

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 21 (1948)
Heft: III-IV

Artikel: Untersuchungen über die Schallgeschwindigkeit in Kautschuk
Autor: Levi, Fritz / Philipp, Howard J.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-111906>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Untersuchungen über die Schallgeschwindigkeit in Kautschuk

von Fritz Levi und Howard J. Philipp.

(12. V. 1948.)

§ 1.

Vor einiger Zeit haben BÄR und WALT¹⁾ sowie WALT²⁾ eine Methode zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern angegeben. Diese Methode, deren Theorie von REISSNER³⁾ sowie von LEVI und NAGENDRA NATH⁴⁾ ausgearbeitet wurde, besteht in folgendem. In einer durchsichtigen, isolierenden Flüssigkeit werden ebene Schallwellen erzeugt, indem ein Piezoquarz in derselben zum Schwingen angeregt wird. In den Weg dieser Schallwellen wird eine Platte des zu untersuchenden Materials von bekannter Dicke unter einem bekannten Winkel aufgestellt. Wird nun die Dicke der Platte, die Frequenz des Schalles oder der Einfallswinkel des Schallstrahls variiert, so ergibt sich durch ein Interferenzphänomen in der Platte eine variable Schalldurchlässigkeit. Im einfachsten Fall, dem der senkrechten Inzidenz, werden nur Longitudinalwellen in der Platte erzeugt. Die Durchlässigkeit ist immer dann ein Maximum, wenn die Dicke der Platte ein ganzes Vielfaches der halben Schallwellenlänge beträgt. Die Intensität des von der Platte durchgelassenen Schalles wird in der Flüssigkeit nach einer der bekannten optischen Methoden⁵⁾ gemessen. Aus den Versuchsbedingungen bei maximaler Durchlässigkeit der Platte kann man die Schallgeschwindigkeit der Longitudinalwellen bestimmen.

In der vorliegenden Arbeit wurde versucht, die Schallgeschwindigkeit von Longitudinalwellen in Kautschuk nach dieser Methode zu bestimmen.

In der Literatur finden sich über den Kautschuk nur ältere Angaben. So ist nach STEFAN⁶⁾ und EXNER⁷⁾ die Schallgeschwindigkeit $v = 30-69 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$, für den Elastizitätsmodul findet man⁸⁾ $E = 2-80 \text{ kg} \cdot \text{cm}^{-2}$. Der Größenordnung nach befriedigen diese Werte die Gleichung für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Schallwellen in festen Stäben, $v = \sqrt{E/\rho}$, wobei $\rho \approx 0,92-0,96$ die Dichte des Kautschuks bedeutet.

Würde diese Geschwindigkeit von $30-69 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ tatsächlich derjenigen der longitudinalen Schallwellen in Kautschuk entspre-

chen, so wäre die Wellenlänge der Longitudinalwellen bei einer Frequenz von einigen Hundert kHz von der Grössenordnung 0,1 bis 0,01 mm. Es wäre dann zu erwarten, dass der genannte Interferenzeffekt nur bei niederen Frequenzen und sehr kleinen Dicken der Gummiproben (0,1—1 mm) auftritt, und auch dann nur, wenn die Dämpfung der Schallwellen im Kautschuk nicht zu gross ist. Versuche mit Schallfrequenzen zwischen 300 und 7500 kHz und Gummiproben von 0,1—3 mm Dicke zeigten aber mit Wasser als Immersionsflüssigkeit eine vollkommene Durchlässigkeit für Schall; auch irgendwelche Reflexionen an den Proben konnten nicht beobachtet werden. Man muss also schliessen, dass das Produkt $v \cdot \rho$ (die Schallhärte) für Kautschuk und Wasser annähernd denselben Wert hat, und da Kautschuk ungefähr die Dichte eins besitzt, kann die Schallgeschwindigkeit in Kautschuk nicht sehr verschieden von der in Wasser sein.

Bei Gleichheit der Schallgeschwindigkeit in Kautschuk und Wasser ist es unmöglich, die Methode von BÄR und WALTI in ihrer ursprünglichen Form zu verwenden. Es wurden daher zwei Modifikationen ins Auge gefasst, die wir im folgenden als Methode I und II beschreiben wollen.

§ 2. Methode I.

Ist unsere Vermutung, dass die Schallgeschwindigkeit in Wasser und Kautschuk ungefähr die gleiche ist, richtig, so sind die Kautschukplatten nicht nur im Wasser, sondern in allen gebräuchlichen Flüssigkeiten für alle Frequenzen fast vollkommen durchlässig. Zum Erfolg kann dann nur eine Methode führen, die die Reflexion an der Grenzfläche künstlich erhöht. Vorversuche zeigten tatsächlich schon eine merkliche Reflexion an mit Talkum bestreuten Kautschukfilmen. Es wurde daher versucht, eine solche Vergrösserung der Reflexion in möglichst reproduzierbarer Weise zu erreichen. Nach Versuchen mit Lackschichten und mit dünnen aufgelegten Folien aus Aluminium, Kupfer, Messing und Eisen erwiesen sich schliesslich aufgelegte dünne Glasplättchen am brauchbarsten. In den geschliffenen Mikroskopdeckglässchen stehen solche dünne und genügend homogene Glasplatten zur Verfügung.

BÄR und WALTI hatten bei ihren Versuchen die Frequenz des Schalles konstant gehalten und die Dicke der Festkörperschicht dadurch verändert, dass sie anstatt einer Platte einen Keil benutzten, und verschiedene Stellen desselben nacheinander in den Schallstrahl

brachten. Bei senkrechtem Einfall des Schalls ergibt sich dann die Geschwindigkeit zu

$$v = 2 d \frac{\nu}{n}, \quad (1)$$

wobei d die Dicke des Keils an einer Stelle maximaler Durchlässigkeit, ν die Frequenz und n eine ganze Zahl, die Ordnungszahl des Durchlässigkeitmaximums, bedeutet.

Nun begegnet aber die Herstellung von Gummikeilen mit genau definierter Steigung grossen Schwierigkeiten. Anstatt also die Dicke der Probe zu variieren und die Frequenz des Schalles konstant zu halten, wurde umgekehrt bei fester Dicke des Kautschukfells die Frequenz des Schalles kontinuierlich verändert und die Frequenzen gemessen, bei denen Maxima der Durchlässigkeit auftraten.

Um die Versuche in dieser Weise durchführen zu können, war es notwendig, einen Sender zu verwenden, der über ein weites Frequenzgebiet gleichmässig gut schwingt, und dessen Frequenz leicht verändert werden kann. Dazu erwies sich ein einfacher Push-Pull-Sender mit induktiver Koppelung auf einen nicht abgestimmten Gitterkreis (Röhren Philipps TC 04/10) als geeignet. Die Frequenz konnte dann durch einfache Variation des Kondensators im Anodenkreis schon in ziemlich weiten Grenzen geändert werden. Durch Verwendung verschiedener Spulensätze in Gitter und Anodenkreis liess sich die Frequenz sogar zwischen etwa 1500 und 10000 kHz kontinuierlich variieren.

Ferner ist es bei der von uns benutzten Methode notwendig, dass die zur Schallerzeugung verwendeten Quarze in einem weiten Frequenzbereich gleichmässig schwingen. Bekanntlich ist es leicht möglich, Piezoquarze über einen breiten Frequenzbereich zu „ziehen“, wenn sie in eine Flüssigkeit eingetaucht und infolgedessen stark gedämpft sind. Dieser Bereich kann nun noch dadurch vergrössert werden, dass man die Quarze möglichst „schlecht“ hältert, indem man sie z. B. auf der einen Seite auf ein Messingblech aufklebt und auf der anderen Seite, die als eigentlicher Schallsender benutzt wird, mit dünnem Staniol beklebt.

Es wurde auch noch eine andere, neue Methode der Quarzhalterung verwendet, um mit ein und demselben Piezoquarz ein möglichst weites Frequenzgebiet zu erhalten. Der Quarz war wieder auf einer Messingunterlage aufgeklebt, aber diese hatte jetzt eine *keilförmige* Form. Bei den so starr aufgeklebten Quarzen schwingt nämlich offenbar nicht der Quarz allein, sondern wegen der festen Koppelung schwingen Quarz und Unterlage gemeinsam. Ist nun die

Unterlage an verschiedenen Stellen verschieden dick, so hat das etwa den gleichen Effekt, als wenn man einen keilförmig geschliffenen Quarz verwenden würde: bei verschiedenen Frequenzen werden verschiedene Gebiete des Gesamtsystems zu Eigenschwingungen angeregt. Diese Methode der Halterung wurde bei Methode II (§ 5) angewendet.

Eine Schwierigkeit ergab sich insofern, als die einzige Flüssigkeit, die Gummi nicht angreift, Wasser ist. Es war aber wegen der Leitfähigkeit des Wassers nicht angängig, die derart gehaltenen Quarze einfach in die Immersionsflüssigkeit einzutauchen. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, stehen zwei verschiedene, übrigens bekannte Wege zur Verfügung. Der eine besteht darin, den auf die beschriebene Weise gehaltenen Quarz in ein besonderes, mit Xylo gefülltes, Gefäß einzutauchen und die darin erzeugten Schallwellen durch ein dünnes Stanniofenster in Wasser austreten zu lassen. Die andere Möglichkeit ist die, dass der auf beiden Seiten mit Stanniol beklebte Quarz in die eine Wand eines wasserdichten Kästchens eingelassen und abgedichtet wird. Die innere Seite des Quarzes liegt auf einem kleinen Messingblock auf, die äussere wird vom Wasser berührt. Beide Methoden sind brauchbar. Die erste bietet aber den Vorteil einer leichteren und bequemeren Halterung des Quarzes und es ist besonders einfach, verschiedene Quarze gegeneinander auszutauschen; sie wurde daher im folgenden meist benutzt.

Zum Unterschied von WALTI wurde zum Nachweis der Schallwellen nicht die Methode der Beugungsspektren, sondern die Schlierenmethode verwendet⁵⁾. Diese Methode ist etwa gleich empfindlich wie die von WALTI benutzte, gestattet aber einen Überblick darüber, an welchen Stellen die Schallwellen durch die Kautschukplatte hindurchgehen. Bei der Unmöglichkeit tatsächlich ebene Schallwellen zu erzeugen und bei der, bei den Gummiproben unvermeidlichen, Inhomogenität ist es sehr wertvoll, einen Einblick in die Struktur des Schallfeldes zu haben. Hinzu kommt noch folgendes: Verändert man die Frequenz, mit der der Piezoquarz zum Schwingen erregt wird, so ändert sich die Intensität und vor allem auch die Schwingungsform des Quarzes in unübersehbarer Weise. Wenn man nun die Maxima der Durchlässigkeit nur nach der Gesamtintensität des abgebeugten Lichtes beurteilt, so ist man grossen Täuschungen ausgesetzt, die vermieden werden, wenn man die Struktur des Schallfeldes übersieht.

An dieser Stelle sei noch auf einen kleinen Kunstgriff zur Homogenisierung eines Schallfeldes hingewiesen, dessen Anwendung sich zwar in unserem Falle erübrigte. Die von einem gewöhnlichen Piezo-

quarz ausgehenden Schallwellen bilden bekanntlich ein sehr kompliziertes Schallfeld, indem Wellenzüge in vielen verschiedenen Richtungen laufen. Stellt man nun in dieses Wellenfeld eine Platte, deren Dicke so bemessen ist, dass sie für die Frequenz des Schalles gerade ein Vielfaches der halben Wellenlänge in der Platte beträgt, so ist die Platte für die senkrecht auftreffenden Strahlen praktisch völlig durchlässig, während schon die etwas schräg auftreffenden praktisch überhaupt nicht durchgelassen werden. Auf diese Weise erreicht man ein der Richtung nach gut homogenes Schallfeld. Versuche wurden durchgeführt mit Stahl- und mit Glasplatten.

§ 3. Herstellung der Latexfelle und der Vulkanisate.

Um möglichst eindeutig definierte Kautschukproben zu untersuchen, wurden zunächst Felle aus reinem Latex hergestellt. Neben diesen Latexfellen wurden gelegentlich auch einige Vulkanisate geprüft. Die im Folgenden mit I bis IV bezeichneten Vulkanisate waren nach folgender Vorschrift hergestellt:

	I	II	III	IV
Latex	200	200	200	200
Kolloidaler Schwefel	0,9	2,7	6	10
Vulkazit P extra N	0,3	0,9	2	3,2
Zinkoxyd	0,25	0,75	1,6	2,4
10% Vultamol	2,5	7,5	10	16

Der kolloidale Schwefel wird zuerst mit Zinkoxyd und etwa der Hälfte des Vultamol angerührt; dann wird Latex zugegossen und das Ganze in einer Reibschale kräftig verrieben. In einer anderen Reibschale wird Vulkazit mit der anderen Hälfte der Vultamollösung verrieben. Hierauf wird beides gut vermischt und verrieben. Schliesslich giesst man die Probe auf eine gut horizontal gestellte Glasplatte aus und lässt sie eintrocknen. Vulkanisiert wurde bei 110° C 30 Minuten lang. Die obigen Proben sind so ausgewählt, dass sie möglichst wenig Füllstoffe enthalten.

Die Felle aus reinem Latex wurden erhalten, indem man Ammoniak-konservierten Latex auf eine horizontale Glasplatte ausgoss und trocknen liess.

Die zu untersuchenden Latexfelle wurden unter Wasser auf beiden Seiten mit 0,4 mm dicken geschliffenen Mikroskopdeckgläschchen bedeckt und diese Glasplättchen am Rande mit Paraffin an die Felle angekittet. Es ist notwendig, das Auflegen der Glasplatten unter

Wasser vorzunehmen, um mit Sicherheit dünne Luftsichten zwischen Glas und Fell zu vermeiden. An solchen dünnen Luftsichten findet nämlich eine fast vollständige Reflexion der Schallwellen statt und die Probe erscheint dann bei allen Frequenzen völlig undurchlässig. Die Dickenmessung der Latexfelle wurde mit einem Zeiss'schen Dickenmesser vorgenommen. Die Frequenzen für maximale Durchlässigkeit wurden mit einem Frequenzmesser von STEEG & REUTER bestimmt.

§ 4. Messungen.

(Methode I.) In der beschriebenen Anordnung wurden nun die Proben bei senkrechter Inzidenz des Schalles untersucht. Die Maxima der Durchlässigkeit waren nicht sehr deutlich. Wir verwenden hier nur die Resultate, die mit einem Quarz (Eigenfrequenz 7500 kHz) erhalten wurden, der ein besonders intensives Schallfeld erzeugte.

Der Schall hat bei unserer Anordnung folgende Grenzflächen der Reihe nach zu durchsetzen: 1. Wasser/Glas; 2. Glas/Gummi; 3. Gummi/Glas; 4. Glas/Wasser. Unser Fall ist also wesentlich komplizierter als der von WALTI. Die genaue Theorie des Problems liegt nicht vor; es dürfte keine prinzipiellen, jedoch sehr grosse rechnerische Schwierigkeiten machen, die Theorie von REISSNER³⁾ oder LEVI und NATH⁴⁾ auf diesen Fall zu verallgemeinern. Nun wurden aber unsere Versuche nur bei senkrechter Inzidenz vorgenommen. In diesem Fall kann man vermuten, dass die Durchlässigkeitsmaxima für die gleichen Frequenzen entstehen wie ohne Anwesenheit der Glasschichten, dass also die Schallgeschwindigkeit aus der Formel (1) $v = 2 d (\nu/n)$ zu berechnen ist, wobei d die Dicke der Gummiprobe und ν die Frequenz für ein Maximum der Durchlässigkeit bedeutet.

Um zu sehen, ob dieses zutrifft, wurden Messungen vorgenommen, bei denen die Gummischicht durch eine Wasserschicht zwischen zwei Glasplatten ersetzt war. Es ergab sich, dass man so tatsächlich einen mit der bekannten Schallgeschwindigkeit in Wasser gut übereinstimmenden Wert fand. Es ist aber zu bemerken, dass bei diesen Versuchen ausser den gewöhnlichen Maxima noch ein anderes Maximum auftritt, welches der Reflexion an den äusseren Grenzflächen der Glasplatten zuzuschreiben ist. Dieses Maximum liegt genau an der durch die Glasdicke gegebenen Stelle, seine Lage ist unabhängig von der Dicke der Wasserschicht, und es ist durch seine sehr viel grössere Schärfe und Intensität leicht zu erkennen.

Tabelle 1 gibt ein Beispiel einer Messung an Latex nach der angegebenen Methode.

Tabelle 1.

Latex zwischen zwei Glasplatten von je 0,4 mm Dicke.

$d = 1,50 \text{ mm}$			$d = 1,08 \text{ mm}$		
v_{\max} in kHz	n	$\frac{v}{n}$ in kHz	v_{\max} in kHz	n	$\frac{v}{n}$ in kHz
3950	8	494	2750	4	688
4950	10	495	3410	5	682
5400	11	491	4050	6	675
7600	15	507	4800	7	686
Mittel		497	5550	8	694
$v = (1491 \pm 11) \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$			6200	9	689
			Mittel		686
$v = (1482 \pm 6) \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$					

Hierbei ist die angegebene Genauigkeitsgrenze der mittlere Fehler des Mittelwertes unter der Voraussetzung, dass die jeweiligen Dickenmessungen exakt bestimmt seien. Diese Genauigkeitsgrenzen sind also nur durch die Partialfehler in v_{\max} und evtl. durch die in den n bedingt.

Man sieht aus den beiden angeführten Beispielen, dass auf diese Weise durchaus plausible Werte der Schallgeschwindigkeit zu erhalten sind.

Wir haben in der Folge hauptsächlich nach einer anderen Methode beobachtet. Die erste Methode leidet nämlich an dem Übelstand, dass die Maxima nicht sehr deutlich ausgeprägt erscheinen. Ein weiterer Grund, der gegen die Anwendung der ersten Methode spricht, ist der Umstand, dass eine dünne Wasserschicht zwischen Glas und Gummi nicht zu vermeiden ist, und dass aus diesem Grunde die Dickenmessung ungenau ausfallen kann. Die angeführten Ergebnisse bestätigen aber doch schon die Erwartung, dass die Geschwindigkeit des Schalles in Gummi nicht sehr von der in Wasser verschieden ist.

§ 5.

(Methode II.) Eine andere Möglichkeit der Geschwindigkeitsmessung besteht darin, durch Wahl einer geeigneten Flüssigkeit die Reflexion an den Grenzflächen der Gummiprobe wesentlich zu vergrössern. Zu diesem Zweck muss eine Flüssigkeit verwendet werden, bei der entweder die Schallgeschwindigkeit oder die Dichte stark von der des Kautschuks differiert. Nun sind die Geschwindigkeiten

in allen bekannten durchsichtigen Flüssigkeiten praktisch von der gleichen Größenordnung. Die Dichte einiger anorganischer Lösungen wäre zwar wahrscheinlich ausreichend hoch, jedoch greifen alle untersuchten Lösungen Gummi an. Aus dem gleichen Grunde scheiden auch alle organischen Flüssigkeiten aus. Ferner zeigen alle Lösungen grosser Dichte, die wir untersuchten, eine sehr starke Schallabsorption und daher eine sehr starke Bildung von thermischen Schlieren, die die Beobachtung nach einer optischen Methode unmöglich machen. Als einzige Flüssigkeit, die — ausser dass sie undurchsichtig ist — allen Anforderungen entspricht, kommt nur Quecksilber mit seiner hohen Dichte in Betracht. Bekanntlich ist bei senkrechter Inzidenz der Reflexionskoeffizient γ_0 an der Grenze Flüssigkeit/Festkörper:

$$\gamma_0 = \left(\frac{v_1 \varrho_1 - v_2 \varrho_2}{v_1 \varrho_1 + v_2 \varrho_2} \right)^2. \quad (2)$$

Setzt man für Gummi den soeben erhaltenen Wert von etwa 1480 $\text{m} \cdot \text{sec}^{-1}$ für die Schallgeschwindigkeit und für die Dichte 0,92 (siehe unten) ein, so ergibt sich, unter Benützung der angegebenen Werte aus der Literatur, der Reflexionskoeffizient γ_0 nach Gleichung (2) für verschiedene Kombinationen Flüssigkeit/Fester Körper gemäss Tabelle 2.

Tabelle 2.

	v	ϱ		γ_0
Latex	1480 m/sec	0,92*	Latex/Wasser	0,001
Wasser	1450 m/sec	1,0	Latex/Quecksilber	0,76
Quecksilber . .	1451 m/sec	13,6	Glas/Wasser	0,63
Glas	5000 m/sec	2,5	Glas/Quecksilber	0,050

* Die Dichte der Latexfelle wurde nach zwei Methoden bestimmt.

Die Schwebemethode ergab $\varrho = 0,915$ } Mittel: $\varrho = 0,92$.
Wägen und Ausmessen ergab $\varrho = 0,923$ }

Es verhält sich also Glas in Quecksilber etwa ähnlich ungünstig wie Latex in Wasser, dagegen ergibt die Kombination Latex/Quecksilber einen recht hohen Reflexionskoeffizienten. Die einzige Schwierigkeit ist die, dass wegen der Undurchsichtigkeit des Hg die optischen Methoden des Schallnachweises nicht ohne weiteres zu verwenden sind. Diese Schwierigkeit wurde durch folgende Versuchsanordnung (Fig. 1) umgangen.

In einem grossen mit Xylol gefüllten Glastrog T befindet sich der Piezoquarz Q und ein mit Hg gefüllter, innen schellackierter eiserner

Trog *E*. Der Trog *E* besitzt an der dem Quarz zugewandten sowie an der gegenüberliegenden Seite je ein aufgekittetes Fenster aus dünnem Glas (Mikroskopdeckgläser von etwa 0,2 mm Dicke).

Der vom Piezoquarz ausgehende Schallstrahl durchsetzt durch die beiden Fenster den mit Hg gefüllten Trog *E*; seine Intensität kann in dem hinter dem Trog gelegenen Gebiet *L* nach der Schlierenmethode bestimmt werden. Die in einem Rahmen gehaltete Gummiprobe *P* wird in den Trog *E* eingeführt und senkrecht zum Schallstrahl gestellt.

Als Schallquelle wurde bei diesen Versuchen hauptsächlich ein Quarz mit der Eigenfrequenz 10000 kHz verwendet, der nach der in § 2 angegebenen Methode auf einer keilförmigen Messingunterlage aufgeklebt war. Der so gehaltete Quarz schwang im ganzen Gebiet von 2200 bis 10000 kHz fast gleichmäßig gut. Die Schallintensität war auch nach dem Durchtritt durch den Hg-Trog noch sehr gross.

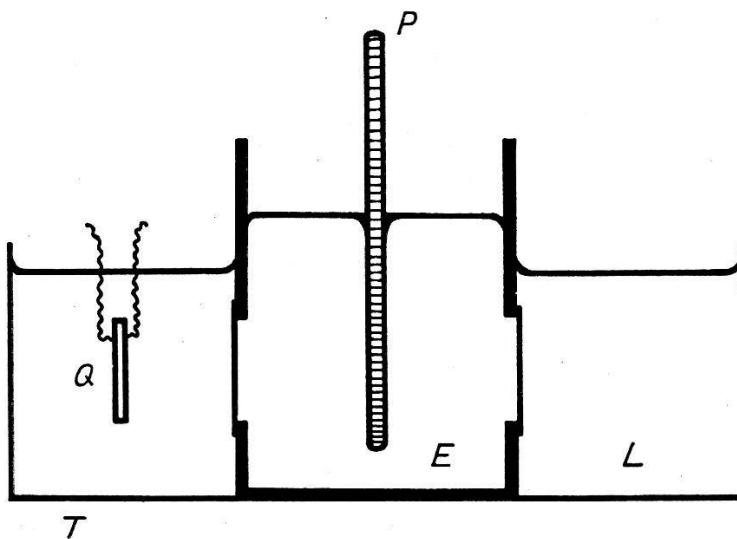


Fig. 1.

Die Messungen wurden nun so vorgenommen, dass bei einer in den Schallweg eingebrachten Gummiprobe die Frequenz des Senders langsam variiert wurde, um die Frequenzen für maximale Schallintensität im Gebiete *L* nach der Schlierenmethode aufzusuchen. Die Maxima waren bei dieser Anordnung wesentlich deutlicher ausgeprägt und leichter zu erkennen als nach Methode I. Für die Auswertung besteht hier keinerlei Unsicherheit, da der einfache und bekannte Fall einer Schicht eines festen Körpers in einer Flüssigkeit vorliegt.

Es erwies sich bei den Messungen als überaus wichtig, dass die Oberfläche des Hg sehr sauber gehalten wurde. Die Oxydschicht, die sich leicht auf Hg bildet, setzt sich nämlich beim Eintauchen der

Gummiprobe auf der Oberfläche des Gummis fest; eine solche dünne Schmutzschicht genügt, um den Gummi für Schall vollkommen undurchlässig zu machen. Ebenso werden die Glasfenster sofort völlig undurchlässig, wenn geringe Verunreinigungen auf ihnen sitzen. Da es nicht möglich ist, das Hg, in das die Gummiproben mit ihren Halterungen eingetaucht werden, dauernd sauber zu halten, muss das Hg häufig gereinigt werden. Die Bildung einer Oxydschicht wird stark verzögert, wenn man das Hg noch mit einer dünnen Wasserschicht überdeckt.

Die Gummiproben waren bei diesen Versuchen mit Paraffin auf eine Glasplatte aufgekittet, die an der Stelle des Schalldurchtritts ein hinreichend grosses Loch hatte, so dass sich nur der Gummi im Gang der Schallstrahlen befand.

§ 6. Messungen.

(Methode II.) Die Auswertung der Messungen erfolgte wieder nach der Formel (1):

$$v = 2 d \frac{v}{n}.$$

Als Beispiel sind in Tabelle 3 einige Messreihen angegeben.

Tabelle 3. Latexfelle.

$d = 0,78 \text{ mm}$			$d = 1,44 \text{ mm}$ (Hg mit H_2O überschichtet)			$d = 1,66 \text{ mm}$		
v_{\max} kHz	n	$\frac{v}{n}$ kHz	v_{\max} kHz	n	$\frac{v}{n}$ kHz	v_{\max} kHz	n (Gerade <i>A</i> von Fig. 2)	$\frac{v}{n}$ kHz
1930	2	965	4600	9	511	1360	3	453
2850	3	950	3580	7	511	1790	4	448
3750	4	938	3080	6	513	2170	5	434
4680	5	936	2080	4	520	3130	7	447
5770	6	662	2510	5	502	3080	7	440
8600	9	956	1560	3	520	3120	7	446
Mittel: 951			2050	4	513	3600	8	450
			2600	5	520	3940	9	438
			3120	6	520	4450	10	445
			3600	7	514	4930	11	448
			4100	8	513	5350	12	446
			4750	9	528	5800	13	446
			5000	10	500	6220	14	444
			6050	12	512	7120	16	445
			6240	12	512	8050	18	447
			7300	14	521	Mittel: 445		
			Mittel: 515					
$v = (1484 \pm 8) \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$			$v = (1482 \pm 6) \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$			$v = (1478 \pm 4) \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$		

Die Genauigkeitsgrenze hat hier dieselbe Bedeutung wie in Tabelle 2.

Um sicher zu sein, dass den v_{\max} die richtigen Ordnungszahlen zugeordnet sind, wurde graphisch vorgegangen (vgl. Fig. 2): In ein Koordinatensystem trägt man die v_{\max} als Funktion der (verschieden gewählten) Ordnungszahlen ein. Diejenige Wahl der Ordnungszahlen ist die richtige, bei der die v_{\max} möglichst genau auf einer

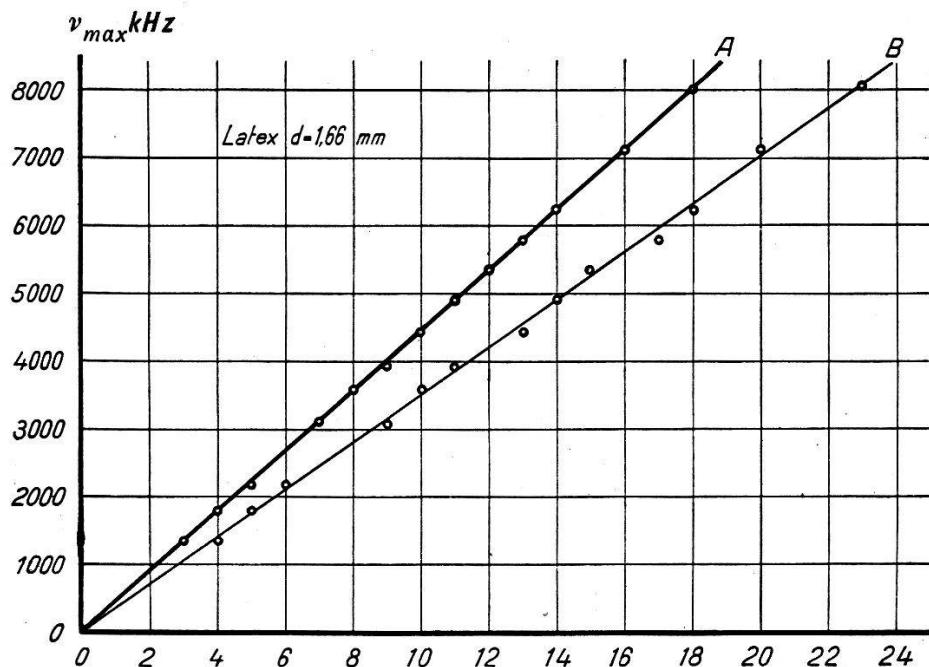


Fig. 2.

durch den Nullpunkt gehenden Geraden liegen. In Fig. 2 ist eine Messreihe der Tabelle 5 ($d = 1,66$ mm) so dargestellt. Man sieht sofort, dass die Gerade A die richtige, die Gerade B aber eine falsche

Tabelle 4.

d	v in $\text{m} \cdot \text{sec}^{-1}$
0,78 mm	1484
0,80 mm	1467
1,15 mm	1479
1,44 mm	1472
1,44 mm	1482
1,46 mm	1489
1,66 mm	1478
Mittel: $1479 \pm 3 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$	

Zuordnung der Ordnungszahlen n' ergibt. Für die Gerade A kann man auch rechnerisch nachweisen, dass die Summe der Fehlerquadrate ein Minimum ist.

Tabelle 4 gibt die Zusammenstellung aller Messungen an reinen Latex-Proben. Der angegebene Fehler enthält hier auch den Partialfehler der Dickenmessung. Die Übereinstimmung mit den in Tab. 1 angegebenen Messungen nach Methode I dürfte innerhalb der Messgenauigkeit liegen. Dieses Resultat wurde auch noch dadurch besonders geprüft, dass ein und dasselbe Latex-Fell hintereinander nach beiden Methoden gemessen wurde.

Es muss darauf hingewiesen werden, dass Latex anderer Provenienz andere Werte für die Schallgeschwindigkeit ergibt. So wurde z. B. bei einer späteren Sendung von Latex gefunden:

$$\left. \begin{array}{ll} d^* = 0,95 \text{ mm} & v^* = 1436 \pm 5 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1} \\ d^* = 0,91 \text{ mm} & v^* = 1422 \pm 5 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Fehler ohne den Partial-} \\ \text{fehler der Dickenmessung.} \end{array}$$

Die Differenz dieser Werte gegen die der Tabelle 4 ist sicher reell, sie zeigt, welche Schwankungen bei Latexproben verschiedener Herkunft zu erwarten sind.

Wie die angeführten Werte zeigen, dürfte die Genauigkeit des Mittelwertes mehrerer Messungen an Proben verschiedener Dicke mit etwa $\pm 0,5\%$ sicher nicht überschätzt sein. In der Genauigkeit ist Methode II insofern überlegen, als im allgemeinen die Maxima viel markanter sind, und ausserdem mehr Maxima bei der gleichen Probe beobachtet werden können.

§ 7. Versuche mit Vulkanisaten.

Alle Versuche mit Vulkanisaten wurden mit Latex der späteren Sendung (in § 6 mit * versehen) angestellt, dessen Schallgeschwindigkeit sich zu etwa $1430 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ ergeben hatte. Eine Probe des Vulkanisates I (vgl. die Angaben in § 3) von 0,97 mm Dicke ergab eine Geschwindigkeit von $1450 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$; Vulkanisat II ergab nur bei ganz niederen Frequenzen sehr unscharfe, schwache Durchlässigkeitsmaxima, die nicht zur Messung verwendet werden konnten, und die Vulkanisate III und IV waren überhaupt bei allen Frequenzen völlig undurchlässig. Die Geschwindigkeitsmessung in einem aus der Mischung II hergestellten Fell vor der Vulkanisation (1,3 mm dick) ergab einen Wert von $1415 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$, der also innerhalb der Messgenauigkeit wohl kaum vom Werte des reinen Latex der späteren Sendung abweicht.

Mit zunehmendem Vulkanisationsgrad scheint also die Absorption sehr rasch anzuwachsen. Die am Vulkanisat I gemessene Geschwindigkeit scheint darauf hinzuweisen, dass die Schallgeschwindigkeit gleichzeitig etwas zunimmt. Bei unseren sehr füllstoffarmen

Mischungen üben die Füllmittel (Schwefel usw.) augenscheinlich keinen wesentlichen Einfluss auf die Geschwindigkeit und die Absorption aus. Die Änderungen sind wohl ausschliesslich durch die Vulkanisation selbst verursacht. Es scheinen sogar grössere Füllmittelmengen die Absorption wieder herabsetzen zu können; denn es gelang, an einigen technischen Proben, die viel Füllstoff enthielten, Schallgeschwindigkeiten zu bestimmen, was nur bei kleiner Absorption möglich ist. So zeigte beispielsweise eine Probe von käuflichem Weichgummi von 1,1 mm Dicke einige gut ausgeprägte Maxima, die auf eine Geschwindigkeit von $1440 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ führten. Käuflicher Hartgummi von 1,1 mm Dicke zeigte eine Geschwindigkeit von $2320 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ und die gleiche Probe, auf 0,95 mm heruntergeschliffen, eine solche von $2300 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$.

Äussere Umstände verhinderten es leider, diesem Zusammenhang zwischen Vulkanisationsgrad, Füllmittelmenge einerseits und Schallgeschwindigkeit und Absorption anderseits nachzugehen. Die angeführten Versuche geben immerhin einen Fingerzeig dafür, in welcher Richtung Veränderungen zu erwarten sind. Sicher scheint die Vulkanisation einen sehr grossen Einfluss auf die Absorption zu haben. Ob die starke Erhöhung der Schallgeschwindigkeit in Hartgummi auf die Füllmittel oder auf die Vulkanisation zurückzuführen ist, kann noch nicht sicher entschieden werden, dagegen scheint die bei schwacher Vulkanisation beobachtete leichte Erhöhung der Geschwindigkeit dafür zu sprechen, dass die Vulkanisation von wesentlichem Einfluss ist.

§ 8. Diskussion der Versuchsergebnisse.

Es besteht aber nun augenscheinlich eine grosse Diskrepanz zwischen der von uns vermittelst Ultraschallwellen gemessenen Schallgeschwindigkeit in Kautschuk von $v = 1479 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ gegenüber $v = 30-69 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ nach den Angaben von STEFAN und von EXNER (l. c.).

Man kann auf keinen Fall annehmen, dass diese Autoren etwa nicht longitudinale Deformationsschwingungen bei ihren Versuchen verwendet haben. Beide von STEFAN angegebene Anordnungen schliessen das aus, wenn man seine zweite Methode in der von EXNER verwendeten Art betrachtet. Die erste Methode (Wien. Akad. Ber. 1868)⁶⁾ besteht darin, dass der zu untersuchende Körper in Form eines Stäbchens an einen längeren Stab aus Holz oder Glas angefügt wird. Der so zusammengesetzte Stab wird durch longitudinales Reiben zum Tönen gebracht und die Frequenz bestimmt.

Aus dieser (von der Größenordnung 10^3 Hz) lässt sich die Schallgeschwindigkeit des Stäbchens errechnen, wenn diejenige für den längeren Stab bekannt ist. STEFAN mass so die Schallgeschwindigkeit in natürlichem und vulkanisiertem Kautschuk. Die zweite Methode (Wien. Akad. Ber. 1872)⁶⁾ verwendet ein Hipp'sches Chronoskop. Eine gespannte Gummischnur wird an einem ersten, federnen, elektrischen Kontakt direkt, an einem zweiten durch einen dünnen Zwirnfaden befestigt. Brennt man den Faden durch, so unterbricht der zweite Kontakt den Strom, der die Hipp'sche Uhr anhält, und ihr Zeiger setzt sich in Bewegung. Die Uhr läuft so lange, bis sich die Entspannung in der Gummischnur zu ihrem anderen Ende fortgepflanzt hat, wodurch der erste Kontakt den Strom wieder schliesst. Man misst also direkt die Zeit, welche die Kontraktionswelle gebraucht, um eine gegebene Gummilänge zu durchlaufen.

EXNER⁷⁾ verfeinerte die zweite Stefan'sche Methode und verwandte sie auch in der Art, dass ein Gummistab „aus sehr feinem vulkanisiertem grauem Kautschuk“ von quadratischem Querschnitt (9 cm^2) *ohne jede Spannung* zwischen den Kontakten lag. Durch einen longitudinalen Impuls, der auf das eine Ende des Stabes gegeben wurde, konnten wieder die zwei, ähnlich konstruierten Kontakte, welche die Hipp'sche Uhr steuerten, betätigt werden.

Das Ergebnis der beiden Methoden war immer das gleiche. Je nach der Beschaffenheit des Materials wurde $v = 30-69 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ gefunden, und zwar derart, dass je weicher der Gummi um so kleiner die Schallgeschwindigkeit war. Um dieses Resultat sicherzustellen, haben sowohl STEFAN als auch EXNER den Elastizitätsmodul durch Dehnung einer ihrer Gummiproben bestimmt und die Schallgeschwindigkeit nach $v = \sqrt{E/\rho}$ berechnet. Die so indirekt gemessenen Geschwindigkeiten stimmten mit den an denselben Proben direkt, vermittelst der dynamischen Methode, gemessenen v genügend genau überein*).

Der fundamentale Unterschied zwischen den Versuchen von STEFAN und von EXNER gegenüber den von uns ausgeführten liegt in folgendem: Während bei jenen Autoren die Schallwellenlänge

*) Herr A. GENSLER hat später in unserem Institut diese Versuche von STEFAN und von EXNER nach einer etwas veränderten Methode wiederholt. Durch zwei ähnliche Kontakte wurde eine konstante Potentialdifferenz während derjenigen Zeit durch ein ballistisches Galvanometer geschlossen, in der die Kontraktionswelle den Gummi durchlief. Mit dem bekannten ballistischen Reduktionsfaktor des Galvanometers wurde dann diese verflossene Zeit errechnet. Die Versuche bestätigten das Resultat von STEFAN und EXNER. Nebenbei ergab sich übrigens auch, dass, wie schon von EXNER (l. c.) gefunden wurde, v mit wachsender Spannung zunimmt.

vergleichbar, wenn nicht sogar gross, gegenüber den Querdimensionen der Gummiproben war, ist bei uns sicher das Gegenteil der Fall. Die hier verwendeten Wellenlängen (berechnet aus $v = 1479 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$) variierten je nach der Frequenz zwischen $\lambda = 0,156$ und $1,09 \text{ mm}$. Da die Querdimensionen b der Latexfelle (bei der zweiten Methode) etwa $b = 4 \text{ cm}$ betrugen, so ergibt sich ein Verhältnis von $b/\lambda = 37$ bis 257 . Das besagt aber, dass wir es bei unseren Versuchen schon sehr angenähert mit der Ausbreitung longitudinaler Wellen in einer *unbegrenzten* Schicht zu tun haben. In diesem Falle kommt aber nicht mehr der gewöhnliche YOUNG'sche Elastizitätsmodul E in Betracht, wie er für Stäbe und Drähte gültig ist, sondern der Modul E' für die einseitige Kompression einer ausgedehnten Schicht.

Es gilt nun $E' = \lambda + 2 \mu$, wo λ und μ die LAMÉ'schen Konstanten sind, und $\mu = N$ den Scherungs- oder Torsionsmodul bedeutet. Drückt man E' durch den Kompressionsmodul K bei allseitigem Druck und durch N aus, so ergibt sich:

$$E' = K + \frac{4}{3} N$$

und die Schallgeschwindigkeit wird:

$$v = \sqrt{\frac{E'}{\varrho}} = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3} N}{\varrho}}.$$

In der Literatur sind nur sehr wenige Daten für die elastischen Koeffizienten des Gummis zu finden. Die Kompressibilität ist von CLAPEYRON⁹⁾ zu $92,95 \cdot 10^{-6} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{cm}^2$ gemessen, woraus sich der Modul ergibt zu $K = 1,055 \cdot 10^{10} \text{ Dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$. Ferner finden sich noch Angaben von MALLOCK¹⁰⁾, doch dürften diese für uns nicht in Betracht fallen, da die Dichten seiner drei Proben zu $\varrho = 1,289$; $1,407$ und $2,340$ angegeben sind; es handelt sich hier augenscheinlich um sehr stark vulkanisierten Kautschuk, also wohl um Hartgummi. Der Torsionsmodul ist von GRAETZ¹¹⁾ zu $N = 0,1629 \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-2}$ bei 20°C gemessen oder absolut $N = 1,598 \cdot 10^7 \text{ Dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$.

Beide Werte ergeben mit $\varrho = 0,92$ die Schallgeschwindigkeit zu $v = 1070 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$, wobei zu bemerken ist, dass auch ein grober Fehler in N nur einen kleinen Fehler in v zur Folge hat, da K über 600mal grösser ist als N .

Die Berechnung nach der Elastizitätstheorie ergibt also ein Resultat, das der Grössenordnung nach mit unseren Messungen übereinstimmt. Die übrig bleibende Diskrepanz könnte noch auf verschiedene andere Ursachen zurückgeführt werden. Erstens dürfte eine grosse Unsicherheit bei dieser Berechnung von v in dem Werte

von K liegen, weil einsereits K sehr schwer zu messen ist, andererseits aber weil die elastischen Konstanten verschiedener Gummi-
proben stark variieren. Zweitens könnte noch hinzukommen, dass auch im ausgedehnten Medium die infolge der Kompressionen und Dilatationen auftretenden Kräfte sich nicht momentan, sondern erst nach einer gewissen Relaxationszeit einstellen. In diesem Falle würde E' frequenzabhängig werden. Da aber über derartige Relaxationszeiten bei allseitigem Druck keine Messungen vorliegen, lässt sich hierüber nichts Näheres aussagen.

Es scheint uns daher viel sicherer, umgekehrt aus dem von uns gemessenen v den Kompressionsmodul K bei allseitigem Druck nach der Gleichung abzuleiten:

$$K = v^2 \rho - \frac{4}{3} N.$$

Die numerischen Werte eingesetzt, ergeben:

$$\underline{K = (2,010 \pm 0,008) \cdot 10^{10} \text{ Dyn} \cdot \text{cm}^{-2}},$$

also einen etwa doppelt so grossen Wert als wie er von CLAPEYRON angegeben wurde.

Dass dieser Wert des Kompressionsmoduls zuverlässiger ist als der von CLAPEYRON, geht aus folgendem hervor. Bei der endgültigen Redaktion dieser Arbeit (1948) wurde festgestellt, dass SCOTT¹²⁾ 1935 die Kompressibilität von Kautschuk, der 3% Schwefel enthielt, gemessen hat, indem er die Längenänderung eines Kautschukstabes bei allseitigem Druck beobachtete. Er fand $46,9 \cdot 10^{-6}$ Bar⁻¹ · cm² bei 15° C (entnommen aus seiner Figur 12, l. c.). Das ergibt einen Kompressionsmodul von $2,13 \cdot 10^{10}$ Dyn · cm⁻². Da unser Wert von $2,010 \cdot 10^{10}$ sich auf *reine* Latexproben bezieht, und mit dem Schwefelgehalt der Kompressionsmodul nach SCOTT zunimmt, so ist diese Differenz von 6% wohl reell; jedenfalls liegt sie in der zu erwartenden Richtung.

Diese Methode der Bestimmung des Kompressionsmoduls aus der Schallgeschwindigkeit ist sehr viel einfacher, bequemer und wohl auch *exakter* als die bekannte, sehr difficile statische Anordnung, die das Piezometer verwendet. Die Schallgeschwindigkeit ist von uns auf 2°/oo bestimmt; wäre die Dichte statt auf 4°/oo auch auf 2°/oo genau, so läge schon eine gute Präzisionsmessung für den Kompressionsmodul vor, allerdings unter der Voraussetzung, dass der von GRAETZ gemessene Torsionsmodul gültig ist.

Wenn es sich also darum handelt, *alle* Elastizitätskonstanten einer Gummiprobe unter gegebenen Bedingungen zu bestimmen, so scheint es am zuverlässigsten, den Kompressionsmodul nach unserer

Methode und gleichzeitig den Torsionsmodul zu messen; das ist besser als etwa den YOUNG'schen Modul und die POISSON-Konstante zu nehmen, da letztere auch nur sehr schwer exakt zu bestimmen ist. Aus K und N ergeben sich nach der Theorie alle anderen Konstanten.

Die Frage ist aber, auf welche Methode der Torsionsmodul gefunden werden soll. Am einwandfreisten wäre es, N unter denselben Bedingungen wie K zu messen, d. h. die BÄR-WALTI-Anordnung für *Transversalwellen* zu verwenden, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v_{tr} von Transversalwellen in einem ausgedehnten Medium gegeben ist durch $v_{tr} = \sqrt{N/\rho}$. Die einfache Methode der Torsionsschwingungen eines Gummifadens ist vielleicht deswegen nicht exakt, weil sich der Gummi dabei unter anderen Spannungsverhältnissen befindet, und diese, wie man z. B. im Falle des YOUNG'schen Moduls weiß, von grossem Einfluss sind.

Leider ist aber die Anwendung der BÄR-WALTI-Methode für *Transversalwellen* sicher nicht einfach. Aus $N = 1,6 \cdot 10^7 \text{ Dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$ würde sich ungefähr $v_{tr} = 40 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ ergeben. Nun sind die Schallgeschwindigkeiten aller bekannten Flüssigkeiten von der Grössenordnung $1500 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$. Es liegt also dann der Grenzwinkel der Totalreflexion zwischen 1° und 2° , und es ist klar, dass unter diesen Umständen eine Anwendung der einfachen BÄR-WALTI-Methode nicht ohne weiteres möglich ist.

Es sei noch ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die BÄR-WALTI-Methode für Longitudinalwellen bei *reinem* Kautschuk keine Schwierigkeiten bietet. Bei Vulkanisaten, die *arm* an Füllstoff sind, wird die Messung durch die starke Schallabsorption erschwert, bei solchen, die *reich* an Füllstoff sind, fällt aber diese Komplikation wieder fort.

Die vorliegende Arbeit wurde schon Anfang 1939 beendet. Durch die Zeitumstände veranlasst, erfolgt die Veröffentlichung erst jetzt.

Die Anregung zu dieser Arbeit ging von Herrn Prof. RICHARD BÄR (†1940) aus. Sein früher Tod hat uns um so mehr erschüttert, als wir tief in seiner Schuld standen. Nicht allein für die Anregung zu der Arbeit, für seine vielen wertvollen Ratschläge und sein stets förderndes Interesse, sondern auch für die Gewährung zweier Stipendien, die uns die Ausführung der Arbeit ermöglichte, sind wir diesem hilfsbereiten Manne zu unvergesslichem Dank verpflichtet.— Herrn Prof. EDGAR MEYER danken wir für die bereitwillige Überlassung der Institutsmittel sowie dafür, dass er die Arbeit in druckfertigen Zustand gebracht hat.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

Literaturverzeichnis.

- ¹⁾ R. BÄR und A. WALTI, H.P.A. **7**, 658 (1934).
- ²⁾ A. WALTI, H.P.A. **11**, 113 (1938).
- ³⁾ H. REISSNER, H.P.A. **11**, 140 (1938).
- ⁴⁾ F. LEVI und N. S. NAGENDRA NATH, H.P.A. **11**, 408 (1938).
- ⁵⁾ Vgl. z. B. L. BERGMANN, Ultraschall, 2. Aufl., V.D.J.-Verlag, Berlin 1939.
- ⁶⁾ J. STEFAN, Wien. Akad. Ber. [2] **57**, 697 (1868); [2] **65**, 419 (1872).
- ⁷⁾ F. EXNER, Wien. Akad. Ber. [2] **69**, 102 (1874).
- ⁸⁾ Zum Beispiel Physikalisch-chemische Tabellen von LANDOLT-BÖRNSTEIN.
- ⁹⁾ B. P. E. CLAPEYRON, C. R. **46**, 208 (1858).
- ¹⁰⁾ MALLOCK, Proc. Roy. Soc. London (A) **46**, 233 (1889); siehe auch Internat. Critical Tables **2**, 269 (1927).
- ¹¹⁾ L. GRAETZ, Wied. Ann. **28**, 354 (1886).
- ¹²⁾ A. H. SCOTT, Journal of Research Nat. Bureau of Standards **14**, 99 (1935). Siehe auch ADAMS and GIBSON, J. Wash. Acad. Sci. **20**, 213 (1930), wo Kompressibilitäten von Gummi mit höherem S-Gehalt angegeben sind (letztere Veröffentlichung war uns nicht zugängig).