionen des Streukörpers und des Detektors nicht genau erfassen lassen und streng genommen energie- und winkelabhängig sind.

In der Azimutalasymmetrie  $\varepsilon$  fallen hingegen im obigen Messzyklus mit zwei Detektoren die unsicheren Größen heraus. Wir finden sie durch Elimination der Empfindlichkeiten als reine Messgröße:

$$\varepsilon = P_1 P_2 = \frac{1 - \sqrt{q_1 \cdot q_2}}{1 + \sqrt{q_1 \cdot q_2}} \quad \begin{aligned} q_1 &= \frac{Z_1(180^\circ)}{Z_1(0^\circ)} \\ q_2 &= \frac{Z_2(180^\circ)}{Z_2(0^\circ)}. \end{aligned} \quad (18)$$

Es handelt sich bei  $\varepsilon$  meist um kleine Beträge, die leicht durch Justierfehler der Apparatur beeinträchtigt werden können. Eine apparative Asymmetrie lässt sich in einer Messung unter  $\varphi = 90^\circ$  und  $270^\circ$ , wo  $\varepsilon = 0$  erwartet wird, leicht nachweisen.

Die spezielle Messmethode wird wesentlich durch den hohen *Untergrund* bestimmt. Er setzt sich grundsätzlich aus 3 Anteilen zusammen, die sich verschieden auf die Resultate auswirken und eine spezielle Betrachtung erfordern.

1. Ein fluxproportionaler Beitrag besteht aus Neutronen der Target, welche die Abschirmung durchdringen und den von ihnen ausgelösten Gammastrahlen.

2. Ein Anteil ist schon ohne Target vorhanden. Er röhrt von den Blenden der Deuteronen-Strahlkollimation her und ist unter konstanten Verhältnissen proportional zum Ionenstrom. Kleine Schwanungen in der Strahlrichtung oder in der Fokussierung können hingegen wesentliche unperiodische Änderungen zur Folge haben.

3. Ein zeitproportionaler Anteil wird von der Kathode der Photomultiplieröhre verursacht.

Die Effekte 1) und 3) sind über längere Zeitintervalle als konstant anzusehen, weil der Monitor Intensitätsschwankungen kompensiert. Dagegen verursacht der mittlere Beitrag 2) Veränderungen im Untergrund, die wenige Sekunden, gelegentlich aber auch mehrere Minuten andauern können. Man kann diese Störungen lediglich durch schnell aufeinanderfolgende Bestimmungen von Effekt und Untergrund eliminieren.

Um solche Messungen rationell zu gestalten, haben wir eine Steuerung konstruiert, die ein vorgegebenes Messprogramm automatisch abwickelt. Ein elektropneumatisches Relais bringt nach einer einstellbaren Monitorstosszahl den Streukörper abwechslungsweise in den kollimierten Neutronenstrahl und entfernt ihn wieder. Zwei Mikroschalter öffnen die Messkanäle jeweils nur, wenn sich der Streukörper entweder zentriert im Strahl oder ganz ausserhalb, im Schatten, befindet. Die Dauer der Einzelmessung wurde in den meisten Fällen auf ca. 5 sec eingestellt. Der Unterbruch der Messung beim Umschalten erfordert 0,5 sec. Die Detektoren registrieren im Mittel 50 Einzelstösse pro sec, wovon ca. 10% am Kohlenstoff gestreut sind. Der Untergrund besteht zu ungefähr gleichen Teilen aus Neutronen und Gammastrahlen. Nach der Verstärkung gelangen die Impulse parallel auf ein Paar von Untersetzern, von denen im Rhythmus mit der Bewegung des Streukörpers je einer unterbrochen ist. In der kurzen Messdauer von 5 sec und bei der grossen Stosszahl ist wegen Interpolationsfehlern das Umschalten der Zählwerke allein nicht mehr zulässig.

Von den Untersetzer-Paaren wird eine genaue Übereinstimmung der Empfindlichkeit und des Auflösungsvermögens verlangt. Auch bei sorgfältigem Abgleich gelang es uns nicht, die Unterschiede auf die Dauer kleiner als 0,5% zu halten. Die Unsymmetrie lässt sich dagegen eliminieren, wenn der Mittelwert aus zwei Messungen mit vertauschten Apparaturen gebildet wird.

Mit den zwei unter den Azimuten  $\varphi = 0$  und  $180^\circ$  und dem gemeinsamen Streuwinkel  $\beta$  eingestellten Detektoren läuft nun eine Messung in folgendem Zyklus ab: 24 Einzelzählungen, abwechslungsweise mit und ohne Streukörper gemessen, werden auf den 4 Zählwerken aufsummiert, gespeichert und sogleich mit vertauschten Scales wiederholt. Die Resultate werden darauf abgelesen und ein neuer Winkel eingestellt.

Die Steuerung dieses Programms übernimmt der Monitor, der jeweilen nach einer festen, etwa 5 sec entsprechenden Stosszahl

einen Impuls an einen 26stufigen Schrittwähler abgibt. Nach zweimaligem Durchlaufen dieses Relais werden die Kanäle unterbrochen.

Die statistische Genauigkeit eines solchen, ca. 4 Min. dauernden Experimentes, beträgt ca. 20%. Vergleichsweise würde der Fehler mit Hornyakdetektoren von 1% Ansprechwahrscheinlichkeit für Neutronen und 0% für Gammastrahlen in derselben Zeit 30—40% betragen. Da durch die Gamma-Sensibilität des Anthracens keine systematischen Effekte zu erwarten sind (kein  $(n, \gamma)$ -Prozess in Kohlenstoff bis 4,5 MeV) lohnt sich die Anwendung dieser Kristalle weiterhin.

Der den Detektoren zugängliche Winkelbereich wurde 9fach unterteilt entsprechend den Winkeln  $\cos \vartheta = 0, \pm 0,2, \pm 0,4, \pm 0,6$  und  $\pm 0,8$  im Schwerpunktsystem. Eine vollständige Winkelverteilungsmessung besteht somit in beiden Azimuten ( $\varphi = 0^\circ, 180^\circ$ ) aus 18 Messpunkten die in natürlicher Reihenfolge mit den

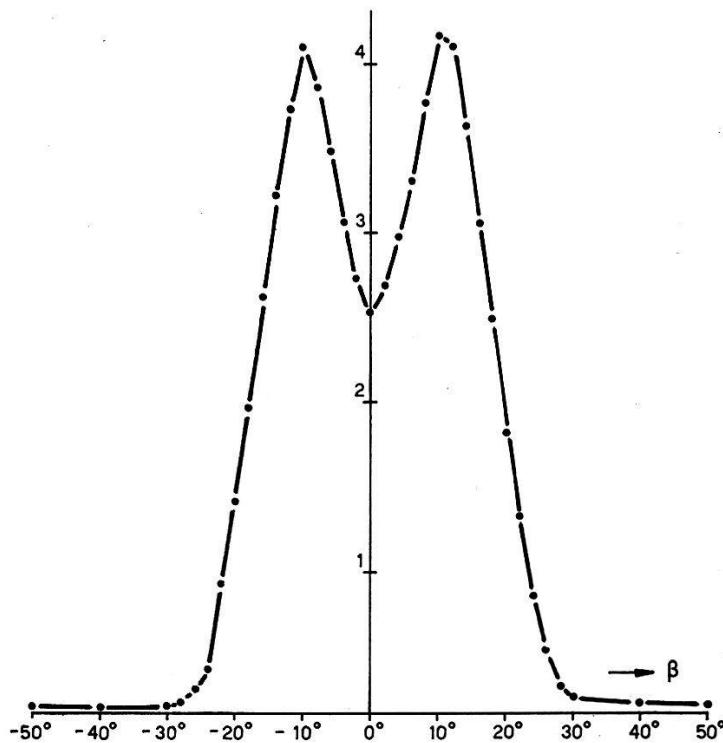


Fig. 3.

Neutronenprofil des Kollimators bei zentrierter Lage des Streukörpers.  
Ordinate in willkürlichen Einheiten.

beiden Detektoren in symmetrischer Stellung zur Strahlachse durchlaufen werden. Der Mittelwert aus 10—15 ganzen Winkelverteilungen ergab im allgemeinen eine genügende statistische Genauigkeit. Vor und nach jedem Zyklus wurde ausserdem die Direktintensität  $Z(0)$  unter dem Winkel  $0^\circ$  bestimmt.

Die Winkelmessung erfordert bei Polarisationsexperimenten spezielle Aufmerksamkeit, vor allem dort, wo sich der differentielle Wirkungsquerschnitt stark ändert. Diese Verhältnisse treffen bei  $C^{12}$  besonders an den Resonanzenergien von 2,93 und 3,65 MeV zu. Unsere Winkeleinstellung erfolgte mit  $0,5^\circ$  Genauigkeit über einen spielfreien Schneckentrieb. Der Winkelbereich von ca.  $10^\circ$ , den der Anthracenkristall infolge seiner räumlichen Ausdehnung umfasst, ist damit verglichen wesentlich grösser.

Es entsteht leicht ein Fehler im Nullpunkt der Winkelskala, wenn die Justierung nur auf die geometrische Mitte des Detektors bezogen wird. Um den Einfluss einer inhomogenen Sensibilität über den Detektorquerschnitt zu vermeiden, haben wir für jede Energie den Nullpunkt experimentell mit dem Neutronenstrahl selbst festgelegt. Wir haben dazu das Kanalprofil mit dem Streukörper in zentrierter Position aufgenommen und auf Grund der Unsymmetrie den Nullpunkt auf  $0,5^\circ$  Genauigkeit korrigiert. Fig. 3 zeigt ein Beispiel eines gemessenen Kanalprofils. Der Kohlenstoffstreukörper wurde durch einen Kupferzylinder gleicher Dimension ersetzt, um die Schwächung des Neutronenstrahls zu vergrössern. Durch die äusseren Flanken wird die Strahlrichtung festgelegt und der Nullpunkt bestimmt. Die Breiten der durch die Einsattelung erzeugten zwei Buckel zeigen ausserdem, ob die Zentrierung des Streukörpers richtig ist.

### c) Korrekturen.

Der experimentell bestimmte Wirkungsquerschnitt ist mit fälschenden Effekten behaftet, die durch Korrekturen beseitigt werden müssen. Sie sind grösstenteils geometrischer Natur und unvermeidlich, wenn eine genügende Intensität an gestreuten Neutronen erzeugt werden soll. Das Experiment wurde hingegen so angelegt, dass die Beiträge der verschiedenen Korrekturen klein sind gegenüber dem eigentlichen Streueffekt. Es ist dann möglich, sie in Näherungsrechnung einzeln zu bestimmen und ohne gegenseitige Beeinflussung in unabhängiger Reihenfolge an den experimentellen Werten anzubringen.

Die Einflüsse von endlicher Geometrie, Mehrfachstreuung, Untergrundstreuung, Neutronenspektrum und Anisotropie des Neutronenstrahls sollen im folgenden untersucht und abgeschätzt werden.

**1. Geometrische Korrekturen:** Im Falle idealer Geometrie ist die Zahl der im Detektor unter dem Winkel  $\beta$  registrierten Neutronen proportional zum Streuquerschnitt  $\sigma(\beta_0)$ . Die reelle Stosszahl  $Z(\beta_0)$

wird dagegen durch ein Integral über das Volumen des Streukörpers und des Detektors gegeben (Fig. 4):

$$Z(\beta_0) = C \int I_Q d\tau \int \sigma(\beta) \eta(\beta) d\Omega = C \cdot N \cdot \overline{\sigma(\beta_0)} \quad (19)$$

$d\tau$  und  $d\Omega$  sind Volumen- und Raumwinkelelemente des Streukörpers bzw. Detektors,  $I_Q$  ist die in das Element  $d\tau$  fallende Neutronenzahl pro sec,  $\eta$  die Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors. Die Richtung des einfallenden Neutronenstrahls bildet mit der Verbindungsgeraden von Streukörper- und Detektor-Zentrum den Winkel  $\beta$ .  $\beta_0$  ist der Streuwinkel im Laborsystem. Die Proportionalitätskonstante  $C$  enthält nur Größen, die für geometrische Betrachtungen keine Rolle spielen.

Im allgemeinen Fall lassen sich die in (19) auftretenden Integrale nicht geschlossen lösen, praktisch können sie hingegen durch schnell konvergierende Reihen beliebig gut approximiert werden, wenn

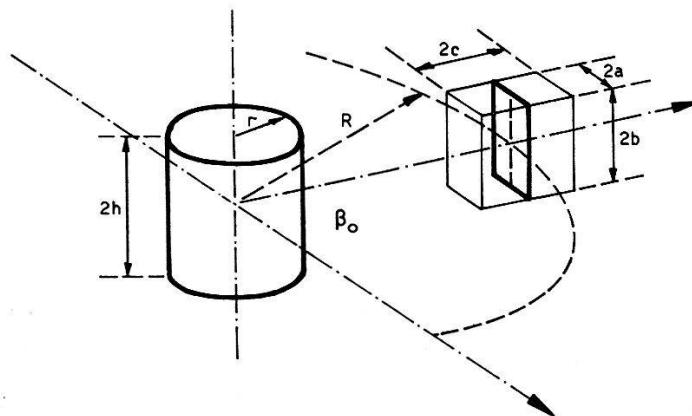


Fig. 4. Geometrie der Anordnung.

man beachtet, dass die Abmessungen des Detektors und des Streukörpers  $a, b, h, r$  (siehe Fig. 4) klein sind gegen den Abstand  $R$  zwischen Kristall und Streuzentrum und der freien Weglänge  $\lambda$  im Graphit. Es ist dazu nützlich, den Streuquerschnitt  $\sigma(\beta)$  in eine Taylorreihe um den Winkel  $\beta_0$  zu entwickeln und die Korrekturen nach dem Grad der Ableitung zu gruppieren:

$$\overline{\sigma(\beta_0)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_n}{n!} \frac{d^n [\sigma(\beta)]_{\beta=\beta_0}}{d\beta^n}. \quad (20)$$

Die 2. Näherung ist für unseren Fall ausreichend und ergibt für die gesuchten Koeffizienten

$$\begin{aligned} \overline{\sigma(\beta_0)} &\cong \sigma(\beta_0) + k_1 \sigma'(\beta_0) + \frac{1}{2} k_2 \sigma''(\beta_0) \\ k_1 &= -\frac{\sin \beta_0}{4} \cdot \frac{r_0^2}{\lambda \cdot R} + \operatorname{ctg} \beta_0 \cdot \frac{b^2 + h^2}{6 R^2} \\ k_2 &= \frac{a^2 + \frac{3}{4} r_0^2}{3 R^2}. \end{aligned} \quad (21)$$

In der für Winkelverteilungen üblichen Abhängigkeit von  $\cos \beta_0$  lautet die Darstellung

$$\begin{aligned}\overline{\sigma(\cos \beta_0)} &= \sigma(\cos \beta_0) + K_1 \sigma'(\cos \beta_0) + \frac{1}{2} K_2 \cdot \sigma''(\cos \beta_0) \\ K_1 &= \frac{1}{4} \sin^2 \beta_0 \frac{r_0^2}{\lambda \cdot R} - \cos \beta_0 \frac{b^2 + h^2 + a^2 + \frac{3}{4} r_0^2}{6 R^2} \\ K_2 &= \sin^2 \beta_0 \frac{\frac{3}{4} r_0^2 + a^2}{3 R^2}.\end{aligned}\quad (22)$$

Die Entzerrung der experimentellen Kurven geschieht nun in der Weise, dass die vorerst unbekannten Ableitungen  $\sigma'$ ,  $\sigma''$  des wahren Wirkungsquerschnittes durch die graphisch ermittelten Werte  $\bar{\sigma}'$ ,  $\bar{\sigma}''$  der gemessenen Kurve ersetzt werden. Es folgt dann für den wahren Streuquerschnitt

$$\sigma \cong \bar{\sigma} - K_1 \bar{\sigma}' - \frac{1}{2} K_2 \bar{\sigma}''.\quad (23)$$

Bei sehr anisotropen Kurven kann die obige Approximation durch ein Iterationsverfahren verbessert werden.

2. *Mehrfachstreuung*: Die experimentelle Winkelverteilung enthält einen Beitrag an zwei- und mehrfach gestreuten Teilchen. Im allgemeinen lässt sich für die Korrektur dieses Anteils keine geschlossene Form angeben. Die Schwierigkeiten einer solchen Darstellung liegen in der Energieabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnittes. Das einfach gestreute Teilchen verliert beim elastischen Stoss einen vom Winkel  $\beta$  abhängigen Energiebetrag und hat demgemäß bei der zweiten Streuung eine andere Winkelverteilung. Auch in einem Experiment lässt sich der Effekt nicht leicht isolieren. Es sind hingegen Näherungsverfahren beschrieben worden, die genügend genau sind, solange das Verhältnis  $q$  der zwei- oder mehrfach gestreuten Teilchen zur Gesamtstreuung klein ist. Für den in unserem Experiment verwendeten Graphitstreukörper von 25 mm Durchmesser und gleicher Höhe liegt  $q$  je nach Neutronenenergie zwischen 13,7 und 16,0 %. Dieses Verhältnis ist genügend klein, so dass einige vereinfachende Annahmen gerechtfertigt sind:

1. Die Neutronen werden höchstens dreifach gestreut.
2. Das Verhältnis von Dreifach- zu Doppelstreuung ist gleich dem Verhältnis von Doppel- zu Einfachstreuung.
3. Die Winkelverteilung der mehrfach gestreuten Teilchen im zylindrischen Streukörper entspricht derjenigen in einem unendlich ausgedehnten Medium desselben Materials.

WALT und BARSCHALL<sup>21)</sup> haben die Gültigkeit dieser Annahmen für einen speziellen Fall, der sich geometrisch nicht wesentlich vom unsrigen unterscheidet, in Monte-Carlo-Rechnung nachgeprüft und in guter Übereinstimmung gefunden.

Die Winkelverteilung der einfach gestreuten Neutronen sei durch den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{Lab}}(\cos \beta)$  dargestellt und in eine Reihe von Kugelfunktionen entwickelt:

$$\sigma_{\text{Lab}}(\cos \beta) = \sum A_n \cdot P_n(\cos \beta). \quad (24)$$

Alle Größen beziehen sich auf das Laborsystem.

Nach BLOK und JONKER<sup>22)</sup> gilt unter den obigen Annahmen 1.—3. für die Winkelverteilung der  $k$ -fach gestreuten Teilchen bezüglich der ursprünglichen Einfallsrichtung der Neutronen:

$$S_k = B_k \sum \left( \frac{2}{2n+1} \right)^{k-1} (A_n)^k \cdot P_n(\cos \beta) \quad (25)$$

wo für  $k = 1$  speziell wieder (24) gilt. Die Faktoren  $B_k$  hängen vom Verhältnis  $q$  der Mehrfach- zu den Einfachstreuungen ab. In ihre Berechnung geht eine zusätzliche durch den Energieverlust bei der Streuung bedingte Annahme ein:

4. Die Winkelverteilung bei der  $(k + 1)$ -ten Streuung ist für alle  $k$ -fach gestreuten Neutronen dieselbe und entspricht dem differentiellen Wirkungsquerschnitt bei einer mittleren Energie  $E_k$ .

Die Zerlegung (24) enthält im ganzen Energiegebiet im wesentlichen nur die Koeffizienten  $A_0$  und  $A_2$ , die übrigen sind für diese Korrekturrechnung als Null angenommen. Für die Winkelverteilung der 2- und 3-fach gestreuten Neutronen finden wir schliesslich:

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{q}{1-q^2} \left[ A_0 + \frac{(A_2)^2}{5A_0} \cdot P_2(\cos \beta) \right] \\ S_3 &= \frac{q^2}{1-q^2} \left[ A_0 + \frac{(A_2)^3}{25A_0} \cdot P_2(\cos \beta) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

3. *Untergrundstreuung*: Eine Abschätzung zeigt, dass durch unseren hohen Untergrund selbst systematische Effekte für die Winkelverteilung und Polarisation möglich sind. Zwei Wirkungen sind hauptsächlich von Einfluss: 1. Der Streukörper übt auf den Detektor eine Abschirmung eines gewissen Raumwinkels aus, die für die „Ein“- und „Aus“-Positionen wie auch für verschiedene Streuwinkel  $\beta$  ändert. 2. Durch Streuung am Kohlenstoff-Zylinder gelangen Untergrund-Neutronen in den Detektor. Auch dafür kann eine Abhängigkeit derselben Art bestehen. Im Falle eines richtungsisotropen Untergrundes heben sich die beiden Wirkungen für Neutronen gerade auf.

Wir haben in einer Messung bei 3,65 MeV mit geschlossenem Neutronenkanal die Differenz der Stosszahlen zwischen „Ein“- und „Aus“-Position des Streuers für verschiedene Winkel  $\beta$  bestimmt.

Dieses Experiment vermag zwar den gesuchten Effekt nicht vollständig nachzuweisen, weil die Untergrundverteilung im Streu-  
raum durch das Schliessen des Kollimators in einem gewissen Mass verändert wird.

Das Resultat zeigt einen kleinen, innerhalb der Fehlergrenzen isotropen Effekt der für den differentiellen Wirkungsquerschnitt von 3,65 MeV eine gleichmässige Vergrösserung um  $5 \pm 3$  mb zur Folge hätte. Dieser Wert erschien uns zu unbedeutend und die Übertragung auf andere Energien zu unsicher, um damit eine allgemeine Korrektur vorzunehmen.

4. *Detektorempfindlichkeit*: Die Energie des gestreuten Neutrons variiert zwischen  $0^\circ$  und  $180^\circ$  nach den Gesetzen des elastischen Stossens in den Grenzen  $E_n$  und  $\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2 \cdot E_n$ , wobei  $A$  die Masse des streuenden Kerns und  $E_n$  die Einfallsenergie des Neutrons ist. Wir haben die Abhängigkeit der Detektorsensibilität von der Energie mit Hilfe des bekannten differentiellen Wirkungsquerschnittes der Reaktion  $D(d, n)\text{He}^3$  untersucht. Bezogen auf den Wert bei 3,6 MeV sinkt die Empfindlichkeit bei 3,0 auf 98, bei 2,5 auf 95 und bei 2,0 MeV auf 90% ab. Die entsprechenden Korrekturen an den Winkelverteilungen blieben in jedem Fall unter 5%.

5. *Neutronenenergie*: Die Neutronenenergie wird nach den bekannten Stossgesetzen aus der Deuteronenenergie und den Massen der beteiligten Partikel berechnet ( $Q = 3,265 \pm 0,004$  MeV). Die Spannung der Beschleunigungsanlage für die Deuteronen wurde mit den absolut bekannten Gamma-Linien der Reaktion  $F(p, \alpha\gamma)$  geeicht und ist leicht auf 5 KeV konstant zu halten. Eine grössere Unsicherheit röhrt von der Targetdicke her. Ihr Einfluss auf das Spektrum und die mittlere Energie der Neutronen kann aus den Daten der Bremsung von Deuteronen in schwerem Eis berechnet werden. Wir passten die Dicke dem Energieverlauf der Streuung so an, dass eine Breite von 40—70 KeV in  $E_n$  resultierte, deren Einfluss auf die Winkelverteilung unberücksichtigt blieb. Mit Ausnahme der Messung bei 2,93 MeV schien uns dies gerechtfertigt. An dieser Resonanzstelle selbst war die Winkelverteilung mit einem 40 KeV-Spektrum schon zu sehr verwischt, als dass eine sichere Korrektur hätte angebracht werden können. Diese Messung war daher nur von qualitativem Interesse.

6. *Anisotropie der Neutronenquelle*: Der Neutronenfluss am Ort des Streukörpers ändert sich über dessen räumliche Ausdehnung proportional zum Wirkungsquerschnitt der D-D-Reaktion. Diese Anisotropie verursacht einen systematischen Effekt in der Azimutal-asymmetrie, die sich unter  $\beta = 90^\circ$  am stärksten auswirkt. Zur Ab-

schätzung des Beitrages teilen wir den Streukörper in einem Schnitt durch seine Achse in zwei Halbzylinder auf und konzentrieren die Masse der beiden Hälften in den Schwerpunkten. Diese Zentren erscheinen von der Target unter dem Winkel  $2 \cdot \Delta\alpha = 0,8^\circ$ . Die Korrektur ist zur Änderung des differentiellen Wirkungsquerschnittes über diesen Winkel proportional und bleibt in jedem Fall kleiner als 0,5% im Polarisationsgrad.

Wir haben für eine Winkelverteilung mit stark parabolischer Anisotropie ( $E_n = 3,65$  MeV) den Radius des Streukörpers zur Kontrolle der Korrekturformeln (22) (26) variiert. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist im Minimum der Kurve ( $\vartheta = 90^\circ$ ) stark von  $r_0$  abhängig. Für die Kohlenstoffzylinder von 25 mm Höhe und  $r_0 = 20$ ; 12,5 und 9 mm wurden unter diesem Winkel 85, 70 und 65 mb/ $\Omega$  gemessen, der rechnerisch korrigierte Querschnitt beträgt 46 mb/ $\Omega$  und weicht vom extrapolierten Wert ( $r_0 \rightarrow 0$ ) insofern ab, als noch geometrische Korrekturanteile von den Dimensionen  $a$ ,  $b$  und  $h$  übrigbleiben. Auch in Vor- und Rückwärtsrichtung können grössere Korrekturen auftreten, während sich in den mittleren Bereichen nur mässige Verschiebungen ergeben.

Apparative Unsymmetrien täuschen sehr leicht falsche Polarisationseffekte vor. Wir haben alle Justierungen mit grosser Genauigkeit vorgenommen und ausserdem Testmessungen durchgeführt.

Die erste Prüfung ist die Messung der Winkelverteilung in Vorwärtsrichtung der Deuteronen ( $\alpha = 0^\circ$ ) bei 3,65 MeV, für die aus Symmetriegründen die Polarisierung verschwindet. Als Resultat ergab sich ein Wert von  $P_1 = (0,6 \pm 1,0)\%$  für den Polarisationsgrad der D-D-Neutronen.

In einer Streuebene  $\varphi = 90, 270^\circ$  ist kein Effekt zu erwarten, weil die Polarisationsrichtungen  $\vec{n}_1$  und  $\vec{n}_2$  orthogonal stehen. Unsere Messung zeigte auch in diesem Fall keinen messbaren Effekt in der Azimutalasymmetrie.

In einem öfters wiederholten dritten Experiment ohne Neutronen wurde an Stelle des Streukörpers eine punktförmige Co-Quelle eingesetzt. Die Stosszahlen in Abhängigkeit der Detektorposition wichen bis ca. 1,5% von einer isotropen Verteilung ab. Davon kann 1% der Durchbiegung der Detektorbefestigung zugeschrieben werden, die eine Abstandänderung zwischen Quelle und Kristall zur Folge hat. Die restliche Unsymmetrie könnte auf eine Einwirkung magnetischer Streufelder auf die Photomultiplierröhren zurückzuführen sein. Wir haben den Effekt für die Polarisierung berücksichtigt, an den differentiellen Wirkungsquerschnitten dagegen keine Korrektur angebracht.

#### 4. Ergebnisse der Winkelverteilungen.

##### a) Differentieller Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Neutronen.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt folgt aus der Beziehung (13) als Absolutgrösse. Der darin enthaltene Faktor  $k$  ist aber mit seiner Energie- und Winkelabhängigkeit nicht mit genügender Genauigkeit bestimmbar. Dagegen ist der totale elastische Wirkungsquerschnitt von Kohlenstoff aus Transmissionsmessungen sehr exakt bekannt. Wir haben daher unsere Winkelverteilungen mit den Werten von RICAMO und ZÜNTI<sup>20)</sup>, die mit demselben Neutronen-generator und annähernd gleichem Auflösungsvermögen gemessen wurden, normiert. Nur die Punkte bei  $E_n = 2,93$  und  $3,10$  MeV fielen dabei aus den Fehlergrenzen, was bei kleinen Schwankungen der Neutronenenergie während der 1–2 Wochen dauernden Messungen verständlich ist.

Wir haben grosses Gewicht auf eine exakte Erfassung der Fehler gelegt und aus diesem Grunde zwei Berechnungsmethoden angewendet. a) Einerseits ergibt sich der rein statistische Fehler  $f_s$  aus den totalen Stosszahlen der gestreuten Neutronen und des Untergrundes. b) Wie unter 3b beschrieben, wird ein Punkt der Winkelverteilung durch Mittelung von 10–15 Einzelmessungen gewonnen. Aus den Abweichungen der Einzelpunkte vom Mittelwert lässt sich anderseits der wahrscheinliche Fehler des Mittelwertes  $f_g$  gewinnen. Das Verhältnis  $f_s/f_g$  gibt ein Mass dafür, ob noch andere als statistische Fehler wesentlich sind. Wir fanden bei allen Messungen im Durchschnitt einen Wert von 1,1. In den Darstellungen und für die nachfolgenden Analysen ist immer der grössere der beiden Fehler eingesetzt worden.

In Fig. 5 sind die differentiellen Wirkungsquerschnitte im Schwerpunktssystem für unpolarisierte Neutronen in Abhängigkeit vom Cosinus des Streuwinkels aufgetragen. Die Messungen für 9 diskrete Neutronenenergien liegen zwischen 2,40 und 3,65 MeV. Sie zeigen beim Durchgang durch die aus dem totalen Wirkungsquerschnitt bekannten Resonanzen sehr starke Änderungen in der Anisotropie. Die Symmetrie bezüglich  $90^\circ$  ist typisch für Zustände gerader Parität. In allen Darstellungen sind die nach Abschnitt 3c korrigierten Messwerte mit den Fehlergrenzen eingetragen. Die ausgezogenen Kurven geben die beste Anpassung dieser Punkte durch Streuphasen wieder. Die Abweichungen bei 2,93 hängen wiederum mit der ungenügenden Auflösung zusammen.

Im Energiegebiet zwischen 2 und 4 MeV Neutronenenergie liegen noch Messungen von Winkelverteilungen bei 2,08, 2,20, 3,32 und

3,65 MeV vor<sup>12)</sup><sup>23)</sup>. Sie geben ein mehr qualitatives Bild, da keine Korrekturen für Geometrie, Mehrfachstreuung und Polarisation\*) angebracht worden sind. In diesem Sinne sind sie mit unseren Kurven in Übereinstimmung.

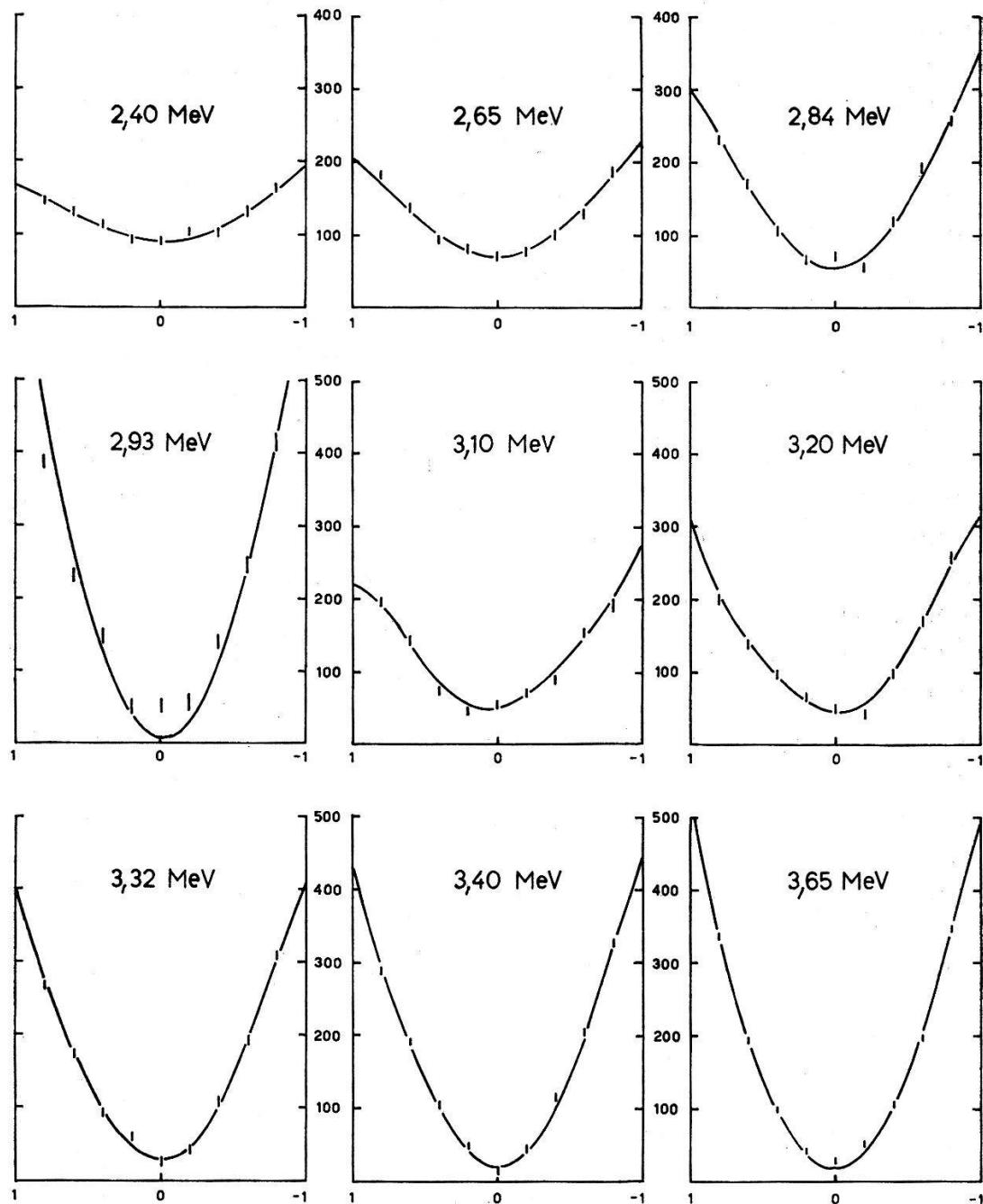


Fig. 5.

Differentieller Wirkungsquerschnitt  $\sigma(\cos \vartheta)$  elastisch gestreuter Neutronen an  $\text{C}^{12}$  in mb pro Raumwinkeleinheit. Die Messpunkte sind für Geometrie und Mehrfachstreuung korrigiert. Die ausgezogenen Kurven sind mit angepassten Streuphasen berechnet.

\*) Es ist zu beachten, dass bei Messungen mit Ringgeometrie die Polarisation sich *nicht* herausmittelt.

b) *Analyse nach Legendreschen Polynomen.*

Die Darstellung der experimentellen Winkelverteilung als Reihe von Legendreschen Polynomen ist eine Zwischenstufe zur Phasenanalyse. Mit ihrer Hilfe kann die Abhängigkeit vom Streuwinkel eliminiert und ein Gleichungssystem gefunden werden, das nur noch die unbekannten Streuphasen enthält. Man gewinnt überdies einen experimentellen Anhaltspunkt über den grössten Bahndrehimpuls, der noch einen merklichen Beitrag zur Streuung liefert.

Der Koeffizient  $\alpha_i$  des Legendreschen Polynoms  $P_i(x)$  in (7) folgt am schnellsten aus dem Faltungsintegral des differentiellen Wirkungsquerschnittes mit  $P_i$ . Dabei besteht eine gewisse Willkür im Verlauf des glatten Kurvenzuges durch die diskreten Messpunkte, namentlich die Extrapolation nach  $0^\circ$  und  $180^\circ$  ist unsicher. Außerdem gehen die Fehler der  $\alpha_i$  verloren, die gerade für die Bestimmung von  $L_{\max}$  von Bedeutung sind. Wir haben aus diesen Gründen den objektiveren Weg einer „besten Anpassung“ der diskreten Punkte durch Kugelfunktionen mit der Gaußschen Methode der kleinsten Quadrate beschritten. ROSE<sup>24)</sup> hat dazu für Probleme der Winkelverteilung und Richtungskorrelation einen numerisch zweckmässigen Formalismus in Matrzenschreibweise angegeben. Die wahrscheinlichen Fehler  $\Delta\alpha_i$  folgen ebenfalls explizite aus den Fehlern der einzelnen Messpunkte.

Sind  $P_0$  bis  $P_{N-1}$  die zur Anpassung angesetzten  $N$  Legendreschen Polynome und ist  $M$  die Zahl der voneinander verschiedenen Messpunkte  $\sigma(x_k)$  ( $0 < k < M$ ;  $M > N$ ) der Winkelverteilung, so führt die Bestimmung der  $\alpha_i$  auf ein System von  $N$  linearen Gleichungen. Durch spezielle Wahl der Meßstellen  $x_k = \cos \vartheta_k$  symmetrisch zur Nullachse lässt sich dieses System auf zwei einfachere mit je halb so vielen Unbekannten reduzieren. Man benutzt dazu eine Symmetrieeigenschaft der Legendreschen Polynome:  $P_L(x)$  gehört der geraden oder ungeraden Funktionsklasse an, je nachdem sein Index  $L$  gerade bzw. ungerade ist. Die abgeleiteten Werte  $\Sigma_+ = \frac{1}{2} [\sigma(x) + \sigma(-x)]$  können dann durch gerade,  $\Sigma_- = \frac{1}{2} [\sigma(x) - \sigma(-x)]$  durch ungerade Polynome allein dargestellt werden. Beide Systeme enthalten nur noch halb so viele, separierte Gleichungen. In unserem Fall beträgt die Zahl der Meßstellen  $M = 9$ . Die „beste Anpassung“ mit  $N = 6$  Polynomen führt nach der Reduktion auf ein gerades und ein ungerades System mit je 3 Unbekannten. Die numerische Arbeit zur Lösung dieser Systeme steigt mit der Fakultät der Anzahl Gleichungen. Die beschriebene Symmetrieeigenschaft bringt somit einen Gewinn um den Faktor  $6!/2 \cdot 3! = 60$ .

Die gemäss (8) aus den Koeffizienten der Legendreschen Polynome berechneten Grössen  $B_L$  sind mit den Fehlergrenzen in Fig. 6 in Funktion der Neutronenenergie dargestellt.  $B_0 = \frac{1}{4\pi\lambda^2} \sigma_t$  ist

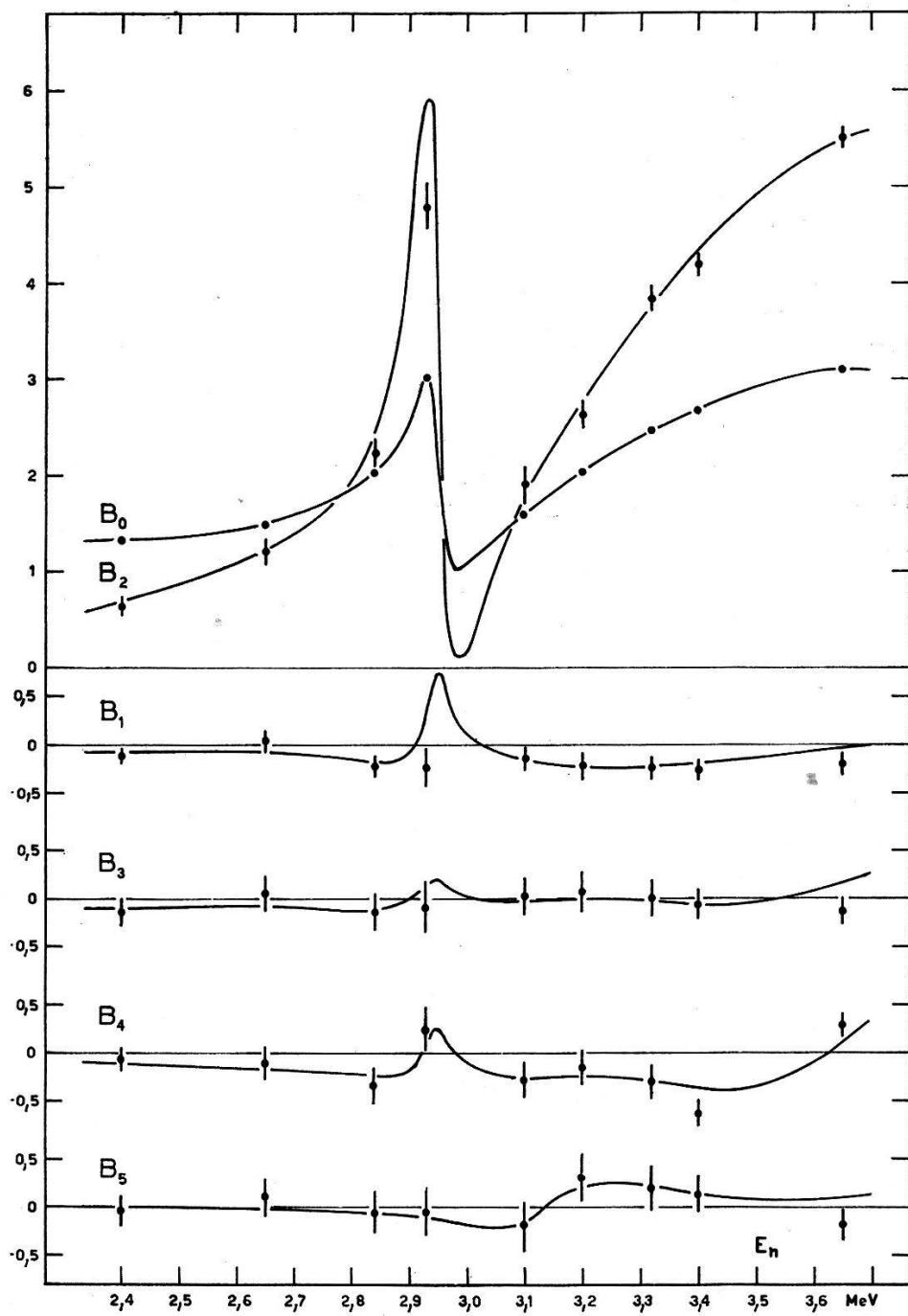


Fig. 6.

Legendresche Entwicklungskoeffizienten  $B_L$  für die elastische Streuung von Neutronen an  $\text{C}^{12}$ . Die ausgezogenen Kurven sind mit angepassten Streuphasen berechnet.

dem totalen Wirkungsquerschnitt angeglichen und hat dementsprechend den kleinsten Fehler. Daneben zeigen  $B_2$  in extremem

Masse und ebenso  $B_4$  einen charakteristischen Verlauf beim Durchgang durch eine Resonanz.  $B_1$  ist systematisch leicht negativ, während  $B_3$  und  $B_5$  nicht eindeutig von Null verschieden sind. Die Übereinstimmung der überzähligen Messpunkte mit der angepassten Kurve rechtfertigt überdies den ursprünglichen Ansatz mit 6 Polynomen, somit sind auch die  $B_i$  mit  $i > 5$  als verschwindend zu betrachten. Der höchste Index wird  $L_{\max} = 4$ , und von den Neutronen sind Bahndrehimpulse bis  $l = 2$  zu berücksichtigen. Wir haben trotzdem auch  $f$ -Terme zugelassen, um sicherzustellen, ob die kleinen Beiträge von  $B_5$  durch den systematischen Einfluss einer  $f$ -Phase oder nur durch Messfehler verursacht sind.

Die ausgezogenen Kurven in Fig. 6 sind aus den im nachfolgenden Abschnitt bestimmten und interpolierten Streuphasen berechnet. Für jede Energie kann im vorliegenden Intervall der differentielle Wirkungsquerschnitt mit der Beziehung (1) unmittelbar angegeben werden. Es zeigt sich, dass in der Umgebung von 3 MeV ausserordentlich schnelle Änderungen auftreten.

### c) Phasenanalyse.

Mit den im Abschnitt b) aus der Analyse nach Legendreschen Polynomen bestimmten Koeffizienten  $B_L$  bildet (2) ein in den Sinus der Phasenwinkel  $\delta_{l,j}$  quadratisches System von Gleichungen. Um die physikalisch richtige Lösung daraus ziehen zu können, sind zusätzliche Bedingungen erforderlich, die die mathematische Mehrdeutigkeit aufheben. Die stärkste Einschränkung könnte eine exakte Messung der Polarisation in Abhängigkeit des Streuwinkels liefern. Die Analyse dieses experimentellen Verlaufes nach den zugeordneten Kugelfunktionen  $P_L^1$  ergäbe die Koeffizienten  $C_L$  für ein zweites wiederum quadratisches System derselben unbekannten Phasen (Anhang 2). Die Genauigkeit unserer Polarisationsmessungen reicht dazu nicht aus, überdies enthält unsere Azimutalasymmetrie den unbekannten Polarisationsfaktor der einfallenden D-D-Neutronen. Immerhin liess sich bei einigen Energien der überwiegende Einfluss eines  $P_2^1(\cos \vartheta)$ -Termes erkennen, der von einer grossen  $d$ - $3/2$ -Phase herröhrt.

Andere Bedingungen für die physikalisch richtige Lösung beruhen auf gewissen wohlfundierten Modellvorstellungen des Kerns. Sie sind zwar für eine einzelne feste Energie nicht zwingend, geben aber wichtige Anhaltspunkte für den Verlauf: Nach der Breit-Wigner-Theorie sind die Potentialstreuungsphasen langsam veränderliche Funktionen, die nur vom Kernradius abhängen, während die Resonanzphasen einen definierten, von der Breite und Energie der Re-

sonanz vorbestimmten Verlauf aufweisen. Im vorliegenden Fall von  $C^{12}$  waren weitere spezielle Einschränkungen zu berücksichtigen: Bei 2,95 und 3,65 MeV befinden sich Niveaus von Zustand  $d\ 3/2$ . Die im ganzen Intervall kleinen Anteile  $B_3$  und  $B_5$  ergeben für die absoluten  $p\ 3/2$ - und  $f$ -Phasen obere Grenzen von  $5^0$ , grössere Werte hätten sich in charakteristischen Interferenzerscheinungen mit der  $d\ 3/2$ -Phase äussern müssen.

Die Lösungsmethode besteht nun darin, Ansätze zu probieren, wobei sich nach einigen Versuchen schnell erkennen lässt, welche Änderungen jede Phase nach sich zieht. Aus dem totalen Wirkungsquerschnitt kann näherungsweise die  $d\ 3/2$ -Phase entnommen werden. Aus einem ungenauen Wert folgen durch  $B_4$  und  $B_5$  schon gute Lösungen für die kleinen Phasen  $d\ 5/2$ ,  $f\ 5/2$  und  $f\ 7/2$ . Da auch  $p\ 3/2$  klein ist, bleiben im wesentlichen nur noch 3 Unbekannte zur Anpassung übrig.

Nach genügender Annäherung darf das Gleichungssystem linearisiert werden.

#### d) Diskussion der Streuphasen.

In Fig. 7 sind die Streuphasen in Abhängigkeit der Energie aufgetragen. Die markierten Punkte werden auf die in den vorangehenden Abschnitten beschriebene Weise den Winkelverteilungen angepasst. Die ausgezogenen Kurven sind so interpoliert, dass der totale Wirkungsquerschnitt möglichst gut übereinstimmt.

Die relativen Vorzeichen der einzelnen Phasen sind durch Interferenzterme wohlbestimmt, dagegen kann das absolute aus der Winkelverteilung allein nicht entnommen werden. Im vorliegenden Fall haben mit Ausnahme von  $\delta_{d3/2}$  alle Phasen gleiches Vorzeichen. Betrag und Energieverlauf weisen ausgesprochen den Charakter von Hartkugelstreuung auf. Es ist somit naheliegend, dem Modell des abstossenden Potentials entsprechend, negative Phasenwerte anzunehmen.

$s\ 1/2$ : Aus dem glatten Verlauf der  $s\ 1/2$ -Phase bis 3,4 MeV lässt sich ein Kernradius von  $R = 3,4 \cdot 10^{-13}$  cm =  $1,48 \cdot 10^{-13} \cdot A^{1/3}$  cm berechnen. Die Streuung bei 3,65 MeV ergibt eine Abweichung von der reinen Hartkugelphase, die bei kleineren Energien noch nicht mit Sicherheit nachgewiesen werden kann. Eine  $s\ 1/2$ -Resonanz bei ca. 4,1 MeV wäre mit dem totalen Wirkungsquerschnitt verträglich.

$p\ 1/2$ ,  $p\ 3/2$ : Die  $p$ -Phasen zeigen eine leichte, lineare Zunahme des Betrages mit der Energie. Es sind keine Anzeichen eines resonanten Zustandes zu erkennen, somit wären sie als Hartkugelphasen anzusprechen. Der  $p\ 1/2$ -Anteil steht in der Tat nahezu im richtigen Verhältnis zur  $s\ 1/2$ -Phase (Kernradius 3,0 statt  $3,4 \cdot 10^{-13}$  cm).

Dagegen ist die  $p\frac{3}{2}$ -Phase ca. fünfmal kleiner. Ähnliche Aufspaltungen der Hartkugelphasen sind an anderen Kernen festgestellt worden (Na, PRESTON und STELSON<sup>25</sup>).

$d\frac{3}{2}$ : Der Verlauf der  $d\frac{3}{2}$ -Phase zeigt die grössten Änderungen im untersuchten Energieintervall. Dies war aus früheren Messungen des totalen und differentiellen Wirkungsquerschnittes<sup>20) 23) 26)</sup> zu erwarten, weil deren Analyse auf  $d\frac{3}{2}$ -Resonanzen bei 2,95 und 3,65 MeV hinwies. Die Breite des oberen Zustandes ist vergleichbar

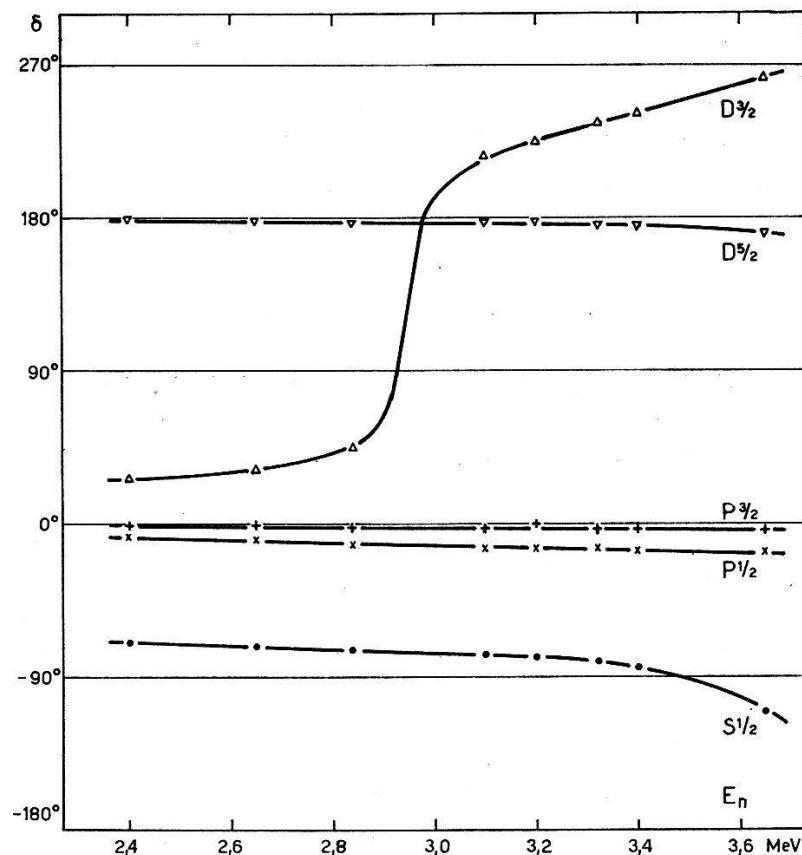


Fig. 7.

Ergebnisse der Streuphasen-Analyse.  $\delta_{d5/2}$  ist aus Gründen der Darstellung um  $180^\circ$  verschoben gezeichnet.  $\delta_{f5/2}$  (nicht eingezeichnet) steigt von  $-1^\circ$  bei 2,8 MeV bis  $-3^\circ$  bei 3,65 MeV.  $\delta_{f7/2}$  schwankt zwischen  $\pm 2^\circ$  und ist nicht eindeutig von 0 verschieden.

mit dem Abstand der Niveaus, wodurch starke Interferenzerscheinungen zustande kommen. Es ist uns kein Fall unter den leichten Kernen bekannt, bei dem sich zwei Niveaus von gleichem Drehimpuls und gleicher Parität derart überlappen und wo gleichzeitig weitere Zustände, die die Analyse erschweren, fehlen.

Die Streuung in der Umgebung einer isolierten Resonanz vom Zustand  $J, \pi$  wird in der Regel durch eine Zerlegung der totalen

Phase  $\delta$  in zwei Anteile  $\delta_{\text{pot}}$  und  $\delta_{\text{res}}$  dargestellt. Der erste Anteil der Potentialstreuung kann dabei nahezu konstant angenommen werden, während die zweite, der Resonanzstreuung entsprechende Phase, sich nach der Beziehung  $\text{tg } \delta_{\text{res}} = \frac{\Gamma/2}{E_r - E}$  mit der Energie verändert. Diese Darstellung hat sich über einen grossen Energiebereich experimentell bestätigt. Wir haben die totale  $d3/2$ -Phase für die zwei interferierenden Resonanzen analog in zwei Anteile  $\delta_1$

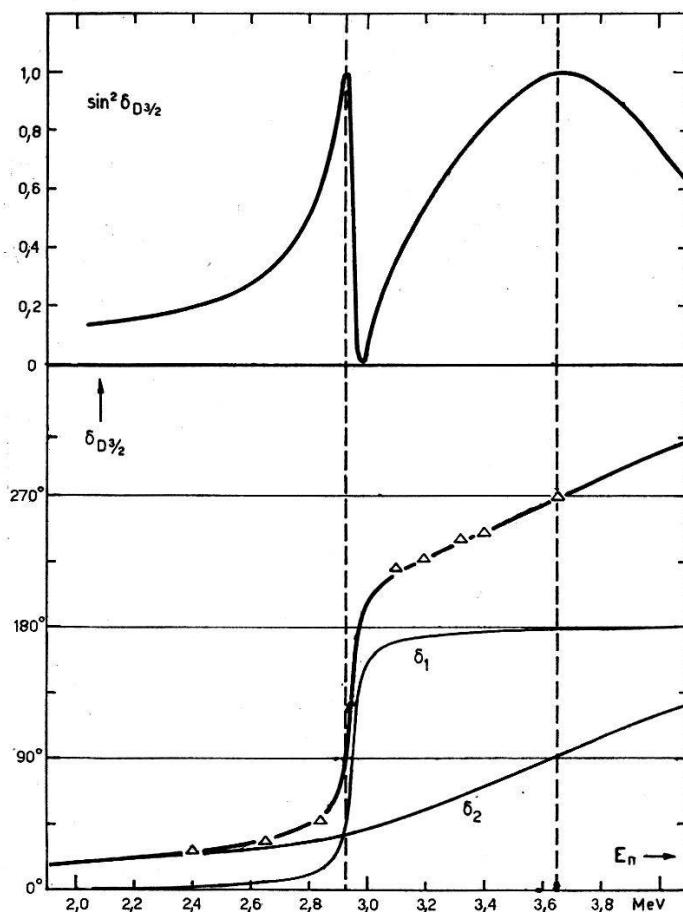


Fig. 8.

Phasenverlauf von  $\delta_{d3/2}$ . Zerlegung in die Anteile von zwei überlappenden Einzelresonanzen. Darüber: Darstellung der Interferenzerscheinung im totalen Wirkungsquerschnitt ohne die Beiträge der  $s$ - und  $p$ -Streuung.

und  $\delta_2$  zerlegt, deren Energieverlauf nach derselben Relation durch je zwei Resonanzparameter  $\Gamma_{1,2}$  und  $E_{r_{1,2}}$  festgelegt ist.

Wie Fig. 8 zeigt, können die 4 Parameter so angepasst werden, dass der Verlauf der  $d3/2$ -Phase im gesamten gemessenen Energiebereich gut wiedergegeben wird. (Die experimentellen Werte sind in Fig. 8 für die Potentialstreuung um einen, der  $d5/2$ -Phase entnommenen Betrag korrigiert.)

$$\text{Als beste Werte finden wir*): } E_1 = 2,95 \text{ MeV } E_2 = 3,65 \text{ MeV} \\ \Gamma_1 = 0,06 \text{ MeV } \Gamma_2 = 1,20 \text{ MeV}$$

Der Unterschied der Resonanzbreiten um den Faktor 20 für zwei Niveaus von gleichem Drehimpuls, gleicher Parität und nahezu gleicher Anregungsenergie ist auffällig. Es könnte angenommen werden, dass die Bildung des Zwischenkernes  $C^{13}$  in den zwei Fällen nicht auf dieselbe Art zustande kommt. Tatsächlich lässt sich der Zwischenkern im Sinne des Einteilchenmodells auffassen als Zustand eines  $d$ -Neutrons im Feld des  $C^{12}$  als Rumpf, oder eines  $s$ -Neutrons im Feld des ersten angeregten Zustandes des Rumpfes  $C^{12}$  (4,43 MeV;  $2^+$ )\*\*).

$d\ 5/2$ : Die  $d\ 5/2$ -Phase entspricht dem theoretischen Wert der Hartkugelstreuung mit dem aus der  $s$ -Phase bestimmten Kernradius. Der Koeffizient  $B_4$  der Kugelfunktion  $P_4(\cos \vartheta)$  enthält als überwiegendes Glied einen Interferenzterm  $d\ 3/2 - d\ 5/2$  durch den die  $d\ 5/2$ -Phase unterhalb 3,4 MeV mit  $1^\circ$  Genauigkeit festgelegt ist.

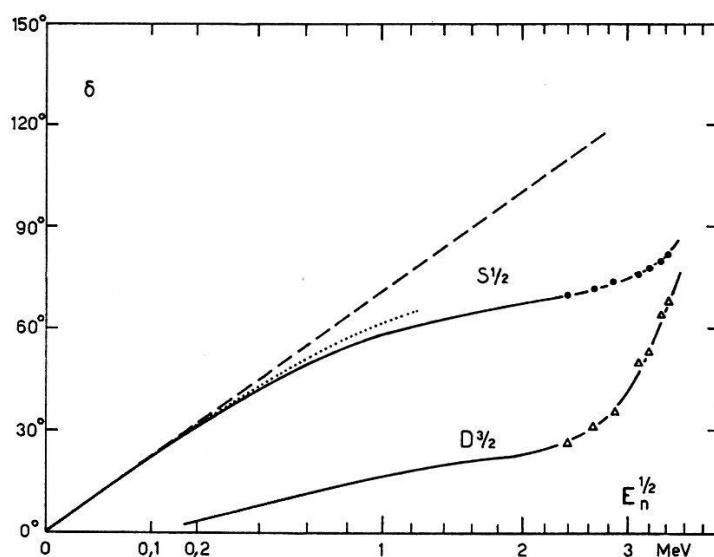


Fig. 9.

Mutmasslicher Verlauf der  $s\ 1/2$  und  $d\ 3/2$ -Phasen bei kleinen Energien.

$s\ 1/2$ : Interpolation zwischen den Werten von THOMAS<sup>29</sup>) (punktiert) und unserer Phasenanalyse.

$d\ 3/2$ : Anpassung mit dem fehlenden Betrag im totalen Wirkungsquerschnitt.

$f\ 5/2, f\ 7/2$ : Beide  $f$ -Phasen sind nicht eindeutig von 0 verschieden. Die Winkelverteilungen können mit guter Genauigkeit auch ohne

\*) Nach einer Arbeit von WIGNER<sup>27</sup>) sind für zwei Resonanzen vom gleichen Typus nicht die Phasenwinkel, sondern deren Tangens zu addieren. Für die Anpassung der experimentellen Werte tritt dadurch keine merkliche Änderung ein, dagegen ergibt sich eine formale Verschiebung der Resonanzenergie beim untern Niveau nach 2,93 MeV, dem Ort des Maximums im totalen Wirkungsquerschnitt.

\*\*) Persönliche Mitteilung von Prof. K. BLEULER.

$f$ -Terme angepasst werden, immerhin bringt ein systematischer Beitrag einer kleinen, negativen  $f5/2$ -Phase noch eine leichte Verbesserung, während die  $f7/2$ -Phasen keine Tendenz zeigen.

Es stellt sich die Frage, wie die Phasen im Übergang zu kleineren Energien fortgesetzt werden sollen. Wir sehen dabei ab von der scharfen Resonanz bei 2,087 MeV<sup>20)</sup>). Ihre Breite wird mit  $\Gamma \cong 8$  KeV angegeben, so dass der zugehörige Phasensprung um  $180^\circ$  in einem schmalen Energiegebiet erfolgt. Unterhalb 2 MeV sind keine weiteren Resonanzen mit  $\Gamma > 5$  KeV nachweisbar<sup>28)</sup>, somit darf ein glatter Phasenverlauf angenommen werden. THOMAS<sup>29)</sup> erklärt den totalen Wirkungsquerschnitt in diesem Gebiet mit dem Einfluss des breiten  $s1/2$ -Zustandes von C<sup>13</sup> bei 3,10 MeV Anregungsenergie. Diese Annahme drängt sich für das Verständnis der grossen thermischen Streulänge auf; sie gibt überdies den Verlauf des Wirkungsquerschnittes bis ca. 0,5 MeV gut wieder, liefert aber oberhalb zu kleine Werte.

Die grossen  $d3/2$ -Werte bei 2,5 MeV und die Tendenz zu flachem Abklingen mit sinkender Energie legen es nahe, mit dieser Phase

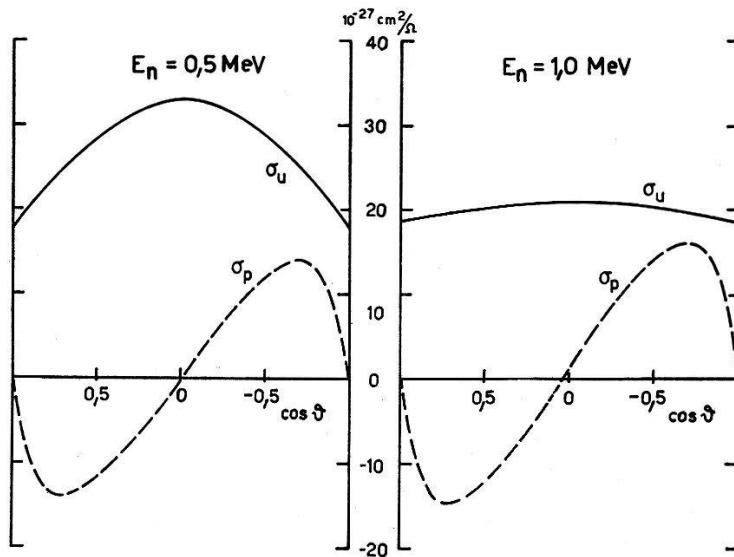


Fig. 10.

Mutmasslicher Verlauf des differentiellen Wirkungsquerschnittes  $\sigma_u$  und der Polarisation  $\sigma_p$  bei 0,5 und 1,0 MeV.

den fehlenden Betrag im Wirkungsquerschnitt zu ergänzen. Wir verbinden dazu die  $s$ -Phasen von THOMAS<sup>29)</sup> (entnommen aus seiner Fig. 4) in einer glatten Kurve mit unseren experimentellen Werten oberhalb 2 MeV und bestimmen die  $d3/2$ -Phase so, dass der totale Wirkungsquerschnitt im ganzen Gebiet übereinstimmt. Auch ein kleiner Beitrag von  $p$ -Phasen ist mitberücksichtigt. Fig. 9 zeigt diese extrapolierten Werte in Abhängigkeit von  $E_n^{1/2}$ .

Die Folgen dieser Phasendarstellung auf die Neutronenstreuung sind sehr interessant. Leider stehen uns Neutronen in diesem Energiebereich nicht zur Verfügung, so dass wir die nachfolgenden Konsequenzen nicht überprüfen konnten. Der Interferenzterm  $s \frac{1}{2} - d \frac{3}{2}$  im Legendreschen Entwicklungskoeffizienten  $B_2$  ist im Gebiet von  $1-2$  MeV von ungefähr gleicher Intensität wie der quadratische Term  $d \frac{3}{2} - d \frac{3}{2}$ , doch mit negativem Vorzeichen, so dass die Winkelverteilung nahezu isotrop erscheint. Diesen Verlauf haben WILLARD et al.<sup>30)</sup> nachgewiesen. Unterhalb 1 MeV überwiegt der negative Interferenzterm sogar und sollte einen messbar konvex-parabolischen Verlauf erzeugen (Fig. 10).

Grosse Effekte sind in der Polarisation zu erwarten. Ein reiner  $\sin(2\vartheta)$ -Verlauf von  $\sigma_p$  ergibt mit einem isotropen  $\sigma_u$  maximale Effekte unter  $\vartheta = 45^\circ$  und  $135^\circ$ . Wir erwarten bei  $0,5$  MeV ca.  $60\%$  Polarisationsgrad, der gegen  $2$  MeV bis nahezu  $100\%$  ansteigen sollte (Fig. 10). WILLARD et al.<sup>31)</sup> haben kürzlich für den Polarisationsgrad der Li- $p$ -Neutronen bei  $E_n = 0,5$  MeV den hohen Wert von  $50\%$  gefunden. Mit dieser Quelle könnte eine merkliche  $d \frac{3}{2}$ -Phase in der Kohlenstoff-Streuung leicht nachgewiesen werden\*).

## 5. Ergebnisse der Polarisationseffekte.

### 1. Die Polarisationseigenschaften von Kohlenstoff.

Sind die Streuphasen einmal festgelegt, so kann die differentielle Polarisation  $\sigma_p(\cos \vartheta)$  unmittelbar angegeben werden. Der Rechnungsgang führt über die Gleichungen von Anhang 2 auf die Koeffizienten  $C_1$ . Wir geben in Fig. 11 eine Darstellung dieser Koeffizienten in Funktion der Energie, die auf den Streuphasen von Fig. 7 beruht. Durch Anwendung der Formel (5) kann die differentielle Polarisation leicht gefunden werden. Der prozentuale Polarisationsgrad folgt dann aus dem Verhältnis  $\sigma_p/\sigma_u$ . Diese Daten zeigen, dass die Streuung an Kohlenstoff als Analysator für eine beliebige Neutronenstrahlung im Energiebereich  $2,4-3,6$  MeV sehr geeignet ist. Ein grosser Teil des Bereiches wird durch den Koeffizienten  $C_2$  des Legendreschen Polynoms  $P_2^1(\cos \vartheta)$  beherrscht, der eine Winkelabhängigkeit von  $\sigma_p$  mit  $\sin(2\vartheta)$  verursacht. Aus diesem Grunde sind Maximalwerte unter den Streuwinkeln von  $45^\circ$  und  $135^\circ$  zu

\*) WILLARD, BAIR und KINGTON<sup>31)</sup> haben auf Grund der gemessenen Isotropie der Kohlenstoff-Streuung auf das Fehlen einer Polarisation geschlossen und dies tatsächlich auch experimentell nachgewiesen. Die Messung bezog sich aber allein auf den Streuwinkel  $\vartheta = 90^\circ$ , wo bei der erwarteten  $\sin(2\vartheta)$ -Abhängigkeit gar kein Effekt auftreten kann.

erwarten. In gewissen Grenzen erreicht der prozentuale Polarisationsgrad nahezu 100 %.

Die absolute Polarisationsrichtung hängt vom Vorzeichen der Streuphasen ab. Setzen wir wiederum die Hartkugelphasen dem abstoßenden Potential entsprechend negativ an, so liegt der Vektor  $\vec{P}_2$  für Streuwinkel  $< 90^\circ$  im allgemeinen parallel zur Richtung  $-\vec{k}_e \times \vec{k}_a$ .  $\vec{k}_e$  und  $\vec{k}_a$  bezeichnen die Wellenvektoren des ein- und auslaufenden Neutronenstrahls.  $\vec{P}_2$  ändert die Richtung um  $180^\circ$  im Gebiet der Rückwärtsstreuung, sowie in einem schmalen Energiegebiet oberhalb der Resonanz von 2,95 MeV.

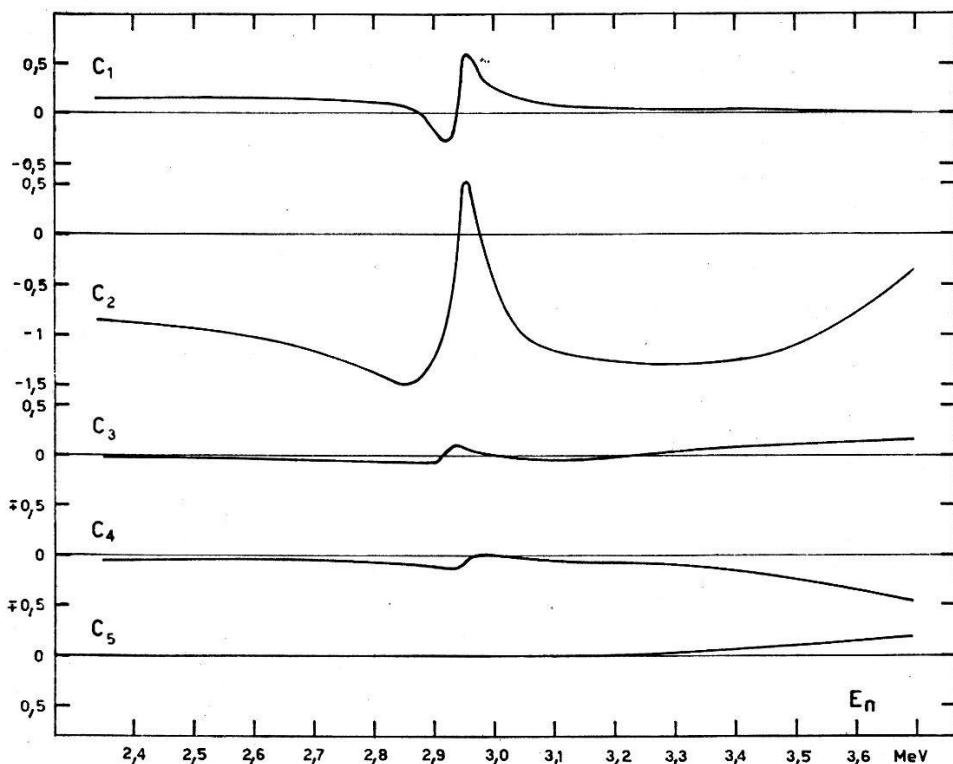


Fig. 11.

Legendresche Entwicklungskoeffizienten  $C_L$  der differentiellen Polarisation an  $C^{12}$ , berechnet aus den Streuphasen Fig. 7.

## 2. Polarisationsgrad der D-D-Neutronen.

Die Bestimmung des Polarisationsgrades  $P_1$  der D-D-Neutronen reduziert sich nun auf eine einfache Rechnung. Die experimentelle Azimutalasymmetrie ist das Produkt von  $P_1$  und dem Polarisationsgrad der Kohlenstoffstreuung  $P_2$ . Während der Messung einer Winkelverteilung an  $C$  bleiben Energie, Winkel und Polarisation der einfallenden Neutronen konstant. Man findet  $P_1$  somit als gewogenes Mittel aus den den Winkelstellungen entsprechenden Verhältnissen.

Zu jeder der in Abschnitt 5a beschriebenen Kohlenstoffstreumessungen gehört ein bestimmter, von Deuteronenenergie  $E_D$  und Reaktionswinkel  $\alpha$  abhängiger Polarisationsgrad  $P_1(E_D, \alpha)$  der einfallenden Neutronen. In Fig. 12 sind die Werte  $P_1$  in Abhängigkeit vom Schwerpunktwinkel  $\Theta$  aufgetragen.  $\Theta$  ist infolge der Vertauschbarkeit der Deuteronen nur von  $0^\circ - 90^\circ$  festgelegt. Durch die Auszeichnung des bewegten Deuterons im Laborsystem wird  $\Theta$  bis  $180^\circ$  definiert. Die Deuteronenenergie liegt in allen Fällen zwischen 550 und 650 KeV. Bei  $\alpha = 81^\circ$ , entsprechend dem Schwerpunktwinkel  $\Theta = 90^\circ$ , muss aus Symmetriegründen  $P_1(E_D, \Theta = 90^\circ)$  identisch verschwinden.

Die Theorie der D-D-Reaktion ist von BEIDUK u. a.<sup>8)</sup> entwickelt, aber nur auf die Winkelverteilung bezogen worden. BLIN-STOYLE<sup>1)</sup> gibt für den Polarisationsgrad die Beziehung

$$P_1(E, \Theta) = B \frac{A(E) \sin(2\Theta)}{1 + A(E) \cos^2 \Theta} \quad E_D < 300 \text{ KeV} \quad (27)$$

die gültig ist, wenn Tensorkräfte allein wirksam sind. Die Konstante  $B$  enthält die Phasen der Wellenfunktionen, für die die keine

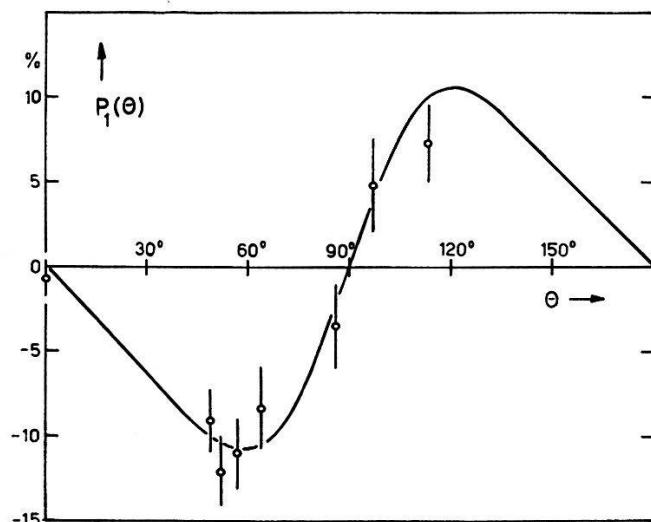


Fig. 12.

Polarisationsgrad der D-D-Neutronen bezogen auf die Richtung  $[\vec{k}_e \times \vec{k}_a]$  bei ca. 600 KeV.  $\vec{k}_e$ ,  $\vec{k}_a$ : Richtungen des einfallenden Deuteronen- und auslaufenden Neutronenstrahls. Die Messpunkte sind aus der Azimutalasymmetrie der Streuung an  $\text{C}^{12}$  bestimmt. Die ausgezogene Kurve ist der mit den Messpunkten normierte theoretische Verlauf.

zuverlässigen Werte angegeben werden können.  $B$  ist absolut kleiner als 1. Die Funktion  $1 + A(E) \cos^2 \Theta$  ist proportional zum Wirkungsquerschnitt  $\sigma_1(E_D, \Theta)$  der  $D(d, n)\text{He}^3$ -Reaktion.

FIERZ<sup>30)</sup> berücksichtigt in einer allgemeineren Darstellung der Polarisierung auch andere Spin-Bahnkopplungen. Er findet einen

zweiten Term mit einer  $\sin(4\Theta)$ -Abhängigkeit. Die Beziehung von FIERZ lautet:

$$P_1(E, \Theta) = \frac{1}{\sigma_1(E, \Theta)} [a(E) \sin(2\Theta) + b(E) \sin(4\Theta)]. \quad (28)$$

Die energieabhängigen Koeffizienten sind im Bereich unserer Messungen keine schnell veränderlichen Größen. In Anbetracht der Unsicherheit von Theorie und Experiment ist der Fehler unbedeutend, wenn wir für alle Messpunkte von Fig. 12 eine mittlere Energie  $E_D = 600$  KeV annehmen. Der Verlauf mit dem Winkel ergibt dann im gemessenen Bereich von  $\Theta = 49^\circ$  bis  $\Theta = 114^\circ$  gute Übereinstimmung mit  $\sin(2\Theta)$ , ohne dass aber ein Glied in  $\sin(4\Theta)$  ausgeschlossen werden könnte. Weitere Messungen, speziell in Vor- und Rückwärtsrichtung sind dazu notwendig.

Wir entnehmen den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_1(E_D, \Theta)$  aus den Kurven der Fig. 3 von HUNTER und RICHARDS<sup>7)</sup>. Unter der Voraussetzung einer reinen  $\sin(2\Theta)$ -Abhängigkeit ergibt sich für den „besten“ Verlauf des Polarisationsgrades

$$P_1(E_D = 600 \text{ KeV}; \Theta) = \frac{-(0,165 \pm 0,017) \sin(2\Theta)}{1 + 1,15 \cos^2 \Theta + 0,75 \cos^4 \Theta} \quad (29)$$

mit Extremalwerten  $P_{\max} = \pm(10,8 \pm 1,2)\%$  bei  $\Theta = 58^\circ$  bzw.  $\Theta = 122^\circ$ , entsprechend den Laborwinkeln  $\alpha = 50^\circ$  bzw.  $\alpha = 113^\circ$ . Das Vorzeichen bezieht sich auf die Normalenrichtung

$$\vec{n}_1 = \frac{[\vec{k}_e \times \vec{k}_a]}{|\vec{k}_e| \cdot |\vec{k}_a|}$$

der Reaktionsebene, wobei die Reihenfolge der Wellenvektoren  $\vec{k}_e$  und  $\vec{k}_a$  im Vektorprodukt durch den zeitlichen Ablauf der Reaktion festgelegt ist.

Unser Resultat (29) weicht von den in der Einleitung zitierten Arbeiten teilweise erheblich ab. LONGLEY et al.<sup>11)</sup> und RICAMO<sup>12)</sup> finden einen mehr als doppelt so grossen Wert, obschon in der ersten Arbeit die Energie wesentlich kleiner war. Auch das Ergebnis von BAUMGARTNER und HUBER<sup>13)</sup> stimmt in bezug auf Betrag und Vorzeichen aus den erwähnten Gründen (siehe Fussnote Abschnitt 1) nicht überein. Dagegen deckt sich die eigentliche Messgrösse der Azimutalasymmetrie  $\varepsilon$  gut. Verwendet man daher statt der Phasen von HUBER et al.<sup>33)</sup> die Werte dieser Arbeit, aus denen  $P_2(\vartheta = 80^\circ) = 0,8$  berechnet wird, so folgt  $P_1(0,6 \text{ MeV}; 45^\circ) = 11\%$ , in guter Übereinstimmung mit unserem Resultat.

Schliesslich lässt sich unser Wert mit dem Polarisationsgrad der Protonen der Parallelreaktion  $D(d, p)T$  verglichen, für den BISHOP

et al.<sup>10)</sup> mit der Streuung an Helium als Analysator (HEUSINKVELD und FREIER<sup>4)</sup>)  $P_1(E_D = 300 \text{ KeV}, \Theta = 125^\circ) = (30 \pm 6)\%$  angegeben haben. Die Richtung von  $P_1$  ist bezogen auf die Normale  $\vec{n}_1$  positiv\*) und stimmt mit unserer für die Neutronen gefundenen Polarisationsrichtung überein.

Herr Dr. W. ZÜNTI war unser unermüdlicher Berater in allen experimentellen und theoretischen Fragen. Herrn Dr. R. RICAMO und Herrn A. E. REMUND verdanken wir apparative Vorarbeiten und den Herren H. R. BRUGGER, A. COLOMB, K. GSTEIGER und E. PETER die Mithilfe bei vielen Messungen.

R. W. M. ist der „Arbeitsgemeinschaft Kernreaktor“ der Firmen Brown Boveri, Escher Wyss und Gebrüder Sulzer für finanzielle Hilfe zu grossem Dank verpflichtet. G. T. möchte der Norges Teknisk — Naturvitenskapelige Forskningsraad für ein Stipendium ganz besonders danken.

#### ANHANG 1.

$$\begin{aligned}
 A_{l_1 J_1}^{l_2 J_2} &= \sin \delta_{l_1 J_1} \cdot \sin \delta_{l_2 J_2} \cdot \cos(\delta_{l_1 J_1} - \delta_{l_2 J_2}) \\
 B_0 &= A_{s1/2}^{s1/2} + A_{p1/2}^{p1/2} + 2 A_{p3/2}^{p3/2} + 2 A_{d3/2}^{d3/2} + 3 A_{d5/2}^{d5/2} + 3 A_{f5/2}^{f5/2} + 4 A_{f7/2}^{f7/2} \\
 B_1 &= 2 A_{s1/2}^{p1/2} + 4 A_{s1/2}^{p3/2} + 4 A_{p1/2}^{d3/2} + \frac{4}{5} A_{p3/2}^{d3/2} + \frac{36}{5} A_{p3/2}^{d5/2} + \frac{36}{5} A_{d3/2}^{f5/2} \\
 &\quad + \frac{18}{35} A_{d5/2}^{f5/2} + \frac{72}{7} A_{d5/2}^{f7/2} \\
 B_2 &= 4 A_{s1/2}^{d3/2} + 6 A_{s1/2}^{d5/2} + 4 A_{p1/2}^{p3/2} + 6 A_{p1/2}^{f5/2} + 2 A_{p3/2}^{p3/2} + \frac{12}{7} A_{p3/2}^{f5/2} \\
 &\quad + \frac{72}{7} A_{p3/2}^{f7/2} + 2 A_{d3/2}^{d3/2} + \frac{12}{7} A_{d3/2}^{d5/2} + \frac{24}{7} A_{d5/2}^{d5/2} + \frac{24}{7} A_{f5/2}^{f5/2} \\
 &\quad + \frac{8}{7} A_{f5/2}^{f7/2} + \frac{100}{21} A_{f7/2}^{f7/2} \\
 B_3 &= 6 A_{s1/2}^{f5/2} + 8 A_{s1/2}^{f7/2} + 6 A_{p1/2}^{d5/2} + \frac{36}{5} A_{p3/2}^{d3/2} + \frac{24}{5} A_{p3/2}^{d5/2} + \frac{24}{5} A_{d3/2}^{f5/2} \\
 &\quad + \frac{8}{3} A_{d3/2}^{f7/2} + \frac{16}{5} A_{d5/2}^{f5/2} + 8 A_{d5/2}^{f7/2}
 \end{aligned}$$

\*) Es ist zu beachten, dass HEUSINKVELD und FREIER<sup>4)</sup> sowie LEPORE<sup>18)</sup> die Normale der Streuebene antiparallel zu unserer Richtung  $\vec{n}$  definieren, dies hat einen Wechsel des Polarisationsvorzeichens für die Proton-Helium-Streuung zur Folge.

$$B_4 = 8 \Delta_{p1/2}^{f7/2} + \frac{72}{7} \Delta_{p3/2}^{f5/2} + \frac{40}{7} \Delta_{p3/2}^{f7/2} + \frac{72}{7} \Delta_{d3/2}^{d5/2} + \frac{18}{7} \Delta_{d5/2}^{d5/2} + \frac{18}{7} \Delta_{f5/2}^{f5/2} \\ + \frac{360}{77} \Delta_{f5/2}^{f7/2} + \frac{324}{77} \Delta_{f7/2}^{f7/2}$$

$$B_5 = \frac{40}{3} \Delta_{d3/2}^{f7/2} + \frac{100}{7} \Delta_{d5/2}^{f5/2} + \frac{40}{7} \Delta_{d5/2}^{f7/2}$$

$$B_6 = \frac{200}{11} \Delta_{f5/2}^{f7/2} + \frac{100}{33} \Delta_{f7/2}^{f7/2}.$$

## ANHANG 2.

$$\Delta_{l_1 J_1}^{l_2 J_2} = \sin \delta_{l_1 J_1} \cdot \sin \delta_{l_2 J_2} \cdot \sin (\delta_{l_1 J_1} - \delta_{l_2 J_2})$$

$$C_1 = -2 \Delta_{s1/2}^{p1/2} + 2 \Delta_{s1/2}^{p3/2} - 2 \Delta_{p1/2}^{d3/2} - \frac{8}{5} \Delta_{p3/2}^{d3/2} + \frac{18}{5} \Delta_{p3/2}^{d5/2} - \frac{18}{5} \Delta_{d3/2}^{f5/2} \\ - \frac{54}{35} \Delta_{d5/2}^{f5/2} + \frac{36}{7} \Delta_{d5/2}^{f7/2}$$

$$C_2 = -2 \Delta_{s1/2}^{d3/2} + 2 \Delta_{s1/2}^{d5/2} + 2 \Delta_{p1/2}^{p3/2} - 2 \Delta_{p1/2}^{f5/2} - \frac{10}{7} \Delta_{p3/2}^{f5/2} + \frac{24}{7} \Delta_{p3/2}^{f7/2} \\ + \frac{10}{7} \Delta_{d3/2}^{d5/2} + \frac{4}{3} \Delta_{f5/2}^{f7/2}$$

$$C_3 = -2 \Delta_{s1/2}^{f5/2} + 2 \Delta_{s1/2}^{f7/2} + 2 \Delta_{p1/2}^{d5/2} - \frac{12}{5} \Delta_{p3/2}^{d3/2} + \frac{2}{5} \Delta_{p3/2}^{d5/2} - \frac{2}{5} \Delta_{d3/2}^{f5/2} \\ + \frac{4}{3} \Delta_{d3/2}^{f7/2} - \frac{8}{5} \Delta_{d5/2}^{f5/2} + \frac{2}{3} \Delta_{d5/2}^{f7/2}$$

$$C_4 = 2 \Delta_{p1/2}^{f7/2} - \frac{18}{7} \Delta_{p3/2}^{f5/2} + \frac{4}{7} \Delta_{p3/2}^{f7/2} + \frac{18}{7} \Delta_{d3/2}^{d5/2} + \frac{18}{11} \Delta_{f5/2}^{f7/2}$$

$$C_5 = \frac{8}{3} \Delta_{d3/2}^{f7/2} - \frac{20}{7} \Delta_{d5/2}^{f5/2} + \frac{4}{21} \Delta_{d5/2}^{f7/2}$$

$$C_6 = \frac{100}{33} \Delta_{f5/2}^{f7/2}.$$

## Literaturverzeichnis.

- <sup>1)</sup> R. J. BLIN-STOYLE, Proc. Phys. Soc. **64A**, 700 (1951) und **65A**, 949 (1952).
- <sup>2)</sup> W. SIMON und T. A. WELTON, Phys. Rev. **90**, 1036 (1953) und **92**, 1050 (1953).
- <sup>3)</sup> J. SCHWINGER, Phys. Rev. **69**, 681 (1946).
- <sup>4)</sup> M. HEUSINKVELD und G. FREIER, Phys. Rev. **85**, 80 (1952).
- <sup>5)</sup> L. WOLFENSTEIN, Phys. Rev. **75**, 342 (1949).
- <sup>6)</sup> E. J. KONOPINSKI und E. TELLER, Phys. Rev. **73**, 822 (1948).
- <sup>7)</sup> G. T. HUNTER und H. T. RICHARDS, Phys. Rev. **76**, 1445 (1949).

- 8) F. M. BEIDUK, J. R. PRUETT und E. J. KONOPINSKI, Phys. Rev. **77**, 622 (1950) und **77**, 628 (1950).
- 9) M. CINI, Nuovo Cim. **8**, 1007 (1951).
- 10) G. R. BISHOP, G. PRESTON, J. M. WESTHEAD und H. H. HALBAN, Nature **170**, 113 (1952).
- 11) H. J. LONGLEY, R. N. LITTLE und J. M. SLYE, Phys. Rev. **86**, 419 (1952).
- 12) R. RICAMO, Nuovo Cim. **10**, 1607 (1953).
- 13) E. BAUMGARTNER und P. HUBER, Helv. Phys. Acta **26**, 545 (1953).
- 14) M. VERDE, Nuovo Cim. **9**, 376 (1952).
- 15) F. BLOCH, Phys. Rev. **58**, 829 (1940).
- 16) J. M. BLATT und L. C. BIEDENHARN, Rev. Mod. Phys. **24**, 258 (1952).
- 17) L. C. BIEDENHARN, Revised Z-Tables of the Racah Coefficients ORNL - 1501 Oak Ridge 1953.
- 18) J. V. LEPORE, Phys. Rev. **79**, 137 (1950).
- 19) R. MEIER und R. RICAMO, Helv. Phys. Acta **26**, 430 (1953).
- 20) R. RICAMO und W. ZÜNTI, Helv. Phys. Acta **24**, 419 (1951).
- 21) M. WALT und H. H. BARSCHALL, Phys. Rev. **93**, 1062 (1954).
- 22) J. BLOK und C. C. JONKER, Physica **18**, 804 (1952).
- 23) A. E. REMUND und R. RICAMO, Helv. Phys. Acta **25**, 447 (1952).
- 24) M. E. ROSE, Phys. Rev. **91**, 610 (1953).
- 25) P. H. STELSON and W. M. PRESTON, Phys. Rev. **88**, 1354 (1952).
- 26) C. K. BOCKELMAN, D. W. MILLER, R. K. ADAIR und H. H. BARSCHALL, Phys. Rev. **84**, 69 (1951).
- 27) E. P. WIGNER, Phys. Rev. **70**, 606 (1946).
- 28) D. W. MILLER, Phys. Rev. **78**, 806 (1950).
- 29) R. G. THOMAS, Phys. Rev. **88**, 1109 (1952).
- 30) H. B. WILLARD, J. K. BAIR und J. D. KINGTON, Phys. Rev. **94**, 786 (1954).
- 31) H. B. WILLARD, J. K. BAIR und J. D. KINGTON, Phys. Rev. **95**, 1359 (1954).
- 32) M. FIERZ, Helv. Phys. Acta **25**, 629 (1952).
- 33) P. HUBER, E. BALDINGER und R. BUDDE, Helv. Phys. Acta **25**, 444 (1952).