Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 22 (1949)
Heft: II

Artikel: Elementare Betrachtungen über die Stabilität der Langgeschosse
Autor: Ackeret, J.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-111996

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Elementare Betrachtungen über die Stabilität der Langgeschosse

von **J. Ackeret**, Zürich.

(18. III. 1949.)

In Vorlesungen und Lehrbüchern über Experimentalphysik fehlt selten der Hinweis auf die stabilisierende Wirkung des Geschossdralles als einer interessanten Anwendung der Kreiselgesetze. Fast immer aber ist die Darstellung hinsichtlich der Luftkraftmomente stark schematisch und veraltet, ein Mangel, dem man merkwürdigerweise auch in sonst guten modernen Ballistik-Lehrbüchern begegnet.

Heute hat man eine recht befriedigende Näherungstheorie[1]), die aber für den Elementarunterricht viel zu verwickelt ist. Es ist nun möglich, indem man Methoden verwendet, die in der früheren Theorie des Luftschiffes (MUNK u. a.) entwickelt wurden, in ganz einfacher und doch im wesentlichen korrekter Weise die Luftmomente anzugeben, die sogar quantitativ nicht übel ausfallen, sofern das Geschoss nur genügend schlank ist.

Wir denken uns ein Geschoss von der Länge L, dessen Meridian- bzw. Querschnittsverlauf r bzw. $F = \pi r^2$ gegeben ist. (Fig. 1.) Der Schwerpunkt liege in S, das Geschoss sei, wie üblich, hinten scharf abgeschnitten, so dass dort eine endliche Heckfläche F_h vorhanden ist. Um die Stabilität zu untersuchen, ist es nötig, das Moment der Luftkräfte M_s um den Schwerpunkt zu kennen, das entsteht, wenn das Geschoss gegen die Flugrichtung V schwach geneigt ist (Winkel α); gleichzeitig entsteht im allgemeinen eine Querkraft Q. Die Geschossgeschwindigkeit V zerlegen wir in eine longitudinale und eine transversale Komponente V_l bzw. V_t. V_l kann in bezug auf die Schallgeschwindigkeit a beliebige Werte haben, d. h.: die Machsche Zahl V/a darf kleiner oder grösser als eins sein. Hingegen müssen wir voraussetzen, dass $V_t \ll a$ ist, was bei sehr kleinen Winkeln α (nur solche sollen betrachtet werden) ja stets der Fall ist. Die durch V_l erzeugte Druckverteilung am Körper ist rotations-

[1]) TH. v. KÁRMÁN und N. B. MOORE, Trans. Am. Soc. of Mechanical Engineers, **54**, 303–310 (1932), ferner H. S. TSIEN, Journal of aeronautical Sciences, **5**, 480–483 (1938).

symmetrisch und gibt keine Querkraft und kein Moment. Ist nun der Körper schlank, d. h.: $(r_{max})/L$ klein, was bei guten Formen zutrifft, so können für kleine α mit guter Näherung die Änderungen der Geschwindigkeiten gegenüber V selbst linear superponiert werden. Diese „Störungsgeschwindigkeiten", einesteils von der Verdrängung, andernteils von der Schräganströmung herrührend, dürfen additiv zusammengefügt werden. Somit ist es erlaubt, den Einfluss von V_t separat zu betrachten. Wir wollen zunächst

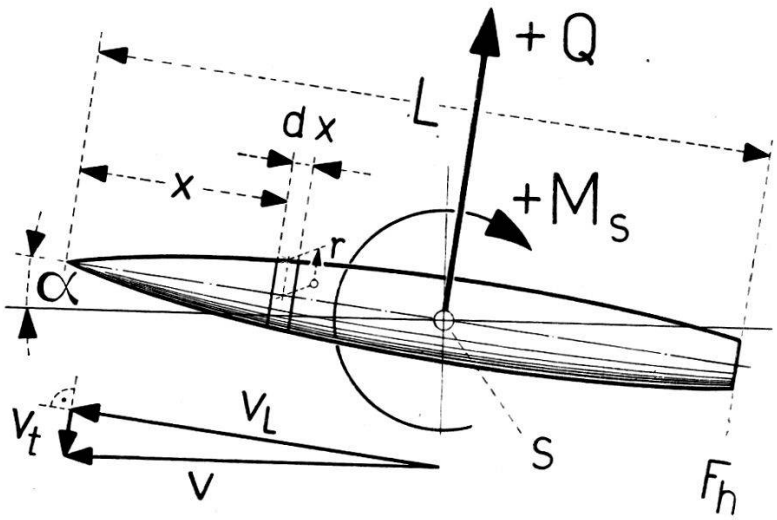

Fig. 1.

Luftkraft und Luftkraft-Moment auf ein schwach angestelltes Geschoss.

voraussetzen, dass die Machsche Zahl $M = V/a$ noch kleiner als eins sei (Unterschallflug). Dann führt eine einfache Impuls-Betrachtung zum Ziel.

Betrachten wir die von zwei Schnittebenen $x =$ constant und $x + dx =$ constant eingeschlossene ausserhalb des Kreises vom Radius r liegende Luftmasse. (Fig. 2.) Die materielle Scheibe, die durch die Ebenen aus dem Geschoss geschnitten wird, hat die Abwärtsbewegung $V_t = V \cdot \sin \alpha$, und die Ausweichbewegung der Luft entspricht mit grosser Näherung der Ausweichbewegung bei einem unendlich langen quer bewegten Kreiszylinder vom Radius r, wobei die wohlbekannte reibungsfreie Lösung benützt werden darf. (Fig. 2 rechts.) Wir brauchen davon nur das sehr einfache Ergebnis, dass der der Luftschicht erteilte Impuls gegeben ist durch das Produkt aus Geschwindigkeit (hier V_t) des Zylinders und einer „scheinbaren" Masse vom Betrag $\varrho F\, dx = dm^*$. Der Vertikalimpuls der Schicht ist also:

$$dJ = \varrho F\, dx\, V_t = \varrho F\, dx\, V \sin \alpha.$$

Wäre der Querschnitt F konstant, das Geschoss also ein unendlich langer Kreiszylinder, so würde dJ sich zeitlich nicht ändern, die betrachtete Geschoßscheibe also keine vertikale Kraft erfahren. Tatsächlich ändert sich aber F, indem das Geschoss ja durch die betrachteten Ebenen hindurchschlüpft.

Es ist somit:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{dx} \cdot V_l = \frac{dF}{dx} \cdot V \cos \alpha$$

und die Kraft dQ auf das Geschossteil dx

$$dQ = \frac{dJ}{dt} = \varrho \, dx \, \frac{dF}{dx} \, V^2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$= \underline{\frac{\varrho}{2} V^2 \sin 2\alpha \cdot \frac{dF}{dx} \cdot dx} \tag{1}$$

Also überall, wo der Querschnitt nach hinten zunimmt, entsteht ein positiver Beitrag, wo er abnimmt, ein negativer.

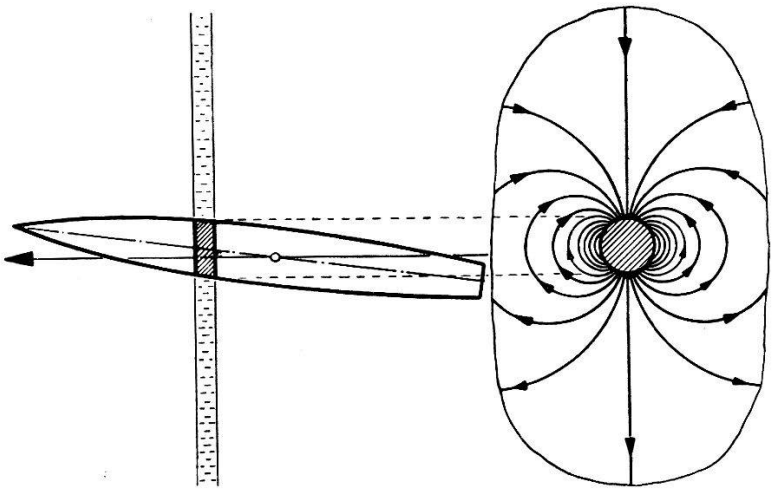

Fig. 2.
Durch Anstellung erzwungene Ausweichbewegung der Luft.

Die gesamte Querkraft Q wird, wenn $F(0) = 0$ gesetzt wird (Spitze):

$$Q = \frac{\varrho}{2} V^2 \sin 2\alpha \int_0^L \frac{dF}{dx} \, dx = \underline{\frac{\varrho}{2} V^2 \sin 2\alpha \cdot F_h} \tag{2}$$

ein überraschend einfacher Ausdruck.

Q ist also gar nicht vom Querschnittsverlauf, sondern allein von der Bodenfläche abhängig.

Ebenso lässt sich das Moment etwa um die Geschoßspitze rechnen:

$$M_0 = -\int_0^L \frac{dQ}{dx} \cdot x \, dx = -\frac{\varrho}{2} V^2 \sin 2\alpha \int_0^L x \frac{dF}{dx} \, dx$$

und nach partieller Integration ($F_0 = 0$)

$$M_0 = \frac{\varrho}{2} V^2 \sin 2\alpha \{-F_h L + G\} \tag{3}$$

wo $G = \int_0^L F\,dx$ das Geschossvolumen ist. Ist der Schwerpunkt im Abstand s vor dem Boden F_h, so folgt

$$M_s = M_0 + Q\,(L - s) = \underline{\varrho/2\, V^2 \sin 2\alpha \{G - F_h \cdot s\}} \tag{4}$$

oder für kleine α

$$M_s = \underline{\varrho V^2 \sin \alpha \{G - F_h \cdot s\} = \mu \sin \alpha} \tag{5}$$

Der Bodensog (Unterdruck auf F_h) hat keinen Einfluss auf das Moment, da seine Resultierende durch den Schwerpunkt geht. Ebenso sind die Momente der Reibungsspannungen an der Ge-

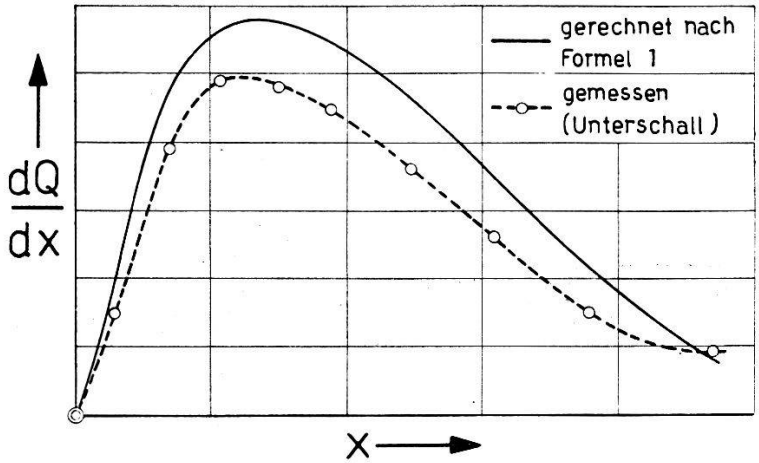

Fig. 3.
Vergleich der gerechneten und bei Unterschallgeschwindigkeit gemessenen Querkräfte auf eine Geschoßspitze.

schossoberfläche bei kleinen Winkeln unbedeutend. Da $G - F_h \cdot s$ fast immer > 0, so ergibt sich ein positives also unstabilisierendes Moment, das das Geschoss quer zur Strömung zu drehen versucht. Es ist für $F_h = 0$ besonders gross:

$$M_s^* = \varrho\, V^2 \sin \alpha \cdot G \tag{6}$$

Für inkompressible Strömung ist das Moment für Rotationsellipsoide schon lange bekannt. Ein Vergleich ergibt, dass z. B. für das Dicke-Länge-Verhältnis 0,1 das genau gerechnete Moment 0,94 des obigen Wertes wird; für unendlich schlanke Ellipsoide ergibt sich genau (6).

In Fig. 3 ist für einen relativ schlanken Raketenkopf die Querkraftverteilung nach Formel 1 eingetragen, zusammen mit Messpunkten, die bei einem Versuch in unserem Windkanal (mit rund

28 m/sec Windgeschwindigkeit) erhalten wurden, indem man die Druckverteilung in einzelnen Schnitten mass und die Kräfte durch Integration über den Umfang ermittelte.

Der Anstellwinkel α betrug 10^0. Es ist zu erwarten, dass man weniger Kraft bekommen muss, da ja die Reibungseinflüsse ganz vernachlässigt sind, die bei dem relativ grossen α schon spürbar sein müssen. Immerhin ist die gemessene Querkraft doch 75 bis 80% der gerechneten und der Verlauf befriedigend.

Wird $M = V/a$ grösser als eins (Überschallgebiet), so sind an der Ablenkung der Luftteilchen in der Schicht CB (Fig. 4) nur noch die Partien des Geschosses *vor* C beteiligt. Das ergibt eine Änderung

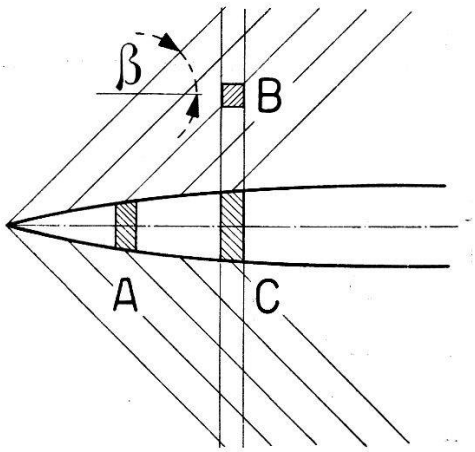

Fig. 4.
Machsche Kegel bei Überschallgeschwindigkeit.

der Querkräfte, die umso ausgeprägter ist, je grösser die Machsche Zahl ist. Der Einfluss beispielsweise von der Stelle A kann sich bekanntlich nur innerhalb des Machschen Kegels AB vom halben Öffnungswinkel β ausbreiten, wobei: $\operatorname{tg}\beta = \frac{1}{\sqrt{M^2-1}}$ ist. Man muss also von der exakten Querkraftkurve erwarten, dass sie gegenüber der elementar gerechneten etwas nach hinten verschoben und natürlich auch im Betrag geändert wird. Immerhin ist es plausibel, dass für sehr schlanke Geschosse und nicht zu grosse Machzahlen (< 2) die elementare Theorie noch einigermassen zutreffen muss, indem die scheinbare Masse im wesentlichen in der *Nähe* des Zylinderschnittes konzentriert ist.[1]) Wenn der Mach-Einfluss auf das Moment M_s bestimmt werden soll, so wird man wohl kaum die

[1]) Bei inkompressibler Strömung ist die scheinbare Masse innerhalb einem Radius r und dem Zylinderradius R gegeben durch $m^* = \varrho\,\pi\,R^2\left(1-\frac{R^2}{r^2}\right)$.

ausführliche Rechnung nach TSIEN bzw. SAUER [1]) entbehren können.

Fig. 5 zeigt für einen schlanken Rotationskörper und $M = 1{,}5$ die nach TSIEN bzw. SAUER gerechnete Querkraftverteilung verglichen mit der elementaren. Man sieht, dass an der Spitze die genau [2]) gerechneten Querkräfte sich von den nach Formel 1 gerechneten in dem oben erwähnten Sinne unterscheiden. Der Vergleich der Querkräfte ergibt, dass die elementare Theorie sie um 4% zu niedrig liefert. Das elementar gerechnete Moment um den Punkt S ist 91% des nach der Tsienschen Theorie gefundenen.

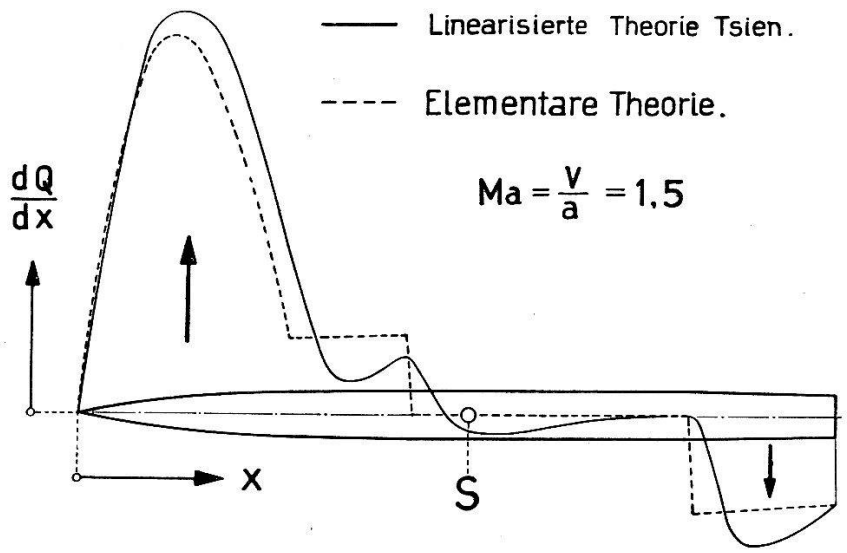

Fig. 5.

Querkraftverteilung nach der linearisierten und nach der elementaren Theorie, gerechnet für ein Langgeschoss.

Bemerkenswert ist, dass ein konisch verjüngtes Geschossheck einen Abtrieb ergibt (eine unmittelbare Konsequenz von Formel 1). Der Abwärtsimpuls der Luft verringert sich dort; dies drückt das Geschossende nach unten.

Das Luftmoment würde das Geschoss überschlagen lassen, wenn nun nicht die Kreiselwirkung eingreifen würde. Sie zwingt das Geschoss zu einer Präzessionsbewegung (Fig. 6). Der Drallvektor $D = A \cdot \omega$ drehe sich mit der Winkelgeschwindigkeit ν um die Flugrichtung. Nun muss man aber berücksichtigen, dass diese Drehung

---

[2]) SAUER, Theoretische Einführung in die Gasdynamik, Berlin 1943, S. 47–52. Die Methode ist von *W.* HAACK vereinfacht worden.

[3]) Im Sinne der sogenannten „linearisierten Theorie". Ich verdanke die Ausrechnung nach dieser Theorie Herrn Dipl. Ing. H. VOELLMY.

ihrerseits ein Zentrifugalmoment im unstabilen Sinne hervorruft, das für einen schlanken Körper sich ergibt zu (Abb. 6 unten)

$$M_z = \int dm\, v^2 (\sigma \sin \alpha)(\sigma \cos \alpha).$$

oder

$$\begin{aligned} M_z &= v^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \int dm \cdot \sigma^2 \\ &= B\, v^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cong B\, v^2 \sin \alpha \end{aligned} \tag{7}$$

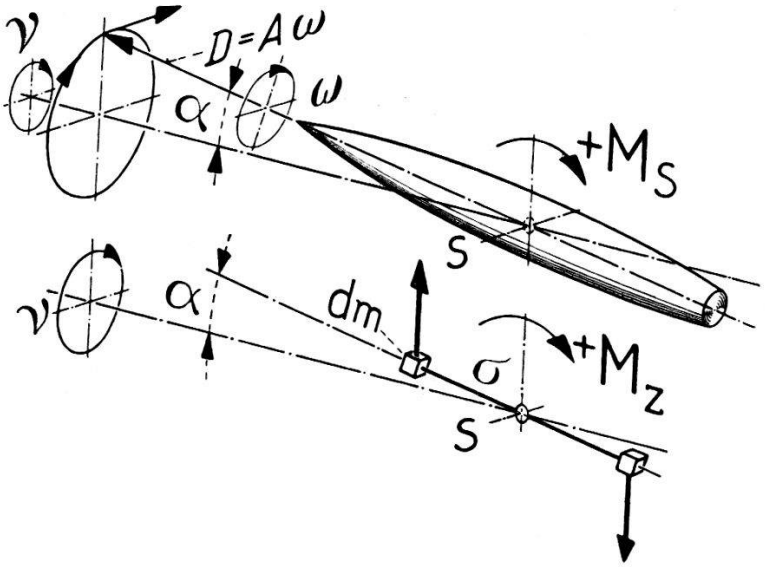

Fig. 6.
Präzessionsbewegung des rotierenden Geschosses.
Unten: Entstehung des Zentrifugalmomentes der Präzessionsbewegung.

wo $B \gg A$ das Trägheitsmoment um eine Querachse ist. Die sekundliche Dralländerung $(A \cdot \omega) \cdot \sin \alpha \cdot v$ muss beiden Momenten das Gleichgewicht halten:

$$M_s + M_z = \mu \sin \alpha + B\, v^2 \sin \alpha = A \cdot \omega\, v \sin \alpha$$

daraus:

$$v = \frac{A\,\omega \pm \sqrt{A^2\,\omega^2 - 4\,B\,\mu}}{2\,B} \tag{8}$$

Der Radikand muss positiv sein; als Bedingung dafür ergibt sich:

$$A^2 \cdot \omega^2 \geqq 4\,B\,\mu$$

oder

$$\vartheta = \frac{A^2\,\omega^2}{4\,B\,\mu} \geqq 1 \tag{9}$$

Das ist die aus der Ballistik wohlbekannte Stabilitätsbedingung, die man ja auch aus der Theorie des schweren symmetrischen Kreisels kennt.

Es ist dabei

$$\mu = \varrho\, V^2 \{G - F_h \cdot s\} \tag{10}$$

Praktisch erweist es sich als möglich, mit ϑ bis auf etwa 1,2 herunterzugehen[1]).

Das relativ gute quantitative Ergebnis soll natürlich nicht dazu verleiten, die elementare Theorie zu überspannen. Insbesondere für stumpfere Geschossformen werden die Querkräfte und Momente zahlenmässig für die Praxis zu ungenau. Für den Unterricht aber und auch für das allgemeine Verständnis sind die Ergebnisse der „Luftschifftheorie der Geschosse" so wertvoll, dass es mir nützlich schien, sie hier aufzufrischen.

---

[1]) Nach freundlicher Mitteilung von Prof. W. Haack, Berlin.