**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta
**Band:** 24 (1951)
**Heft:** I

**Artikel:** Zur Frage der Abbildung von Atomabständen im Elektronenmikroskop
**Autor:** Wegmann, L.
**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-112207

**Nutzungsbedingungen**
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 14.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Zur Frage der Abbildung von Atomabständen im Elektronenmikroskop

von **L. Wegmann.**

(15. XII. 1950.)

---

Es wird gezeigt, dass durch Ausblendung von konzentrischen Linsenzonen eine Verbesserung des Auflösungsvermögens unkorrigierter Elektronenlinsen erreicht werden kann. Insbesondere wird berechnet, dass diese Anordnung bei Benutzung bestimmter diffraktierter Strahlen eine Abbildung des Atomgitters von Kristallen ermöglicht. Die technischen Schwierigkeiten werden kurz beleuchtet.

Die direkte Sichtbarmachung oder Abbildung von Molekül- oder Atomgefügen war immer eines der faszinierendsten Ziele der Elektronenmikroskopie. Auch wenn für die Erforschung des bis heute erschlossenen Grössenbereiches wohl noch Jahrzehnte erforderlich sind, wird die Forschung nicht ruhen, Möglichkeiten für die Erweiterung dieses Bereiches aufzudecken. So ist es bereits gelungen, mit Hilfe des Feldelektronenmikroskopes Teile von Molekülen mit einem Abstand von nur 7,5 ÅE. zu trennen[1]). Leider scheint die Anwendung dieses Instrumentes vorläufig auf ganz spezielle Probleme beschränkt zu sein.

Das Durchstrahlungselektronenmikroskop kann heute bestenfalls ein Auflösungsvermögen von 10 ÅE. erreichen. Diese auch theoretisch begründete Grenze ist, wie in einer vorläufigen Mitteilung[2]) näher ausgeführt wurde, vor allem dem großen sphärischen Fehler der Elektronenlinsen zuzuschreiben. Der naheliegende Weg zur Erzielung höherer Auflösung besteht deshalb in der Verbesserung der Objektive durch Korrektur ihres sphärischen Fehlers. Dies ist im Prinzip schon durch geeignete Anordnung der Linsenelektroden oder Polschuhe möglich; es hat sich jedoch gezeigt, dass die Verwirklichung im Elektronenmikroskop Anforderungen an die elektrischen oder magnetischen Feldstärken stellt, die nicht zu erfüllen sind. Die heutigen Linsen stellen auch darin den günstigsten Kompromiss dar. Für die Korrektur des Öffnungsfehlers bleibt daher nichts anderes übrig, als neue Grössen in die Feldgleichungen einzuführen.

Bis heute sind drei Wege vorgeschlagen. Der erste besteht in der Verwendung von hochfrequenten Wechselfeldern, wodurch es möglich wird, in der Zeit des Durchganges eines Elektrons durch die Linse deren Eigenschaften zu verändern. Bei richtiger Abgleichung der Phasen müsste so eine Korrektur erzielt werden können[3]. – Eine phasenunabhängige Korrektur wird durch Einführung von Raumladungen in die abbildenden Felder ermöglicht. Die experimentelle Beherrschung der Raumladungen ist allerdings noch zu wenig entwickelt, um von den praktischen Vorschlägen baldige Resultate zu erhoffen[4] [5]. Die besten Aussichten auf praktische Verwendbarkeit hat bisher zweifellos der Vorschlag von Scherzer, zur Abbildung im Elektronenmikroskop nichtrotationssymmetrische Elemente zu verwenden. Mit Hilfe eines astigmatischen Zwischenbildes kann so eine gewisse Korrektur des Öffnungsfehlers erreicht werden[6] [7].

Ein weiterer Vorschlag von Gabor[8] zeichnet sich im Gegensatz zu den geschilderten dadurch aus, dass er mit den heutigen unkorrigierten Linsen arbeitet. In einer Art Elektronen-Schattenmikroskop wird dabei ein Diffraktionsbild des Objektes gewonnen. Die Synthese zur Abbildung erfolgt dagegen mit Hilfe einer lichtoptischen Anordnung, welche durch geeignete Linsenfehler das fehlerbehaftete Bild wieder entzerren soll. Die mögliche Korrektur der sphärischen Aberration erfolgt in diesem Schema also im lichtoptischen Teil, was das Problem natürlich wesentlich vereinfacht. Die Bedingungen, welche dabei an die Elektronenquelle gestellt werden müssen, sind jedoch so, dass auch hier ein rascher Erfolg nicht wahrscheinlich ist; Gabor berechnet nämlich eine Beleuchtungsapertur, der bei Benutzung der heutigen Elektronenquellen eine Expositionszeit von einer Stunde entspricht, „an inconveniently long exposure, though not prohibitive“[9].

Es ist nun interessant, dass bei Inkaufnahme ähnlich ungünstiger Bedingungen auch eine Möglichkeit existiert, mit den heutigen Linsen ohne jede Korrektur Atomabstände zu trennen. In allen bisherigen Vorschlägen wurde stillschweigend vorausgesetzt, dass der für die sphärische Aberration massgebende Öffnungswinkel identisch ist mit demjenigen des Beugungsfehlers, d. h. mit dem grössten Beugungswinkel. Dies muss aber nicht unter allen Umständen der Fall sein. Es gibt Abbildungssysteme, bei welchen diese zwei Winkel wesentlich unabhängig voneinander gewählt werden können.

In einer früheren Arbeit[10] wurde gezeigt, dass bei der Abbildung von Fresnelschen Beugungsstreifen unter Umständen bessere Auf-

lösungen erreicht werden können, als dem Abbildungssystem normalerweise zuzuschreiben sind. Für den kleinsten aufgelösten Abstand der Beugungssäume wurde die Bedingung abgeleitet (p. 445):

$$\Delta x_n = \Delta B \cdot \left(1 - \frac{1}{8n}\right) \cong \Delta B = \frac{\lambda}{2\omega} \tag{1}$$

wo die Ordnung $n$ des beobachteten letzten Maximums als gross vorausgesetzt wurde. Im Falle eines *korrigierten* Abbildungssystemes muss diese Bedingung offenbar so interpretiert werden, dass das Auflösungsvermögen für Fresnelsche Beugung an einer Kante wieder durch die Abbesche Formel gegeben ist. Das heisst, die Abbesche Auflösungsbedingung als reine Aperturbedingung gestattet auch in dieser Anordnung keine Unterschreitung des für Gitterstriche berechneten Auflösungsvermögens*).

Einzig bei Beugung an zwei Kanten (Spalt oder Strich) ist es möglich, entsprechend der zweimal grösseren Apertur eine zweimal bessere Auflösung zu erhalten, wie dies in Fig. 7 der zitierten Arbeit nachgewiesen wurde. Das normale Auflösungsvermögen eines Lichtmikroskopes (3800 m$\mu$) konnte um die Hälfte unterschritten werden, ähnlich wie bei Dunkelfeldabbildung von realen Objekten.

Insbesondere aber wurde gezeigt, dass bei sphärisch *unkorrigierten* Systemen, wie sie in der Elektronenmikroskopie die Regel sind, theoretisch eine Auflösung erreicht werden kann, die der um Grössenordnungen besseren von korrigierten Systemen entspricht, da die Linsenfehler keinerlei Beeinträchtigung des Kontrastes der Beugungsinterferenzen nach sich ziehen. Dies bedeutet, dass die bis heute aufgelösten Interferenzabstände von bestenfalls 10 ÅE. durchaus nicht an der Auflösungsgrenze des Abbildungssystems für Fresnelsche Beugung liegen. Genügende Stabilität und Monochromasie vorausgesetzt, müssen auch Streifenabstände von 1 ÅE. noch getrennt werden können, so dass also von dieser Seite her die Grössenordnung der Atomabstände erreicht werden könnte.

Ganz ähnlich liegen die Verhältnisse aber auch bei der Abbildung eines periodischen Gitters. Die durch die Beugung entstehenden diskreten Strahlenbündel benutzen tatsächlich nur eine kleine Linsenzone (Fig. 1), und die Qualität dieser Abbildung hängt nur von den Eigenschaften dieser Zone, nicht aber von denjenigen der ganzen Linse ab. Insbesondere ist eine unendlich schmale Ringzone jeder rotationssymmetrischen Linse einem korrigierten System gleichzusetzen, wenn das Zentrum der Linse nicht gleichzeitig

*) Die hier gegebene Deutung der Formel (1) stammt aus gemeinsamer Diskussion mit H. Boersch.

benutzt wird. Aber auch eine Linsenzone von einiger Ausdehnung in radialer Richtung (Fig. 1) kann noch recht gute Abbildungseigenschaften aufweisen, wenn eben die Linsenfehler dieser Zone

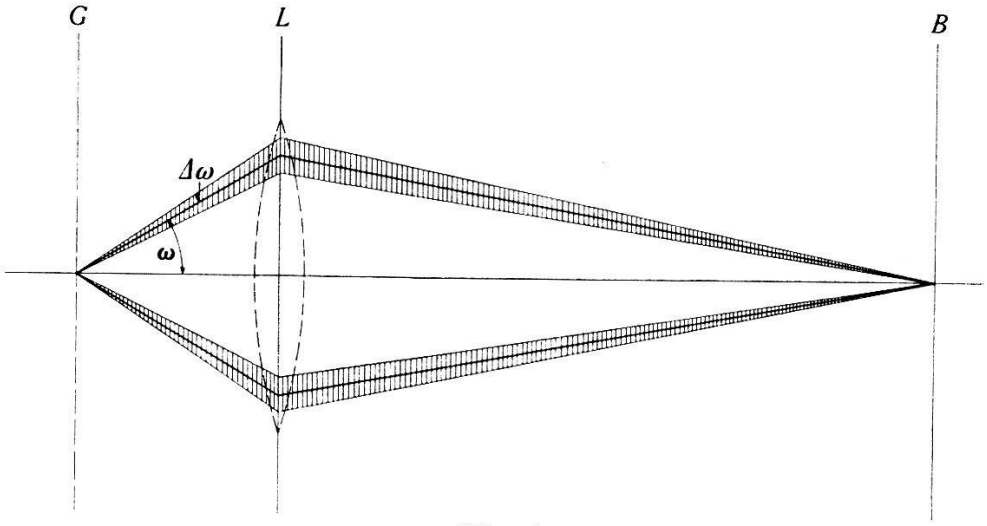
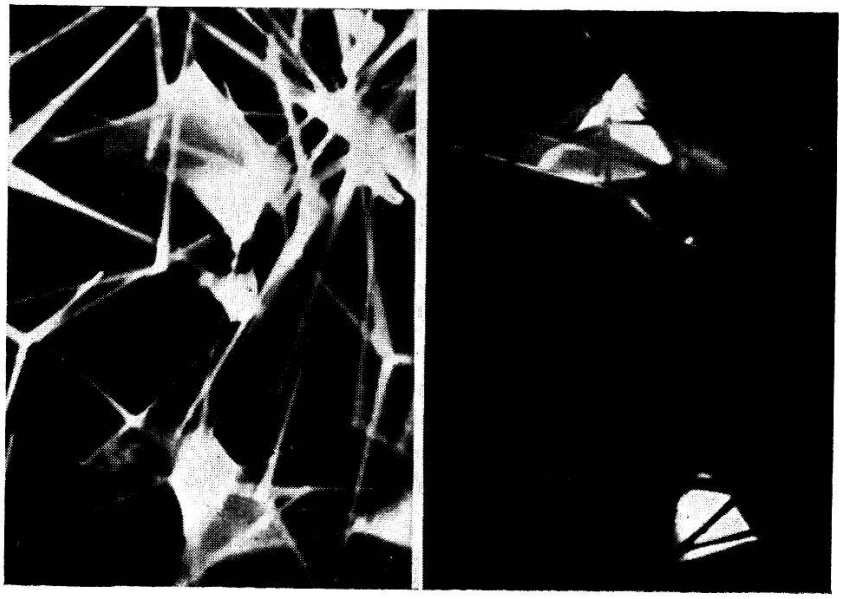



Fig. 1.



1 μ.

Fig. 2.

Hellfeld- und Dunkelfeldbild von ZnO-Kristallen. 18500×.
Aufnahme Trüb-Täuber-Elektronenmikroskop.

nicht mit dem Zustand des Zentrums in Beziehung gebracht werden müssen.

Zur Illustration sei an die Abbildung von Kristallen durch *einen* diffraktierten Strahl erinnert. Fig. 2 zeigt eine Aufnahme von ZnO-Kriställchen, links im Hellfeld (zweimal umkopiert) und rechts

im Dunkelfeld. Die Belichtung im Dunkelfeld ist so gewählt, dass nur die intensiven „Nebenbilder" zur Abbildung gelangen. Beide Aufnahmen wurden ohne Objektivblende und bei derselben grossen Beleuchtungsapertur von $\alpha \simeq 7 \cdot 10^{-4}$ gemacht. Es zeigt sich deutlich, dass die Nebenbilder trotz der Benutzung der weit fehlerhafteren äusseren Linsenzonen schärfer abgebildet sind, weil die benutzte Objektivapertur für den diffraktierten Strahl fast genau der Beleuchtungsapertur entspricht, während im Hellfeld Beugung und Streuung eine starke Vergrösserung der Apertur zur Folge haben.

Es wird also auf diese Weise möglich sein, ein Atomgitter dadurch abzubilden, dass man nach dem Objekt den primären Strahl sowie alle diffraktierten Strahlen mit Ausnahme derjenigen mit einem bestimmten Beugungswinkel $\omega$ ausblendet und diese restlichen

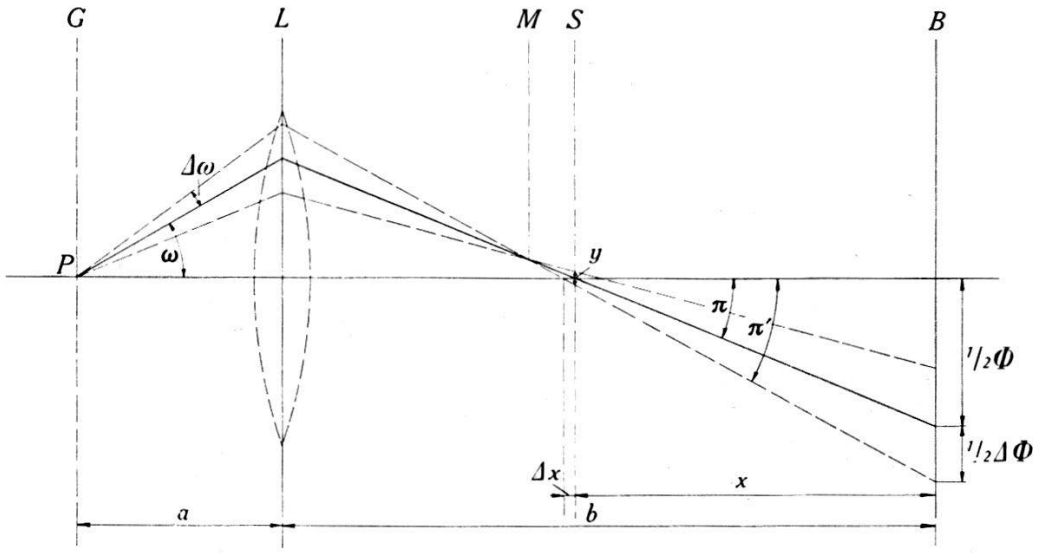



Fig. 3.

Strahlen allein zur Abbildung benutzt (vgl. Fig. 1). Experimentell sollten diese Bedingungen erfüllbar sein. Dagegen ist das einfallende Strahlenbündel mit einer gewissen Eigenapertur $\Delta\omega$ behaftet, so dass auch die diffraktierten Strahlen mit dieser Apertur $\Delta\omega$ die Linse durchdringen. Dies verursacht natürlich in der Bildebene $B$ einen gewissen Bildfehler. Es ist nun zu untersuchen, welche Beleuchtungsapertur $\Delta\omega$ noch zulässig ist, damit die zum Beugungswinkel $\omega$ gehörige Gitterkonstante $d = \lambda/2\,\omega$ (für die Indices 001 gerechnet) noch aufgelöst werden kann.

Es sei in Fig. 3 $G$ die Objektebene der Objektivlinse $L$. Die zu dieser konjugierte Gaussche Bildebene für paraxiale Strahlen befinde sich in $B$. Infolge der sphärischen Aberration der Linse $L$ schneidet der Strahl mit der objektseitigen Apertur $\omega$ die Achse bildseitig in der Ebene $S$. Die Abbildung eines Punktes $P$ auf der

Achse in $G$ durch ein Strahlenbündel mit dem beidseitigen Öffnungswinkel $\omega$ würde in der Bildebene $B$ ein Beugungsscheibchen vom Durchmesser $\Phi$ erzeugen. Die bekannte Beziehung dafür ist

$$\Phi = C_3 \cdot V \cdot \omega^3, \tag{2}$$

wo $V = b/a$ die Vergrösserung bedeutet. $C_3$ ist die Seidlsche Konstante für den sphärischen Fehler dritter Ordnung. Während $C_1$ in der Gausschen Bildebene definitionsgemäss Null wird, ist $C_5$ für die gebräuchlichen Elektronenlinsen bis zu grossen Aperturen nicht von Bedeutung[11]). Nun sei $\omega$ der Beugungswinkel eines ausgeblendeten Diffraktionsstrahles mit der Eigenapertur $\Delta\omega$ (vgl. auch Fig. 1). Die Durchstossfläche dieses Strahlenbündels mit der Linse $L$ (welche als unendlich dünn betrachtet wird), ist eine Ellipse, welche das Linsenzentrum nicht enthält. Infolge der sphärischen Aberration wird die Abbildung durch einen solchen Linsenausschnitt astigmatisch, wobei sich die meridionale Bildebene in $M$, die sagittale in $S$ befindet.

Die Strahlen aus allen Richtungen mit dem Beugungswinkel $\omega$ treffen sich in $S$; somit ist $S$ die gesuchte Bildebene für unsere Abbildung durch die diffraktierten Strahlen. Das Bild des Punktes $P$ in $S$ besteht für jedes Bündel mit der räumlichen Öffnung $\omega \pm \Delta\omega$ in einer Linie von der Länge $y$. Diese Grösse $y$ soll berechnet werden.

Wir dürfen folgende Vereinfachungen annehmen:

$$V = \frac{b}{a} \gg 1, \qquad \Delta\omega \ll \omega, \qquad \Delta x \ll x, \qquad \Delta\Phi \ll \Phi, \tag{3}$$

so dass quadratische Glieder vernachlässigt und alle Sinus und Tangenten durch ihre Bogen ersetzt werden können.

Nach Fig. 3 ist dann:

$$\frac{1}{2}\, y = \Delta x \cdot \pi' \tag{4}$$

$$\left.\begin{aligned} \Phi &= 2\pi \cdot x \\ \Phi + \Delta\Phi &= 2\pi' \cdot (x + \Delta x) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} a \cdot \omega &= \pi \cdot (b - x) \\ a \cdot (\omega + \Delta\omega) &= \pi' \cdot (b - x - \Delta x) \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Aus (4) und (5) folgt:

$$y = \Phi + \Delta\Phi - 2x \cdot \pi' = \Delta\Phi + \Phi \cdot \frac{\pi - \pi'}{\pi} \tag{7}$$

Aus (6):

$$\pi - \pi' = \frac{-a \cdot \Delta\omega - \pi' \cdot \Delta x}{b - x} = \frac{-a \cdot \Delta\omega - \frac{1}{2} \cdot y}{b - x}$$

und

$$\frac{\pi - \pi'}{\pi} = -\frac{\Delta\omega}{\omega} - \frac{y}{2\,a\,\omega}$$

Dies eingesetzt in (7):

$$y = \Delta\Phi - \Phi\,\frac{\Delta\omega}{\omega} - \Phi\,\frac{y}{2\,a\,\omega}$$

oder

$$y = -\frac{\Delta\Phi - \Phi\cdot\dfrac{\Delta\omega}{\omega}}{1 + \dfrac{\Phi}{2\,a\,\omega}} \tag{8}$$

Nun kann aus (2) noch $\Delta\Phi$ bestimmt werden:

$\Delta\Phi = d\Phi/d\omega \cdot \Delta\omega$, wobei $V$ konstant bleibt, da $\Delta\Phi$ in derselben Ebene definiert ist wie $\Phi$ selbst. Dies ergibt:

$$\Delta\Phi = 3\,C_3 \cdot V \cdot \omega^2 \cdot \Delta\omega = 3\,\Phi \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega}$$

Somit wird (8) zu:

$$y = \frac{2\,\Phi \cdot \dfrac{\Delta\omega}{\omega}}{1 + \dfrac{\Phi}{2\,a\,\omega}} = \frac{2\,C_3 \cdot V \cdot \omega^2 \cdot \Delta\omega}{1 + \dfrac{\Phi}{2\,a\,\omega}} \tag{9}$$

Dies ist der Durchmesser der resultierenden Beugungsfigur in der Ebene $S$, welche wir als Bildebene für die Abbildung des Atomgitters durch eine Schar von diffraktierten Strahlen gewählt haben. Damit die Gitterelemente in dieser Ebene noch aufgelöst werden können, ist es notwendig, dass die Beugungsfigur in $S$ kleiner ist als die Gitterkonstante $d \cdot V'$ des vergrösserten Gitterbildes. Die Bedingung für das Zustandekommen einer Abbildung lautet also:

$$y \leqq d \cdot V', \tag{10}$$

wobei $V' = (b - x)/a$ die Bildvergrösserung in der Ebene $S$ bedeutet. Aus (9) und (10) ergibt sich somit die Bedingung für $\Delta\omega$:

$$\Delta\omega \leqq \frac{d \cdot V'}{2\,C_3 \cdot V \cdot \omega^2} \cdot \left(1 + \frac{\Phi}{2\,a\,\omega}\right) \tag{11}$$

Das Verhältnis $V/V'$ ist leicht aus der Definition zu berechnen:

$$\frac{V}{V'} = \frac{b}{b - x} = 1 + \frac{x}{b - x}$$

und durch Kombination mit (5) und (6):

$$\frac{V}{V'} = 1 + \frac{\Phi}{2\,a\,\omega}\,.$$

Somit vereinfacht sich die Abbildungsbedingung zu:

$$\Delta\omega \leqq \frac{d}{2 \cdot C_3 \cdot \omega^2} = \frac{2\,d^3}{C_3 \cdot \lambda^2} \tag{12}$$

weil wir für $\omega$ den kleinsten Beugungswinkel $\lambda/2\,d$ gewählt haben. Die zulässige Beleuchtungsapertur $\Delta\omega$ nimmt also mit der dritten Potenz des verlangten Auflösungsvermögens $d$ ab. So wird sie für einen Kristall mit der Netzebenendistanz $d = 2$ ÅE. bei $\lambda = 5 \cdot 10^{-10}$ cm (zirka 50 kV) und $C_3 = 7{,}5$ cm (Messungen an elektrostatischen Trüb-Täuber-Objektiven)

$$\underline{\Delta\omega \leqq 0{,}9 \cdot 10^{-5}.}$$

Aus eigenen Versuchen kann geschlossen werden, dass diese Apertur noch keine Stunde Belichtungsdauer verlangt, wenn nicht die diffraktierten Strahlen eine ausserordentlich geringe Intensität enthalten. Immerhin bewegt sie sich doch in der Grössenordnung von Minuten, was alle die Bedenken wieder wachruft, die in letzter Zeit gegen die Möglichkeit der Abbildung von Atomabständen überhaupt erhoben wurden, wie z. B. der bis heute nicht überwundene Mangel an Präzision und Stabilität für die Auflösung der kleinsten Abstände und die mangelnde Stabilität der Objekte selbst unter der Elektronenbestrahlung[10] [12] [13]. Weiter müsste auch hier eine zusätzliche Phasenschiebung angewendet werden, um das Atomgitter überhaupt als Amplitudengitter abbilden zu können[14]. Dagegen dürfte eine chromatische Filterung für diese Anordnung überflüssig sein, da die diffraktierten Strahlen ja keine unelastisch gestreuten Elektronen enthalten. Andrerseits bleibt allerdings die Frage offen, ob die chromatische Homogenität der Elektronenquellen den höheren Anforderungen noch genügen wird.

Wie bei allen genannten Vorschlägen ist also auch hier die Wahrscheinlichkeit sehr gering, dass in absehbarer Zeit gute Resultate erzielt werden können. Die beschriebene Anordnung dürfte jedoch deshalb nicht ganz uninteressant sein, weil es denkbar ist, eine Elektronenlinse so zu konstruieren, dass sie für gewisse Zonen eine verminderte sphärische Aberration aufweist, wenn die Abbildungseigenschaften für achsennahe Strahlen beliebig schlecht sein dürfen. In diesem Fall könnte es auch möglich werden, Abweichungen in der Gitterkonstanten mit abzubilden, was das eigentlich interessante Problem in diesem Bereich ist.

Zürich, Laboratorium für Elektronenmikroskopie der Fa. Trüb, Täuber & Co. AG.

## Literaturverzeichnis.


[1]) E. Müller, Naturwiss. **37**, 333 (1950).
[2]) L. Wegmann, Helv. Phys. Acta **23**, 867 (1950).
[3]) E. Brüche und A. Recknagel, Z. f. Phys. **108**, 459 (1939).
[4]) D. Gabor, Nature **160**, 89 (1947).
[5]) O. Scherzer, Optik **2**, 124 (1947).
[6]) O. Scherzer, Optik **5**, 497 (1949).
[7]) O. Seeliger, Optik **5**, 490 (1949).
[8]) D. Gabor, Nature, **161**, 777 (1948).
[9]) D. Gabor, Proc. Conf. on El. M.Delft, 55 (1950).
[10]) L. Wegmann, Helv. Phys. Acta **23**, 437 (1950).
Vgl. auch M. E. Haine, Proc. Conf. on El. M. Delft, 70 (1950).
[11]) R. Seeliger, Optik **4**, 258 (1948/49).
[12]) H. Boersch, Z. f. Phys. **127**, 391 (1950)
[13]) L. Wegmann, Chimia **4**, 26 (1950).
[14]) H. Boersch, Z. Naturf. **2**a, 615 (1947).