Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 21 (1948)

Heft: V

Artikel: Das magnetische Moment von H3 und He3 nach der Møller-Rosenfeld-Theorie der Kernkräfte

Autor: Villars, Felix / Thellung, Armin

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-111914

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Das magnetische Moment von H_3 und He_3 nach der Møller-Rosenfeld-Theorie der Kernkräfte

von **Felix Villars** und **Armin Thellung** (ETH. Zürich).

(26. VI. 1948.)

§ 1. Einleitung.

Die Messungen der magnetischen Momente von H_3 (Bloch und Anderson[1])) und He_3 (Anderson und Novick[2])) ergaben Resultate, deren Interpretation im Rahmen einer phänomenologischen Theorie der Nukleonwechselwirkung auf Schwierigkeiten stösst.

Es sind gemessen:

$$\mu_{\mathrm{H}_3} = 2{,}979 \text{ KM} = \mu_P + 0{,}186 \text{ KM}$$
$$\mu_{\mathrm{He}_3} = (-2{,}13 \pm 0{,}02) \text{ KM} = \mu_N - (0{,}22 \pm 0{,}02) \text{ KM},$$

wo μ_P und μ_N die magnetischen Momente von Proton bzw. Neutron bedeuten.

Auf Grund einer phänomenologischen Theorie der Kernkräfte folgt:

$$\mu_{\mathrm{H}_3} \leqq \mu_P$$
$$\mu_{\mathrm{He}_3} \geqq \mu_N,$$

wobei das Gleichheitszeichen gilt, falls die Wechselwirkungskräfte reine Zentralkräfte sind und die Grundzustände von H_3 und He_3 entsprechend reine ${}^2S_{1/2}$-Zustände. Nichtzentralkräfte (Tensorkraft), wie sie zur Interpretation des elektrischen Quadrupolmomentes des Deuterons herbeigezogen werden (Rarita und Schwinger[3])), ergeben in erster Näherung eine ${}^4D_{1/2}$-Beimischung zur ${}^2S_{1/2}$-Hauptkomponente. Ist w_D die Stärke der D-Beimischung, so gilt approximativ:

$$\mu_{\mathrm{H}_3} \cong \mu_P - \frac{2}{3} w_D \left(2\,\mu_P + \mu_N - \frac{1}{2}\right)$$

$$\mu_{\mathrm{He}_3} \cong \mu_N - \frac{2}{3} w_D \,(2\,\mu_N + \mu_P - 1)$$

(SACHS und SCHWINGER[4])). Mit einer D-Beimischung von 4% (GERJUOY und SCHWINGER[5]), ANDERSON[6])) folgt dann:

$$\mu_{H_3} = \mu_P - 0{,}085 \text{ KM} = 2{,}708 \text{ KM}$$
$$\mu_{He_3} = \mu_N + 0{,}054 \text{ KM} = -1{,}858 \text{ KM}.$$

Die Differenzen der gemessenen Werte mit diesen berechneten ersten Näherungen sind

$$\Delta(H_3) = +\, 0{,}271 \text{ KM}$$
$$\Delta(He_3) = -\,(0{,}27 \pm 0{,}02) \text{ KM}.$$

Dieses Ergebnis zeigt, dass eine weitere Korrektur Beiträge ergeben muss, die für beide Kerne dem Betrage nach gleich gross, im Vorzeichen aber verschieden sind. Eine Korrektur dieser Art liefert aber gerade der Ladungsaustausch im Kern; das von ihm herrührende sog. Austauschmoment μ_{Aust} ist — unabhängig vom Typus des Mesonfeldes, sofern es nur gleiche Proton-Proton- und Neutron-Neutron-Kräfte vermittelt — von der Form:

$$\mu_{\text{Aust}}(He_3) = -\,\mu_{\text{Aust}}(H_3).$$

Zu seiner Bestimmung muss explizite auf eine Feldtheorie der Wechselwirkung zurückgegriffen werden.

Eine vorläufige Bestimmung von μ_{Aust} auf Grund der symmetrischen Pseudoskalartheorie ergab eine qualitative Übereinstimmung von μ_{Aust} mit Δ (VILLARS[7])); dabei musste aber vom Einfluss der Tensorkraft abgesehen werden, was die Zuverlässigkeit des Resultates etwas in Frage stellt.

Es war daher interessant, μ_{Aust} zu berechnen auf Grund eines Ansatzes, der auch für die Kernkräfte eine qualitativ befriedigende Antwort gibt, wie etwa die M-R-Mischung oder die Schwingersche Mischung, wo durch Kombination von Pseudoskalar- und Vektormesonfeld die statische Tensorkraft entweder ganz (M-R) oder doch in ihren höchsten Singularitäten (S) eliminiert wird.

§ 2. Die Grundzustände von H_3 und He_3 in der M-R-Theorie.

In der M-R-Theorie wird bekanntlich die statische Tensorkraft eliminiert durch Superposition eines pseudoskalaren mit einem Vektormesonfeld, wobei die Mesonmassen sowie die Kopplungskonstanten gleich angenommen werden. In der „symmetrischen" Variante, die wir hier verwenden wollen, ist die Wechselwirkungsenergie zwischen 2 Nukleonen A und B*):

$$V(AB) = (\tau^A\, \tau^B) \cdot [g^2 + f^2 (\sigma^A\, \sigma^B)]\, \frac{e^{-\mu r_{AB}}}{r_{AB}} \tag{1}$$

*) Wir verwenden natürliche Einheiten: $\hbar = c = 1$.

Integrale der Bewegung sind der gesamte Bahndrehimpuls L, der Gesamtspin S und der gesamte isotope Spin T. Die Grundzustände von H_3 und He_3 sind charakterisiert durch die Quantenzahlen:

$$L = 0, \quad S = \frac{1}{2}, \quad T = \frac{1}{2}, \quad T_3 = \pm \frac{1}{2} \begin{pmatrix} + : \mathrm{He}_3 \\ - : \mathrm{H}_3 \end{pmatrix}.$$

Nach dem Ausschlussprinzip sind die Zustände antisymmetrisch gegenüber der Vertauschung aller Koordinaten eines beliebigen Teilchenpaares.

Zur Konstruktion eines solchen Zustandes gehen wir wie folgt vor:

Wir bestimmen zunächst die möglichen Spin-Ladungs-Zustände zu $S = T = 1/2$. Es seien χ_1 und χ_2 die Eigenzustände zu $S = S_3 = 1/2$:

$$\chi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha_1 \begin{vmatrix} \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_2 & \beta_3 \end{vmatrix}, \quad \chi_2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\alpha_2 \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_3 \end{vmatrix} + \alpha_3 \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{vmatrix} \right),$$

wo α_A, β_A die Eigenvektoren von σ_3^A sind, das heisst

$$\sigma_3^A \alpha_A = \alpha_A, \qquad \sigma_3^A \beta_A = -\beta_A.$$

Analog seien $\vartheta_1^\pm$ und $\vartheta_2^\pm$ die Eigenzustände von $T = 1/2$, $T_3 = \pm 1/2$. (Sie sind in analoger Weise wie χ_1, χ_2 als Funktionen der Eigenvektoren ξ_A, η_A von τ_3^A aufgebaut.) Für H_3 (bzw. He_3) gibt es dann die 4 orthogonalen und normierten Spin-Ladungs-Zustände

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_1 \vartheta_2 - \chi_2 \vartheta_1) \\
\Phi_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_1 \vartheta_1 + \chi_2 \vartheta_2) \\
\Phi_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_1 \vartheta_2 + \chi_2 \vartheta_1) \\
\Phi_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_1 \vartheta_1 - \chi_2 \vartheta_2).
\end{aligned}$$

Φ_1 ist ein antisymmetrischer, Φ_2 ein symmetrischer Spin-Ladungs-Zustand, und $\begin{pmatrix} \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{pmatrix}$ transformieren sich unter Permutationen der Teilchen wie $\begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}$.

Die allgemeinste antisymmetrische ψ-Funktion für den Grundzustand hat dann die Form:

$$\Psi_{\text{anti}} = \sum_{\alpha=1}^{4} \Phi_\alpha F_\alpha (\mathfrak{r}_1, \mathfrak{r}_2, \mathfrak{r}_3). \tag{2}$$

Dabei ist F_1 symmetrisch, F_2 antisymmetrisch, und $\begin{pmatrix} F_3 \\ F_4 \end{pmatrix}$ transformieren sich wie $\begin{pmatrix} -\Phi_4 \\ \Phi_3 \end{pmatrix}$ oder wie $\begin{pmatrix} -\chi_2 \\ \chi_1 \end{pmatrix}$.

In nullter Näherung ist der Grundzustand durch

$$\Psi_0 = \Phi_1 F_1 \tag{3}$$

gegeben. Da aber der Erwartungswert des magnetischen Eigenmomentes

$$\mathfrak{M}_{\text{Eigen}} = \sum_A \sigma^A \left(\mu_P \frac{1+\tau_3^A}{2} + \mu_N \frac{1-\tau_3^A}{2} \right) \tag{4}$$

für die verschiedenen Φ_α nicht gleich ist, so erschien es uns unerlässlich, über die nullte Näherung hinauszugehen. Es wird, mit

$$M_{\alpha\beta} = \Phi_\alpha^* (\mathfrak{M}_{\text{Eigen}})_3 \, \Phi_\beta:$$

$$M_{\alpha\beta} = 0 \text{ für } \alpha \neq \beta$$

und

	H_3	He_3
M_{11}	μ_P	μ_N
M_{22}	$-\frac{1}{3}\mu_P + \frac{4}{3}\mu_N$	$-\frac{1}{3}\mu_N + \frac{4}{3}\mu_P$
$M_{33} = M_{44}$	$\frac{1}{3}\mu_P + \frac{2}{3}\mu_N$	$\frac{1}{3}\mu_N + \frac{2}{3}\mu_P$

(Vgl. [7]).

Durch Einführung der Matrix

$$V_{\alpha\beta} = \Phi_\alpha^* \, V \, \Phi_\beta,$$

wo

$$V = \sum_{A<B} V(AB)$$

gemäss (1) einzusetzen ist, lässt sich die Schrödinger-Gleichung auf ein System von Gleichungen für die $F_\alpha(\mathfrak{r}_1, \mathfrak{r}_2, \mathfrak{r}_3)$ allein reduzieren:

$$\sum_\beta \left(\delta_{\alpha\beta} \sum_A \frac{P_A^2}{2m} + V_{\alpha\beta} \right) F_\beta = E \cdot F_\alpha \tag{5}$$

Man findet $V_{12} = 0$, hingegen V_{32} und $V_{42} \neq 0$, d.h. die Komponente F_2 ist nur über die Komponenten F_3 und F_4 an F_1 gekoppelt. Nun sind bereits $\overline{F_3^2}$ und $\overline{F_4^2} \ll \overline{F_1^2}$ ($\overline{F_\alpha^2}$ soll die Norm von F_α bedeuten), und da man zeigen kann, dass für die Erwartungswerte der kinetischen Energie (bei auf 1 normierten Funktionen)

$$\overline{(E_{\text{kin}})}_{22} \gg \overline{(E_{\text{kin}})}_{33,44}$$

gilt, so folgt, dass F_2 vernachlässigt werden darf. Unsere Schrödinger-Gleichung lautet also:

$$\left(\frac{1}{2m}\sum_A p_A^2 + V_{11} - E\right) F_1 = -V_{13} F_3 - V_{14} F_4 \qquad (6a)$$

$$\left(\frac{1}{2m}\sum_A p_A^2 + V_{33} - E\right) F_3 = -V_{31} F_1 - V_{34} F_4 \qquad (6b)$$

$$\left(\frac{1}{2m}\sum_A p_A^2 + V_{44} - E\right) F_4 = -V_{41} F_1 - V_{43} F_3 \qquad (6c)$$

Wir lösen das Problem näherungsweise mit Hilfe eines Variationsverfahrens.

Um die Form der F_α zu ermitteln, führen wir Normalkoordinaten ein:

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{3}(\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3)$$

$$\mathfrak{q}_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}(\mathfrak{r}_3 - \mathfrak{r}_2)$$

$$\mathfrak{q}_2 = \sqrt{2}\left(\frac{\mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_3}{2} - \mathfrak{r}_1\right)$$

Damit wird

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{6m}\mathfrak{P}_R^2 + \frac{3}{2m}(\mathfrak{p}_1^2 + \mathfrak{p}_2^2)$$

wobei in der Quantenmechanik

$$p_{1k} = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial q_{1k}}, \quad p_{2k} = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial q_{2k}}, \quad P_{Rk} = \frac{1}{i}\frac{\partial}{dR_k}$$

zu setzen ist. Beachten wir nun, dass

$$\mathfrak{q}_1^2 + \mathfrak{q}_2^2 = r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2,$$

also symmetrisch ist, während sich $\begin{pmatrix} 2(\mathfrak{q}_1\mathfrak{q}_2) \\ \mathfrak{q}_1^2 - \mathfrak{q}_2^2 \end{pmatrix}$ unter Permutationen wie $\begin{pmatrix} \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{pmatrix}$ transformieren, so ist eine mögliche Wahl der F_α:

$$F_1 = F(\mathfrak{q}_1^2 + \mathfrak{q}_2^2) \qquad (7a)$$

$$\begin{pmatrix} F_3 \\ F_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathfrak{q}_2^2 - \mathfrak{q}_1^2 \\ 2(\mathfrak{q}_1\mathfrak{q}_2) \end{pmatrix} \cdot G(\mathfrak{q}_1^2 + \mathfrak{q}_2^2) \qquad (7b)^*$$

---

*) Der Ansatz (7b) für $\begin{pmatrix} F_3 \\ F_4 \end{pmatrix}$ ist nicht vollständig, da nur *eine* Funktion G eingeht hingegen zwei Gleichungen (6b) und (6c) vorhanden sind; in bezug auf das Variationsverfahren sind aber (6b) und (6c) äquivalent.

Für F und G setzen wir, im Sinne des Variationsverfahrens,

$$F = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \sqrt{N_1}\, e^{-\frac{\alpha}{2}(\mathfrak{q}_1^2 + \mathfrak{q}_2^2)} \tag{8a}$$

$$G = \sqrt{\frac{\beta^5}{3\pi^3}} \cdot \sqrt{N_3}\, e^{-\frac{\beta}{2}(\mathfrak{q}_1^2 + \mathfrak{q}_2^2)} \tag{8b}$$

Dann wird

$$\left.\begin{aligned} \int dv\, F_1^2 &= N_1 \\ \int dv\, F_3^2 = \int dv\, F_4^2 &= N_3 = N_4\,. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Mit

$$\overline{V}_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{N_\alpha N_\beta}} \int dv\, F_\alpha V_{\alpha\beta} F_\beta$$

folgt aus (6a, b, c):

$$N_1 E = N_1 \left[\overline{(E_{\text{kin}})}_{11} + \overline{V}_{11}\right] + 2\sqrt{N_1 N_3} \cdot \overline{V}_{13}$$

$$N_3 E = N_3 \left[\overline{(E_{\text{kin}})}_{33} + \overline{V}_{33} + \overline{V}_{34}\right] + \sqrt{N_1 N_3} \cdot \overline{V}_{13}$$

und, mit der Normierungsbedingung für die ψ-Funktion

$$N_1 + 2\, N_3 = 1: \tag{10}$$

$$\begin{aligned} E = N_1 \left[\overline{(E_{\text{kin}})}_{11} + \overline{V}_{11}\right] + 2\, N_3 \left[\overline{(E_{\text{kin}})}_{33} + \overline{V}_{33} + \overline{V}_{34}\right] + \\ + 4\sqrt{N_1 N_3} \cdot \overline{V}_{13} \end{aligned} \tag{11}$$

(11) gibt — bei Berücksichtigung von (10) — die Energie E als Funktion der 3 unabhängigen Parameter α, β, N_3. Diese sind so zu bestimmen, dass E minimal wird. Der Einfachheit halber wurde α nur näherungsweise aus der Gleichung

$$\frac{\partial E_0}{\partial \alpha} = 0$$

bestimmt, wo E_0 die Energie für $N_3 = 0$, $N_1 = 1$ bedeutet. Sodann erhielten wir β und N_3 aus den Bedingungen

$$\frac{\partial E}{\partial \beta} = 0\,, \qquad \frac{\partial E}{\partial N_3} = 0\,.$$

Für die numerische Durchführung stützten wir uns auf die Werte für f^2, g^2 und μ von Fröhlich[8]):

$$\mu = 220\, m_{\text{Elektron}}$$

$$f^2 = 0{,}0714\,, \qquad g^2 = 0{,}0310$$

und erhielten

$$\mu^2/\alpha = 2{,}24 \qquad \beta = 1{,}54\,\alpha \qquad 2\, N_3 = 0{,}33\,\%.$$

Daraus ergibt sich für das magnetische Eigenmoment im Grundzustand von H_3 und He_3:

$$(\mu_{H_3})_{\text{Eigen}} = N_1\,\mu_P + 2\,N_3\left(\frac{1}{3}\,\mu_P + \frac{2}{3}\,\mu_N\right) = \mu_P - \frac{4}{3}\,N_3\,(\mu_P - \mu_N)$$

$$(\mu_{He_3})_{\text{Eigen}} = N_1\,\mu_N + 2\,N_3\left(\frac{1}{3}\,\mu_N + \frac{2}{3}\,\mu_P\right) = \mu_N + \frac{4}{3}\,N_3\,(\mu_P - \mu_N)$$

$$\left.\begin{aligned}(\mu_{H_3})_{\text{Eigen}} &= \mu_P - 0{,}010\ \text{KM}\\ (\mu_{He_3})_{\text{Eigen}} &= \mu_N + 0{,}010\ \text{KM}.\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

§ 3. Das Austauschmoment.

Das zu einem System von Nukleonen A gehörige statische Mesonfeld φ (pseudoskalar) und ψ (vektoriell) erzeugt eine räumliche Stromdichte

$$j = j_{Ps} + j_V$$

$$\left.\begin{aligned}j_{Ps} = i\,e\Big\{&\text{grad}\ \varphi^* \cdot \varphi - \text{grad}\ \varphi \cdot \varphi^*\\ &+ \sqrt{8\pi}\,\frac{f}{\mu}\sum_A \sigma^A\,\delta(\mathfrak{r}-\mathfrak{r}_A)\,(\tau_+^A\,\varphi - \tau_-^A\,\varphi^*)\Big\}\end{aligned}\right\}\tag{13a}$$

$$\left.\begin{aligned}j_V = i\,e\Big\{&\frac{1}{\mu^2}\,(\pi^* \cdot \text{div}\,\pi - \text{div}\,\pi^* \cdot \pi)\\ &- [\psi^* \cdot \text{rot}\ \psi] - [\text{rot}\ \psi^* \cdot \psi]\\ &+ \sqrt{8\pi}\,\frac{f}{\mu}\sum_A \delta(\mathfrak{r}-\mathfrak{r}_A)\,(\tau_+^A\,[\sigma^A\,\psi] - \tau_-^A\,[\sigma^A\,\psi^*])\\ &+ \sqrt{8\pi}\,\frac{g}{\mu^2}\sum_A \delta(\mathfrak{r}-\mathfrak{r}_A)\,(\pi^*\,\tau_+^A - \pi\,\tau_-^A)\Big\}\end{aligned}\right\}\tag{13b}$$

Diese Stromdichte gibt Anlass zu einem magnetischen Moment gemäss:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{2}\int dv\,[\mathfrak{r} \cdot j].$$

$\mathfrak{M}$ zerfällt in

$$\mathfrak{M} = \sum_A \mathfrak{M}(A) + \sum_{A \neq B} \mathfrak{M}(AB)$$

Die Summe $A \neq B$ gibt das Austauschmoment $\mathfrak{M}_{\text{Aust}}$. Dieser Ausdruck wurde bereits von verschiedenen Autoren (Møller-Rosenfeld[9]) und Ma und Yu[10])) berechnet. Da ihre Ergebnisse sich in einem Vorzeichen widersprechen, wurde $\mathfrak{M}_{\text{Aust}}$ neu gerechnet und dabei die Resultate von M-R bestätigt gefunden. In unserer Schreibweise lauten sie:

$$\mathfrak{M}_{\text{Aust}} = \mathfrak{M}_{\text{Aust}}^{(Ps)} + \mathfrak{M}_{\text{Aust}}^{(V)}$$

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{M}_{\text{Aust}}^{(Ps)} = -\frac{e}{2}\sum_{A<B}[\tau^A\cdot\tau^B]_3\Big\{\frac{f^2}{\mu}\Big[([\sigma^A\cdot\sigma^B]\,\mathfrak{r}_{AB})\,\frac{\mathfrak{r}_{AB}}{r_{AB}^2}\Big(1+\frac{1}{\mu\,r_{AB}}\Big)\\ -[\sigma^A\cdot\sigma^B]\Big]\,e^{-\mu\,r_{AB}} - [\mathfrak{r}_A\cdot\mathfrak{r}_B]\,V_{Ps}(AB)\Big\}\end{aligned}\right\} \tag{14a}$$

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{M}_{\text{Aust}}^{(V)} = -\frac{e}{2}\sum_{A<B}[\tau^A\cdot\tau^B]_3\Big\{\frac{f^2}{\mu}[\sigma^A\cdot\sigma^B]\Big(\frac{1}{\mu\,r_{AB}}-1\Big)\,e^{-\mu\,r_{AB}}\\ -[\mathfrak{r}_A\cdot\mathfrak{r}_B]\,V_V\,(AB)\Big\}\end{aligned}\right\} \tag{14b}$$

Hierbei sind $V_V^{Ps}(AB)$ die statischen Wechselwirkungsenergien:

$$V_{Ps}(AB) = \frac{1}{3}f^2\,(\sigma^A\,\sigma^B)\,\frac{e^{-\mu\,r_{AB}}}{r_{AB}} + T\,(AB)$$

$$V_V\,(AB) = \frac{2}{3}f^2\,(\sigma_A\,\sigma_B)\,\frac{e^{-\mu\,r_{AB}}}{r_{AB}} + g^2\,\frac{e^{-\mu\,r_{AB}}}{r_{AB}} - T\,(AB)$$

($T(AB)$ = Tensorkraft).

Der Erwartungswert von $\mathfrak{M}_{\text{Aust}}$ bezüglich der ψ-Funktion (2) wird

$$\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}} = \int dv\ \psi^*\ \mathfrak{M}_{\text{Aust}}\ \psi = \sum_{\alpha,\,\beta}\sqrt{N_\alpha N_\beta}\,(\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{\alpha\beta}$$

Mit Hilfe von Symmetrieüberlegungen findet man, dass

$$(\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{\beta\alpha} + (\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{\alpha\beta} = 0 \qquad \text{für } \alpha \neq \beta\,,$$

d.h. es gibt keine „Interferenzterme“; es wird also

$$\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}} = \sum_\alpha N_\alpha\,(\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{\alpha\alpha}\,,$$

für unsern Fall

$$\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}} \cong (\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{11}\,.$$

Da F_1 symmetrisch ist, geben die Glieder mit $[\mathfrak{r}_A\cdot\mathfrak{r}_B]$ den Erwartungswert Null; $(\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{11}$ wird also gleich dem Erwartungswert von

$$-\frac{e}{2}\frac{f^2}{\mu}\sum_{A<B}[\tau^A\,\tau^B]_3\Big\{([\sigma^A\,\sigma^B]\,\mathfrak{r}_{AB})\,\frac{\mathfrak{r}_{AB}}{r_{AB}^2}\Big(1+\frac{1}{\mu\,r_{AB}}\Big) - [\sigma^A\,\sigma^B] + [\sigma^A\,\sigma^B]\Big(\frac{1}{\mu\,r_{AB}}-1\Big)\Big\}\,e^{-\mu\,r_{AB}}$$

Die Auswertung ergibt, in Einheiten KM:

$$\mu_{\text{Aust}} = \mu_{\text{Aust}}^{(Ps)} + \mu_{\text{Aust}}^{(V)} = \gamma f^2 \cdot 2\, T_3 \cdot (I_{Ps} + I_V) \tag{15}$$

$$I_{Ps} = \frac{-4}{3} \int dv\, F_1^2 \left(\frac{1}{\mu r_{12}} - 2\right) e^{-\mu r_{12}} \tag{16a}$$

$$I_V = -4 \int dv\, F_1^2 \left(\frac{1}{\mu r_{12}} - 1\right) e^{-\mu r_{12}} \tag{16b}$$

Hierbei ist $\gamma = m/\mu$ das Verhältnis von Nukleon- zu Mesonmasse und $T_3 = \pm \frac{1}{2}$ ($+$: He_3, $-$: H_3). I_{Ps} und I_V sind Funktionen des Parameters μ^2/α; die numerische Rechnung ergibt den in Fig. 1 dargestellten Verlauf.

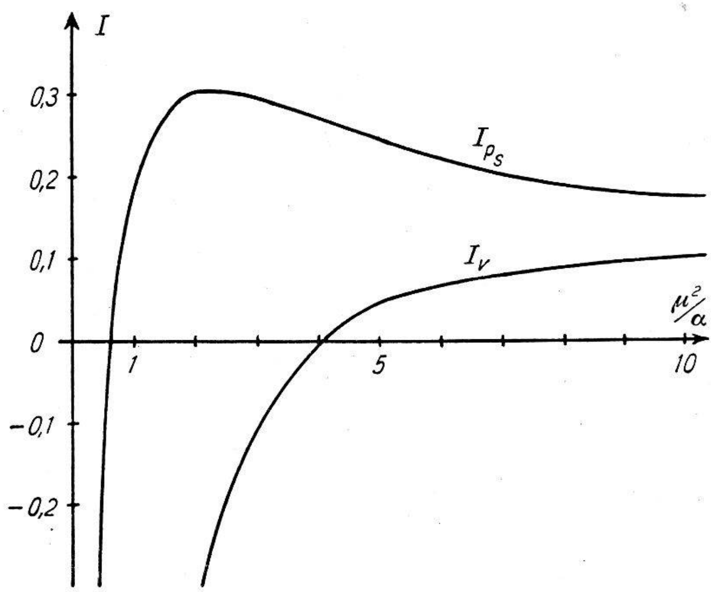

Fig. 1.

§ 4. Numerische Werte und Diskussion.

Mit den in § 2 abgeleiteten Werten für μ^2/α und den dazu benützten Werten von f^2 und γ ($= 8{,}35$) ergibt sich

$$\mu_{\text{Aust}} = \pm 0{,}023 \text{ KM} \quad (+: H_3, \quad -: He_3) \tag{17}$$

und daher für das totale magnetische Moment

$$\left.\begin{aligned} \mu_{H_3} &= \mu_P + 0{,}013 \\ \mu_{He_3} &= \mu_N - 0{,}013\,. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

*

Um die Verbindlichkeit des Resultates abzuschätzen, können wir ausgehen von einer Bestimmung von μ^2/α auf Grund der Coulombenergie

$$E_C = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{137} \cdot \left(\frac{\mu}{m_{\mathrm{el}}}\right) \cdot \left(\frac{\mu^2}{\alpha}\right)^{-1/2} \qquad (\text{in } m_{\mathrm{el}})$$

Man erhält z.B. für

$$\frac{\mu}{m_{\mathrm{el}}} = 326 : \frac{\mu^2}{\alpha} = 3{,}2\,,$$

$$\frac{\mu}{m_{\mathrm{el}}} = 211 : \frac{\mu^2}{\alpha} = 1{,}3\,.$$

Diese Werte sind aber verschieden von den durch Bestimmung der *Bindungsenergie* erhaltenen. Eine befriedigende Diskussion der Situation erforderte daher eine Abklärung dieser Schwierigkeit. Zu einer einigermassen befriedigenden Übereinstimmung mit der Erfahrung benötigt man $\mu^2/\alpha \gtrsim 3$. Dabei bleibt aber, in jedem Falle, die Beziehung

$$\mu_{\mathrm{H}_3} = \mu_P + \Delta$$
$$\mu_{\mathrm{He}_3} = \mu_N - \Delta$$

bestehen, was der Erfahrung widerspricht und natürlich mit dem Fehlen jeglicher D-Beimischung zusammenhängt, d.h. mit der Beschränkung auf die statische Näherung. Die mit der D-Beimischung hinzukommenden S-D-Interferenzterme des Austauschmomentes könnten beträchtlich werden und bilden so eine weitere Quelle der Unsicherheit. Es erschien uns aber nicht sinnvoll, in dieser Hinsicht weitere Untersuchungen anzustellen, angesichts der Unsicherheit der theoretischen Interpretation der Grundzustände der betreffenden Kerne.

Die bisherigen Ergebnisse deuten aber darauf hin, dass die M-R-Mischung, d. h. wenigstens ihre statische Näherung, zur Interpretation der experimentellen Tatsachen nicht besonders geeignet ist.

Literaturverzeichnis.

[1]) F. Bloch, A. C. Graves, M. Packard und R. W. Spence, Phys. Rev. **71**, 373, 551 (1947). – H. L. Anderson und A. Novick, Phys. Rev. **71**, 372 (1947).

[2]) H. L. Anderson und A. Novick, Phys. Rev. **73**, 919 (1948).

[3]) W. Rarita und J. Schwinger, Phys. Rev. **59**, 436 (1941).

[4]) R. G. Sachs und J. Schwinger, Phys. Rev. **70**, 41 (1946).

[5]) E. Gerjuoy und J. Schwinger, Phys. Rev. **61**, 138 (1942).

[6]) H. L. Anderson, Phys. Rev. **73**, 919 (1948).

[7]) F. Villars, Phys. Rev. **72**, 256 (1947); Helv. Phys. Acta **20**, 476 (1947).

[8]) H. Fröhlich, Kun Huang und I. E. Sneddon, Proc. Roy. Soc. A **191**, 61 (1947).

[9]) C. Møller und L. Rosenfeld, Kgl. Danske Vidensk. Selsk. **20**, Nr. 12 (1943).

[10]) S. T. Ma und F. C. Yu, Phys. Rev. **62**, 118 (1942).