

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta

**Band:** 27 (1954)

**Heft:** IV

**Artikel:** Comparaison directe de l'effet Hall et de l'effet Corbino

**Autor:** Poppelbaum, W.J.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-112520>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Comparaison directe de l'effet Hall et de l'effet Corbino

par W. J. Poppelbaum (Lausanne).

(27. V. 1954)

*Summary.* A new method of measuring the HALL effect, derived from that of CORBINO, is described: a cylindrical sample is immersed in a radial magnetic field, which produces a transverse current when an alternating voltage is applied between the ends of the cylinder. This transverse current gives rise to an induced voltage in a coaxial coil. Certain design characteristics of the electromagnet make possible induced voltages as high as one volt for an axial current of 100 A and a field of 0,3 Vs/m<sup>2</sup>.

The fact that a cylinder is a plate which is closed on itself also permits measuring the HALL effect by a method derived from that of HALL himself: transverse currents are induced by the coaxial coil, their intensity being determined by calorimetric methods; these induced currents produce an axial HALL voltage.

Thus for the first time the CORBINO effect (transverse component of current with fixed direction of electric field) and the HALL effect (transverse voltage with fixed direction of current) can be measured on the same sample. This gives two independent means of determining the HALL constant  $R$ . When errors due to inhomogenous magnetic fields, position of probes and thermal effects are taken account of, the coincidence of the two values of  $R$  is better than 5%.

In a theoretical introduction we establish MEIXNER's linear relations between electric and thermal fields and currents for nearly stationary states.

N.B. Ce mémoire est le résumé d'une thèse de doctorat présentée à l'Université de Lausanne en juillet 1953. Quelques-unes des idées théoriques ont été exposées dans un article précédent<sup>1)</sup>.

Un mémoire détaillé est déposé à la Bibliothèque Cantonale et Universitaire de Lausanne.

### INTRODUCTION.

Dans la matière polycristalline électriquement isotrope, les directions des vecteurs densité de courant  $\vec{j}$  et champ électrique  $\vec{E}$  coïncident. L'application d'un champ magnétique d'induction  $\vec{B}$  perpendiculaire à  $\vec{E}$  produit une anisotropie magnétogalvanique se traduisant par un angle  $\varphi$  ( $\vec{B}$ ) entre  $\vec{j}$  et  $\vec{E}$ ,  $\vec{j}$  restant toutefois perpendiculaire à  $\vec{B}$ . Cette anisotropie peut être mise en évidence soit par l'effet HALL, soit par l'effet CORBINO<sup>2)3)</sup>.

Dans la mesure de l'effet HALL, on impose la direction de  $\vec{j}$  et on mesure la composante «transversale» de  $\vec{E}$ ; les mesures se font généralement sur une plaque à bords parallèles à  $\vec{j}$ . Dans la mesure

de l'effet CORBINO, on impose la direction de  $\vec{E}$  et on mesure la composante «transversale» de  $\vec{j}$ ; les mesures se font généralement sur un disque,  $\vec{E}$  étant radial. Il est évident que dans cette dernière méthode, il faut déterminer le courant transversal par voie d'induction en travaillant en régime variable. Une comparaison exacte des deux méthodes était impossible jusqu'ici puisque l'on travaillait avec des échantillons différents et que les conditions expérimentales étaient mal définies<sup>4)5)6)7)8)</sup>.

*Vue en coupe de l'aimant et du cylindre de Bi.*

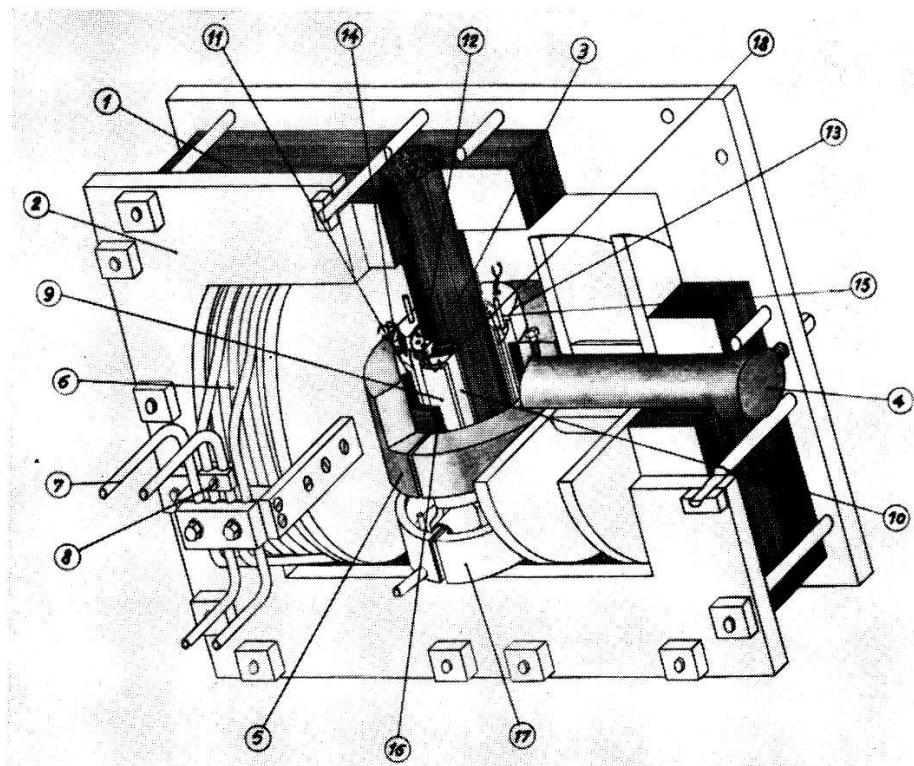


Fig. 1.

- |                           |                         |                           |
|---------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1 Cadre en tôle dynamo.   | 8 Pont électrique.      | 14 Thermocouple.          |
| 2 Cadre de serrage.       | 9 Cylindre en Bi.       | 15 Tube d'amenée d'eau.   |
| 3 Noyau polaire.          | 10 Support du cylindre. | 16 Bobine d'absorption.   |
| 4 Noyau des bobines.      | 11 Corps de la bobine   | 17 Collecteur de gouttes. |
| 5 Anneau polaire fendu.   | d'absorption.           | 18 Conducteur du courant  |
| 6 Bobine de champ.        | 12 Anneau de centrage.  | axial et sonde Hall.      |
| 7 Conducteurs tubulaires. | 13 Anneau de fermeture. |                           |

Notre nouvelle méthode fait usage d'un cylindre placé dans un champ magnétique radial. Pour les mesures HALL on induit dans ce cylindre des courants transversaux ( $\vec{j}$  fixe en direction!), leur intensité étant déterminée par voie calorimétrique. La tension de HALL axiale qui apparaît donne directement une première valeur  $\rho_{HH} = R_H B$  de la résistivité de HALL,  $R_H$  désignant la constante de HALL évaluée par la méthode de HALL.

Ensuite on utilise le *même cylindre* pour examiner l'effet CORBINO : pour cela on observe la composante transversale  $j_2$  de la densité de courant — produite en appliquant une tension alternative entre les bords du cylindre — par voie d'induction. La composante axiale  $j_1$  étant connue par mesure directe, on obtient  $\operatorname{tg} \varphi_C = j_2/j_1$  puisque la symétrie du dispositif garantit un  $\vec{E}$  axial. Or une série de mesures à part fournit la résistivité dans un champ magnétique perpendiculaire  $\varrho_{\perp C}$  (indice  $C$ : conditions CORBINO) et on peut ainsi calculer  $\varrho_{HC} = R_C B$  par la relation  $\varrho_{HC} = \varrho_{\perp C} \operatorname{tg} \varphi_C$ .

La concordance (à moins de 5 %) des valeurs expérimentales trouvées pour  $\varrho_{HH}$  et  $\varrho_{HC}$  autorise l'utilisation de la méthode dérivée de celle de CORBINO et suggérée par PERRIER<sup>9</sup>).

Cette méthode est d'une très grande sensibilité, celle-ci pouvant encore être augmentée si l'aimant est employé comme transformateur à noyau de fer comme c'était le cas dans notre montage. Remarquons enfin que l'utilisation du courant alternatif<sup>10) 11) 12) 13) 14)</sup> demande l'extension des relations de MEIXNER<sup>15)</sup> aux régimes lentement variables.

## I. BASES THÉORIQUE.

### 1. Les relations de Meixner dans les états quasi-stationnaires.

Soit une région de l'espace (phase) contenant  $q$  ions, à savoir  $N^\alpha$  de l'espèce  $\alpha$  portant une charge  $e^\alpha$ , et caractérisée par l'énergie interne  $U$ , la température  $T$ , l'entropie  $S$ , la pression  $P$ , le volume  $V$  et le potentiel électrostatique intérieur  $\varphi$ . Alors l'enthalpie libre  $Z$  est donnée par  $Z = U - TS + PV$  et on définit le potentiel électrochimique  $A^\alpha$  et le potentiel purement chimique  $\xi^\alpha$  des ions  $\alpha$  par

$$A^\alpha = \left( \frac{\partial Z}{\partial N^\alpha} \right)_{TPN^\beta} \beta + \alpha \quad (1.1)$$

$$\xi^\alpha = A^\alpha - e^\alpha \varphi \quad (1.2)$$

Comme l'a montré CALLEN<sup>16)</sup> un milieu dans lequel  $TPZ\varphi A$  et  $\xi$  varient d'un point à l'autre, peut être considéré comme ensemble de systèmes isothermes presque en équilibre. Soumettons ce milieu à un champ électrique lentement variable

$$\vec{E} = \vec{E}^i - \operatorname{grad} \varphi \quad (1.3)$$

$$\text{avec } \vec{E}^i = -\dot{\vec{A}} \text{ où } \vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{j} d\tau}{r} \quad (1.4)$$

est le potentiel vecteur et  $\varphi$  le potentiel de l'équation (1.2). Désignons

par  $\vec{u}$  la densité du courant d'énergie, par  $\vec{n}^\alpha$  la densité du courant particulaire des ions  $\alpha$ , par  $\vec{s}$  la densité du courant d'entropie, par  $\vec{w}^*$  la densité de courant de chaleur (de CALLEN) et par  $\vec{p}$  le vecteur de POYNTING; soit  $\vec{j}^\alpha = e^\alpha \vec{n}^\alpha$  et  $\vec{j} = \sum \vec{j}^\alpha$ . Caractérisons la quasi-stationnarité par  $\operatorname{div} \vec{u} = 0$ ,  $\operatorname{div} \vec{n}^\alpha = 0$ ,  $\operatorname{div} \vec{p} = -\vec{E} \cdot \vec{j}$ : on néglige donc dans cette dernière équation  $\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B}$ .

La production interne d'entropie par unité de volume et par unité de temps,  $\dot{\zeta}$ , est alors donnée par

$$\dot{\zeta} = \operatorname{div} \vec{s} \quad (1.5)$$

$$\text{avec } \vec{s} = \vec{w}^*/T. \quad (1.6)$$

Or le premier principe donne (relation de GIBBS)

$$\vec{w}^* = \vec{u} - \sum \vec{n}^\alpha \xi^\alpha - \vec{p} \quad (1.7)$$

c'est-à-dire

$$\dot{\zeta} = \vec{w}^* \operatorname{grad} \left( \frac{1}{T} \right) + \frac{1}{T} \sum \vec{j}^\alpha \cdot \vec{E}^\alpha \quad (1.8)$$

où

$$\vec{E}^\alpha = \vec{E} - \operatorname{grad} \left( \frac{\xi^\alpha}{e^\alpha} \right) = \vec{E}^i - \operatorname{grad} \left( \frac{A^\alpha}{e^\alpha} \right). \quad (1.9)$$

En choisissant les composantes de  $\vec{w}^*$  et de  $\vec{E}^\alpha/T$  comme «flux» et celles de  $\operatorname{grad} (1/T)$  ( $= \vec{G}/T^2$  où  $\vec{G} = -\operatorname{grad} T$ ) et de  $\vec{j}^\alpha$  comme «forces» au sens d'ONSAGER et CASIMIR<sup>17)</sup><sup>18)</sup><sup>19)</sup><sup>20)</sup>, les relations linéaires qui doivent exister entre les flux et les forces peuvent s'écrire

$$\left. \begin{aligned} E_l^\alpha &= T \sum_{\beta k} M_{lk}^{\alpha\beta} j_k^\beta + \frac{1}{T} \sum_k M_{lk}^{\alpha, q+1} G_k \\ w_l^\alpha &= \sum_{\beta k} M_{lk}^{q+1, \beta} j_k^\beta + \sum_k M_{lk}^{q+1, q+1} G_k \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

$\alpha, \beta = 1 \dots q$   
 $l, k = 1 \dots 3$

où

$$\left. \begin{aligned} T M_{lk}^{\alpha\beta} &= \varrho_{lk}^{\alpha\beta} = \text{tenseurs de la résistivité isotherme,} \\ \frac{1}{T} M_{lk}^{\alpha, q+1} &= \varepsilon_{lk}^\alpha = \text{tenseurs du pouvoir thermo-} \\ &\quad \text{électrique intrinseque,} \\ M_{lk}^{q+1, \beta} &= -\pi_{lk}^\beta = \text{tenseurs de l'effet Peltier,} \\ \frac{1}{T^2} M_{lk}^{q+1, q+1} &= -\lambda_{lk} = \text{tenseur de la conductibilité} \\ &\quad \text{calorifique.} \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

## 2. Cas d'électrons dans un milieu à deux dimensions soumis à un champ magnétique perpendiculaire.

S'il n'y a qu'une espèce de porteurs de charge,  $\alpha = \beta = 1$ , l'absence d'une troisième dimension s'exprimant par  $l, k = 1, 2$  dans (1.10). En désignant par  $L_{lk}$  le coefficient reliant le  $l^{\text{ième}}$  flux à la  $k^{\text{ième}}$  force, on a l'égalité suivante :

$$\begin{pmatrix} M_{11}^{11} & M_{12}^{11} & M_{11}^{12} & M_{12}^{12} \\ M_{21}^{11} & M_{22}^{11} & M_{21}^{12} & M_{22}^{12} \\ M_{11}^{21} & M_{12}^{21} & M_{11}^{22} & M_{12}^{22} \\ M_{21}^{21} & M_{22}^{21} & M_{21}^{22} & M_{22}^{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Remarquons que les  $L_{lk}$  sont entre autres des fonctions de l'induction magnétique  $\vec{B}$ . Supposons la matière isotrope en absence du champ magnétique : lors de l'établissement de  $\vec{B}$  perpendiculaire au milieu, la matière acquiert une anisotropie qui doit avoir la symétrie de rotation du vecteur axial  $\vec{B}$  : les  $L_{lk}$  doivent être les mêmes par rapport à tous les systèmes d'axes obtenus par rotation d'un système fixe autour de  $\vec{B}$ . Ceci donne huit relations réduisant le nombre des  $L_{lk}$  indépendants à huit :

$$\begin{aligned} L_{12} &= -L_{21} & L_{11} &= L_{22} \\ L_{14} &= -L_{23} & L_{13} &= L_{24} \\ L_{32} &= -L_{41} & L_{31} &= L_{42} \\ L_{34} &= -L_{43} & L_{33} &= L_{44} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (2.2)$$

Pour étudier la parité des  $L_{lk}$ , on peut remplacer la comparaison des cas  $\vec{B}$  et  $-\vec{B}$  par rapport à un système fixe de vecteurs unité  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  par la comparaison à un second système avec  $\vec{i}^1 = \vec{i}, \vec{j}^1 = -\vec{j}, \vec{k}^1 = -\vec{k}$ ,  $\vec{B}$  étant rétourné avec les axes primés. L'application de  $-\vec{B}$  revient alors à changer le signe des projections sur les axes 2 et 3 et on voit que

$$\left. \begin{array}{l} L_{11} L_{13} L_{31} L_{33} \text{ sont pairs} \\ L_{12} L_{14} L_{32} L_{34} \text{ sont impairs.} \end{array} \right\} \quad (2.3)$$

(2.2) réduisant les seize coefficients de (2.1) à ceux de la première et de la troisième ligne, les seules relations d'ONSAGER qui peuvent nous apprendre quelque chose de plus, sont celles régnant entre ces lignes :

$$\left. \begin{array}{l} L_{13}(\vec{B}) = -L_{31}(-\vec{B}) = -L_{31}(\vec{B}) \\ L_{14}(\vec{B}) = -L_{41}(-\vec{B}) = L_{32}(-\vec{B}) = -L_{32}(\vec{B}) \end{array} \right\} \quad (2.4)$$

le signe moins dans la relation  $L_{lk}(\vec{B}) = -L_{lk}(-\vec{B})$  provenant du fait que  $L_{13}$ ,  $L_{31}$ ,  $L_{14}$  et  $L_{41}$  sont des coefficients pairs (dans l'espace de phase) dans le sens de DE GROOT<sup>19</sup>), c'est-à-dire ils relient des grandeurs ( $\vec{E}^*$  et  $\vec{G}$  ou  $\vec{w}^*$  et  $\vec{j}$ ) ayant la même parité respectivement aux moments conjugués  $p$  des coordonnées  $q$ .

Ecrivons maintenant les équations (1.10) avec  $l, k = 1, 2$  et  $\alpha = \beta = 1$  en utilisant (1.11) et en posant

$$\left. \begin{array}{ll} \varrho_{11}^{11} = \varrho_{\perp} & \varrho_{12}^{11} = -\varrho_H \\ \varepsilon_{11}^1 = \varepsilon_{\perp} & \varepsilon_{12}^1 = -\varepsilon_H \\ \pi_{11}^1 = \pi_{\perp} & \pi_{12}^1 = -\pi_H \\ \lambda_{11} = \lambda_{\perp} & \lambda_{12} = -\lambda_H \end{array} \right\} \quad (2.5)$$

Alors il vient d'après (2.2) — en laissant tomber les indices supérieurs de  $\vec{E}^*$  et  $\vec{j}$  —

$$E_1^* = \varrho_{\perp} j_1 - \varrho_H j_2 + \varepsilon_{\perp} G_1 - \varepsilon_H G_2 \quad (2.6)$$

$$E_2^* = \varrho_H j_1 + \varrho_{\perp} j_2 + \varepsilon_H G_1 + \varepsilon_{\perp} G_2 \quad (2.7)$$

$$w_1^* = -\pi_{\perp} j_1 + \pi_H j_2 + \lambda_{\perp} G_1 - \lambda_H G_2 \quad (2.8)$$

$$w_2^* = -\pi_H j_1 - \pi_{\perp} j_2 + \lambda_H G_1 + \lambda_{\perp} G_2, \quad (2.9)$$

les relations (2.4) donnant

$$T \varepsilon_{\perp} = \pi_{\perp} \quad T \varepsilon_H = \pi_H. \quad (2.10)$$

### 3. Notation abrégée pour deux et trois dimensions.

Introduisons les grandeurs complexes (en caractères gras)

$$\left. \begin{array}{ll} \mathbf{E}^* = E_1^* + i E_2^* & \mathbf{w}^* = w_1^* + i w_2^* \\ \mathbf{j} = j_1 + i j_2 & \mathbf{G} = G_1 + i G_2 \\ \mathbf{\varrho} = \varrho_{\perp} + i \varrho_H & \mathbf{\varepsilon} = \varepsilon_{\perp} + i \varepsilon_H \\ \mathbf{\pi} = \pi_{\perp} + i \pi_H & \mathbf{\lambda} = \lambda_{\perp} + i \lambda_H \end{array} \right\} \quad (3.1)$$

Alors les équations (2.6) ... (2.9), (2.10) et les équations de parité (2.3) peuvent s'écrire

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{\varrho} \mathbf{j} + \mathbf{\varepsilon} \mathbf{G} \quad \mathbf{w}^* = -\mathbf{\pi} \mathbf{j} + \mathbf{\lambda} \mathbf{G} \quad (3.2)$$

$$T \mathbf{\varepsilon} = \mathbf{\pi} \quad (3.3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{\varrho}(-\vec{B}) = \bar{\mathbf{\varrho}}(\vec{B}) \\ \mathbf{\varepsilon}(-\vec{B}) = \bar{\mathbf{\varepsilon}}(\vec{B}) \\ \mathbf{\pi}(-\vec{B}) = \bar{\mathbf{\pi}}(\vec{B}) \\ \mathbf{\lambda}(-\vec{B}) = \bar{\mathbf{\lambda}}(\vec{B}) \end{array} \right\} \quad (3.4)$$

la barre supérieure désignant les quantités complexes conjuguées. Cette forme complexe des relations de MEIXNER s'avère surtout avantageuse quand il s'agit de résoudre les équations (2.6) ... (2.9) par rapport à d'autres variables. Ainsi par exemple on peut écrire

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}^* + \alpha \mathbf{G} \\ \mathbf{w}^* = \beta \mathbf{E}^* + \sigma \mathbf{G} \end{array} \right\} \quad (3.5)$$

avec  $\gamma = 1/\varrho$  etc.

La conductibilité (complexe) «isotherme»  $\gamma$  peut se décomposer en conductibilité dans un champ perpendiculaire  $\gamma_{\perp}$  et en conductibilité de HALL  $\gamma_H$  (introduite par PERRIER<sup>21</sup>):

$$\gamma_{\perp} = \frac{\varrho_{\perp}}{\varrho_{\perp}^2 + \varrho_H^2} \quad \gamma_H = \frac{-\varrho_H}{\varrho_{\perp}^2 + \varrho_H^2}. \quad (3.6)$$

Quand on examine un milieu dans lequel la 3<sup>e</sup> dimension devient importante, par exemple une plaque dans un champ  $\vec{B}$  qui ne lui est pas perpendiculaire, il convient d'ajouter à (2.6) ... (2.9) les deux équations

$$\left. \begin{array}{l} E_3^* = \varrho_{\parallel} j_3 + \varepsilon_{\parallel} G_3 \\ w_3^* = -\pi_{\parallel} j_3 + \lambda_{\parallel} G_3 \end{array} \right\}, \quad (3.7)$$

cette forme étant imposée à cause de la symétrie quand on choisit la direction de  $\vec{B}$  comme direction de l'axe 3. L'indice // rappelle le parallélisme à  $\vec{B}$ .

Le cas  $\vec{G} = 0$  (conditions isothermes) donne des équations simplifiées pour  $\vec{E}^*$  et  $\vec{w}^*$ : en désignant par  $\vec{\alpha}$  le vecteur unité dans la direction de  $\vec{B}$ , on a

$$\vec{E}^* = \varrho_{\perp} \vec{j} + (\varrho_{\parallel} - \varrho_{\perp}) \vec{\alpha} (\vec{\alpha} \cdot \vec{j}) + \varrho_H \vec{\alpha} \times \vec{j}. \quad (3.8)$$

#### 4. Nomenclature des effets transversaux dans un champ magnétique,

Comme l'a montré JAN<sup>22</sup>) une légère modification des définitions historiques dues à CAMPBELL<sup>3</sup>) permet de donner aux effets transversaux — apparition de composantes de  $\vec{E}^*$  et  $\vec{w}^*$  ⊥ à  $\vec{j}$  et  $\vec{G}$  quand  $\vec{B} \neq 0$  — une définition particulièrement simple. L'apparition de ces effets est due au fait que  $\varrho_H$ ,  $\varepsilon_H$ ,  $\pi_H$  et  $\lambda_H$  (qui sont nulles pour  $\vec{B} = 0$  à cause des équations (3.4)) diffèrent de zéro dans un champ magnétique. Nous prendrons les définitions suivantes:

Effet Hall, isotherme suivant  $x_1$  et  $x_2$ .

Si  $j_2 = 0$ , un courant électrique suivant  $x_1$  crée un champ électrique transversal donné par (2.7) :

$$E_2^* = \varrho_H j_1. \quad (4.1)$$

Dans ces conditions la constante de Hall  $R$  est définie par

$$\varrho_H = RB. \quad (4.2)$$

Effet Ettingshausen, isotherme suivant  $x_1$  adiabatique suiv.  $x_2$  ( $w_2^* = 0$ ).

Si  $j_2 = 0$ , un courant électrique suivant  $x_1$  crée un gradient thermique transversal donné par (2.9) :

$$G_2 = \frac{\pi_H}{\lambda_{\perp}} j_1. \quad (4.3)$$

Dans ces conditions la constante d'Ettingshausen  $P$  est définie par

$$\frac{\pi_H}{\lambda_{\perp}} = PB. \quad (4.4)$$

Effet Nernst, isoélectrique suivant  $x_1$  et  $x_2$ .

Si  $G_2 = 0$ , un gradient thermique suivant  $x_1$  crée un champ électrique transversal donné par (2.7) :

$$E_2^* = \varepsilon_H G_1. \quad (4.5)$$

Dans ces conditions la constante de Nernst  $Q$  est définie par

$$\varepsilon_H = QB. \quad (4.6)$$

Effet Righi-Leduc, isoélectrique suivant  $x_1$  et  $x_2$ .

Si  $w_2^* = 0$ , un gradient thermique suivant  $x_1$  crée un gradient thermique transversal donné par (2.9) :

$$G_2 = -\frac{\lambda_H}{\lambda_{\perp}} G_1. \quad (4.7)$$

Dans ces conditions la constante de Righi-Leduc  $S$  est définie par

$$-\frac{\lambda_H}{\lambda_{\perp}} = SB. \quad (4.8)$$

*Remarque :* Le terme isoélectrique désigne le fait que  $\vec{E}^* = 0$  en analogie avec le terme isotherme ( $\rightarrow \vec{G} = 0$ ). Nous définissons les signes de  $\varrho_H$ ,  $\pi_H$ ,  $\varepsilon_H$  et  $\lambda_H$  ainsi que de  $R$ ,  $P$ ,  $Q$  et  $S$  par les formules ci-dessus,  $\vec{B}$  déterminant avec  $x_1$  et  $x_2$  un système à droite.

### 5. Théorie électronique simplifiée de l'effet Hall isotherme.

Dans un milieu isotherme à pression constante, le potentiel purement chimique  $\xi$  des électrons est constant<sup>1)</sup><sup>23)</sup>. D'après (1.9) on voit alors que  $\vec{E}^* = \vec{E}$ : le champ des relations linéaires coïncide avec le champ de MAXWELL.

Suivant que les électrons occupent une bande d'énergie (zone de Brillouin) presque vide ou presque remplie, les porteurs de charge se comportent comme des charges négatives («électrons» dans la suite, bandes  $s$  et  $p$ ) ou des charges positives («trous» dans la suite, bande  $d$ )<sup>24)</sup><sup>25)</sup>. La théorie peut se faire comme si l'on avait deux sortes de porteurs *indépendants et libres*<sup>26)</sup>, à savoir par unité de volume  $z^1$  électrons de charge  $e^1 = -e$  et  $z^2$  trous de charge  $e^2 = +e$ , les vitesses moyennes étant  $\vec{v}^1$  et  $\vec{v}^2$  respectivement. La densité de courant est alors donnée par

$$\vec{j} = e^1 z^1 \vec{v}^1 + e^2 z^2 \vec{v}^2. \quad (5.1)$$

Les porteurs subissent des forces de LAPLACE-LORENTZ

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}^1 &= e^1 (\vec{E} + \vec{v}^1 \times \vec{B}) \\ \vec{F}^2 &= e^2 (\vec{E} + \vec{v}^2 \times \vec{B}) \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

On suppose alors que la diffraction des ondes électroniques sur le réseau peut s'exprimer par  $\vec{v}^1 = k^1 \vec{F}^1$ ,  $\vec{v}^2 = k^2 \vec{F}^2$ . Le cas  $\vec{B} = 0$  montre que  $k^1 e^1$  et  $k^2 e^2$  sont en première approximation les mobilités  $\mu^1$  et  $\mu^2$  (purement électriques) des électrons et des trous. Pour des champs  $\vec{B}$  tels que  $|\vec{v} \times \vec{B}| \ll |\vec{E}|$ , on peut remplacer les vitesses dans (5.2) par les expressions approchées  $\mu^1 \vec{E}$  et  $\mu^2 \vec{E}$ , ce qui donne en vertu de (5.1)

$$\vec{j} = (z^1 e^1 \mu^1 + z^2 e^2 \mu^2) \vec{E} + [z^1 e^1 (\mu^1)^2 + z^2 e^2 (\mu^2)^2] \vec{E} \times \vec{B} \quad (5.3)$$

Dans un milieu où  $\vec{B} \perp \vec{E}$ , la tangente de l'angle d'anisotropie  $\varphi$  entre  $\vec{E}$  et  $\vec{j}$  est donc donnée par

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{z^1 e^1 (\mu^1)^2 + z^2 e^2 (\mu^2)^2}{z^1 e^1 \mu^1 + z^2 e^2 \mu^2} B. \quad (5.4)$$

On appelle constante de CORBINO  $C$  la quantité  $\operatorname{tg} \varphi / B$ : elle a la dimension d'une mobilité que l'on nomme aussi mobilité de HALL. D'après la définition des conductibilités des bandes  $\gamma_{\perp}^1 = e^1 z^1 \mu^1$ ,  $\gamma_{\perp}^2 = e^2 z^2 \mu^2$ . Or  $\operatorname{tg} \varphi = \varrho_H / \varrho_{\perp}$  (voir § 8),  $\varrho_H = RB$  et  $\varrho_{\perp} \cong 1/\gamma_{\perp}$  d'après (3.6), donc (5.4) devient

$$R = \frac{(\gamma_{\perp}^2)^2 - (\gamma_{\perp}^1)^2}{z^2} \frac{z^1}{(\gamma_{\perp}^2 + \gamma_{\perp}^1)^2} \frac{1}{e}. \quad (5.5)$$

\*

Remarquons que dans une théorie plus exacte, il faut remplacer  $z^1$  et  $z^2$  par  $gz^1$  et  $gz^2$ ,  $g$  valant  $3\pi/8$  si la diffraction des ondes électroniques se fait par les phonons et  $315\pi/912$  si la diffraction est due aux impuretés<sup>27)</sup>.

### 6. Comportement des unicristaux et de la matière polycristalline.

Le comportement de la matière polycristalline peut se déduire de celui d'un unicristal quand on connaît la répartition spatiale des axes et les dimensions des cristallites. L'hypothèse de l'isotropie spatiale en moyenne devrait être justifiée dans chaque cas séparément: elle semblerait par exemple admissible lorsque la cristallisation est très brusque et la masse est vibrée lors de la coulée.

Prenons l'axe principal ternaire d'un unicristal de Bi comme axe  $x_3$ ,  $x_1$  étant un axe secondaire et  $x_2$  perpendiculaire aux deux précédents. Imposons des conditions isothermes, alors

$$E_i = E_i^* = \varrho_{ik} j_k. \quad (6.1)$$

Supposons avec KOHLER<sup>28)</sup> que l'on puisse écrire

$$\varrho_{ik} = \varrho_{ik}^0 + R_{ikl} B_l \quad (6.2)$$

où les  $\varrho_{ik}^0$  sont des constantes indépendantes de  $\vec{B}$ . Les relations d'ONSAGER  $\varrho_{ik}(\vec{B}) = \varrho_{ki}(-\vec{B})$  donnent  $\varrho_{ik}^0 = \varrho_{ki}^0$  et montrent que  $R_{ikl} = 0$  si  $k$  vaut  $i$ .

Dans la transformation d'axes  $x_i^1 = \alpha_{ik} x_k$  les  $R$  changent suivant

$$R^1 mnp = \alpha_{mi} \alpha_{nk} \alpha_{pl} R_{ikl}. \quad (6.3)$$

En exprimant que le second terme de (6.2) doit conserver sa forme lors des transformations de recouvrement (rotation de  $\pi$  autour de  $x_1$  et rotation de  $2\pi/3$  autour de  $x_3$ ) on trouve que dans notre système d'axes les seuls  $R_{ikl} \neq 0$  sont

$$\left. \begin{array}{l} R_{123} = -R_{213} = R_1 \\ R_{312} = -R_{321} = R_2 \\ R_{132} = -R_{231} = R_3 \end{array} \right\} \quad (6.4)$$

Ces mêmes conditions de symétrie appliquées au cas  $\vec{B} = 0$  donnent  $\varrho_{ik}^0 = 0$  pour  $i \neq k$ , tandis que les relations  $\varrho_{ik}(\vec{B}) = \varrho_{ki}(-\vec{B})$  montrent que  $R_2 = -R_3$ . En posant  $R_1 = R_{//}$  et  $R_2 = -R_3 = R_{\perp}$ , il vient ainsi.

$$\left. \begin{array}{l} E_1 = \varrho_{11}^0 j_1 + R_{//} B_3 j_2 - R_{\perp} B_2 j_3 \\ E_2 = R_{//} B_3 j_1 + \varrho_{22}^0 j_2 + R_{\perp} B_1 j_3 \\ E_3 = R_{\perp} B_2 j_1 - R_{\perp} B_1 j_2 + \varrho_{33}^0 j_3 \end{array} \right\} \quad (6.5)$$

Pour faire la moyenne des champs dans un assemblage de cristallites, on doit toujours introduire une hypothèse sur la direction de  $\vec{E}$  ou  $\vec{j}$ : nous supposons  $\vec{j}$  constant et  $\perp$  à  $\vec{B}$ . En prenant dans chaque cristallite des axes tels que  $x_1^1$  est // à  $\vec{j}$  et  $x_2^1$  // à  $\vec{B}$ , on trouve que l'accroissement de  $E_3^1$  quand on enclenche  $\vec{B}$  est

$$\Delta E_3^1 = R_{312}^1 j B = \alpha_{31} \alpha_{1k} \alpha_{21} R_{ikl} j B. \quad (6.6)$$

La résistivité de HALL moyenne (dans notre théorie linéaire) est donc donnée par

$$\frac{\varrho_H}{B} = \frac{R_{\perp}}{V} \int_V (\alpha_{11} \alpha_{22} \alpha_{33} - \alpha_{12} \alpha_{21} \alpha_{33} + \alpha_{13} \alpha_{21} \alpha_{32} - \alpha_{13} \alpha_{22} \alpha_{31}) dV + \frac{R_{\parallel}}{V} \int_V (\alpha_{12} \alpha_{23} \alpha_{31} - \alpha_{11} \alpha_{23} \alpha_{32}) dV \quad (6.7)$$

avec

$$\alpha_{ik} \alpha_{il} = \alpha_{ki} \alpha_{li} = \delta_{kl}.$$

## II. THÉORIE DE LA MESURE.

### 7. Les équations de Meixner dans le cas d'un cylindre isotherme. Mesures en courant alternatif.

Choisissons en un point du cylindre un axe axial  $x_1$  et un axe transversal  $x_2$ . Soit  $x_3 \perp$  à  $x_1$  et  $x_2$  (système à droite!) la direction de l'induction magnétique radiale  $\vec{B}$ . La symétrie du dispositif indique que

$$\text{grad}_2 \left( \frac{A}{e} \right) = 0 \quad (7.1)$$

c'est-à-dire en vertu de (1.9)

$$E_2^* = E_2^i. \quad (7.2)$$

De plus  $\vec{G} = 0$  simplifie les équations (2.6) et (2.7):

$$\left. \begin{array}{l} E_1^* = \varrho_{\perp} j_1 - \varrho_H j_2 \\ E_2^* = \varrho_H j_1 + \varrho_{\perp} j_2 \end{array} \right\} \quad (7.3)$$

Comme nous l'avons constaté au paragraphe 5, les conditions isothermes garantissant que  $\vec{E}^* = \vec{E}$ : dans tout ce qui suit les champs électriques se réduisent donc au champs de MAXWELL. Malgré cela nous laisserons les astérisques pour des questions de formalisme.

Nous laisserons tomber les équations (2.8) et (2.9) en remarquant qu'aux courants électriques peuvent se superposer en tout temps des courants de chaleur au sens de CALLEN<sup>16</sup>). La composante

transversale de ces courants échappe complètement à la mesure, tandis que  $w_1^*$  pourrait se mesurer par voie calorimétrique. Remarquons toutefois que la somme des chaleurs absorbées et libérées en haut et en bas du cylindre est nulle (voir paragraphe 12).

Les équations (7.3) restant valables en régime quasi-stationnaire (voir paragraphe 1), on a des champs qui sont en phase avec les courants si l'on travaille en courant alternatif: on peut poser

$$\left. \begin{aligned} j_k &= \tilde{j}_k \sqrt{2} \cos(wt + \psi) \\ E_1^* &= \tilde{E}_1^* \sqrt{2} \cos(wt + \psi) \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

où la barre ondulée supérieure désigne la valeur efficace et  $w$  la pulsation. En remplaçant dans (7.3), on obtient les relations linéaires directement pour les valeurs efficaces des champs et des densités de courant.

### 8. Mesures Hall et mesures Corbino.

Convenons d'appeler condition HALL la condition

$$j_1 = 0. \quad (8.1)$$

Ecrivons alors les équations (7.3) en ayant soin de munir  $\varrho_H$  et  $\varrho_{\perp}$  d'un indice  $H$  supplémentaire indiquant que ce sont les valeurs intervenant lors des mesures HALL:

$$\left. \begin{aligned} E_1^* &= -\varrho_{HH} j_2 \\ E_2^* &= \varrho_{\perp H} j_2 \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

Les mesures HALL (voir paragraphe 11) consistent à déterminer le champ  $\tilde{E}_1^*$  (valeur efficace!) qui produit un courant induit transversal de densité  $\tilde{j}_2$  (connue par des mesures calorimétriques, voir paragraphe 12). On trouve ainsi

$$\varrho_{HH}(\vec{B}) = -\frac{\tilde{E}_1^*}{\tilde{j}_2}. \quad (8.3)$$

Convenons d'appeler condition CORBINO la condition  $\vec{E}^i = 0$ , ce qui donne en vertu de (7.2)

$$E_2^* = 0. \quad (8.4)$$

Ecrivons alors les équations (7.3) en ayant soin de munir  $\varrho_H$  et  $\varrho_{\perp}$  d'un indice  $C$  supplémentaire indiquant que ce sont les valeurs intervenant lors des mesures CORBINO:

$$\left. \begin{aligned} E_1^* &= \varrho_{\perp C} j_1 - \varrho_{HC} j_2 \\ O &= \varrho_{HC} j_1 + \varrho_{\perp C} j_2 \end{aligned} \right\} \quad (8.5)$$

Les mesures CORBINO (voir paragraphe 10) consistent à déterminer l'angle d'anisotropie magnétogalvanique  $\varphi_C$  entre  $\vec{E}^*$  et  $\vec{j}$  donné par

$$\operatorname{tg} \varphi_C = - \frac{\tilde{j}_2}{\tilde{j}_1} = \frac{\varrho_{HC}}{\varrho_{\perp C}}. \quad (8.6)$$

Si l'on détermine  $\varrho_{\perp C}$  dans une série de mesures à part (voir paragraphe 9), on trouve ainsi

$$\varrho_{HC}(\vec{B}) = \varrho_{\perp C}(\vec{B}) \operatorname{tg} \varphi_C(\vec{B}). \quad (8.7)$$

Il est clair qu'en vertu des relations linéaires  $\varrho_H$  et  $\varrho_{\perp}$  — pour une induction  $\vec{B}$  donnée — sont identiques, qu'ils soient munis d'un indice  $C$  et  $H$  supplémentaire. Ce fait se traduira par la coïncidence des valeurs que donnent les expériences de CORBINO et de HALL respectivement pour  $\varrho_H$ :

$$\varrho_{HH}(\vec{B}) = \varrho_{HC}(\vec{B}); \quad (8.8)$$

c'est la vérification de cette relation qui a été le but de ce travail.

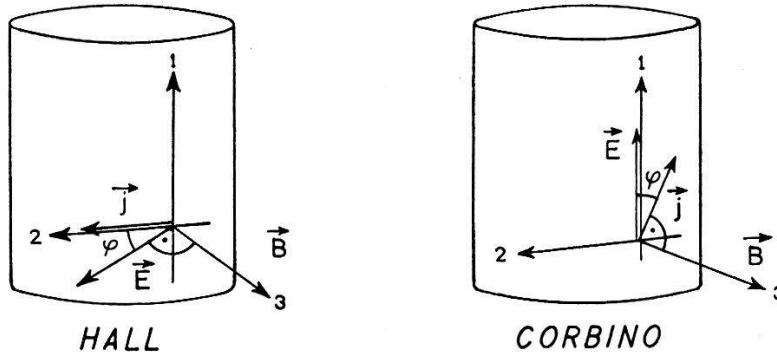


Fig. 2.

Toutefois cette vérification utilise une *hypothèse* essentielle: celle de *l'isotropie en moyenne* de la matière examinée. D'abord on en fait usage dans les calculs du paragraphe 2 et ensuite, et d'une manière plus cachée, dans la détermination calorimétrique du courant induit dans l'expérience de HALL qui demande la connaissance de  $\varrho_{\perp H}(\vec{B})$  (voir paragraphe 12). Or si  $\varrho_{\perp C}(\vec{B})$  peut être déterminée directement par les méthodes discutées au prochain paragraphe, il n'en est pas ainsi de  $\varrho_{\perp H}(\vec{B})$ . L'isotropie, suggérée expérimentalement par les essais du paragraphe 19, nous amène à poser

$$\varrho_{\perp H}(\vec{B}) = \varrho_{\perp C}(\vec{B}). \quad (8.9)$$

On voit qu'à champ nul  $\varrho_{\perp H}$  et  $\varrho_{\perp C}$  sont les résistivités de bâtonnets,

taillés l'un dans la direction de l'axe du cylindre et l'autre dans une direction perpendiculaire non radiale: l'isotropie garantit leur identité.

### 9. Mesure de la résistivité.

Pour trouver  $\rho_{\perp c} (\vec{B})$  utilisé dans (8.7), il faut mesurer la résistivité du cylindre placé dans un champ magnétique, et cela dans les conditions CORBINO  $E_2^* = 0$ .

Or les équations (8.5) et (8.6) donnent:

$$\tilde{E}_1^* = \rho_{\perp c} (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_c) \tilde{j}_1. \quad (9.1)$$

Dans nos mesures  $\operatorname{tg}^2 \varphi_c < 0,005$ , tandis que  $\rho_{\perp c}$  variait de 7%: nous avons donc posé

$$\rho_{\perp c} (\vec{B}) = \frac{\tilde{E}_1^*}{\tilde{j}_1}. \quad (9.2)$$

Pour des raisons de commodité nous avons effectué les mesures en courant continu à l'aide d'un potentiomètre, ceci après avoir vérifié que  $\tilde{E}_1^*/\tilde{j}_1 = E_1^*/j_1$ <sup>29)</sup>. En exprimant que la circulation de

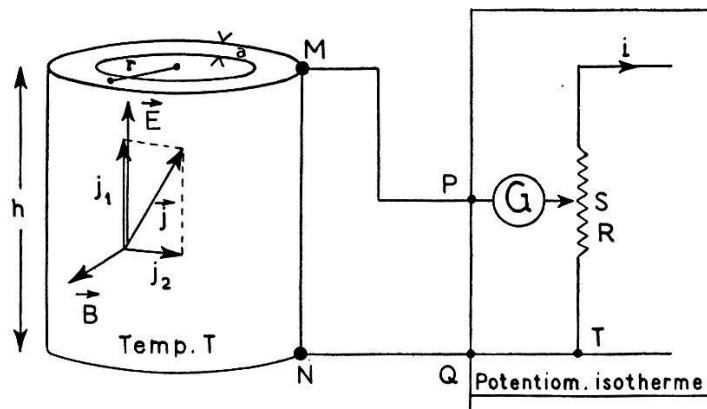


Fig. 3.  
au lieu de  $r$ , lire  $r_0$ .

$\vec{E}^*$  ( $= -\operatorname{grad} (A/e)$  et donnée en intégrant (1.10)) est nulle pour le circuit formé du cylindre, des deux sondes  $MP$  et  $NQ$  et du tronçon  $ST$  du potentiomètre, on prouve que la tension  $u = Ri$  lue au potentiomètre vaut  $\rho_{\perp c} (\vec{B}) h j_1$ ,  $h$  étant la hauteur du cylindre.

Le dernier calcul suppose qu'en absence de champ magnétique les lignes de courant suivent les génératrices du cylindre, même vers les extrémités. Notre dispositif expérimental ne remplissait pas ces conditions, car le courant était amené par 48 soudures réparties sur les circonférences supérieure et inférieure du cylindre. Mais il est clair que la tension  $u'$  entre deux points  $N'M'$  d'une génératrice distants de  $h'$  donne une valeur d'autant meilleure de

$\varrho_{\perp c}(0)$  ( $= u'/h'j_1$ ) que  $h'$  est plus petit: si nous désignons par  $\varrho_c^*(0)$  le quotient  $u/hj_1$  on aura:

$$\frac{u'}{h'j_1} = \varrho_{\perp c}^*(0) k. \quad (9.3)$$

L'expérience montre que  $k$  tend relativement vite vers une valeur limite  $\sim 0,98$  quand  $h'$  diminue: la variation de  $k$  devient inappréhensible pour  $h' \sim h/3$ .

Il est important de mesurer ce facteur géométrique  $k$ , car les mesures précises ne donnent que  $\varrho_{\perp c}^*(\vec{B})$ : le cylindre doit se trouver dans l'entrefer et doit être refroidi par une circulation d'eau; des points tels que  $N'M'$  sont alors inaccessibles. Remarquons qu'il n'est pas certain que  $k$  ne varie pas légèrement avec  $\vec{B}$ ; malgré cela nous allons admettre que

$$\varrho_{\perp c}(\vec{B}) = k \varrho_{\perp c}^*(\vec{B}) \quad (9.4)$$

où  $k$  est défini par (9.3) quand  $h' = h/3$ .

Il va sans dire que  $k$  peut aussi être calculé, une fois la répartition des lignes de courant connue. Le dernier problème est exposé dans la littérature<sup>30)</sup>: la solution de l'équation lap  $\varphi = 0$  étant trouvée, il est facile de calculer  $\vec{j} = -\gamma_{\perp} \text{grad } \varphi$ . Or en coordonnées cylindro-polaires la solution qui satisfait aux conditions aux limites (cylindre de hauteur  $h$  et de rayon extérieur  $\varrho$  avec  $N$  électrodes d'aménée en forme de secteur d'anneau de largeur  $\delta$ , chacune couvrant  $2\pi/M$  de la circonférence et parcourue par un courant  $i$ ) est donnée par la superposition de  $N$  fonctions du type

$$\varphi = \sum_{n, \alpha} B(n, \alpha) \cos n \varphi I_n(m_{\alpha} r) \sin(m_{\alpha} z) \quad (9.5)$$

où

$$m_{\alpha} = (2\alpha + 1)h$$

$$\left. \begin{aligned} I_n &= \text{Fonction de BESSEL modifiée de première espèce} \\ &\text{et d'ordre } n, \\ B(n, \alpha) &= I_n \left[ (m_{\alpha} \varrho) - \frac{n}{m_{\alpha} \varrho} I_n(m_{\alpha} \varrho) \right]^{-1} \frac{j(n, \alpha)}{m_{\alpha} \gamma_{\perp}}, \\ j(n, \alpha) &= \frac{i}{n h \varrho} \frac{\sin n \pi / M}{n \pi / M} \frac{\sin m_{\alpha} \delta / 2}{m_{\alpha} \delta / 2} \sin m_{\alpha} h / 2. \end{aligned} \right\} \quad (9.6)$$

## 10. Mesure de l'effet Corbino isotherme. Compensation des parasites.

Pour mesurer l'effet CORBINO, il faut connaître la composante transversale

$$\tilde{j}_2 = \frac{\tilde{i}_2}{ha} \quad (10.1)$$

de la densité de courant dans le cylindre de hauteur  $h$  et d'épaisseur  $a$ ,  $\tilde{i}_2$  étant le courant transversal. Pour cela on installe autour de ce dernier une «*bobine d'absorption*» coaxiale et l'on mesure l'induction mutuelle entre le cylindre et la bobine<sup>31)</sup>. A cette fin le cylindre est remplacé par une seconde bobine de  $n$  tours (ayant la même longueur  $h$  et le même rayon moyen  $r_0$ ), ceci garantissant une répartition équivalente du champ dans le noyau de fer se trouvant dans l'axe du cylindre et servant à augmenter la transmission d'énergie. Un courant  $i$  dans cette bobine intérieure produira la même tension induite à circuit ouvert  $\tilde{v}$  (à induction radiale  $\vec{B}$  donnée) que  $\tilde{i}_2 = n\tilde{i}$  dans le cylindre: connaissant  $f(\vec{B}) = \tilde{v}/n\tilde{i}$ , on peut déterminer  $\tilde{i}_2 = \tilde{v}/f(\vec{B})$ .

En tenant compte du fait que

$$\tilde{j}_1 = \frac{\tilde{i}_1}{2\pi r_0 a}, \quad (10.2)$$

$i_1$  étant le courant axial, on obtient ainsi

$$\operatorname{tg} \varphi_C = - \frac{\tilde{i}_2}{\tilde{i}_1} \cdot \frac{2\pi r_0}{h}. \quad (10.3)$$

La mesure de  $\varrho_{\perp C}(\vec{B})$  suivant le procédé décrit au dernier paragraphe, fournit alors

$$\varrho_{HC} = \varrho_{\perp C}(\vec{B}) \operatorname{tg} \varphi_C(\vec{B}). \quad (10.4)$$

La condition CORBINO s'exprime par  $E_2^* = 0$ : l'emploi d'électrodes d'amenée de courant annulaires de faible résistivité permettrait de réaliser cette condition. Or le double emploi fait du cylindre dans nos recherches, rendait impossible l'installation de tels court-circuits aux extrémités du cylindre, puisque toute induction de courants dans la masse de  $Bi$  deviendrait impossible.

On peut heureusement garantir le même effet en amenant le courant à travers un grand nombre — 48 — de résistances d'équilibrage égales, aboutissant en des points équidistants du bord supérieur et inférieur du cylindre. On voit facilement que si la résistance des éléments d'équilibrage est grande devant celle du cylindre (nous avions un rapport de l'ordre  $1 : 10^3$ ), on a toujours  $E_2^* = 0$ .

A la tension  $v$  aux bornes de la bobine d'absorption viennent s'ajouter des tensions parasites:

$e$  : Tension induite par le réseau de la ville.

$e_c$ : Tension due au collecteur du groupe fournissant le courant axial.

$e_g$ : Tension induite par les circuits fournissant le courant axial.

$e_a$ : Tension due à l'asymétrie du courant axial dans le cylindre (pour  $\vec{B} = 0$  on a alors  $j_2 \neq 0$ !).

Ensuite il y a des tensions  $e'_g$   $e'_r$   $e'_c$  (indices: voir ci-dessus) induites dans les lignes qui vont de la bobine d'absorption au préamplificateur.

On élimine ces parasites de la façon suivante:

$e'_r$ : On travaille à une fréquence légèrement différente de celle du réseau (49 pps). En court-circuitant la bobine d'absorption, on injecte une tension à la fréquence du réseau (réglable en amplitude et en phase) qui compense  $e'_r$ ; *l'absence de battements* avec les autres parasites indique la compensation, les battements étant observés sur un oscilloscope.

$e'_c$ : On intercale un filtre passe-bas ad hoc.

$e'_g$ : La bobine restant court-circuitée, on injecte une tension à 49 pps (réglable en amplitude et en phase) qui compense  $e'_g$ : *l'absence de parasites* indique la compensation.

$e_r$ : On introduit la bobine d'absorption dans le circuit, le champ  $\vec{B}$  restant nul. On compense comme pour  $e'_r$ .

$e_g$  et  $e_a$ : Il est impossible de séparer les deux tensions, elles sont éliminées *ensemble* en introduisant une asymétrie compensatrice en dérégulant les résistances d'équilibrage.

$e_c$ : Est éliminé comme  $e'_c$ .

La question si  $e_g$  et  $e_a$ , compensées pour  $\vec{B} = 0$ , restent compensées pour  $\vec{B} \neq 0$  est résolue de la façon suivante:  $\operatorname{tg} \varphi_C = \varrho_{HC}(\vec{B})/\varrho_{\perp C}(\vec{B})$  change de signe avec  $\vec{B}$ : la phase de  $v$  tourne de  $\pi$  lors de l'inversion du champ. Or la phase de  $e_g$  et  $e_a$  reste invariante et ces tensions sont soit en phase, soit en opposition de phase avec  $v$ , suivant la direction de  $\vec{B}$ ; si la compensation est adéquate,  $\tilde{v}$  doit donc conserver sa valeur en inversant  $\vec{B}$ . L'expérience montre que ceci est le cas; seul  $e_r$  ne reste pas éliminée: lors de son apparition on retouche la compensation en observant les battements.

Remarquons encore que toutes les tensions compensatrices sont injectées à l'aide d'un amplificateur correcteur (voir paragraphe 20) qui suit le préamplificateur.

### 11. Mesure de l'effet Hall isotherme. Compensation de parasites.

Les équations (8.3) permettent la mesure directe de  $\varrho_{HH}$  tant que  $\tilde{j}_2$  (induite) et  $\tilde{E}_1^*$  sont connus. Pour créer ce courant, on utilise l'ensemble «bobine d'absorption» — cylindre comme transformateur (à noyau de fer!): le champ  $\tilde{E}_2^*$  se réduit en vertu de (7.2) à un champ induit  $\tilde{E}_2^i$  qui produit d'après (8.2) une densité de courant induite  $\tilde{j}_2 = \tilde{E}_2^i / \varrho_{\perp H} \cdot \tilde{j}_1$  est mesurée par voie calorimétrique (voir paragraphe 12).

On peut montrer par des méthodes exposées précédemment<sup>1)</sup> que  $\tilde{E}_1^* = \tilde{u} / h$ ,  $\tilde{u}$  étant la tension  $Ri$  que produit un courant connu  $i$  dans une résistance  $R$  en série avec la bobine d'absorption et contrôlé de l'extérieur (voir paragraphe 20). L'ensemble bobine — résistance  $R$  (partie d'un diviseur de tension!) se trouve appliqué à la chaîne préamplificateur — amplificateur correcteur — oscilloscope. On voit facilement que les potentiels de contact (différence des travaux de sortie cathode — vide et grille — vide) et les forces électromotrices thermoélectriques dans l'amenée cathodique n'influencent pas la mesure.

Il est intéressant de remarquer qu'un cylindre équivaut à une plaque infiniment longue: on n'a pas besoin d'introduire des corrections pour la répartition des lignes de courant<sup>32)</sup>.

Par contre il est impossible de souder les sondes pour l'effet HALL en deux points  $M$  et  $N$  exactement sur la même génératrice, c'est pour cela que nous avons remplacé  $M$  par deux points  $M_1$  et  $M_2$  se trouvant de part et d'autre de la génératrice par  $N$ <sup>33)</sup>. Un potentiomètre connecté entre  $M_1$  et  $M_2$  permet de compenser le défaut de position (qui ajoute à la tension  $\tilde{u}$  due à  $\tilde{E}_1^*$  un terme  $e = \varrho_{\perp H} \tilde{j}_2 \delta$ ,  $\delta$  étant la distance de  $M$  à la génératrice par  $N$ ). En s'arrangeant pour que la sonde en  $N$  longe le cylindre et pour que les sondes en  $M_1$  et  $M_2$  soient tressées avec elle, on est sûr que l'induction dans le circuit des sondes est négligeable.

Pour vérifier cette affirmation, on compense les parasites  $e'_g$   $e'$  et  $e'_c$  (voir paragraphe précédent) induits entre le point de rencontre des sondes et le préamplificateur, les sondes étant court-circuitées. Ensuite on met le cylindre en circuit et on cherche le point «isoélectrique» sur le potentiomètre à champ  $\vec{B}$  nul. On constate alors que pour tous les autres champs une inversion de  $\vec{B}$  redonne la même tension transversale  $\tilde{u}$ : ceci n'est possible que s'il n'y a pas de parasite (à phase constante) s'ajoutant à  $u$ , car  $u$  inverse sa phase avec  $\vec{B}$ .

## 12. Mesure du courant induit dans l'expérience Hall,

(1.7) donne

$$\operatorname{div} \vec{w}^* = \operatorname{div} (\vec{u} - \vec{n} \xi - \vec{p}) = \vec{E}^* \cdot \vec{j} \quad (12.1)$$

si nous tenons compte des conditions de quasi-stationnarité. Alors la puissance calorifique dégagée par le cylindre est

$$q = \int_V \operatorname{div} \vec{w}^* dV = \vec{E}^* \cdot \vec{j} \cdot 2\pi r_0 ah.$$

( $r_0$  = rayon moyen,  $a$  = épaisseur,  $h$  = hauteur).

Or dans les conditions HALL,  $j_1 = 0$  et  $E_2^* = \varrho_{\perp H} j_2$ . En passant aux valeurs efficaces, la valeur moyenne  $Q$  de  $q$  est

$$Q = \varrho_{\perp H} \tilde{j}_2^2 \cdot 2\pi r_0 ah. \quad (12.2)$$

Comme nous l'avons expliqué au paragraphe 8, nous allons poser  $\varrho_{\perp H} = \varrho_{\perp c}$ , ce qui fait que (12.2) devient

$$Q = \varrho_{\perp c} \tilde{j}_2^2 \cdot 2\pi r_0 ah. \quad (12.3)$$

Pour déterminer  $Q$ , on mesure le débit d'eau de refroidissement du cylindre ainsi que l'élévation de température  $X = T - T_0$  de cette eau et cela à l'aide de huit thermocouples (moyennes!) montés en opposition 4 et 4.

Il faut évidemment tenir compte du fait que l'eau a une température différente de celle des parois isolantes servant à la canaliser: la puissance calorifique  $Q_1$  produite est loin d'être négligeable. On prouve sans autre qu'en désignant par  $\bar{t}$  et  $\bar{\Theta}$  les températures moyennes de l'isolant et de l'eau respectivement, par  $l$  le pourtour du cylindre canalisateur en isolant et par  $\alpha$  le coefficient de transmission de chaleur,

$$Q_1 = b (\bar{t} - \bar{\Theta}) \text{ où } b = \alpha lh \quad (12.4)$$

$$= -D_0 X + Q_0 \text{ avec } D_0 = \frac{b}{2}, Q_0 = b (\bar{\Theta} - T_0)$$

puisque  $\bar{\Theta} = (T + T_0)/2$ .

Ainsi le bilan  $DX = Q + Q_1$  peut s'écrire

$$(D + D_0) X = Q + Q_0. \quad (12.5)$$

Les quantités  $D_0$  et  $Q_0$ , dépendant uniquement de la température  $T_0$  de l'eau à l'entrée et de la température moyenne  $\bar{\Theta}$ , peuvent être déterminées pour chaque série de mesures en rendant  $Q = 0$  (absence d'induction) et en mesurant les  $X_1$  et  $X_2$  correspondant à deux débits différents  $D_1$  et  $D_2$ .

### 13. Forme du champ radial.

Le champ radial est créé entre un anneau qui relie les deux pôles de même signe des bobinages de l'électroaimant (voir paragraphe 16), les pôles de signe opposé étant reportés sur un noyau qui traverse l'anneau. Introduisons des coordonnées cylindro-polaires  $r \psi z$ ,

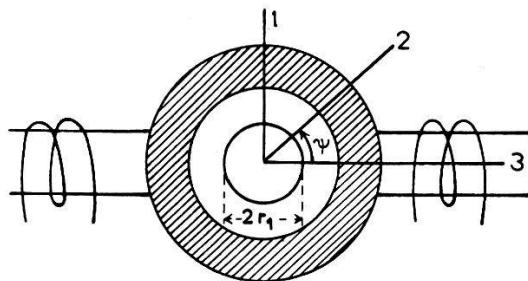


Fig. 4.

$z$  étant compté à partir du plan de symétrie contenant les directions 1, 2 et 3 de la fig. 4. L'expérience montre que  $\vec{B}$  est presque radial (voir paragraphe 14) et qu'en  $(r \psi z)$  on a une intensité

$$B(r \psi z) = \frac{r_1}{r} \left[ B_0^1 + b_1^1 \cos \frac{2\pi z}{h} + b_2^1 \cos 2\psi \right] \quad (13.1)$$

où

$h$  = hauteur de l'entrefer ( $\equiv$  à celle du cylindre),

$B_0^1$  = champ au point  $X_1(r_1, \pi/4, h/4)$  ( $r_1$  étant le rayon du noyau),

$b_1^1$  = amplitude de la variation verticale pour  $r = r_1$ ,

$b_2^1$  = amplitude de la variation azimuthale pour  $r = r_1$ .

### 14. Influence de l'inhomogénéité de $\vec{B}$ sur les mesures Hall.

Examinons l'influence d'une obliquité de  $\vec{B}$  par rapport à la normale en un point  $P$  du cylindre<sup>23)</sup>. (3.8) donne avec  $\vec{j} = (0, j_2, 0)$ ,  $\alpha = (\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3)$  où  $\alpha_3 = \cos \Theta - \Theta$  étant l'angle que fait  $\vec{B}$  avec la normale —

$$E_1^* = [(\varrho_{//H} - \varrho_{\perp H}) \alpha_1 \alpha_2 - \varrho_{HH} \cos \Theta] j_2,$$

l'indice  $H$  rappelant les mesures HALL. En suivant une génératrice du cylindre de  $Bi \psi = \text{const.}$ ,  $r = \text{const.}$   $r_0$ , on a une moyenne spatiale

$$\bar{E}_1^* = \overline{[(\varrho_{//H} - \varrho_{\perp H}) \alpha_1 \alpha_2 - \varrho_{HH} \cos \Theta]} j_2, \quad (14.1)$$

les moyennes étant étendues aux  $\varrho$  qui sont des fonctions de  $\vec{B}(P)$ .

Pour la mesure de  $E_1^*$  il convient de se placer sur une génératrice où  $\alpha_1 \alpha_2 = 0$  par symétrie: c'est le cas si  $\psi = 0, \pi/2 \dots$  c'est-à-dire

pour les directions 1 et 3 de la fig. 4. D'autre part  $\Theta$  diffère si peu de 0 que l'on a aux erreurs de l'expérience près

$$\vec{E}_1^* = -\overline{\varrho_{HH}(B)} j_2.$$

Pour la génératrice  $\psi = \pi/2$  on a

$$B = B_0 + b_1 \cos \frac{2\pi z}{h} - b_2$$

où

$$B_0 = \frac{r_1}{r_0} B_0^1, \quad b_1 = \frac{r_1}{r_0} b_1^1, \quad b_2 = \frac{r_1}{r_0} b_2^1; \quad (14.2)$$

$B_0$  est ainsi le champ au point  $X_0(r_0, \pi/4, h/4)$ . En posant  $B_H = B_0 - b_2$  et en développant  $\varrho_{HH}$  en série, il vient

$$\varrho_{HH} = \varrho_{HH}(B_H) + (B - B_H) \varrho_{HH}^1$$

où  $\varrho_{HH}^1$  est constant.  $j_2$  étant supposé uniforme sur toute la longueur du cylindre, il vient donc

$$\vec{E}_1^* = -\varrho_{HH}(B_0 - b_2) j_2, \quad (14.3)$$

ce résultat restant valable en courant alternatif.

### 15. Influence de l'inhomogénéité de $\vec{B}$ sur les mesures Corbino,

Le fait que l'angle  $\varphi_C$  entre  $\vec{E}^*$  et  $\vec{j}$  dépend de  $\vec{B}$ , montre que les lignes de courant ne sont plus également inclinées sur les génératrices du cylindre et que l'on ne peut plus affirmer que  $\varrho_{HC} j_1 + \varrho_{\perp C} j_2 = 0$ : on peut avoir un champ transversal  $e^* \ll E_1^*$  satisfaisant à la condition d'absence d'induction

$$r_0 \oint e^* d\psi = 0. \quad (15.1)$$

Les équations (8.5) — avec comme premier membre  $E_1^*$  et  $e^*$  — résolues par rapport à  $j_1$  et  $j_2$  suivant (3.6), donnent

$$\left. \begin{aligned} j_1 &= \gamma_{\perp C} E_1^* - \gamma_{HC} e^* \\ j_2 &= \gamma_{HC} E_1^* + \gamma_{\perp C} e^* \end{aligned} \right\} \quad (15.2)$$

La parité (relativement à  $\vec{B}$ ) de  $\gamma_{\perp C}$  et de  $\gamma_{HC}$  est celle de  $\varrho_{\perp C}$

et  $\varrho_{HC}$  en vertu de (3.6), et  $\gamma_{HC} \ll \gamma_{\perp C}$  si  $\varrho_{HC} \ll \varrho_{\perp C}$ . En posant  $B = B_0 + b$  on a ainsi en première approximation

$$\left. \begin{array}{l} \gamma_{\perp C}(B) = \gamma_{\perp C}(B_0) \\ \gamma_{HC}(B) = \gamma_{HC}(B_0) + sb \end{array} \right\} \quad (15.3)$$

où

$$s = \left( \frac{\partial \gamma_{HC}}{\partial B} \right)_{B=B_0}.$$

Cherchons une solution  $E_1^*$ ,  $e^*$  de (15.2) avec  $E_1^* = \text{const.}$  en tenant compte de (15.1) et (15.3) ainsi que de (13.1) et (14.2) qui donnent

$$b = b_1 \cos \frac{2\pi z}{h} + b_2 \cos 2\psi. \quad (15.4)$$

La condition  $\text{div } \vec{j} = 0$  donne — en négligeant

$$\begin{aligned} & sb \frac{\partial e^*}{\partial z} \text{ et } e^* \frac{\partial b}{\partial z} \\ & - \left( \frac{\partial b}{\partial z} \text{ et } \frac{1}{r_0} \frac{\partial b}{\partial \psi} \text{ sont du même ordre de grandeur d'après l'expérience} \right) - \\ & \gamma_{HC}(B_0) \frac{\partial e^*}{\partial z} + \frac{\gamma_{\perp C}(B_0)}{r_0} \frac{\partial e^*}{\partial \psi} = - \frac{E_1^* s}{r_0} \frac{\partial b}{\partial \psi} = - \frac{2 E_1^* s b_2}{r_0} \sin 2\psi. \end{aligned}$$

La solution satisfaisant à (15.1) est

$$e^* = \frac{E_1^* s b_2}{\gamma_{\perp C}(B_0)} \cos 2\psi. \quad (15.5)$$

En introduisant cette valeur dans (15.2) et en prenant la moyenne sur  $z$  et  $\psi$ , il vient (en négligeant  $b_2^2 s/2 \gamma_{\perp C}$  devant  $\gamma_{\perp C}$ )

$$\begin{aligned} \bar{j}_1 &= \gamma_{\perp C}(B_0) E_1^* \\ \bar{j}_2 &= -\gamma_{HC}(B_0) E_1^*, \end{aligned}$$

c'est-à-dire en vertu de (3.6)

$$\begin{aligned} E_1^* &= \varrho_{\perp C}(B_0) \bar{j}_1 - \varrho_{HC}(B_0) \bar{j}_2 \\ O &= \varrho_{HC}(B_0) \bar{j}_1 + \varrho_{\perp C}(B_0) \bar{j}_2. \end{aligned}$$

Les équations de base pour l'effet CORBINO (8.5) restent donc valables en moyenne si  $\varrho_{\perp C}$  et  $\varrho_{HC}$  sont calculés pour la valeur  $B_0$  du champ, valeur différente de celle —  $(B_0 - b_2)$  — qui intervient dans l'effet HALL. Ceci reste valable en courant alternatif.

## 16. Séparation des champs magnétiques continus et alternatifs dans l'aimant servant comme transformateur.

L'aimant utilisé pour produire un champ radial entre un anneau de fer fendu  $A$  et le noyau  $N_2$  en fil de fer oxydé, comportait une culasse extérieure  $C$  en tôles de transformateur, les bobines de champ  $B_1$  étant logées sur deux embranchements latéraux  $N_1$  qui vont du cadre (culasse) à l'anneau. La partie  $C$  forme d'autre part

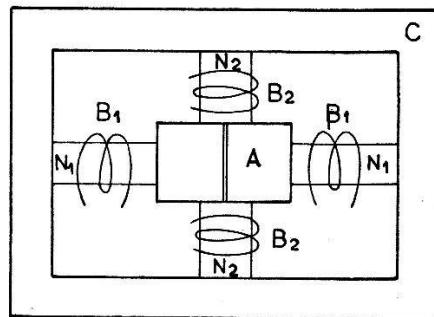


Fig. 5.

avec  $N_2$  le circuit magnétique d'un transformateur dont le primaire et le secondaire sont le cylindre et la bobine d'absorption respectivement.

Il importait que le flux alternatif dans  $N_2$  lors de l'induction des courants de HALL ou dans les mesures CORBINO par  $B_2$ , ne créeât pas de tension dans les bobines de champ  $B_1$ , car toute perte d'énergie aurait diminué les courants induits utilisables.

La construction «en croix» de l'aimant-transformateur éliminait les pertes d'énergie de deux façons: d'abord la symétrie garantit un passage du flux alternatif à travers la culasse extérieure seulement tant que la partie inférieure et supérieure de  $N_2$  est identiquement saturée (même perméabilité réversible!). Ensuite le montage en opposition des bobines  $B_1$  élimine la variation de la somme des flux. La fente dans  $A$  et la construction de  $C$  et de  $N_2$  en éléments divisés, élimine les pertes par hystérèse et par courants de FOUCAULT.

On voit que la construction garantit en même temps l'absence d'influence des courants alternatifs sur l'intensité du champ  $\vec{B}$ .

## III. RÉALISATION.

### 17. Description générale du montage.

L'aimant (fournissant un champ radial continu) sert en même temps comme transformateur; il doit absorber aussi peu que possible l'énergie alternative: il faut donc réduire au minimum les pertes par hystérèse et par courants de FOUCAULT.

Le courant alternatif employé doit avoir une tension et une fréquence parfaitement stables: l'étalonnage des circuits de mesure (amplificateurs) nécessite une tension constante, l'étalonnage de la bobine d'absorption (dépendant de l'induction mutuelle entre le cylindre et cette dernière) oblige à utiliser une fréquence tout à fait fixe. La forme d'onde du courant a moins d'importance à cause du filtre que comporte l'installation de mesure. Pour remplir ces conditions nous avons fait usage d'un *groupe* alimenté par des accumulateurs.

L'absence requise de gradients thermiques dans le cylindre en Bi rend nécessaire un *refroidissement* très fort de ses parois; pour mesurer la chaleur dégagée, on doit pouvoir réduire le débit à une très faible valeur, tout en garantissant une grande uniformité de l'écoulement. Des *thermocouples* doivent pouvoir mesurer les faibles différences de température rencontrées (ordre de  $1^{\circ}$  C avec un débit de  $2 \text{ cm}^3/\text{s}$ ).

Un *potentiomètre* doit rendre possible la détermination des tensions fournies par les thermocouples (arrangés de façon telle que l'on puisse mesurer une température moyenne). Les tensions sont de l'ordre de quelques dizaines de  $\mu\text{V}$ .

Un *préamplificateur*, muni d'un dispositif d'étalonnage, doit éléver l'amplitude du signal HALL ou CORBINO à un niveau tel qu'un *amplificateur correcteur* puisse éliminer les parasites (induction du réseau, induction du groupe, ondulation du courant plaque du préamplificateur et ronflement du chauffage) dans des circuits que l'on ne peut blinder complètement.

Un *oscilloscope* doit permettre d'apprécier la forme d'onde du signal (avant et après correction) et de lire directement l'amplitude, que l'on comparera à celle d'un signal étalon.

Des circuits accessoires doivent fournir les courants et tensions nécessaires à la marche de l'ensemble (p. ex. le courant de 100 A axial dans l'expérience de CORBINO) après des filtrages adéquats. Divers instruments pour la mesure de la fréquence, des formes d'onde etc. doivent être prévus.

## 18. L'aimant et ses accessoires. Le groupe.

Le principe de l'aimant, ses cotes et son montage sont donnés par les fig. 1, 5, 6 et 7.

Pour la construction nous nous sommes inspirés des principes exposés dans la littérature<sup>34)</sup>. Des essais préliminaires avec l'anneau polaire et les noyaux en poudre de fer — contenu dans des moules —

ont montré qu'il fallait construire l'anneau en fer plein (fendu) et le noyau central en fil de fer. Ainsi le rendement  $\eta = B_{\max} \times$  Volume entrefer/Puissance électrique, dépasse même celui des constructions courantes.

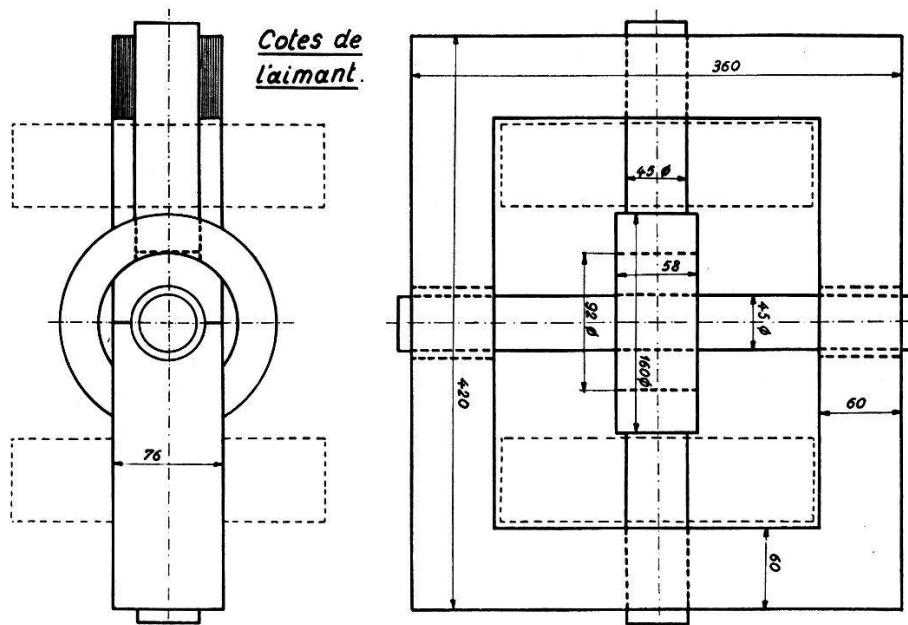


Fig. 6.

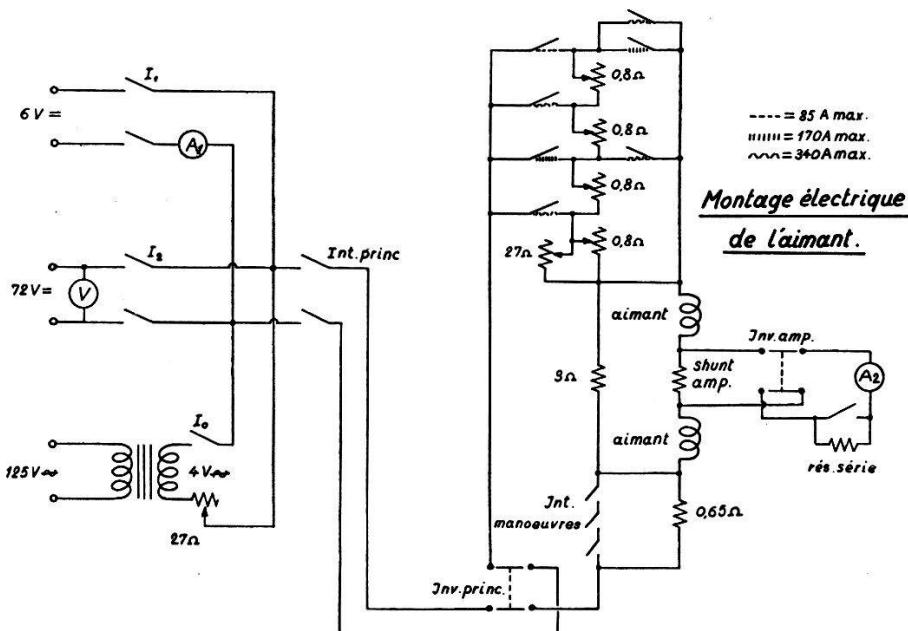


Fig. 7.

Le montage électrique permet le réglage rapide du courant pour toutes les gammes (alimentation 6 V et 72 V, chaque tension pouvant être utilisée avec trois groupements des rhéostats) et la désaimantation rapide à l'aide du courant alternatif. La présence

\*

de résistances d'équilibrage et la rupture multiple autorisent la coupure instantanée du courant maximum de 340 A.

Le groupe convertisseur continu-alternatif de 0,6 KW était soigneusement déparasité et commandé à distance. La fréquence était contrôlée par un fréquencemètre électronique garantissant grâce à une alimentation stabilisée<sup>35)</sup> les 49 pps utilisées à 0,5 pps près. La fréquence avait une dérive de moins de 0,5% en 6 heures.

### 19. Le cylindre en Bi et la bobine d'absorption.

La fig. 8 donne les dimensions et l'aspect du cylindre et de la bobine d'absorption.

L'ensemble — qui doit être assez rigide — se compose du support isolant intérieur du cylindre et du mandrin isolant de la bobine

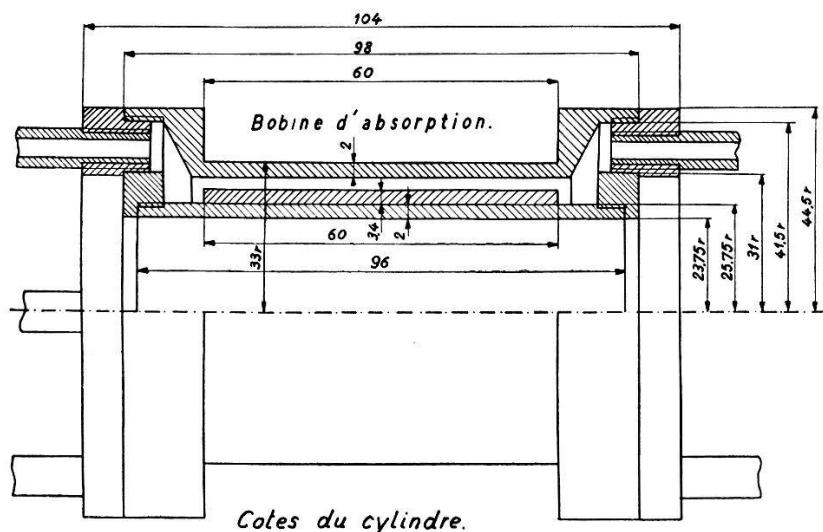


Fig. 8.

d'absorption, maintenu en place par deux anneaux de fermeture qui comportent chacun 4 thermocouples et 4 amenées d'eau. Le support du cylindre est muni de 2 anneaux de centrage contenant 48 vis reliées aux soudures.

Le Bi utilisé pour le cylindre contenait comme impuretés 0,25% Ag, 0,05% As, 0,32% Cu, 0,02% Fe et 4,5% Pb. La densité était de  $9,905 \pm 0,004$  gr/cm<sup>3</sup> à 20° C et la résistivité à 8° C (sans champ magnétique) de  $152,6 \mu\Omega \cdot \text{cm}$  ( $\pm 0,3\%$ ), le coefficient de variation thermique étant de  $520 \cdot 10^{-5} \mu\Omega \cdot \text{cm}^{\circ}/\text{C}$ . Pour nous rendre compte d'une éventuelle anisotropie naturelle (voir paragraphe 6), nous avons taillé dans les déchets du cylindre deux bâtonnets, l'un dans la direction de l'axe, l'autre dans une direction

perpendiculaire non-radiale. Les résistivités étaient de 149,8 et de  $150,7 \mu\Omega \cdot \text{cm}$  (à 2 %) respectivement, prouvant ainsi que la matière était assez isotrope en moyenne.

La densité favorable, l'isotropie en moyenne et la petite dimension des cristallites ( $< 0,5 \text{ mm}!$ ) était due au fait que l'on coulait la masse dans un moule chauffé à  $300^\circ \text{ C}$ , ce moule étant fortement agité par voie magnétique et refroidi ensuite très brusquement.

Les essais préliminaires avaient montré que la formation du cylindre par vaporisation dans le vide ne permet pas d'obtenir des joints Bi-électrodes suffisamment sûrs.

## 20. Préamplificateur, amplificateur correcteur et oscilloscope.

Le préamplificateur (voir fig. 9), blindé électriquement et magnétiquement, se trouve à la sortie de la bobine d'absorption ou des sondes HALL. Il élève la tension (qui est de quelques  $\mu\text{V}$

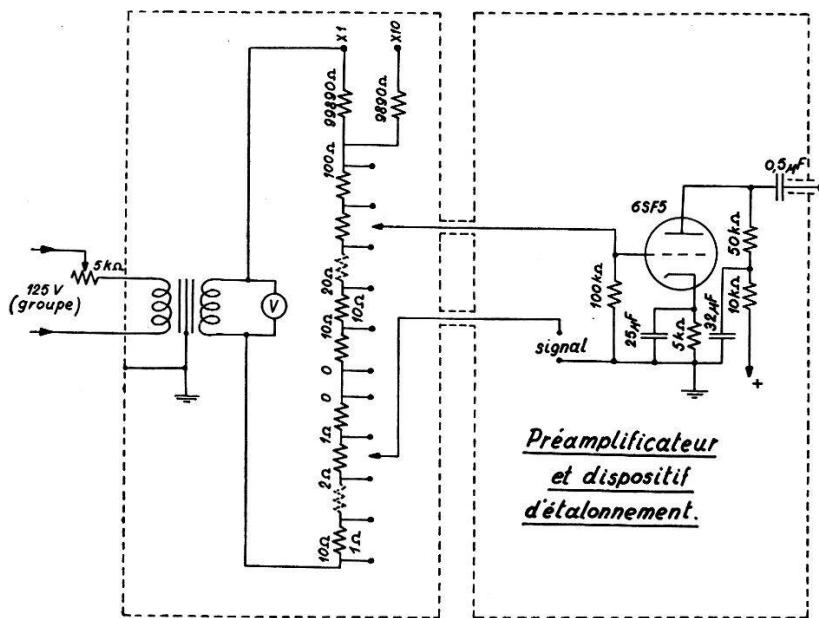


Fig. 9.

dans les mesures HALL) dans le rapport 1 à 40; l'alimentation est par redresseur, l'ondulation étant compensé par l'amplificateur correcteur.

Le préamplificateur comporte dans son entrée une résistance faisant partie d'un diviseur de tension blindé qui fournit directement les tensions de 1 mV—1100 mV à 0,5 %.

Le schéma de l'amplificateur correcteur est représenté par la fig. 10.

Le circuit grille du tube 6 SJ 7 à gauche en bas permet de mélanger le signal HALL ou CORBINO et la tension du réseau — réglable en amplitude par le potentiomètre de  $10\text{ k}\Omega$  et en phase par un moteur triphasé monté en transformateur à phase réglable. La grille-écran de cette lampe est commandée à travers un diviseur de tension capacitif<sup>36)</sup> par la lampe 6 SJ 7 à gauche en haut. Cette dernière

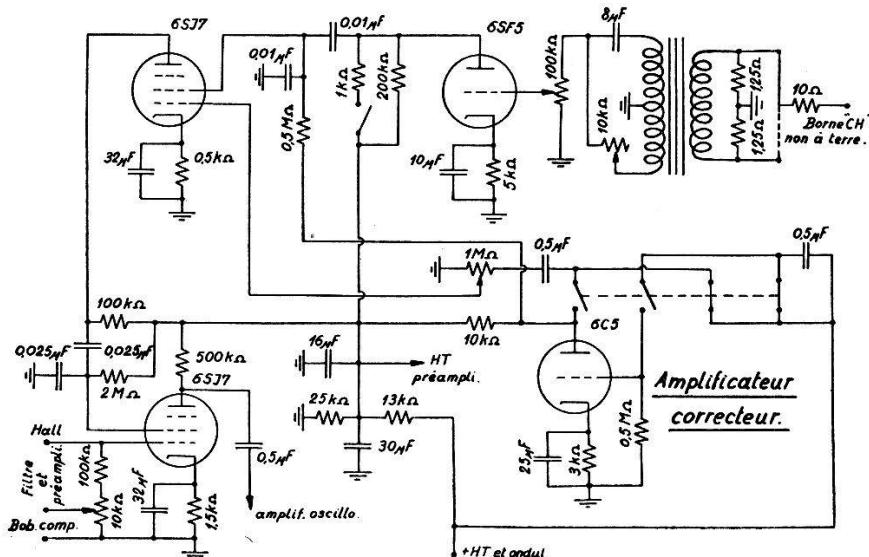


Fig. 10.

mélange la tension à 49 pps du groupe qui arrive sur sa grille-écran et l'ondulation des tensions plaques (à 98 pps) que l'on amène à sa grille de commande.

La tension à 49 pps est réglable en phase et en amplitude grâce au circuit déphaseur à droite en haut<sup>37)</sup> qui est alimenté par le chauffage. La lampe 6 SF 5, à résistance commutable dans la plaque, permet d'amplifier la tension de ce circuit déphaseur lorsqu'il y a des mesures CORBINO qui donnent des parasites plus forts.

La compensation de l'ondulation se fait à l'aide du tube 6 C 5 qui tourne la phase de la tension prise à l'entrée H. T. Le potentiomètre de  $1\text{ M}\Omega$  en règle l'amplitude.

L'oscilloscope a un tube de 5 pouces; le diamètre du spot de diffusion étant  $< 0,2$  mm, deux amplitudes peuvent être comparées à 0,5 mm près, c'est-à-dire à pleine utilisation de l'écran on a une incertitude de 0,5%.

L'alimentation de tous les instruments électroniques était prise sur le groupe pour avoir une stabilité parfaite.

## 21. Installation hydraulique. Thermocouples. Potentiomètres.

L'installation hydraulique (voir fig. 11) comprend deux circuits distincts: le refroidissement de l'aimant et celui du cylindre en Bi. Pour que l'écoulement de l'eau du cylindre soit uniforme durant les mesures calorimétriques du courant induit lors des expériences HALL, le second circuit hydraulique comporte un réservoir d'équilibrage, un réglage fin  $V_4$  et un manomètre sensible. Le débit est mesuré à l'aide d'un ballon gradué.

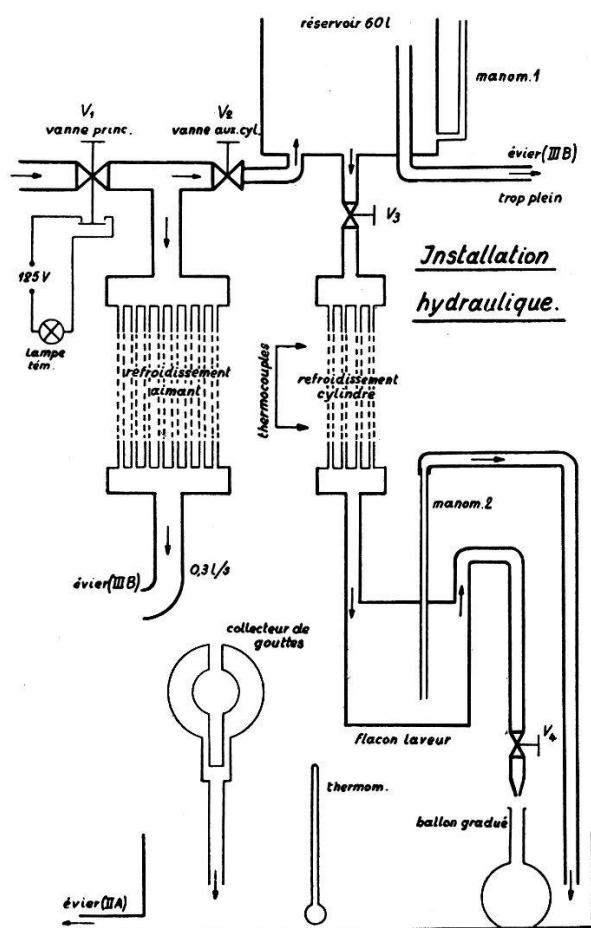


Fig. 11.

Le collecteur de gouttes (en 2 parties pour éliminer les courants induits, car il entoure le noyau central de l'aimant) permet de travailler avec une fermeture purement mécanique de l'ensemble cylindre — bobine d'absorption.

Le Dewar, servant comme source de température constante des thermocouples, est rempli d'eau à une température voisine de la température moyenne  $(T + T_0)/2$  du cylindre: alors les fuites d'eau

le long des gaines des couples ne faussent pas les mesures. Les huit couples Ag-Constantan donnaient tous  $40,1 \pm 0,3 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$  dans la gamme des températures  $0-20^\circ\text{C}$  utilisée. Nous avons vérifié que ce chiffre n'est pas influencé par un champ magnétique de  $0,5 \text{ Vs/m}^2$ .

Le potentiomètre décelant les tensions des couples (et servant également aux mesures de résistivité du paragraphe 9) est du type

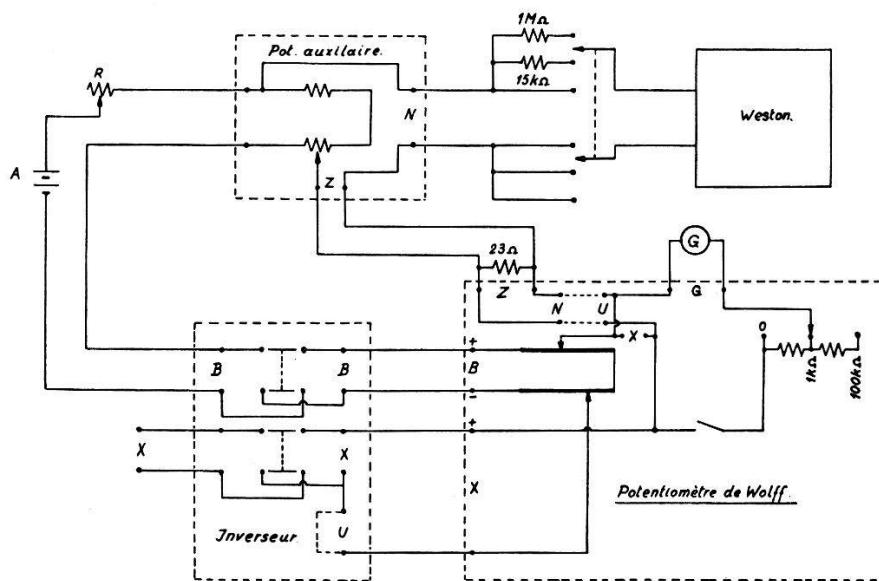


Fig. 12.

DIESSELHORST à 5 décades. Son montage est indiqué dans la fig. 12.

Tous les éléments du potentiomètre étaient soigneusement calorifugés et blindés (courants de fuite déviés à la terre); ceci permettait d'obtenir une précision de  $1\%$ .

#### IV. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

##### 22. Performances de l'aimant.

La mesure du champ  $B_0^1$  (voir paragraphe 13) au point  $X_1$  ( $r_1, \pi/2, h/4$ ) en fonction du courant donne le graphique de la fig. 13; les courants et les champs sont connus à  $1\%$  près. Le même graphique donne les corrections axiales et azimuthales  $b_1^1$  et  $b_2^1$  du champ. Pour passer aux valeurs  $B_0, b_1$  et  $b_2$  relatives au rayon moyen  $r_0$  du cylindre, on multiplie les valeurs primées par 0,862 (voir paragraphe 14).

### 23. Mesure de $\varrho_{\perp C}(\vec{B}) = \varrho_{\perp H}(\vec{B})$ .

La valeur du coefficient géométrique  $k$  du paragraphe 9 est de 0,983 ( $\pm 1\%$ ), ce qui donne pour  $\varrho_{\perp C}$  mesurée à 7° C les valeurs

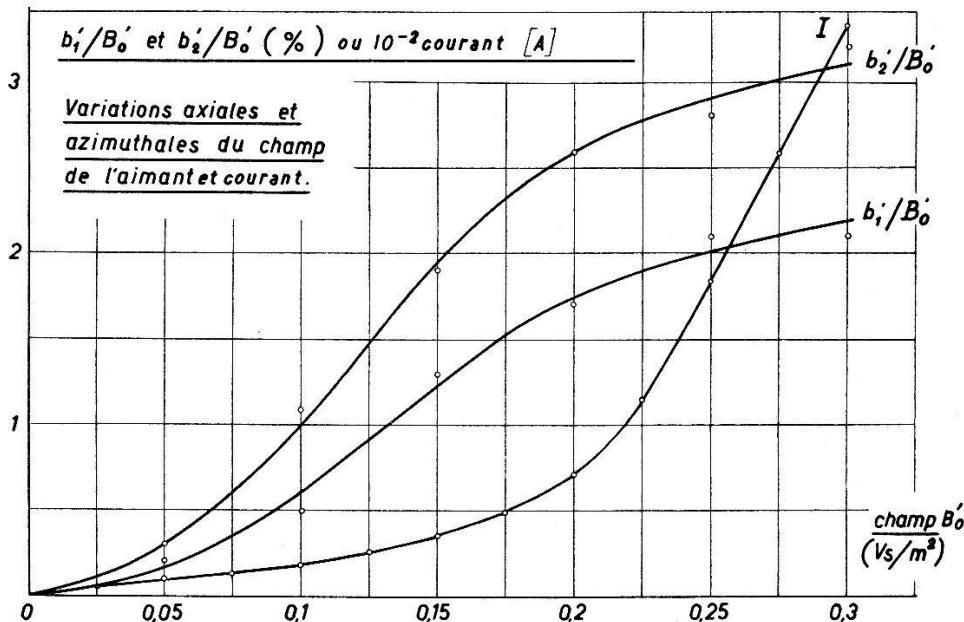


Fig. 13.

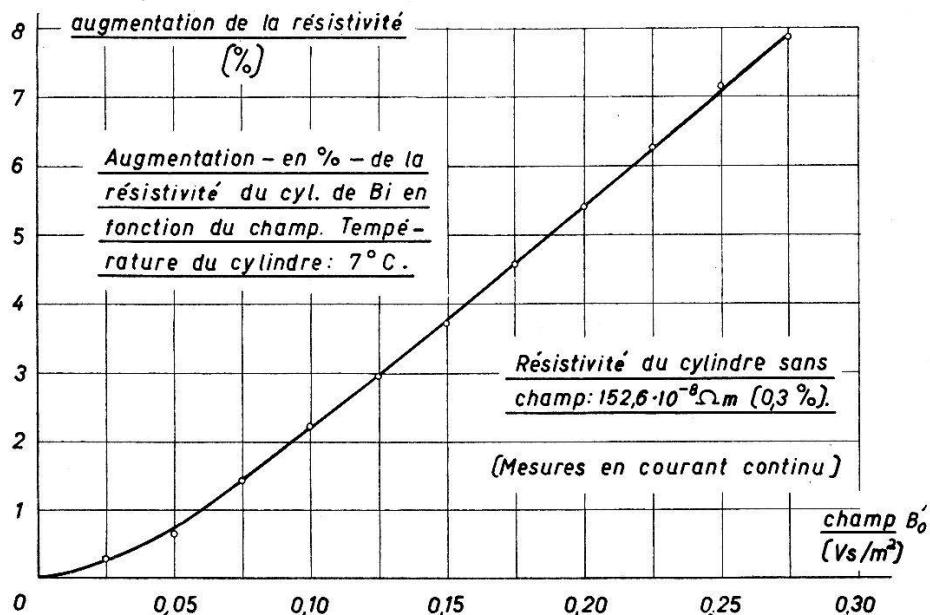


Fig. 14.

de la troisième colonne du tableau I. Remarquons que pour des raisons citées au paragraphe 15, nous prenons comme paramètre le champ  $B'_0$  à l'endroit  $X_1$  du noyau. La fig. 14 donne le graphique

correspondant à la première partie du tableau I: on constate la présence du début quadratique caractéristique du Bi.  
Les dimensions du cylindre de Bi ( $h$ ,  $r_0$ ,  $a$ ) (hauteur, rayon moyen, épaisseur) sont données par

$$h = 60,00 \pm 0,1 \text{ mm}$$

$$r_0 = 27,53 \pm 0,03 \text{ mm}$$

$$a = 3,45 \pm 0,1 \text{ mm.}$$

#### 24. Etalonnement et mesures Corbino.

Lors de l'étalonnement suivant le procédé indiqué au paragraphe 10, on obtient les valeurs de la 5<sup>e</sup> colonne du tableau I, qui se retrouvent aussi dans le graphique de la fig. 15. Le courant inducteur  $\tilde{i}$  était de 2,5 mA (0,7 %) et la tension induite  $\tilde{v}$  de 52,9 mV (1 %) pour  $\vec{B} = 0$  et 49 pps. Dans ces conditions le coefficient d'induction mutuelle vaut donc 0,069 Henrys.

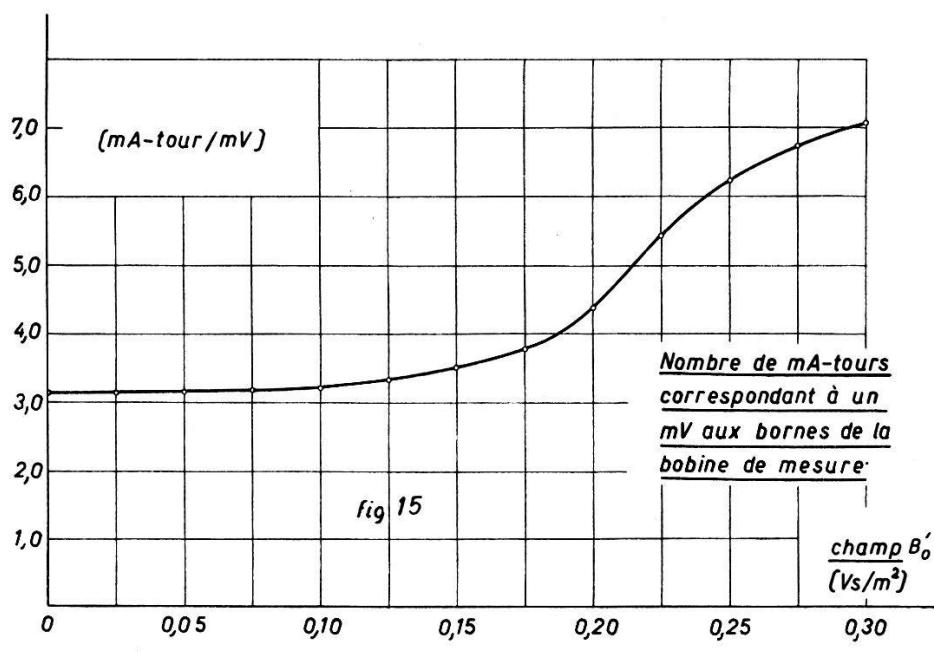


Fig. 15.

La température du cylindre étant de 7<sup>o</sup> C, on mesure le courant transversal (ainsi que sa densité) à courant axial fixe — 9,00 A (0,2 %) — pour les diverses valeurs de  $\vec{B}$ . En divisant la densité transversale par la densité axiale on obtient  $\text{tg } \varphi_C$ .

La fig. 16 résume les données des colonnes 6 et 7 du tableau I. La 8<sup>e</sup> colonne de ce tableau contient les valeurs de  $\varrho_{HC}$  (B)

déterminées à l'aide de  $\varrho_{HC} = \varrho_{\perp C} \operatorname{tg} \varphi_C$ . La 9ème colonne donne encore la constante de CORBINO  $C = \operatorname{tg} \varphi_C / B_0$ , ( $B_0$  étant le champ moyen à l'endroit  $X_0$  du cylindre).

### 25. Etalonnement et mesures Hall.

La réalisation du procédé décrit au paragraphe 12 fait usage d'un courant inducteur constant de 0,3 A (0,2 %) : il faut le régler à cette valeur chaque fois que l'on modifie  $\vec{B}$ . L'impédance totale

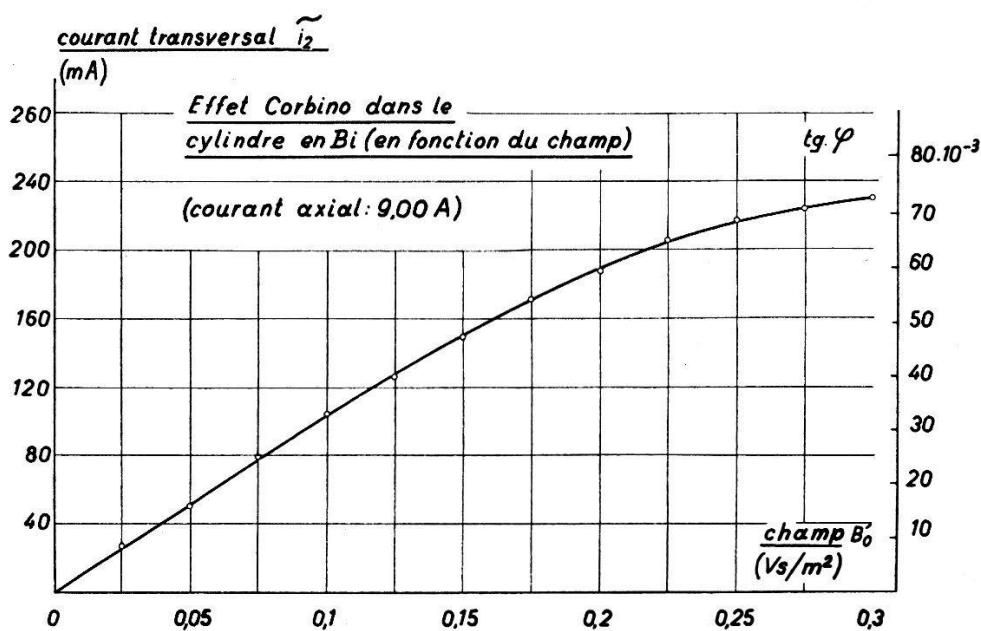


Fig. 16.

(impédance bobine plus impédance réfléchie du cylindre) de la bobine d'absorption servant comme primaire est de l'ordre de 1000  $\Omega$  pr.  $\vec{B} = 0$ , la tension appliquée doit donc être de l'ordre de 300 V.

Les mesures de température nécessitent une stabilisation des conditions pendant environ 2 heures, l'eau à l'entrée étant à 7° C. Une série typique de mesures donnait alors pour les corrections du paragraphe 12 les valeurs

$$D_1 = 2,11 \text{ cm}^3/\text{s} (0,2 \%), \quad X_1 = 0,494^\circ \text{C} (0,6 \%)$$

$$D_2 = 1,35 \text{ cm}^3/\text{s} (0,2 \%), \quad X_2 = 0,725^\circ \text{C} (0,6 \%)$$

et ainsi  $D_0 = 0,27 \text{ cm}^3/\text{s} (30 \%)$

$$Q_0 = 5,08 \text{ W} (7\%).$$

Les valeurs de  $Q$  pour un débit de  $D = 2,11 \text{ cm}^3/\text{s}$  (trouvées à l'aide de (12.5)) dans cette série typique, sont consignées dans les colonnes 3 et 4 du tableau II. La colonne 5 ne fait que répéter la

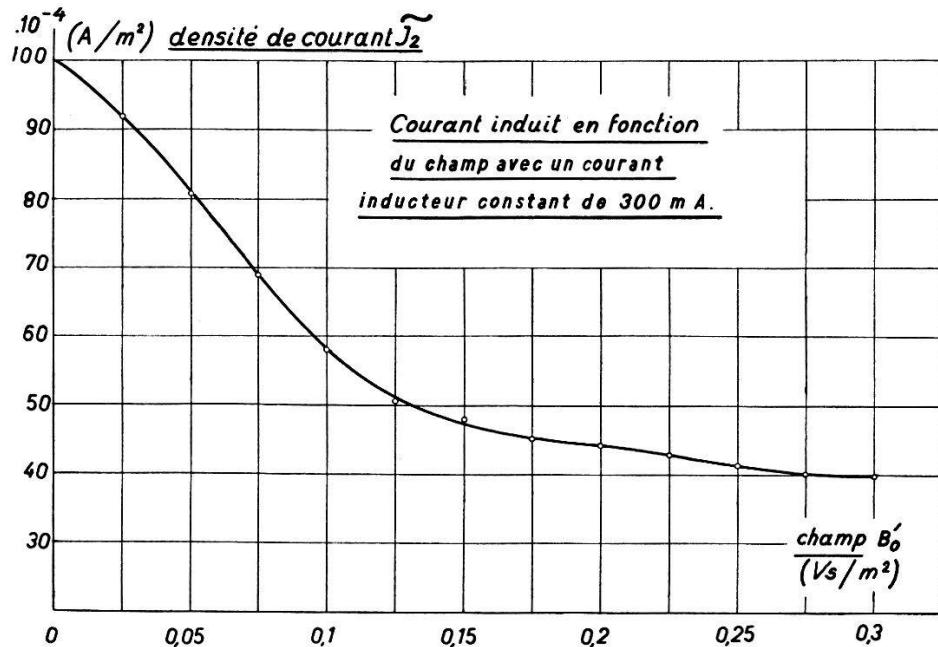


Fig. 17.

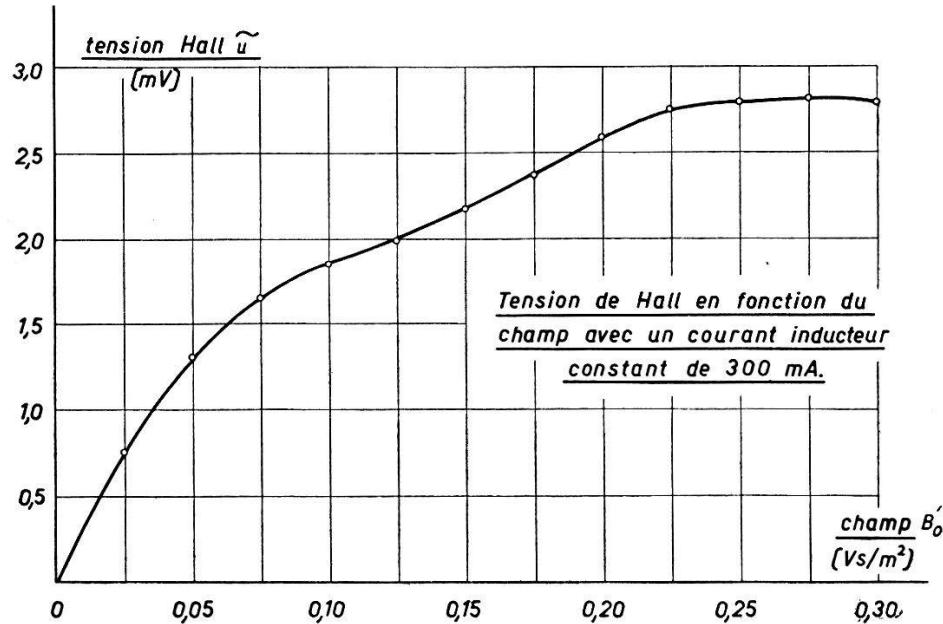


Fig. 18.

colonne 3 du tableau I, ceci en vertu de (8.9). En tenant compte de (12.2) et des dimensions ( $h$ ,  $r_0$ ,  $a$ ) du cylindre données au paragraphe 23, on trouve ainsi les densités de courant induit  $\tilde{j}_2$  de la colonne 6 du tableau II.

## Tableau I.

## Mesure de l'effet Hall par la méthode de Corbino à $70^{\circ}C$

Les colonnes 1—9 donnent: Le champ  $B_0^1$  à l'endroit du noyau, le champ  $B_\theta$  à l'endroit du cylindre, la résistivité dans un champ perpendiculaire  $\varrho_{\perp C}$  du Bi, l'accroissement de la résistivité  $\Delta\varrho_{\perp C}/\varrho_{\perp C}(0)$ , les A-tours corresp. à un V de tens. induite aux bornes de la bobine de mesure, le courant transversal  $\tilde{i}_2$ , la tangente de l'angle d'anisotropie  $\varphi_C$ , la constante de Corbino  $\operatorname{tg}\varphi_C/B_\theta$  et enfin  $\varrho_{HC} = \varrho_{\perp C} \operatorname{tg} \varphi_C$ .

$$\varrho_{HC} = \varrho_c \, |c| \, \operatorname{tg} \varphi_c.$$

$B_0^1$	$B_\theta$	$\varrho_{\perp C}$	$\Delta\varrho_{\perp C}/\varrho_{\perp C}(0)$	$\tilde{v}/\tilde{v}$	$\tilde{v}_2$	$\operatorname{tg}\varphi_C$	$C$	$\varrho_{HC}$
$\text{Vs/m}^2$	$\text{Vs/m}^2$	$\Omega \cdot \text{m}$	$0/00$	A-tours/V	A	—	$\text{m}^2/\text{Vs}$	$\Omega \cdot \text{m}$
2%	2%	2%	2%	1%	2%	—	5%	5%
0 · 10 <sup>-4</sup>	0 · 10 <sup>-4</sup>	152,6 · 10 <sup>-8</sup>	0	3,12	0 · 10 <sup>-3</sup>	0 · 10 <sup>-3</sup>	0 · 10 <sup>-8</sup>	0 · 10 <sup>-8</sup>
250	215	153,0	2,6	3,12	27,3	8,74	4,06 · 10 <sup>-1</sup>	1,34
500	431	153,6	6,5	3,14	53,4	17,09	3,96	2,64
750	646	154,8	14,3	3,16	79,0	25,28	3,91	3,91
1000	862	156,0	22,2	3,21	105,1	33,63	3,90	5,25
1250	1077	157,1	29,3	3,33	125,7	40,22	3,75	6,32
1500	1293	158,3	37,2	3,52	149,6	47,87	3,70	7,58
1750	1508	159,5	45,6	3,79	171,5	54,88	3,64	8,75
2000	1724	160,9	54,1	4,39	188,7	60,38	3,50	9,72
2250	1939	162,2	62,6	5,43	206,3	66,02	3,40	10,70
2500	2155	163,6	71,7	6,25	218,8	70,02	3,25	11,46
2750	2370	165,1	78,6	6,76	224,8	71,94	3,03	11,88
3000	2586	166,5	90,6	7,09	230,4	73,73	2,85	12,28

Tableau II.

Mesure de l'effet Hall par la méthode de Hall à  $70^{\circ}C$ .

Les colonnes 1—9 donnent: Le champ  $B_0^1$  à l'endroit du noyau, le champ  $B_\theta$  à l'endroit du cylindre, la différence de température  $X$  donnée par les thermocouples pr. un courant inducteur de 0,3 A et un débit de 2,11  $cm^3/s$ , la chaleur  $Q$  dégagée par le cylindre, la résistivité dans un champ perpendiculaire  $\rho_{\perp H}$  du Bi, la densité  $\tilde{j}_2$  du courant induit, la tension de Hall  $\tilde{u}$ , la constante de Hall  $R$  =  $\rho_{HH}/B_\theta$  et enfin  $\rho_{HH} = \tilde{u}/h \tilde{j}_2$  ( $h$  = hauteur du cylindre).

$B_0^1$ Vs/m <sup>2</sup>	$B_\theta$ Vs/m <sup>2</sup>	X $^{\circ}C$	Q W	$\rho_{\perp H}$		$\tilde{j}_2$ A/m <sup>2</sup>	$\tilde{u}$ V	R m <sup>3</sup> /As	$\rho_{HH}$ Ω·m		
				2%							
				2%	5%	1%	7%				
1 · 10 <sup>-4</sup>	0 · 10 <sup>-4</sup>	5,01	54,9	152,6 · 10 <sup>-8</sup>	100,2 · 10 <sup>-4</sup>	0 · 10 <sup>-3</sup>	0 · 10 <sup>-3</sup>	0 · 10 <sup>-8</sup>	0 · 10 <sup>-8</sup>		
250	215	4,17	46,5	153,0	92,1	0,76	6,42 · 10 <sup>7</sup>	1,38	1,38		
500	431	3,11	36,0	153,6	80,9	1,32	6,31	2,72	2,72		
750	646	2,16	26,5	151,8	69,1	1,66	6,19	4,00	4,00		
1000	862	1,39	18,9	156,0	58,2	1,86	6,17	5,32	5,32		
1250	1077	0,97	14,7	157,1	51,2	2,00	6,04	6,51	6,51		
1500	1293	0,81	13,1	158,3	48,1	2,18	5,96	7,55	7,55		
1750	1508	0,65	11,5	159,5	44,8	2,38	5,84	8,99	8,99		
2000	1724	0,61	11,1	160,9	43,9	2,60	5,73	9,87	9,87		
2250	1939	0,58	10,8	162,2	43,1	2,76	5,50	10,67	10,67		
2500	2155	0,50	10,0	163,6	41,3	2,80	5,24	11,30	11,30		
2750	2370	0,47	9,7	165,1	40,5	2,82	4,89	11,60	11,60		
3000	2586	0,45	9,5	166,5	39,9	2,80	4,52	11,70	11,70		

La mesure de la tension de HALL  $\tilde{u}$  (à 7° C) donne les résultats indiqués dans la 7<sup>e</sup> colonne, le courant inducteur étant constamment de 0,3 A. Les deux dernières colonnes du tableau II indiquent, l'une la valeur de  $\varrho_{HH}$  calculée à l'aide de (8.3), l'autre celle de la constante de HALL  $R = \varrho_{HH}/B_0$ , déterminée pour le champ à l'endroit  $X$  du cylindre.

Les graphiques des fig. 17 et 18 donnent  $\tilde{j}_2(\vec{B})$  et  $\tilde{u}(\vec{B})$  à courant inducteur constant.

## 26. Comparaison de $\varrho_{HH}$ et $\varrho_{HC}$ . Conclusions.

En reprenant les données des dernières colonnes des tableaux I et II respectivement, on trouve les courbes  $\varrho_{HH}(\vec{B})$  et  $\varrho_{HC}(\vec{B})$  de la fig. 19.

Les incertitudes sur  $\varrho_{HH}$  et  $\varrho_{HC}$  étant de 5% et le champ  $B_0 - b_2$  déterminant  $\varrho_{HH}$  pouvant être jusqu'à 3% différent de  $B_0$  (qui détermine  $\varrho_{HC}$  d'après le paragraphe 15), la concordance des résultats obtenus doit être considérée comme très satisfaisante.

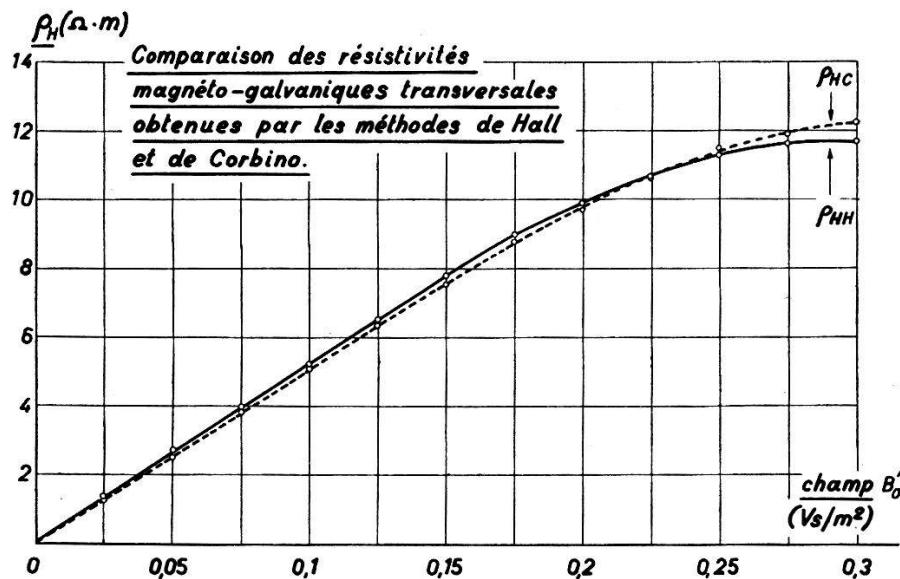


Fig. 19.

Pour terminer, mentionnons que la preuve expérimentale des qualités du montage CORBINO étant faite, on ne peut pas seulement profiter de sa grande sensibilité, mais encore étendre les mesures dans le domaine des températures très basses. En effet: les tensions de HALL et  $\varrho_{HH}$  deviennent rapidement de l'ordre de quelques pourcent de la valeur à 290° K une fois la température de l'air

liquide atteinte. Par contre  $\operatorname{tg} \varphi_C$  ne varie que dans une proportion bien plus faible<sup>23)</sup>: les mesures CORBINO gardent toute leur sensibilité à basse température.  $\varrho_{\perp C}$  étant facile à mesurer pour toutes les températures, il est extrêmement avantageux de déterminer  $\varrho_{HH}$  par la relation  $\varrho_{HH} = \varrho_{HC} = \varrho_{\perp C} \operatorname{tg} \varphi_C$ .

Lausanne, Laboratoire de Physique de l'Université.

### Bibliographie.

- 1) W. POPPELBAUM, La mesure statique et dynamique des forces électromotrices. *Helv. Phys. Acta* **26**, 489 (1953).
- 2) O. M. CORBINO, Azioni elettromagnetiche dovute agli ioni dei metalli deviati dalla traiettoria normale per effetto di un campo. *Rend. Accad. Linc.* (5) **20**, 342, 416, 569, 746 (1911).
- 3) L. L. CAMPBELL, Galvanomagnetic and Thermomagnetic effects. Longmans, Green and Co., London (1923).
- 4) W. SLEATOR, Der Hall-Effekt in der Versuchsanordnung von Corbino. *Phys. Zeitschr.* **29**, 584, 628 (1928).
- 5) C. W. HEAPS, The Relation between certain Galvanomagnetic Phenomena. *Phys. Rev.* **12**, 340 (1918).
- 6) E. P. ADAMS and A. K. CHAPMAN, The Corbino Effect. *Phil. Mag.* (6) **28**, 692 (1914); (6) **32**, 303 (1916).
- 7) K. SMITH and M. O'BRYAN, A Comparison of the Corbino and Hall Effects in Silver and Brass. *Phys. Rev.* **33**, 66 (1929).
- 8) C. C. TRABACCHI, Relation between the Hall and Corbino Coefficient for Bismuth. *Rend. Accad. Linc.* **28**, 276 (1919).
- 9) A. PERRIER, Interprétation thermoélectrique du magnétogalvanisme. *Helv. Phys. Acta* **88**, 583 (1949).
- 10) A. SMITH, The Hall Effect in Bi with High Frequency Currents. *Phys. Rev.* **35**, (1) 81 (1912).
- 11) H. R. VON TRAUBENBERG, Über den Halleffekt des Wismuts bei hohen Temperaturen. *Ann. d. Phys.* (4) **17**, 78 (1905).
- 12) TH. DES COUDRES, Umwandlung von Wechselstrom in Gleichstrom mittels des Hallschen Phänomens. *Phys. Zeitschr.* **2**, 586 (1901).
- 13) H. ZAHN, Über den adiabatischen und isothermen Halleffekt und die Messung des isothermen Halleffekts mit Wechselstrom. *Ann. d. Phys.* (4) **47**, 49 (1915).
- 14) L. A. WOOD, The Hall Effect with Audiofrequency Currents. *Phys. Rev.* **41**, 231 (1932).

- <sup>15)</sup> J. MEIXNER, Thermodynamische und kinetische Behandlung der thermo-elektrischen Effekte im Magnetfeld. *Ann. d. Phys.* (5) **35**, 701 (1939).
- <sup>16)</sup> H. B. CALLEN, Application of Onsager's Reciprocal Relations to Thermo-electric, Thermomagnetic und Galvanomagnetic Effects. *Phys. Rev.* (2) **73**, 1349 (1948).
- <sup>17)</sup> L. ONSAGER, Reciprocal Relations in Irreversible Processes. *Phys. Rev.* (2) **38**, 405, 2265 (1931).
- <sup>18)</sup> H. B. G. CASIMIR. On Onsager's Principle of Microscopic Reversibility. *Rev. Mod. Phys.* **17**, 343 (1945).
- <sup>19)</sup> S. R. DE GROOT, Thermodynamics of Irreversible Processes. North-Holland Publishing Co., Amsterdam (1951).
- <sup>20)</sup> I. PRIGOGINE, Etude thermodynamique des Phénomènes irréversibles. Dunod, Paris (1947).
- <sup>21)</sup> A. PERRIER, Grandeurs et formules théoriques nouvelles pour les phénomènes galvanomagnétiques et thermomagnétiques. *Helv. Phys. Acta* **3**, 317 (1930).
- <sup>22)</sup> J. P. JAN, Remarques au sujet de la phénoménologie des conductibilités électrique et thermique et de son application aux phénomènes magnétogalvaniques et magnétothermiques transversaux. *Helv. Phys. Acta* **26**, 281 (1953).
- <sup>23)</sup> J. P. JAN, Thèse: Effet Hall et température dans les conducteurs ferromagnétiques. *Helv. Phys. Acta* **25**, 677 (1953).
- <sup>24)</sup> MOTT and JONES, The Theory of the Properties of Metals and Alloys. Clarendon Press, Oxford (1936).
- <sup>25)</sup> F. SEITZ, The Modern Theory of Solids. Mc Graw-Hill, New York and London (1940).
- <sup>26)</sup> W. SHOCKLEY, Electrons and Holes in Semiconductors. Van Nostrand Publishing Co., New York (1950).
- <sup>27)</sup> J. L. LEVY, Thèse: An Experimental Upper Limit for the Magnitude of the Hall Effect in Single Crystals of Sodium Chloride. University of Michigan (1953).
- <sup>28)</sup> M. KOHLER, Magnetischer Halleffekt in kristallinen Medien. *Ann. d. Phys.* (5) **20**, 878 (1934).
- <sup>29)</sup> W. W. MACALPINE, Thèse: The Resistance of Bismuth in Alternating Magnetic Fields. Columbia University (1930).
- <sup>30)</sup> E. WEBER, Electromagnetic Fields, Vol. 1: Mapping of Fields. J. Wiley and Sons, New York (1950).
- <sup>31)</sup> E. P. ADAMS and A. K. CHAPMAN, The Corbino Effect. *Phil. Mag.* (6) **28**, 692 (1914); (6) **32**, 303 (1916).
- <sup>32)</sup> I. ISENBERG, B. R. RUSSEL and R. F. GREENE, Improved Method for Measuring Hall Coefficients. *Rev. Sc. Instr.* **19**, 685 (1948).

- <sup>33)</sup> F. KOLAČEK, Theoretischer Beitrag zu den Messmethoden des Halleffekts. Ann. d. Phys. (4) **39** (2), 1491 (1912).
- <sup>34)</sup> G. JOYET et A. PERRIER, Construction d'un électro-aimant de laboratoire avec bobines d'excitation à refroidissement artificiel. Bull. de l'A.S.E. **25** (1941).
- <sup>35)</sup> W. POPPELBAUM, Redresseur stabilisé à potentiomètre électronique. Helv. Phys. Acta **22**, 407 (1949).
- <sup>36)</sup> W. POPPELBAUM. Circuit antironfleur pour les alimentations tous courants. Helv. Phys. Acta **23**, 866 (1950).
- <sup>37)</sup> R. MATTHAEI, Sur un montage en pont utilisé comme déphaseur. Revue BBC 5/6, 157 (1948).

---

### Erratum.

#### **Messung des Verhältnisses der $\alpha$ -Aktivität von $U^{235}$ und $U^{234}$ im natürlichen Uran**

von E. BALDINGER, P. HUBER, K. P. MEYER und E. WÜRGER (Basel).  
(Helv. Phys. Acta XXVII, 150, 1954).

Die letzte Zeile (pag. 152) sollte heissen:  
NIER (Massenspektrograph)  $V (U_{\text{total}}^{235}/U^{234}) = (4,6 \pm 0,1) \%$ .

---