

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 22 (1949)  
**Heft:** III

**Artikel:** Die Entwicklung des linearen Accelerators  
**Autor:** Graffunder, W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-112004>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Die Entwicklung des linearen Accelerators

von **W. Graffunder** (Fribourg).

(16. XII. 1948.)

### I. Einleitung.

Ein linearer Teilchenbeschleuniger wurde bereits im Jahre 1925 von G. ISING<sup>1)</sup> vorgeschlagen. In etwas anderer Form wurde er dann von R. WIDEROE<sup>2)</sup> mit zwei Beschleunigungsstrecken verwirklicht, später in der von WIDEROE entwickelten Form, jedoch mit zahlreichen Stufen von J. THIBAUD<sup>3)</sup> in Frankreich und von SLOAN und LAWRENCE<sup>4)</sup> in Amerika ausgeführt. Ein 30-stufiges Modell dieser Forscher ergab bei Hg-Ionen bereits Beschleunigungsenergien von  $1,2 \times 10^6$  e-Volt. SLOAN und LAWRENCE erkannten aber auch die grundsätzlichen Schwierigkeiten, die sich einer erheblichen Vergrösserung dieser Energie, besonders bei Anwendung auf leichte Ionen und Elektronen, entgegenstellen mussten (grosse Baulänge, grosser Leistungsbedarf, Fokussierungsschwierigkeiten). In der Folgezeit wandte sich die Aufmerksamkeit daher vorwiegend jenen Formen der Teilchenbeschleuniger zu, die mit magnetisch aufgewickelter Teilchenbahn arbeiten, dem Cyclotron, Betatron und neuerdings dem Synchrotron. Erst in der Nachkriegszeit kam wieder Interesse für die Linearbeschleuniger auf, begründet durch die grosse Entwicklung der Technik der Dezimeter- und Centimeterwellen und der Impulstechnik, so wie durch das Vorhandensein grosser Mengen von war-surplus-material. Für den Linearbeschleuniger sprach vor allem dass die Möglichkeit, nunmehr sehr grosse Hochfrequenzleistungen bei sehr viel kürzeren Wellenlängen zu erzeugen, gegenüber der Vorkriegszeit zu einer erheblichen Verkürzung der Baulänge führen konnte. Hinzu kam, dass Verluste durch Strahlung vernachlässigbar gering waren und keine Schwierigkeiten beim Ein- und Ausschleusen der Teilchen bestanden. Als Vorteil des Linearbeschleunigers wurde ferner angeführt<sup>5)</sup>, dass hierbei die Kosten annähernd linear mit der zu erzielenden Teilchenenergie wachsen, während, zum mindesten bei dem Betatron, die Kosten etwa proportional mit der 3. Potenz der Teilchenenergie zunehmen. Besonders bei

sehr grossen Energien musste sich daher die Überlegenheit des Linearbeschleunigers bemerkbar machen.

Vor allem in den Jahren 1946 und 1947 ist in den Vereinigten Staaten eine grosse Zahl von Arbeiten erschienen, die sich mit linearen Acceleratoren für Elektronen und Ionen beschäftigen. Es scheinen im wesentlichen 6 Stellen zu sein, an denen hieran gearbeitet wird. In alphabetischer Reihenfolge sind dies:

1. Die California-University (ALVAREZ, BAKKER, BRADNER, CRAWFORD, FRANCK, GORDON, Gow, JOHNSTON, MARTINELLI, MILLAN, OPPENHEIMER, PANOFSKY, RICHMAN, SERBER, TOULIS, WOODYARD), bei der es sich um den Bau eines Ionen-Beschleunigers handelt (15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22).
2. Das Laboratorium der General Electric Company (HAHN, LAWTON) (23, 31, 32).
3. Das Massachusetts Institute of Technologie (EVERHART, HALPERN, RAPUANO, SLATER) (24, 25).
4. Die Purdue-University (AKELEY, GINZBARY, HAXBY, SMITH, WELCH, WHALEY, WOODYARD) (7, 26).
5. Die Stanford-University (GINZTON, HANSON, KENNEDY, Post) (6, 27).
6. Die Yale-University (BERINGER, CLARKE, Mc. CARTHY, LOCKWOOD, MONTGOMERY, RICE, SCHULTZ, WATSON) (28),

die sich sämtlich mit Elektronenacceleratoren beschäftigen. Hinzu kommen noch zahlreiche Einzelveröffentlichungen, bei denen es sich ebenfalls um Hochfrequenzbeschleuniger für Elektronen handelt. An den meisten dieser Stellen ist im Laufe des Jahres 1946 mit dem Bau grösserer Geräte begonnen worden. Auf der internationalen Physikertagung in Zürich hat ALVAREZ über die Fertigstellung seines Ionenbeschleunigers berichtet. Ferner ist von HANSEN, GINZTON und KENNEDY<sup>6</sup>) über die Fortschritte der Arbeiten an der Stanford-University ausführlicher berichtet worden. Von den anderen Stellen liegen noch keine endgültigen Berichte vor.

Trotz der grundsätzlichen Einfachheit des Beschleunigungsprinzipes ergeben sich bei der Konstruktion grösserer und vielstufiger Elektronenbeschleuniger eine Reihe von Problemen, die die praktische Ausführung eines derartigen Gerätes erschweren: zu den elektrotechnischen Fragen der Beschaffung, Zuleitung und Verteilung der HF-Energie, Abstimmungs- und Kopplungsproblemen kommen elektronen-optische Probleme, die Fragen der Fokussierung und Bündelung des Elektronenstrahles und die thermischen Probleme der Abführung der Wärmeleistung unter Vermeidung einer unzulässigen thermischen Deformation der Resonatoren.

Die Ausführungen auf den folgenden Seiten beschäftigen sich in erster Linie mit der grundsätzlichen Frage des notwendigen Leistungsbedarfes. GINZTON, HANSEN und KENNEDY<sup>6)</sup> behandeln in der erwähnten Arbeit auch diese Probleme und kommen, wenn auch auf anderem Wege, zu denselben Ergebnissen.

Es gibt für die Konstruktion eines Linearbeschleunigers zahlreiche Möglichkeiten, die sich auf die verschiedenen Schwingungsformen der sich in einem Wellenleiter bewegenden elektromagnetischen Welle zurückführen lassen.

Der Beschleuniger besteht im Prinzip aus einer Reihe hintereinander angeordneter Resonatoren, durch die der Elektronenstrahl hindurchtritt. Die einzelnen Resonatoren sind durch leitende, die elektrische Welle reflektierende Wände voneinander getrennt, in denen sich eine mehr oder weniger grosse Öffnung zum Durchtritt des Elektronenstrahls befindet. Wir können nun 2 Grenzfälle unterscheiden:

a) Die Öffnung in den Trennwänden ist verschwindend klein. In diesem Fall ist die Kopplung zwischen den Resonatoren zu vernachlässigen, jeder Einzelresonator schwingt unabhängig von den anderen, die Phase der Schwingung kann so eingestellt werden, dass ein die Reihe dieser Resonatoren durchlaufendes Elektron stets die für seine Beschleunigung optimale Phase des elektrischen Feldes antrifft (Abschnitt II).

b) Die Öffnung in den Trennwänden ist extrem gross, so dass sie bis an den Rand der Trennwände heranreicht, d. h. diese sind praktisch verschwunden. Wir haben dann nicht mehr Einzelresonatoren, sondern einen Wellenleiter vor uns, in dem sich die elektrische Welle fortpflanzt. Je nach dem, ob der Wellenleiter am Ende reflektierend abgeschlossen ist oder nicht, kann es zur Ausbildung einer stehenden oder einer fortschreitenden Welle kommen. Die Phasengeschwindigkeit einer solchen Welle ist stets grösser als Lichtgeschwindigkeit. Das in dem Wellenleiter wandernde Elektron bleibt daher sehr bald hinter der Welle zurück, es kommt an Stellen geringerer und schliesslich verzögernder Feldstärke. Der Wellenleiter darf daher nicht sehr lang sein, um so weniger, je grösser die Differenz zwischen den Wanderungsgeschwindigkeiten der Welle und des Elektrons ist (Abschnitt III).

Zwischen diesen beiden Extremfällen: a) völlig gegeneinander abgeschlossene Einzelresonatoren, b) einem glatt durchlaufenden Wellenleiter ohne Belastung durch Trennwände gibt es nun kontinuierliche Übergänge, indem man die Öffnung in den Trennwänden grösser und grösser werden lässt. Wir haben dann einen mit irisför-

migen Blenden belasteten Wellenleiter vor uns. Es zeigt sich, dass die Phasengeschwindigkeit in einem derartig belasteten Wellenleiter von der Grösse der Öffnungen in den Blenden und ihrem gegenseitigen Abstand abhängt, und man kann es so einrichten, dass die Phasengeschwindigkeit in dem Wellenleiter und die Wanderungsgeschwindigkeit des Elektrons übereinstimmen. Dann kommt das Elektron niemals «ausser Tritt», und es ist möglich, beliebig lange Wellenleiter zu verwenden. Besonders an dem innern Rand der Irisblenden herrscht aber eine beträchtliche elektrische Stromdichte, so dass die

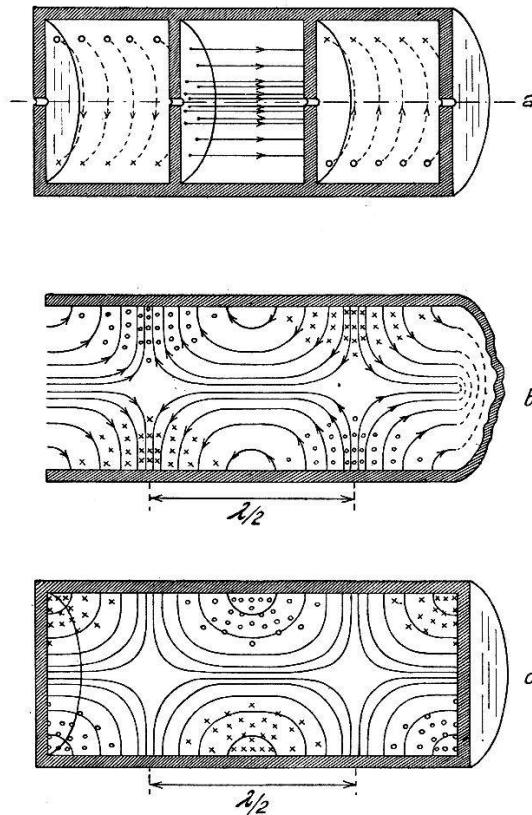


Fig. 1.

- a) Feldlinienverlauf einer  $E_{010}$ -Welle.
- b) Feldlinienverlauf einer fortschreitenden  $E_{01}$ -Welle.
- c) Feldlinienverlauf einer stehenden  $E_{012}$ -Welle.

Dämpfung des Wellenleiters durch die Blenden nicht unerheblich vergrössert wird.

Dieser Fall des belasteten Wellenleiters soll hier nicht besprochen werden, zumal die rechnerische Behandlung nicht so einfach ist, wie bei den Grenzfällen a und b und dieser Fall auch mehrfach behandelt worden ist (z. B. 7, 8). Es soll übrigens erwähnt werden, dass auch der belastete Wellenleiter entweder reflektierend abgeschlossen werden kann (stehende Welle), oder dass man in ihm eine fortschreitende Welle erzeugen kann.

Der Übergang aus dem Grenzfall a in den Grenzfall b zeigt sich physikalisch in der Änderung des Feldlinienverlaufes.

Ein Augenblicksbild des Feldlinienverlaufes dieser beiden Fälle ist in Fig. 1a und 1b gegeben. In Bild a ist die Energie in dem mittleren Resonator gerade in dem elektrischen Feld, in den beiden andern Resonatoren im magnetischen Feld konzentriert. In Bild b ist der Feldverlauf einer fortschreitenden  $E_{01}$ -Welle gezeichnet\*).

Gehen wir von diesem Falle aus und denken wir uns kreisförmige Blenden mit abnehmender Öffnung in den Leiter eingesetzt, so werden die elektrischen Feldlinien, die ja praktisch stets senkrecht in die Leiterfläche einmünden, mehr und mehr achsenparallel werden und sich schliesslich der Form Bild 1a angleichen.

In Bild 1c ist noch der Feldverlauf einer *stehenden Welle* in einem solchen Augenblick dargestellt, in dem ihre Energie teilweise im elektrischen, teilweise im magnetischen Felde konzentriert ist.

Wir werden am Schlusse sehen, dass alle Methoden, auch die des belasteten Wellenleiters, die gleiche Größenordnung der zu erreichenden Elektronenenergie ergeben.

## II. Elektronenbeschleunigung in Einzelresonatoren.

In diesem Abschnitt soll nun zunächst für den Fall a untersucht werden, welche Beschleunigungsspannung bei vorgegebener Leistung und vorgegebener Länge des Beschleunigungssystems maximal erzielbar ist, und welche Bedingungen sich hierbei für die Form der Resonatoren ergeben.

### 1. Der zylindrische Dosenresonator.

Die in Fig. 1a dargestellte Schwingungsform in einer zylindrischen Dose ist in Fig. 2 nochmals dargestellt. Die elektrischen Feldlinien laufen hierbei achsenparallel, die magnetischen umschließen sie kreisförmig. Das Maximum der elektrischen Feldstärke liegt in der Achse und nimmt längs des Radius  $r$  proportional der Besselschen Funktion nullter Ordnung ab. Dieser Verlauf der Feldstärke ist in Fig. 2 ebenfalls eingezeichnet. Die Stromlinien in der Mantelfläche des Zylinders verlaufen ebenfalls achsenparallel. Ihre Stromdichte ist auf der Mantelfläche überall gleich. Da die Jouleschen Verluste proportional dem Quadrat der Stromstärke sind, bedeutet jede Abweichung von der gleichmässigen Stromverteilung eine Zunahme

\*) Die elektrischen Feldlinien sind durch ausgezogene, die magnetischen Feldlinien durch gestrichelte Linien bez. ihre Spuren beim Durchtritt durch die Zeichenebene dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind im Bild b und c nur die Feldlinien in der Schnittebene eingezeichnet.

der Dämpfung, und es ist daher eine Resonatorform mit kreisförmigem Querschnitt einer solchen mit quadratischem oder rechteckigem Querschnitt überlegen.

Für die  $E_{010}$ -Welle ist bei zylindrischer Dose der Parallel-Verlustwiderstand

$$R_p = 185 \frac{h}{\delta} \frac{1}{1 + \frac{d}{2h}}. \quad (1)^*$$

Die Bedeutung der Größen  $h$  und  $d$  ist aus der Fig. 2 ersichtlich,  $\delta$  ist die Eindringtiefe des Skineffektes. Es gilt für Kupfer

$$\delta_{cm} = 3,8 \cdot 10^{-5} \sqrt{\lambda_{cm}}$$

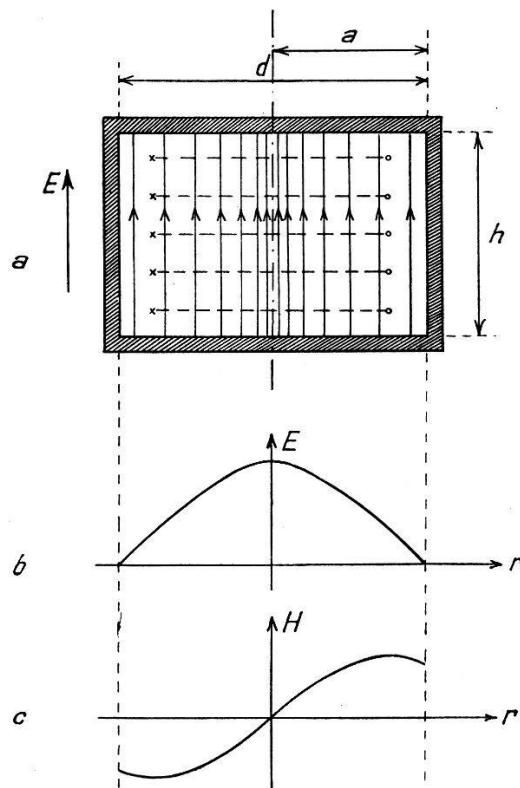


Fig. 2.

Dosenresonator mit  $E_{010}$ -Schwingung

- a) Feldlinienverlauf.
- b) Verlauf der elektrischen Feldstärke als Funktion des Radius.
- c) Verlauf der magnetischen Feldstärke als Funktion des Radius.

Durchmesser und Wellenlänge stehen bei Resonanz in der Beziehung

$$d = \frac{1}{1,31} \lambda$$

Ersetzt man schliesslich auch  $h$  unter Einführung des Formfaktors  $k$  durch die Beziehung

$$h = k \cdot \lambda$$

\*) Über die Ableitung dieser Formel s. Fussnote zu S. 248.

so ergibt sich bei der Resonanzwellenlänge für den Parallelwiderstand

$$R_p = \frac{12,8 \cdot 10^6 \cdot k^2}{1 + 2,61 k} \sqrt{\lambda} \quad (2)$$

Mit Hilfe dieses Verlustwiderstandes  $R_p$  lässt sich sofort der Scheitelwert  $U_0$  der «Spannung» angeben, die sich längs der Achse des Resonators bei Zuführung der Leistung  $N$  ausbildet. Es ist

$$U_0 = \sqrt{2 N R_p}$$

(Wir werden hier und im folgenden die Bezeichnung «Spannung» für das Wegintegral der Feldstärke aus Gründen der Bequemlichkeit auch dann anwenden, wenn kein Potential im quasi-stationären Sinn existiert.) Hieraus wird dann

$$U_0 = \frac{5,05 \cdot 10^3 \cdot k}{\sqrt{1 + 2,61 k}} \sqrt{N} \sqrt{\lambda} \quad (3)$$

Das schnelle Ansteigen dieses Wertes mit  $k$  legt es nahe, möglichst hohe Dosen mit grossem Wert  $k$  zu verwenden, um eine grössere Beschleunigungsspannung zu erzielen. Diese ist aber tatsächlich nicht ausnutzbar, da sich die Feldstärke während der Laufzeit des Partikels ändert und an die Stelle der maximalen Feldstärke  $E_0$  ein Mittelwert  $\bar{E}$  tritt, dessen Betrag von der Phase der Feldstärke im Augenblick des Eintritts in den Resonator und dem Laufzeitwinkel  $\varphi$  abhängt. Für stark vorbeschleunigte Partikel, die sich bereits nahezu mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, also besonders für Elektronen, wird dieser Mittelwert für die günstigste Startphase

$$\bar{E} = E_0 \frac{\sin \varphi/2}{\varphi/2} \quad (4)$$

Bis zu Laufzeitwinkeln von  $90^\circ$  nimmt dieser Ausdruck nur wenig, dann aber schneller ab.

Längs der Strecke  $h = k \lambda$  wird für stark vorbeschleunigte Elektronen der Laufzeitwinkel

$$\varphi = 2 \pi k$$

und wir erhalten für die im Resonator auf das Elektron maximal übertragbare Energie in  $e$ -Volt\*) unter Berücksichtigung des Laufzeiteinflusses:

$$\bar{U} = U_0 \frac{\sin \pi k}{\pi k} = 1,61 \cdot 10^3 \frac{\sin \pi k}{\sqrt{1 + 2,61 k}} \sqrt{N} \sqrt{\lambda} \quad (5)$$

\*) Wir verwenden im folgenden das Symbol  $U$  sowohl zur Bezeichnung des *Potentials* als auch zur Kennzeichnung einer *Energie in e-Volt*, da hierdurch kaum Missverständnisse entstehen können.

## Der Ausdruck

$$\frac{\sin \pi k}{\sqrt{1+2,61 k}}$$

wird ein Maximum für  $k = 0,44$ , wobei er den Wert 0,67 annimmt. Dadurch ist also die optimale Resonatorform festgelegt. Höhe zu Durchmesser verhalten sich hierbei wie 0,58:1. Für diese Form gilt dann

$$\bar{U} = 1,08 \cdot 10^3 \sqrt{N} \sqrt[4]{\lambda} \quad (6)$$

Diese Form wird man also wählen, wenn es sich darum handelt, in einem Resonator mit gegebener Leistung eine möglichst grosse maximale e-Volt-Energie auf ein Partikel zu übertragen. Das Verhältnis Höhe:Durchmesser verschiebt sich in Richtung zu flacheren Dosen für Teilchen, die noch nicht auf nahezu Lichtgeschwindigkeit vorbeschleunigt sind, wobei aber die maximal übertragbare Beschleunigungsenergie bei gegebener Leistung rasch abnimmt.

Um zu einer Vorstellung zu kommen, welcher Wert  $\bar{U}$  erreichbar ist, wenn dem Resonator eine Leistung von beispielsweise 1 KW zugeführt wird, ist  $\bar{U}$  für 3 verschiedene Wellenlängen im folgenden zusammengestellt\*). Es ergibt sich für

$$\begin{aligned} \lambda = 100 \text{ cm} & \quad \bar{U} = 1,08 \cdot 10^5 \text{ e-Volt} \\ \lambda = 10 \text{ cm} & \quad \bar{U} = 0,61 \cdot 10^5 \text{ e-Volt} \\ \lambda = 1 \text{ cm} & \quad \bar{U} = 0,34 \cdot 10^5 \text{ e-Volt} \end{aligned}$$

Wird die zur Verfügung stehende Leistung auf  $n$  gleiche Resonatoren verteilt, so ergibt sich für die übertragbare Gesamtenergie

$$\bar{U}_{\text{ges}} = 1,08 \cdot 10^3 \sqrt{n \cdot N} \sqrt[4]{\lambda} \quad (7)$$

Um diese Gesamtenergie zu erreichen, muss die Schwingungsphase in den aufeinander folgenden Resonatoren optimal eingestellt sein. Sie muss in jedem folgenden gegen den vorhergehenden Resonatortopf um  $2\pi \cdot 0,44 = 0,88\pi, \sim 158^\circ$  zurückbleiben.

Formel (7) lässt sich dazu benützen, um die Minimalzahl  $n$  der Resonatoren zu berechnen, die nötig sind, um bei gegebener Wellenlänge und Leistung eine geforderte Gesamtenergie  $\bar{U}_{\text{ges}}$  zu erreichen. Es wird

$$n_{\min} = 0,86 \cdot 10^{-6} \frac{\bar{U}_{\text{ges}}^2}{N} \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

\*) Es soll ausdrücklich erwähnt werden, dass sich alle Leistungsangaben hier und im folgenden stets auf die von dem Resonator *aufgenommene Leistung*, nicht auf die Generatorleistung beziehen.

Für die graphische Darstellung ist es bequemer

$$n_{\min} \cdot N = 0,86 \cdot 10^{-6} \overline{U}_{\text{ges}}^2 \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

aufzutragen, was in Fig. 3 in doppelt logarithmischem Maßstab geschehen ist. Abszisse ist das Produkt  $n_{\min} \cdot N$ , Ordinate die übertragbare Spannung  $\overline{U}$ . Parameter ist die Wellenlänge. Es sind 3 Kurven für  $\lambda = 1 \text{ cm}$ ,  $10 \text{ cm}$  und  $100 \text{ cm}$  gezeichnet. Man kann also

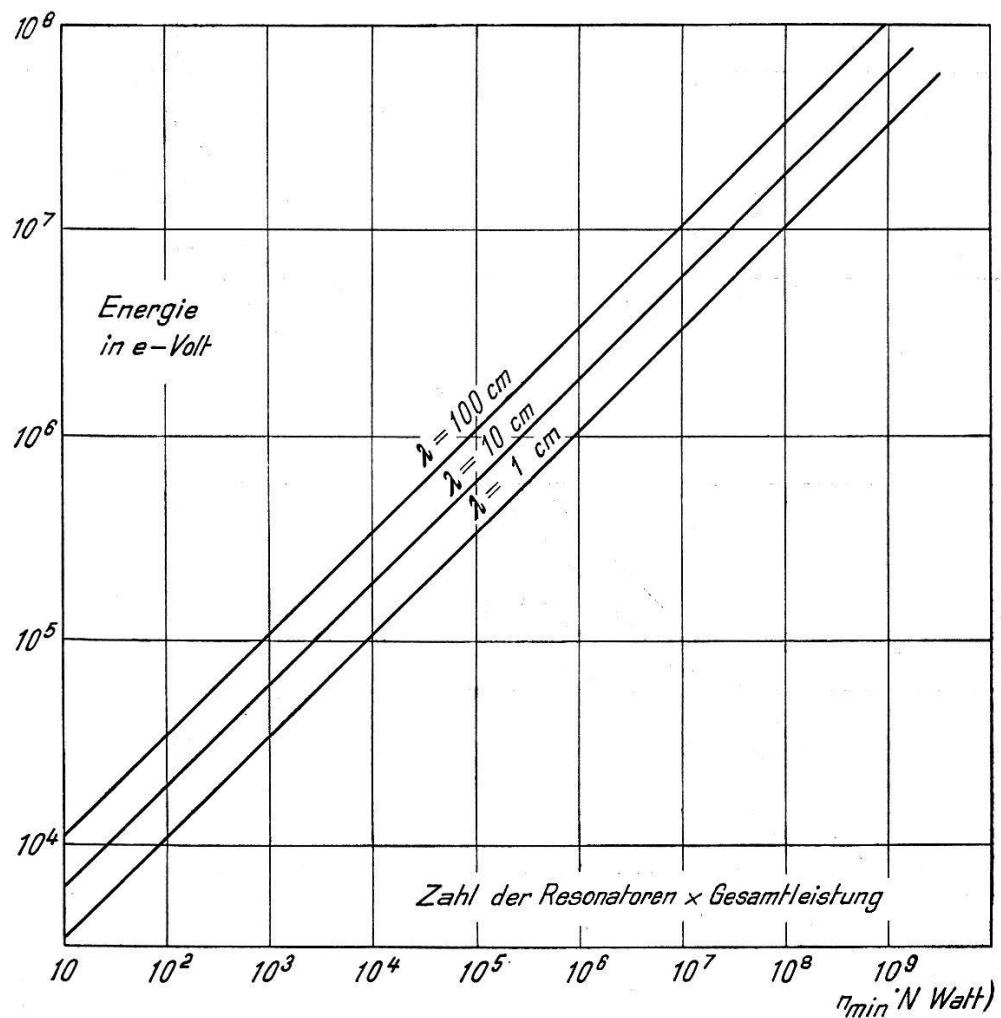


Fig. 3.

Energie-Übertragung in optimal dimensionierten Zylinder-Resonatoren ( $k = 0,44$ ).

hieraus beispielsweise ersehen, dass zur Erzielung einer Gesamtenergie von  $10^7$  e-Volt bei einer Wellenlänge von  $10 \text{ cm}$  ein Produkt  $n \cdot N$  von  $3 \cdot 10^7$  Watt erforderlich ist. Steht also eine Leistung von  $10^6$  Watt zur Verfügung, so muss diese auf mindestens 30 optimal dimensionierte Resonatoren verteilt werden.

In der Regel ist es aber nicht so wichtig, die Zahl der Resonatoren als vielmehr die gesamte Länge des Beschleunigungssystems zu einem Minimum zu machen. Allgemein ist die Gesamtenergie

$$\bar{U}_{\text{ges}} = 1,61 \cdot 10^3 \frac{\sin \pi k}{\sqrt{1+2,61 k}} \sqrt{n N} \sqrt[4]{\lambda}$$

woraus sich für die Baulänge  $l$  ergibt

$$l = n \cdot k \cdot \lambda = \frac{1}{2,59 \cdot 10^6} \frac{k (1 + 2,61 k)}{\sin^2 \pi k} \frac{\bar{U}_{\text{ges}}^2}{N} \sqrt{\lambda} \quad (8)$$

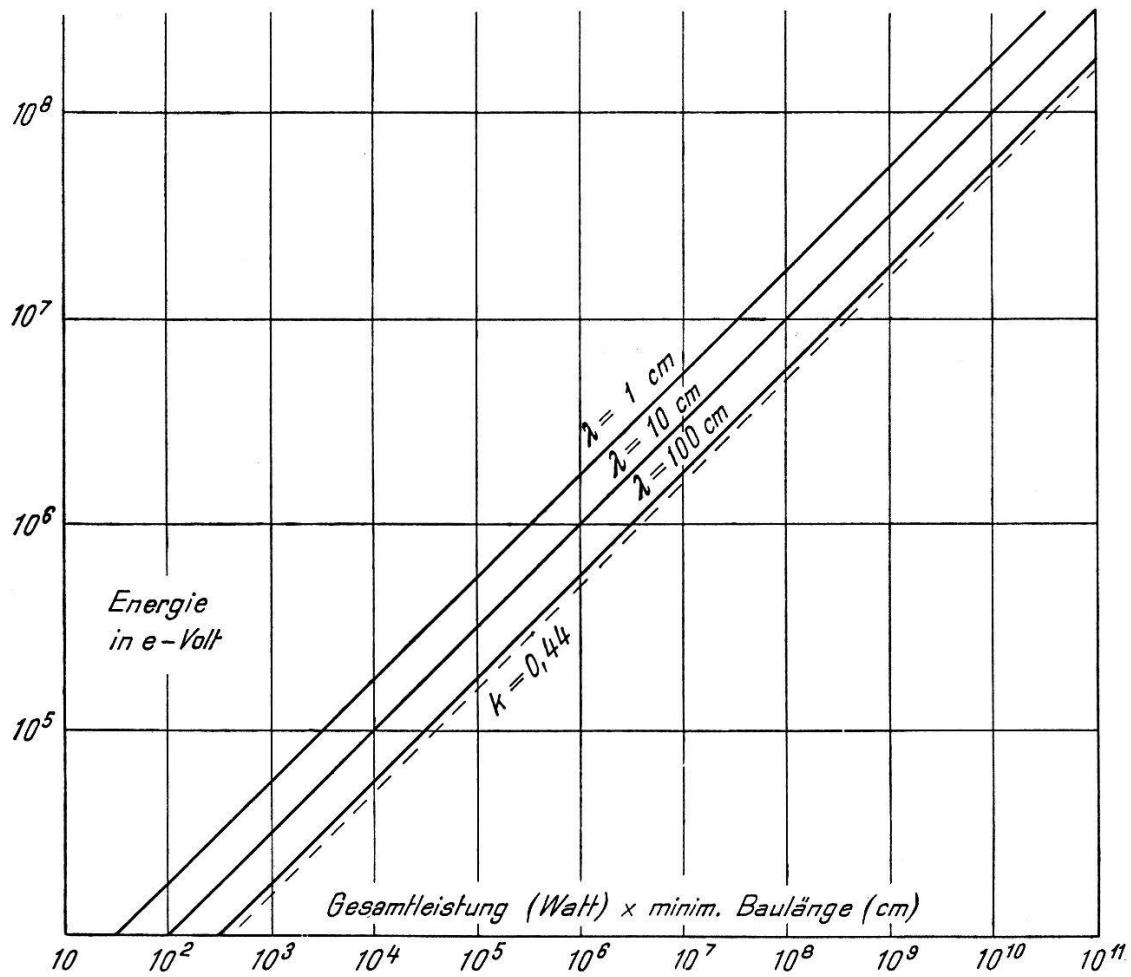


Fig. 4.

Energieübertragung in den auf minimale Baulänge ( $k = 0,285$ ) dimensionierten Zylinder-Resonatoren.

Der Faktor

$$\frac{k (1 + 2,61 k)}{\sin^2 \pi k}$$

hat ein Minimum für  $k \sim 0,285$ , wobei er den Wert 0,817 annimmt.

Um also möglichst geringe Baulänge zu erzielen, müssen flachere Dosen verwendet werden mit einem Verhältnis

Höhe:Durchmesser = 0,372:1

Mit diesem Wert für  $k$  wird

$$l_{\min} = 0,315 \cdot 10^{-6} \frac{\bar{U}_{\text{ges}}^2}{N} \sqrt{\lambda} \quad (9)$$

In Fig. 4 ist wiederum das Produkt  $N \cdot l_{\min}$  (Watt · cm) als Abszisse, die erzielte Gesamtenergie als Ordinate, beides in logarithmischem Maßstab für die 3 Wellenlängen aufgetragen. Es ergibt sich also beispielsweise, dass für  $10^8$  e-Volt bei  $\lambda = 10$  cm ein Produkt  $N \cdot l_{\min}$  von  $10^{10}$  Watt · cm erforderlich ist. Bei einer verfügbaren Leistung von  $10^6$  Watt muss das Beschleunigungssystem also mindestens  $10^4$  cm = 100 m lang sein. In Fig. 4 ist ferner für  $\lambda = 100$  cm noch die Kurve mit dem Formfaktor  $k = 0,44$  eingezeichnet. Die Unterschiede sind nicht sehr erheblich. Auch hier beziehen sich alle Leistungsangaben auf die von den Resonatoren *aufgenommene* Leistung.

## 2. Andere Resonatorformen.

### a) Dosenähnliche Resonatoren:

Die Betrachtung der Figuren 3 und 4 lässt den Wunsch erstehen, mit weniger Resonatoren, beziehungsweise mit einer geringeren Baulänge auszukommen. Ein naheliegendes Mittel, um die Wirksamkeit der Resonatoren zu erhöhen, besteht darin, Deckel und Boden der Dose einzudrücken, so dass der Laufzeiteinfluss herabgesetzt wird.

Dieses Eindrücken von Boden und Deckel kann in verschiedener Weise erfolgen. In Fig. 5 sind drei mögliche Querschnittsformen dar-

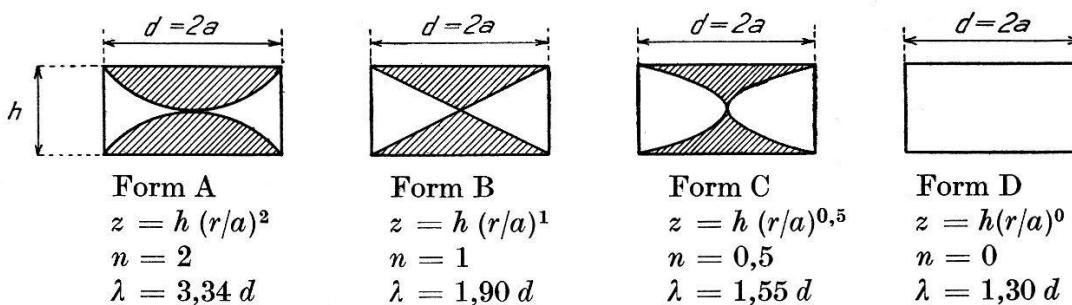


Fig. 5.  
Verschiedene Formen dosenähnlicher Resonatoren.  
(Schnitt längs eines Durchmessers.)

gestellt, die für flache Dosen alle durchgerechnet sind<sup>10)</sup>. Form A besitzt eine grosse, B und C geringere Kapazität. Diese Formen werden daher eine grössere Parallelimpedanz ergeben. Fig. 6 zeigt den ungefähren Verlauf der übertragbaren Energie mit zunehmender Dosenhöhe. D ist die Kurve des Zylinderresonators *ohne*, D' die

mit Berücksichtigung der Elektronenlaufzeit. Alle Kurven liegen naturgemäß niedriger als Kurve D und erst bei beträchtlichen Dosenhöhen ist die Form C wirksamer als D'. Da der Einfluss des Laufzeitwinkels zunächst nur sehr gering ist, kann man bei der besten Form C noch eine weitere Verbesserung dadurch erwarten, dass die Spitzen der sich gegenüberstehenden Kegel gekürzt werden. Die Verringerung der Kapazität wird eine Erhöhung von  $R_p$  und nur einen unschädlichen Laufzeitwinkel zur Folge haben. Auch diese Kurve wird aber stets niedriger als Kurve D liegen.

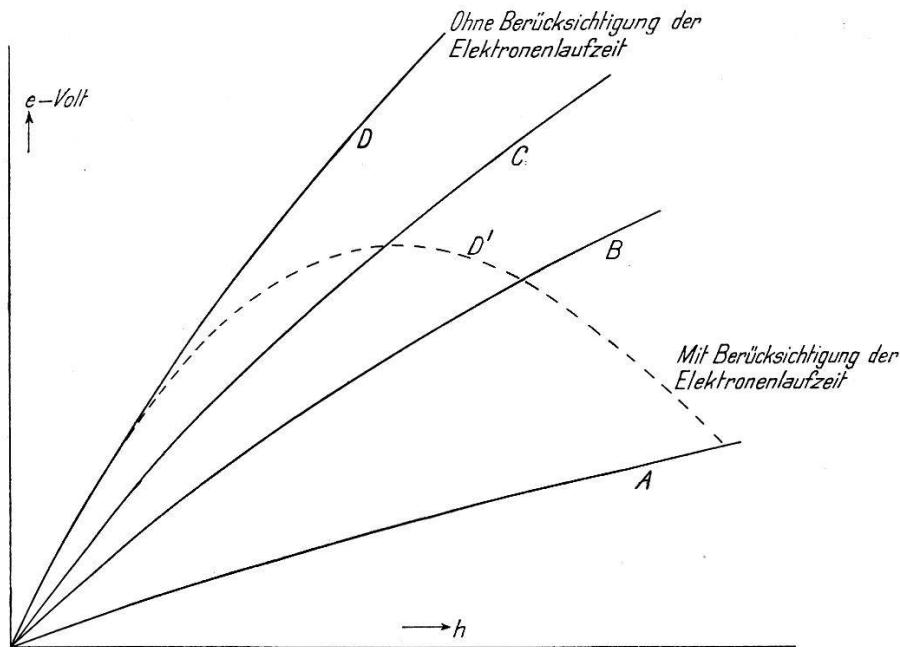


Fig. 6.

Pro Resonator übertragbare Energie für die Resonatorform A bis D.

HANSEN<sup>11)</sup> hat darauf hingewiesen, dass eine weitere Verbesserung durch Abrundung der äusseren Kanten des Zylinders erzielt werden könnte. Auf diese Weise würde aber nur eine unwesentliche Verbesserung auf Grund einer erheblichen konstruktiven Komplizierung erzielt werden können.

### b) Der Kugelresonator:

Er besitzt eine sehr hohe Parallel-Impedanz. Da die Elektronen ihn parallel zu den Feldlinien längs eines Durchmessers durchdringen müssen, ist der Laufzeitwinkel aber sehr gross, und die Wirkung dieser Resonatorform als Beschleuniger ist schlecht.

### c) Der Doppelkonusresonator:

Besser in dieser Hinsicht ist der Doppelkonusresonator, d. i. ein Kugelresonator mit 2 sich im Innern der Kugel gegenüberstehenden

Kegeln, deren Spitzen im Mittelpunkt der Kugel liegen und deren Mantellinien mit der Achse im optimalen Fall einen Winkel von  $90^\circ$  bilden.

In der folgenden Tabelle sind die Werte für die Parallelimpedanz  $R_p$ , die Wellenlänge  $\lambda$  als Funktion des Durchmessers  $d$ , der Laufzeitfaktor  $\frac{\sin \varphi/2}{\varphi/2}$  und schliesslich die übertragbare Energie für den optimalen Zylinderresonator, den Kugelresonator und den Doppelkonusresonator zusammengestellt.

	Zylinderresonator $k = 0,44$	Kugelresonator	Doppelkonus- resonator
Parallelimpedanz $R_p$ in $\Omega$	$13,2 \cdot 10^5 \sqrt{d_{cm}}$	$29,25 \cdot 10^5 \sqrt{d_{cm}}$	$11,9 \cdot 10^5 \sqrt{d_{cm}}$
Resonanzwellen- länge	$\lambda_{cm} = 1,31 \cdot d_{cm}$	$\lambda_{cm} = 1,14 \cdot d_{cm}$	$\lambda_{cm} = 2 d_{cm}$
Laufzeitfaktor $\frac{\sin \varphi/2}{\varphi/2}$	0,71	0,13	1,0
Übertragbare Energie in e-Volt	$U = 1,16 \cdot 10^3 \sqrt[4]{N d}$	$U = 0,32 \cdot 10^3 \sqrt[4]{N d}$	$U = 3,26 \cdot 10^3 \sqrt[4]{N d}$
desgl. für $N = 1$ Watt und $d = 20$ cm	$U = 2440$ e-Volt	$U = 675$ e-Volt	$U = 3260$ e-Volt

Alle diese Resonatorformen bringen also gegen den einfachen Zylinderresonator keine wesentlichen Vorteile. Man wird diesen daher in der Regel vorziehen. Jedoch muss noch ein anderer Gesichtspunkt erwähnt werden: bei der Form *C* des Zylinderresonators (Fig. 5) und bei dem Doppelkonusresonator sind die einzelnen Resonatoren durch ziemlich lange, feldfreie Räume getrennt, sie sind alle gegeneinander weitgehend entkoppelt, und es wird daher keine Schwierigkeiten machen, die Phase jedes Resonators ohne Zieherscheinungen optimal einzustellen. Auch lässt sich unter Umständen der feldfreie Raum zur Unterbringung magnetischer Fokussierungsspulen verwenden.

### III. Die Elektronenbeschleunigung in einem Wellenleiter.

Wir legen diesem Abschnitt, der sich mit dem auf Seite 235 diskutierten Grenzfall *b* beschäftigt, eine allgemeinere Betrachtungsweise zu Grunde, die es uns ermöglicht, auch einige Ergebnisse des Abschnittes II als Spezialfall zu erhalten.

Der Feldverlauf einer fortschreitenden  $E_{01}$ -Welle in einem kreisförmigen Wellenleiter ist bereits in Fig. 1b wiedergegeben. Unter den E-Typen, d. h. Wellenformen mit longitudinalem elektrischen Feld besitzt die  $E_{01}$ -Welle die grösste Grenzwellenlänge und geringste Dämpfung. Sie ist dem vorliegenden Problem am besten angepasst. Wie wir jedoch ebenfalls auf Seite 235 erwähnten, ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit) der Rohrleitungswelle stets grösser als Lichtgeschwindigkeit. Ein mit der Welle längs der Achse des Rohrleiters wanderndes Elektron, bleibt also sehr bald gegen die Welle zurück, selbst dann, wenn das Elektron schon praktisch Lichtgeschwindigkeit besitzt.

Von den beiden Möglichkeiten, die  $E_{01}$ -Welle trotzdem zur Partikelbeschleunigung auszunutzen: erstens der «Belastung» durch eingesetzte Blenden und zweitens der Beschränkung auf kurze Stücke eines Wellenleiters soll hier nur der zweite Fall besprochen werden. Natürlich lassen sich beliebig viele derartige Wellenleiterstücke hintereinander anordnen, wobei sie voneinander durch Wände mit möglichst kleiner Öffnung zum Durchtritt des Elektronenstrahles abgetrennt sind. Da es sich nur um kurze Stücke der einzelnen Wellenleiter handeln wird, kommen nur stehende Wellen in Frage, deren Feldstärke, z. B. bei der  $E_{011}$ -Welle zirka 100mal so gross ist wie die der fortschreitenden Welle.

### 1. Die Feldgleichungen der $E_{01}$ -Welle.

Unter Zugrundelegung der komplexen Schreibweise lassen sich die Feldgleichungen der stehenden  $E_{01}$ -Welle für die Resonanzfrequenz  $\omega_r$  im internationalen elektrotechnischen Maßsystem (vergl. R. J. SARBACHER und W. A. EDSON<sup>12)</sup>) in folgender Form schreiben:

$$\begin{aligned} E_x &= -j \cdot 2 A J_0 \left( r \frac{r_{01}}{a} \right) \sin \left\{ \pi \left( \frac{1}{2} + \frac{lx}{x_0} \right) \right\} e^{j\omega t} \\ E_r &= j \cdot 2 A \frac{\beta_{01} a}{r_{01}} J_1 \left( r \frac{r_{01}}{a} \right) \cos \left\{ \pi \left( \frac{1}{2} + \frac{lx}{x_0} \right) \right\} e^{j\omega t} \\ H_\phi &= -2 A \frac{\omega_r \epsilon_1}{r_{01}} a \cdot J_1 \left( r \frac{r_{01}}{a} \right) \sin \left\{ \pi \left( \frac{1}{2} + \frac{lx}{x_0} \right) \right\} e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (10)$$

Dabei stellen  $E_x$ ,  $E_r$  und  $H_\phi$  die Komponenten des elektrischen bzw. magnetischen Feldes längs der Koordinaten  $x$ ,  $r$  und  $\phi$  dar.  $A$  ist ein Zahlenfaktor, der die Amplitude des Feldes charakterisiert,  $J_0$  bzw.  $J_1$  sind die Besselschen Funktionen nullter bzw. erster Ordnung des Argumentes ( $r (r_{01}/a)$ ) worin  $a$  den Radius des kreis-

förmigen Wellenleiters,  $r_{01}$  die erste Wurzel von  $J_0$  bedeuten ( $r_{01} = 2,405$ ),  $x_0$  ist die Länge eines  $\lambda/2$ -Stückes des Wellenleiters,  $l$  gibt die Zahl der  $\lambda/2$ -Stücke des Wellenleiters an ( $l$  ist 1, 2, 3 usw.). Zur Abkürzung ist ferner gesetzt:

$$\beta_{01} = \sqrt{\omega_r^2 \mu_1 \varepsilon_1 - \left(\frac{r_{01}}{a}\right)^2}$$

$\beta_{01}$  wird bisweilen als Ausbreitungskonstante bezeichnet. Ferner sind

$$\varepsilon_1 = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \text{ und } \mu_1 = \mu \cdot \mu_0$$

mit der Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon$  und der Permeabilität  $\mu$  des Dielektrikums im Innern des Wellenleiters, so dass im Vakuum  $\varepsilon = \mu = 1$  ist.

$\varepsilon_0$  und  $\mu_0$  sind die Influenz- und Induktionskonstanten, die in dem verwendeten internationalen Maßsystem die Zahlenwerte haben:

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Farad/meter}$$

$$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Henry/meter.}$$

Die im Abschnitt II besprochene Schwingungsform der  $E_{010}$ -Welle mit achsenparallelen, geradlinigen elektrischen Feldlinien kann aufgefasst werden als Grenzfall der  $E_{01}$ -Welle bei unendlich grosser Rohrleitungswellenlänge. Die Frequenz entspricht dabei der Grenzfrequenz der  $E_{01}$ -Welle und ist nur durch den Zylinderdurchmesser bestimmt. Für diese Grenzfrequenz gilt

$$\omega_0 = 2 \pi \nu_0 = c \cdot \frac{r_{01}}{a}$$

Die Höhe des Zylinders beeinflusst bei dieser Schwingungsform lediglich die Dämpfung. Bei der  $E_{01l}$ -Welle ist die Frequenz stets grösser als diese Grenzfrequenz. Für die Resonanzfrequenzen muss die Höhe des Zylinders das  $l$ -fache eines  $\lambda/2$ -Stückes betragen, so dass die Resonanzfrequenz bei dieser Schwingungsform nicht nur von dem Durchmesser, sondern auch von der Höhe des Zylinders abhängt.

Da für  $r = 0$  die Besselsche Funktion  $J_0 = 1$  wird, ergibt sich aus der ersten Gleichung (10) für die Amplitude der longitudinalen Feldstärke in der Achse des Wellenleiters

$$E_0 = 2 A \left( \frac{\text{Volt}}{\text{m}} \right).$$

## 2. Berechnung der axialen Feldstärke.

Zur Bestimmung des Zahlenwertes von  $A$  müssen die Verluste in der zylindrischen Mantelfläche und in den beiden Endflächen des Wellenleiters berechnet werden. Mit Hilfe des komplexen Poyntingschen Vektors lässt sich für die Verluste schreiben:

$$P = \frac{1}{2} \eta \iint (H_{0t})^2 dS \quad (11)$$

wobei  $H_{0t}$  die Amplitude der tangentiellen Komponente der magnetischen Feldstärke ist, die sich aus den Feldgleichungen ergibt.

Wir nehmen hierbei an, dass der Feldverlauf bei der praktisch vorkommenden Dämpfung nicht merklich von dem durch die Gleichungen (10) gegebenen abweicht. Ferner ist

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega}{2} \frac{\mu_2 \cdot \mu_0}{\sigma_2}}$$

Hierin ist  $\mu_2$  die Permeabilität,  $\sigma_2$  die Leitfähigkeit des den Wellenleiter begrenzenden Metalles und  $\mu_0$  die Induktionskonstante. Das Integral ist über die ganze Oberfläche des Wellenleiters zu erstrecken\*).

Für die  $E_{01i}$ -Wellen allgemein werden die Verluste in den beiden Endflächen des Wellenleiters zusammen:

$$P_x = \eta \cdot A^2 J_1^2(r_{01}) \left( \frac{a \omega \epsilon_0}{r_{01}} \right)^2 \cdot \pi a^2 \quad (12)$$

und analog in der zylindrischen Mantelfläche

$$P_r = \eta \cdot A^2 \cdot J_1^2(r_{01}) \left( \frac{a \omega \epsilon_0}{r_{01}} \right) 2 \pi a l x_0 \quad (13)$$

Für die Länge  $x_0$  eines  $A/2$ -Stückes gilt

$$x_0 = \frac{\pi}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{r_{01}}{a}\right)^2}} \quad (14)$$

Vernachlässigen wir zunächst die Energieübertragung auf die zu beschleunigenden Elektronen, so setzt sich die zugeführte Leistung  $N$  ausschliesslich in die Verluste ( $P_x + P_r$ ) um. Bei gegebenen

\*) Durch Anwendung der Formel (11) auf die in Abschnitt II besprochenen zylindrischen Hohlraumresonatoren lassen sich natürlich auch die Formeln (1) bez. (2) für die Grösse des Parallelwiderstandes  $R_p$  sehr einfach ableiten. Es ist dabei lediglich zu berücksichtigen, dass die Ausgangsgleichungen (10) mit der Längeneinheit  $m$ , die Gleichungen (1) und (2) dagegen mit der Längeneinheit  $cm$  geschrieben wurden.

Durchmesser und Materialkonstanten ( $\mu_2$ ,  $\sigma_2$ ) des Wellenleiters kann damit zu jeder Frequenz  $\omega$  der Amplitudenfaktor  $A$  berechnet werden. Die maximale Feldstärke in der Achse des Wellenleiters ergibt sich dann nach (10) zu  $E_{\max} = 2 A$ . Für den Rohrdurchmesser  $2a = 0,2$  m und Kupfer als Wandungsmaterial sind die Werte für  $E_{\max}$  bei einer zugeführten Leistung von 1 Watt für einige Frequenzen und  $l = 1$  bis 6 in Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2.

$\omega = 2\pi\nu$	Maximale Feldstärke in Volt/m · $10^{-3}$ für $N = 1$ Watt					
	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$	$l = 4$	$l = 5$	$l = 6$
$72,2 \cdot 10^8$	12,5	9,1	7,4	6,5	5,8	5,3
$75 \cdot 10^8$	23	17,6	14,8	13,0	11,7	10,8
$80 \cdot 10^8$	25,0	19,9	17,1	15,2	14,0	12,7
$90 \cdot 10^8$	24,2	20,0	17,4	15,6	14,3	13,3
$100 \cdot 10^8$	22,4	18,9	16,7	15,0	13,8	12,9
$120 \cdot 10^8$	18,9	16,6	14,7	13,4	12,4	11,7
$150 \cdot 10^8$	15,0	13,4	12,1	11,2	10,5	10,0
$200 \cdot 10^8$	10,8	10,0	9,2	8,6	8,1	7,7

Die maximalen Werte jeder Kolonne sind unterstrichen. Der grösste mit 1 Watt Leistung erreichbare Wert der Feldstärke beträgt also zirka  $25 \cdot 10^3$  Volt/m = 250 Volt/cm.

### 3. Die Energieübertragung auf die Elektronen.

Die auf die Elektronen übertragbare Energie ergibt sich, indem man in das Integral  $\int_0^x E_x dx$  die jeweils am Ort des Elektrons bestehende Feldstärke einsetzt. Es übernimmt dasjenige Elektron die maximale Energie, das die Mitte des Wellenleiters so passiert, dass es mit der elektrischen Feldstärke «in Phase» ist. Ob diese Phasenlage aus Gründen der Fokussierung und Bündelung zweckmässig ist, soll hier nicht untersucht werden. Für einen Wellenleiter von der Länge eines  $\lambda/2$ -Stückes ist die Verteilung der achsialen elektrischen Feldstärke in Fig. 7a dargestellt. Maximale Energieübertragung findet auf dasjenige Elektron statt, das den Knoten in der Mitte des  $\lambda/2$ -Stückes zu der Zeit passiert, in der die elektrische Feldstärke in dem Wellenleiter durch Null geht. Erstreckt sich der Wellenleiter in der  $x$ -Richtung und legen wir den Nullpunkt an die

\*

Stelle des Knotens, so lässt sich der Verlauf der elektrischen Feldstärke in der stehenden Welle in der Form darstellen:

$$E = 2 A \sin \frac{2\pi x}{A} \sin \frac{2\pi vt}{A} \quad (15)$$

wobei  $v$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Rohrleitungswelle ist. Für das «optimale» Elektron, das sich bereits mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  bewegen soll, gilt dann

$$x = c \cdot t \text{ bzw. } t = \frac{x}{c}$$

Es ist also

$$E = 2 A \sin \frac{2\pi x}{A} \sin \left( \frac{2\pi x}{A} \frac{v}{c} \right) \quad (16)$$

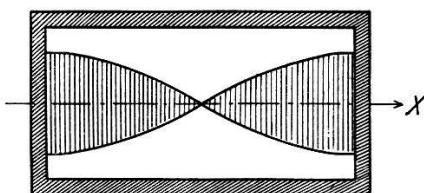


Fig. 7a.

Verteilung der achsialen elektrischen Feldstärke bei der  $E_{011}$ -Schwingung.

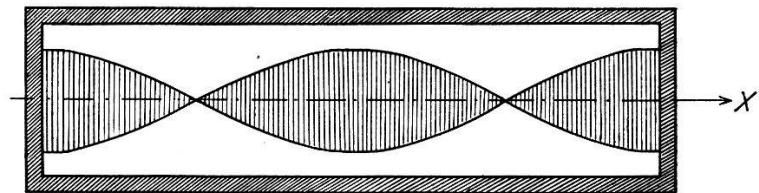


Fig. 7b.

Verteilung der achsialen elektrischen Feldstärke bei der  $E_{012}$ -Schwingung.

die Feldstärke, die das Elektron beim Passieren des Wellenleiters antrifft. Die Energie in e-Volt, die es auf der Strecke von  $x = 0$  bis  $x = A/4$  übernimmt, ist daher

$$U_{(A/4)} = \int_0^{A/4} E \, d \, x ,$$

während die Gesamtenergie von  $x = -A/4$  bis  $x = +A/4$  doppelt so gross wird. Für diese ergibt sich also

$$U_{l=1} = 2 \int_0^{A/4} E \, d \, x$$

Auch für alle übrigen Wellenleiter mit ungeradzahligem  $l$  liegt der Knoten in der Mitte des Wellenleiters, und es gilt allgemein

$$U_l = 2 \int_0^{l \cdot A/4} E \, d \, x$$

Zur Durchführung der Integration ist es bequemer, an Stelle von (16) die Summendarstellung zu verwenden

$$E = A \left[ \cos \left( \frac{2 \pi x}{A} \frac{v-c}{c} \right) - \cos \left( \frac{2 \pi x}{A} \frac{v+c}{c} \right) \right] \quad (17)$$

Für den Wellenleiter mit  $2 A/2$ -Stücken ( $l = 2$ ) ist die Feldverteilung in Fig. 7b dargestellt. Wir legen den Nullpunkt des Koordinatensystems wieder in die Mitte des Wellenleiters. Er fällt mit dem Anfang eines  $A/2$ -Stückes zusammen, und wir können nun für die elektrische Feldstärke der stehenden Welle schreiben

$$E = 2 A \cos \frac{2 \pi x}{A} \cos \frac{2 \pi v t}{A} \quad (18)$$

Das «optimale» Elektron passiert die Stelle  $x = 0$  zur Zeit maximaler elektrischer Feldstärke, d. h. zur Zeit  $t = 0$ . Es ist daher wieder

$$x = c \cdot t \text{ bzw. } t = \frac{x}{c}$$

und durch Einsetzen ergibt sich

$$E = 2 A \cos \frac{2 \pi x}{A} \cos \left( \frac{2 \pi x}{A} \frac{v}{c} \right). \quad (19)$$

Für die von dem Elektron beim Passieren des Wellenleiters übernommene Energie gilt analog

$$U_{l=2} = 2 \int_0^{A/2} E \, d \, x$$

Für den allgemeinen Fall mit geradzähligem  $l$  wird

$$U_l = \int_0^{l/2 \cdot A/2} E \, d \, x.$$

Zur Integration ist es wieder zweckmäßig,  $E$  in Summenform zu schreiben. Es ist dann

$$E = A \left[ \cos \left( \frac{2 \pi x}{A} \frac{v-c}{c} \right) + \cos \left( \frac{2 \pi x}{A} \frac{v+c}{c} \right) \right]. \quad (20)$$

Die Ergebnisse der Integration von (17) und (20) lassen sich in einer für die numerische Auswertung sehr bequemen Form zusammenfassen. Es wird für gerade und ungerade  $l$ :

$$U_l = \frac{A \cdot \Lambda}{\pi} \left[ \frac{1}{v/c+1} + \frac{1}{v/c-1} \right] \sin \left[ \frac{l\pi}{2} \left( \frac{v}{c} + 1 \right) \right]. \quad (21)$$

Die Ergebnisse der numerischen Berechnung sind in den Figuren 8 und 9 dargestellt. Fig. 8 zeigt die pro Wellenleiter übertragbare

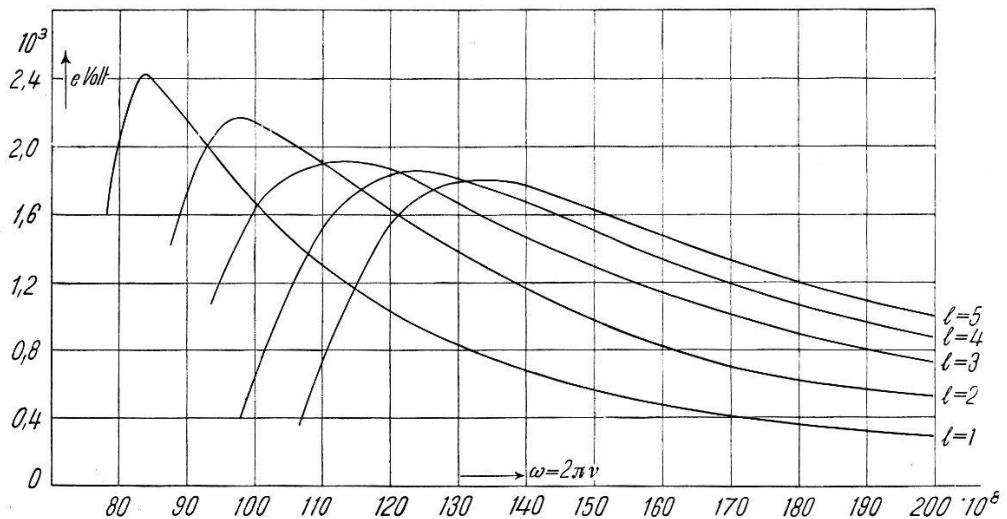


Fig. 8.

$E_{01l}$ -Welle. In einem Resonator mit 1 Watt Leistung übertragbare Energie.

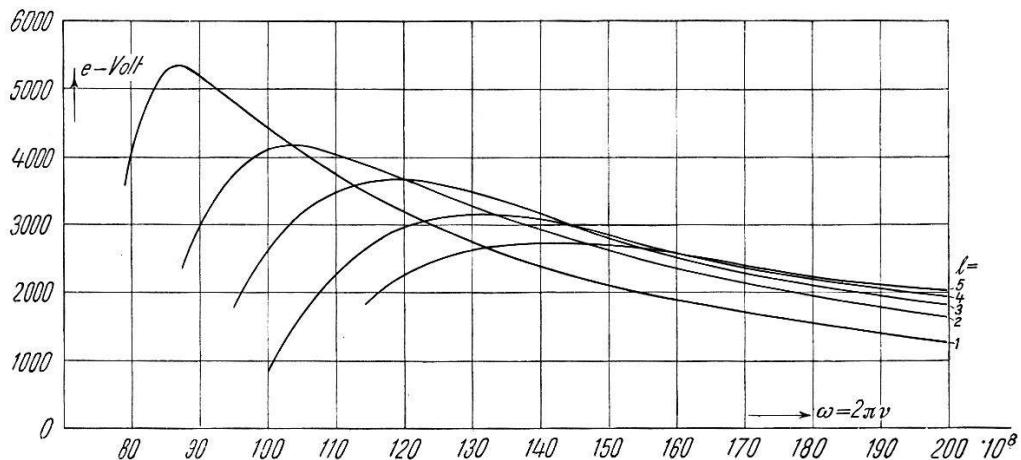


Fig. 9.

$E_{01l}$ -Welle. Pro Meter Länge mit 1 Watt Leistung übertragbare Energie.

Energie in e-Volt bei Leistungszufuhr von 1 Watt. Das Maximum der Energie von etwas mehr als  $2,4 \cdot 10^3$  e-Volt wird in einem kurzen Wellenleiter übertragen, der nur ein  $\Lambda/2$ -Stück enthält. Für längere Wellenleiter mit mehreren  $\Lambda/2$ -Abschnitten verschiebt sich das Maximum zu höheren Frequenzen, bei denen die Differenz zwischen

der Phasengeschwindigkeit der Welle und der Wanderungsgeschwindigkeit des Elektrons geringer ist. In Fig. 9 ist die Energie aufgetragen, die bei 1 m Länge des Beschleunigungssystems übertragen werden kann, bei Zufuhr der Leistung von 1 Watt pro m des Beschleunigungssystems. Das Maximum mit zirka 5250 e-Volt wird wiederum bei Unterteilung des Beschleunigungssystems in kurze  $\lambda/2$ -Stücke erzielt.

#### 4. Der Einfluss einer geometrisch ähnlichen Veränderung der Dimensionen des Beschleunigers.

Es ist interessant, den Einfluss einer geometrisch ähnlichen Veränderung der linearen Dimensionen des Beschleunigers — bei entsprechender Änderung der Wellenlänge — abzuschätzen.

Aus den Formeln (15) und (16) folgt:

$$(P_r + P_x) = C_1 \cdot A^2 \cdot \lambda^{3/2}$$

wobei  $C_1$ , ebenso wie die im folgenden verwendeten Symbole  $C_i$  bei geometrisch ähnlicher Deformation unverändert bleiben. Bei konstanter zugeführter Leistung  $N = P_r + P_x$  ergibt sich also für den Amplitudenfaktor

$$A = C_2 \sqrt{N} \frac{1}{\lambda^{3/4}}$$

d. h. die Feldstärke steigt mit abnehmender Wellenlänge ziemlich rasch an. Die pro Resonator übertragbare Energie

$$U_{(R)} = C_3 \cdot A \cdot \lambda = C_4 \cdot \sqrt{N} \lambda^{1/4}$$

wird aber von einer Dehnung oder Schrumpfung nur wenig beeinflusst.

Auf die Längeneinheit des Beschleunigers kommen  $n = C_5/\lambda$  Resonatoren. Die Gesamtenergie pro Längeneinheit, die mit  $\sqrt{n}$  ansteigt, wird also

$$U_{(m)} = C_6 \sqrt{N} \lambda^{1/4} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = C_6 \sqrt{N} \frac{1}{\lambda^{1/4}}.$$

Man kann also durch Reduktion der geometrischen Dimensionen bzw. der Wellenlänge nur wenig an Gesamtenergie pro Längeneinheit gewinnen. Der physikalische Grund hierfür ist folgender: Die Zunahme der Feldstärke mit abnehmender Dimension beruht auf der Abnahme der Oberfläche des einzelnen Resonators. Da mit abnehmenden Dimensionen aber mehr Resonatoren in der Längeneinheit des Beschleunigers enthalten sind, wird der Einfluss der

Oberflächenabnahme wieder fast aufgehoben. Diese Überlegungen gelten offenbar sowohl für die im Abschnitt II besprochenen Einzelresonatoren und stimmen mit den dort erhaltenen Ergebnissen überein, als auch für den allgemeinen Fall der Wellenleiter des  $E_{01}$ -Types.

*5. Elektronenbeschleunigung  
mit Hilfe des transversalen elektrischen Feldes einer H-Welle.*

Wie wir bereits erwähnt haben, ist von mehreren Seiten vorgeschlagen worden (9, 13), das transversale elektrische Feld einer  $H$ -Welle auszunützen. HUDSPETH schlägt vor, den Wellenleiter in einer Spirale aufzuwickeln und den Elektronenstrahl quer durch die Windungen der Spirale hindurchzuschießen. CULLEN und GREIG haben ebenfalls das transversale Feld in einem mehrfach gefalteten Wellenleiter ausgenutzt und 350 KV-Elektronen mit allerdings beträchtlichem Leistungsaufwand erhalten.

Da die einzelnen Leiterstücke des Wellenleiters bei diesen Ausführungsformen nebeneinander liegen, werden hierfür in erster Linie ebenflächig begrenzte Wellenleiter in Frage kommen. Feldverlauf und Dämpfung sind am günstigsten bei der  $H_{01}$ -Welle. Die Koordinatenachsen mögen parallel zu den Kanten des quaderförmigen Resonators verlaufen, die Welle pflanze sich in der  $x$ -Richtung fort, die elektrischen Feldlinien verlaufen parallel zur  $y$ -Achse. Wird der Wellenleiter an beiden Enden reflektierend abgeschlossen, so bilden sich stehende Wellen aus, die zur Resonanz kommen, wenn die Länge des Wellenleiters in der  $x$ -Richtung ein Vielfaches der halben Rohrleitungswellenlänge ist. Wir betrachten zunächst den einfachsten Fall der  $H_{011}$ -Welle, wenn die Länge des Wellenleiters in der  $x$ -Richtung eine halbe Wellenlänge beträgt. Die Dimensionen des Wellenleiters längs der 3 Koordinatenachsen seien  $x_0, y_0, z_0$  und die Feldgleichungen lauten (s. z. B. SARBACHER und EDSON<sup>12)</sup>)

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -j \cdot 2 A \cos \left( \frac{\pi \cdot z}{z_0} \right) \sin \left( \frac{\pi x}{x_0} \right) e^{j \omega t} \\ H_z &= j \cdot 2 A \frac{z_0}{\pi} \beta_{01} \sin \left( \frac{\pi z}{z_0} \right) \cos \left( \frac{\pi x}{x_0} \right) e^{j \omega t} \\ E_y &= 2 A \frac{z_0}{\pi} \omega \mu_0 \sin \left( \frac{\pi z}{z_0} \right) \sin \left( \frac{\pi x}{x_0} \right) e^{j \omega t} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

mit

$$\beta_{01} = \sqrt{\left( \frac{\omega}{c} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{z_0} \right)^2}.$$

Für die Verluste in den Begrenzungsflächen ergibt sich

$$P = \sqrt{\frac{\mu_2 \pi \cdot \nu}{\sigma_2}} A^2 \left\{ 2 y_0 z_0 \left( \frac{z_0}{x_0} \right)^2 + z_0 x_0 \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{x_0} \right)^2 \right] + 2 y_0 x_0 \right\} \quad (23)$$

Die Resonanzfrequenz ist gegeben durch

$$\nu = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{1}{z_0^2} + \frac{1}{x_0^2}} \quad (24)$$

hängt also nicht von  $y_0$  ab. Aus den Gleichungen (23) und (24) kann die Grösse  $A$  ermittelt werden. In der Mitte des Resonators ( $x = x_0/2, y = y_0/2$ ) ergibt sich dann nach (22) für den Scheitelwert der Feldstärke  $E_y$

$$E_{y_0} = 2 A \frac{z_0}{\pi} \omega \mu_0$$

Infolge der endlichen Elektronenlaufzeit ist diese Feldstärke aber nicht voll auszunutzen, sondern muss wie in Abschnitt II, 1 (Formel 4) mit dem Laufzeitfaktor  $(\sin \varphi/2)/(\varphi/2)$  multipliziert werden, worin für den Laufzeitwinkel  $\varphi$  des Elektronendurchgangs gilt

$$\varphi = 2 \pi \frac{y_0}{\lambda}$$

Für die übertragbare Energie ergibt sich also schliesslich

$$U = 4 A \frac{c \mu_0 z_0}{\pi} \sin \frac{\pi \nu y_0}{c} \quad (25)$$

Wird  $A$  aus (23),  $\nu$  aus (24) in (25) eingesetzt, so entsteht eine Beziehung für die Energie  $U$ , die ausser den Materialkonstanten  $\mu_2$  und  $\sigma_2$  die Dimensionen  $x_0, y_0$  und  $z_0$  des quaderförmigen Resonators enthält. Zur Ermittlung der günstigsten Gestalt kommt es auf das Verhältnis  $x_0:y_0:z_0$  an.

Setzen wir

$$x_0 = \alpha \cdot z_0$$

$$y_0 = \beta z_0$$

$$z_0 = z_0$$

ein, so erhalten wir schliesslich den folgenden Ausdruck für die Energie  $U$  in e-Volt, die bei der zugeführten Leistung von  $P = 1$  Watt erreicht werden kann:

$$U = 4 \sqrt[4]{\frac{2 \sigma_2}{\pi c \mu_2}} \frac{c \mu_0}{\pi} \sqrt[4]{z_0} \sqrt[8]{\frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha^2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2 \beta}{\alpha^2} + \alpha + \frac{1}{\alpha} + 2 \pi \beta}} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} \beta \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha^2}} \right). \quad (26)$$

Dieser Ausdruck hat ein Maximum für  $\alpha \sim 1,2$ ,  $\beta \sim 0,7$ . Setzen wir

$$\begin{aligned}\sigma_2 &= 5,7 \cdot 10^7 \Omega^{-1}/m \\ \mu_2 &= \mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ Henry}/m \\ c &= 3 \cdot 10^8 \text{ m sec}^{-1} \text{ und} \\ z_0 &= 0,2 \text{ m}\end{aligned}$$

so erhalten wir

$$U \sim 2420 \text{ e-Volt.}$$

Es ist das nahezu derselbe Wert, wie er sich für einen zylindrischen Dosenresonator von 20 cm Durchmesser mit der  $E_{010}$ -Welle ergibt. Trotzdem ist der zylindrische Resonator erheblich überlegen, da er denselben oder sogar einen noch etwas grösseren Energiebetrag bei einer wesentlich geringeren Oberflächengrösse ergibt.

Bei Dimensionierung auf maximale Energieübertragung pro *Längeneinheit* des Beschleunigungssystems nimmt der Resonator natürlich ähnlich wie der Zylinderresonator eine flachere Gestalt an. Es ergeben sich hierfür die Werte  $x_0 \sim 0,8 \cdot z_0$ ,  $y_0 \sim 0,35 \cdot z_0$  und die mit 1 Watt Leistung übertragbare Energie wird  $U_m \sim 7600$  e-Volt.

Die Feldstärken nehmen bei Resonatoren grösserer Länge ( $l = 2$ , 3 usw.) rasch ab. Ein langer Wellenleiter, wie ihn HUDSPETH vorgeschlagen hat, könnte aber trotzdem vorteilhaft sein, wenn die Verluste vorwiegend in den Endflächen entstehen, die zur Fortpflanzungsrichtung senkrecht stehen. Wie die Durchrechnung zeigt, sind aber die Verluste bei allen Begrenzungsflächen von derselben Grössenordnung. Es ist daher nicht zu erwarten, dass die vorgeschlagene oder eine ähnliche Anordnung mit ausgedehnten Begrenzungsflächen grössere Beschleunigungsenergien ergeben würde, als in zylindrischen Wellenleitern mit longitudinalem Feld.

#### IV. Zusammenstellung und Vergleich.

In Fig. 10 sind die mit 1 Watt Leistung erreichbaren Elektronenenergien aufgetragen. Die linke Skala stellt die in einem Einzelresonator erzielbare Maximalenergie, die rechte Seite die in einem Meter Länge des Beschleunigungssystems übertragbare Elektronenenergie dar. Alle Werte sind errechnet für Kupfer als Wandungsmaterial\*). Bei den verschiedenen Resonatorformen ist nicht die Resonanz-Wellenlänge, sondern der Durchmesser des Beschleunigungssystems konstant gehalten ( $d = 20$  cm). Bei dem Vergleich

\*) Über die Wirkung dünner Silberschichten auf einem andern Grundmaterial siehe W. DÄLLENBACH<sup>14)</sup>.

fällt auf, dass im Wellenleiter die  $E_{011}$ -Welle zwar fast dieselbe e-Volt-Energie liefert wie der optimale Zylinderresonator mit der  $E_{010}$ -Welle, dass aber auf der rechten Skala der Wellenleiter einen sehr viel geringeren Wert als der Zylinderresonator ergibt. Dies röhrt her von der beträchtlich grösseren Höhe des  $E_{011}$ -Resonators. Der Masspfeil längs der rechten Skala gibt den Bereich der von GINZTON, HANSEN und KENNEDY<sup>6)</sup> in Tabelle 1 ihrer Arbeit ange-

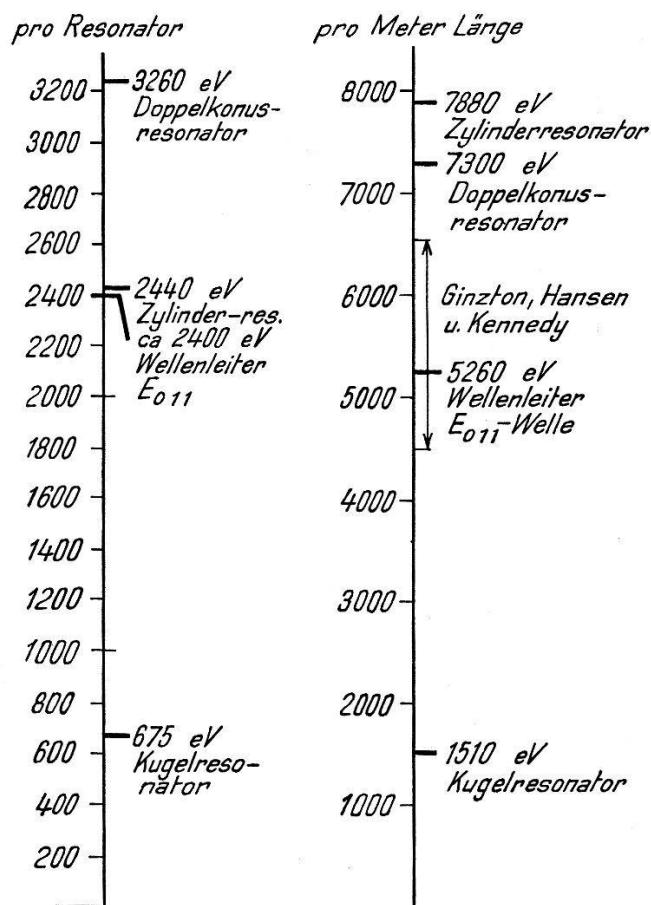


Fig. 10.

Mit 1 Watt Leistung bei einem Durchmesser  $d = 20$  cm übertragbare Energie.

gebenen e-Volt-Energien an, ebenfalls umgerechnet auf 20 cm Durchmesser des Beschleunigungsrohres. Die Werte beziehen sich auf den durch eingesetzte Blenden belasteten Wellenleiter für eine fortschreitende  $E_{01}$ -Welle bei verschiedener Art der Leistungszufuhr.

In Fig. 11 sind einige mit Einzelresonatoren experimentell erreichte Partikelenergien eingetragen, für die entsprechende Daten in der Literatur angegeben waren. Die klassischen Werte von SLOAN und LAWRENCE<sup>4)</sup>, die mit einem 30stufigen Beschleuniger erzielt wurden, sind zum Vergleich umgerechnet auf die in einer Stufe erreichte Energie. Die eingezeichneten Punkte bestätigen sehr

schön das  $U = k \cdot \sqrt{N}$ -Gesetz. Die beiden Geraden für den Doppelkonus- und den optimal dimensionierten Zylinderresonator sind errechnet und gelten für  $\lambda = 10$  cm.

Die Frage des Leistungsbedarfes ist aber nicht allein ausschlaggebend bei der Konstruktion eines Beschleunigers. Die Schwingungsphase in den aneinander gereihten Einzelresonatoren oder den

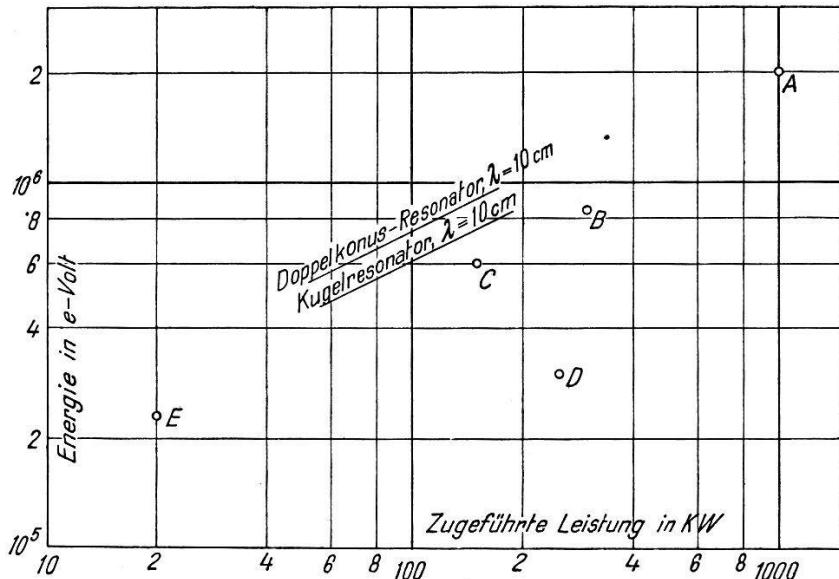


Fig. 11.

A: I. HALPERN, E. EVERHART, R. A. RAPUANO, I. C. SLATER (M. I. T.), Phys. Rev. **69**, 688 (1946).

B: W. D. ALLEN, J. L. SYMONDS, Proc. Phys. Soc. **59**, 622 (1947).

C: BOWEN, PULLEY, GOODEN, Nature **157**, 840 (1946).

D: A. B. CULLEN, I. H. GREIG, Journ. of appl. Phys. **19**, 47 (1948).

E: D. H. SLOAN, E. O. LAWRENCE, Phys. Rev. **38**, 2021 (1931).

aufeinanderfolgenden Stücken des Wellenleiters muss auf den günstigsten Wert eingestellt sein, und es ist einleuchtend, dass diese Aufgabe um so einfacher wird, je weniger derartige Glieder einzustellen sind. Es ist dies ein Gesichtspunkt, der zu Gunsten des belasteten Wellenleiters spricht, bei dem die Leistungszuführung in grösseren räumlichen Abständen geschehen kann.

Noch einige andere Probleme sollen kurz erwähnt werden, ohne näher auf sie einzugehen:

Das Problem der Wärmeabfuhr: Obwohl die Hochfrequenzleistung nur impulsweise zugeführt wird und die mittlere Leistung nur von der Grössenordnung 1% bis 10% der Impulsleistung ist, sind diese Leistungen erheblich. Das Problem ist wichtig, weil thermisch verursachte Änderungen der Dimensionen die Abstimmung und Phasenlage der Resonatorschwingungen erheblich beeinflussen können.<sup>32)</sup>

Elektronenoptische Probleme: Sie können grosse Schwierigkeiten verursachen, doch haben die meisten inzwischen durchgeföhrten experimentellen Untersuchungen gezeigt, dass es durchaus möglich ist, diese Schwierigkeiten zu überwinden und selbst bei sehr grosser Länge des Beschleunigungsrohres den Elektronenstrahl in guter Bündelung und Fokussierung hindurch zu leiten.

Vorstehende Ausführungen sollen einige der interessanten Probleme, die bei der Entwicklung eines Hochfrequenzbeschleunigers auftreten, beleuchten. So weit als möglich sind einige dieser Probleme durch Zahlenangaben ergänzt. Besonders hinsichtlich der Frage des Leistungsbedarfes wird dadurch anschaulich, dass zwar verschiedene Möglichkeiten für die Konstruktion eines Linearbeschleunigers bestehen, dass sie aber alle die gleiche Größenordnung an Hochfrequenzleistung erfordern. Diese Leistung liegt für  $10^8$  e-Volt bei  $10^7$  bis  $10^9$  Watt.

### Literaturverzeichnis.

- <sup>1)</sup> G. ISING, Prinzip einer Methode zur Herstellung von Kanalstrahlen hoher Voltzahl. Ark. f. Mat. Astron och Fys **18**, Nr. 30, 1925.
- <sup>2)</sup> R. WIDEROE, Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannungen, Arch. f. Elektr. **21**, 387 . . 406 (1928).
- <sup>3)</sup> J. THIBAUD, Production d'ions positifs de vitesse élevée par accélérations multiples. Comptes rendus **194**, 360. . 362 (1932).
- <sup>4)</sup> D. H. SLOAN and E. O. LAWRENCE, The production of heavy high speed ions without the use of high voltages. Phys. Rev. **38**, 2021 . . 2032 (1931).
- <sup>5)</sup> J. R. WOODYARD, A Comparison of the High Frequency Accelerator and Betatron as a Source of High Energy Electrons. Phys. Rev. **69**, 50 (1946). D 3.
- <sup>6)</sup> E. L. GINZTON, W. W. HANSEN, W. R. KENNEDY, A linear Electron Accelerator. The Rev. of Scient. Instr. **19**, 89 . . 108 (1948).
- <sup>7)</sup> R. O. HAXBY, E. S. AKELEY, A. GINZBARY, R. N. SMITH, H. W. WELCH and R. M. WHALEY, Preliminary Studies on the Purdue Microwave Electron Accelerator, Phys. Rev. **70**, 797 (1946). A 4.
- <sup>8)</sup> W. D. ALLEN and J. L. SYMONDS, Experiments in Multiple-Gap Linear Acceleration of Electrons. Proc. Phys. Soc. **59**, 622 . . 629 (1947).
- <sup>9)</sup> E. L. HUDSPETH, Wave Guide Acceleration of Particles. Phys. Rev. **69**, 671 (1946).
- <sup>10)</sup> C. G. A. von LINDERN und G. DE VRIES, Scheibenförmige Hohlräume als elektrische Resonatoren. Phil. Techn. Rundsch. **8**, 149 . . 160 (1946).
- <sup>11)</sup> W. W. HANSEN, A Type of electrical resonator, Jour. of appl. Phys. **9**, 654 (1938).
- <sup>12)</sup> R. J. SARBACHER and W. A. EDSON, Hyper and Ultra High Frequency Engineering. 6. Aufl., Verlag John Wiley & Sons, Inc., New York 1947.
- <sup>13)</sup> A. B. CULLEN and J. H. GREIG, A Resonant Cavity Linear Accelerator Journ. of appl. Physics, **19**, 47 . . 50 (1948).
- <sup>14)</sup> W. DÄLLENBACH, Stromwärmeverluste an Leitern und Isolatoren mit leitender Oberflächenschicht. Bull. SEV. Nr. **14** (1948).
- <sup>15)</sup> L. W. ALVAREZ, The Design of a Proton Linear Accelerator. Phys. Rev. **70**, 789 . . 800 (1946) A 10.

- <sup>16)</sup> W. K. H. PANOFSKY, Measurement of Electric Field-Strength in a Cavity Resonant at 200 mc. *Phys. Rev.* **70**, 447 (1946) B 8.
- <sup>17)</sup> J. R. WOODYARD, E. A. MARTINELLI, W. TOULIS, W. K. H. PANOFSKY, Methods of Driving a High Q. Cavity with many Self Excited Oscillators. *Phys. Rev.* **70**, 447 (1946) B 9.
- <sup>18)</sup> F. OPPENHEIMER, L. H. JOHNSTON, C. RICHMAN, Drift Tubes for Linear Proton Accelerator. *Phys. Rev.* **70**, 447 – 448 (1946) B 10.
- <sup>19)</sup> W. K. H. PANOFSKY, C. RICHMAN, F. OPPENHEIMER, Control of the Field Distribution in the Linear Accelerator Cavity. *Phys. Rev.* **73** 535, 1948. C 8.
- <sup>20)</sup> E. M. MC. MILLAN: Resonance Acceleration of Charged Particles. *Phys. Rev.* **70**, 800 (1946).
- <sup>21)</sup> H. BRADNER, R. CRAWFORD, H. GORDON, J. R. WOODYARD, Physical Design of the Berkeley Linear Accelerator. *Phys. Rev.* **73**, 534 (1948) C 7.
- <sup>22)</sup> W. R. BAKKER, J. V. FRANCK, J. D. GOW, Linear Accelerator Oscillator and Coupling System. *Phys. Rev.* **73**, 535 (1948) C 9.
- <sup>23)</sup> General Electric Rev. June 1947.
- <sup>24)</sup> J. HALPERN, E. EVERHART, R. A. RAPUANO, J. C. SLATER, Preliminary Studies on the Design of a Microwave Linear Accelerator. *Phys. Rev.* **69**, 688 (1946) G 10.
- <sup>25)</sup> J. C. SLATER, The Design of Linear Accelerators. *Phys. Rev.* **70**, 799 (1946) A 9.
- <sup>26)</sup> E. S. AKELEY, The Study of a Certain Type of Resonant Cavity and its Application to a Charged Particle Accelerator. *Journ. of Appl. Phys.* **17**, 1056 ..1060 (1946).
- <sup>27)</sup> Electronics, Nov. 1947. S. 144 (Electron Linear Accelerator Demonstrated).
- <sup>28)</sup> H. L. SCHULTZ, R. BERINGER, C. L. CLARKE, J. A. LOCKWOOD, R. L. MC. CARTHY, C. G. MONTGOMERY, P. J. RICE, W. W. WATSON, Cavity Accelerator for Electrons. *Phys. Rev.* **72**, 346 (1947).
- <sup>29)</sup> E. G. BOWEN, O. O. PULLEY and J. S. GOODEN, Application of Pulse Technique to the Acceleration of Elementary Particles. *Nature* **157**, 840 (1946).
- <sup>30)</sup> F. L. HEREFORD, Acceleration of Electrons by a Single Resonant Cavity. *Phys. Rev.* **72**, 159 – 160 (1947).
- <sup>31)</sup> E. I. LAWTON, The Choice of Operating Mode for Standing Wave Type Linear Accelerators for Electrons. *Journ. of Appl. Phys.* **19**, 534 ..539 (1948).
- <sup>32)</sup> E. J. LAWTON and W. C. HAHN, Experimental Results on Standing Wave Type Linear Accelerators for Electrons. *Journ. of Appl. Phys.* **19**, 642 ..648 (1948).