

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 19 (1946)  
**Heft:** V  
  
**Artikel:** Über den Schroteffekt und die Empfangsempfindlichkeit von Laufzeitröhren verschiedener Typen  
**Autor:** Lüdi, F.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-111709>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 10.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Über den Schroteffekt und die Empfangsempfindlichkeit von Laufzeitröhren verschiedener Typen\*)

von F. Lüdi, Brown Boveri & Cie., Baden.

(21. VI. 1946.)

*Inhalt:* In Teil I wird die fundamentale SCHOTTKYSche Gleichung für das Röhrenrauschen auf inkohärente Elektronenübergänge erweitert. In Teil II erfolgt die sinngemässe Anwendung der erweiterten Rauschgleichung zur Berechnung der Empfangsempfindlichkeit der verschiedenen Laufzeittypen in verschiedenen Schaltungen. Die möglichen Empfindlichkeitsgrade werden untereinander und mit der Empfindlichkeit von Trioden verglichen. Eine Zusammenstellung der Resultate findet sich am Schluss. Daraus folgt, dass bei Laufzeit-schwingungen (Mikrowellen) nur der Überlagerungsempfang für genügende Empfindlichkeit geeignet ist.\*\*)

## I.

§ 1. Die Theorie des Schroteffektes hat bekanntlich sehr an Durchsichtigkeit gewonnen, als SCHOTTKY<sup>1)2)</sup> selbst die Fourieranalyse statt wie ursprünglich auf die Schwankungen des Gesamtstromes auf die einzelnen Elektronenübergänge anwandte. Durch inkohärente Superposition der Amplitudenquadrate der Fourierglieder aller Elementarprozesse wird dann die Schrotgleichung in einfachster Weise erhalten. Dadurch wird die Schwankungsformel für unabhängige Ereignisse

$$\overline{N_T^2} = \overline{n_T}$$

umgangen, und „mehr ist von statistischen Sätzen nicht nötig“<sup>2)</sup>. Dieser Gedanke soll vorerst im Hinblick auf die nachfolgende Erweiterung in expliziter Form skizziert werden, da es darauf ankommt zu bemerken, wo kohärent und wo inkohärent summiert werden muss.

---

\*) Referat an der Schweiz. physik. Tagung in Solothurn (Mai 1945), siehe HPA. Vol. XVIII, Fasc. Quart. S. 265, 1945.

\*\*) Die inzwischen bekannt gewordenen Empfangsmethoden auf dem Mikrowellengebiet scheinen die theoretische Voraussage zu bestätigen.

Die einzelnen Elektronenstösse seien durch eine Fourierreihe mit Einbeziehung der Startzeit  $t_n = 0 \div T$  dargestellt, Fig. 1.

$$J_n(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos \frac{2\pi k}{T} (t - t_n) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin \frac{2\pi k}{T} (t - t_n). \quad (1)$$

$T$  ist das beliebige grosse Zeitintervall, währenddem  $N$  Elektronen in einer gesättigten Diode übergehen. Bei der Bestimmung der Fourierkoeffizienten dürfen die Integrationsgrenzen verschoben werden, und man erhält in bekannter Weise:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_{t=t_n}^{t=t_n+T} J_n(t) \cos \frac{2\pi k}{T} (t - t_n) dt \\ a_0 &= \overline{J_n(t)} \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_{t=t_n}^{t=t_n+T} J_n(t) \sin \frac{2\pi k}{T} (t - t_n) dt. \end{aligned} \quad (2)$$

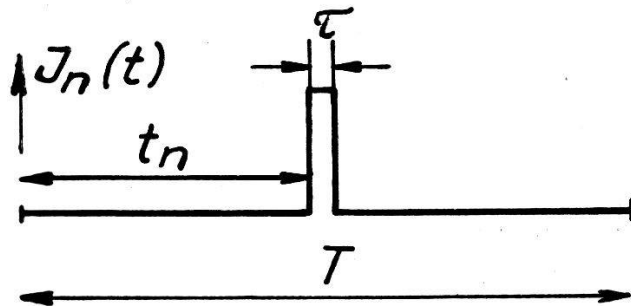


Fig. 1.

Dadurch werden also die  $a_k, b_k$  von der Startzeit unabhängig, ganz gleich ob die Flugzeit  $\tau$  klein oder vergleichbar mit der  $k$ -ten Periode  $T/k$  ist; der zweite Fall umfasst den frequenzabhängigen Schroteffekt<sup>3)</sup>.

Gefragt wird jetzt nach dem quadratischen Mittelwert (Effektivwert) des totalen Stromes; dieser ist

$$\overline{J^2} = \overline{(J_1 + J_2 + \dots + J_N)^2} = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N J_n(t) \cdot J_{n'}(t) dt. \quad (3)$$

Die Ausrechnung geschieht in der Weise, dass unter Benützung von (1) die einzelnen Glieder der Doppelsumme (Produkte von je zwei Fourierreihen) mit Berücksichtigung der Orthogonalitätseigenschaften der sin- und cos-Funktionen gemittelt werden.

Nach einiger Rechnung bleibt noch die Summation über  $n$  und  $n'$  in folgender Form.

$$\overline{J^2} = a_0^2 N^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2) \cdot \sum_1^N \sum_1^N \cos \frac{2\pi k}{T} (t_n - t_{n'}). \quad (4)$$

Das erste Glied ist offenbar das Gleichstromquadrat  $I^2$ , da  $a_0 = \frac{e}{T}$  und  $N = \frac{IT}{e}$  ist. Das zweite Glied ist das überlagerte Schwankungsquadrat  $\overline{J}_{\text{schr}}^2$ .

In (4) kommt nun der Unterschied zwischen statistischer Abhängigkeit und Unabhängigkeit besonders gut zum Vorschein. Bei *gleichmässig* verteilten Startzeiten, entsprechend statistischer Abhängigkeit verschwindet die Doppelsumme und damit die Schwankung, wie es sein muss. Bei gleichwahrscheinlich verteilten Startzeiten kann die Doppelsumme zerlegt werden.

$$\overline{J}_{\text{schr}}^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2) \left[ N + 2 \sum_{\substack{1 \\ t_n > t_{n'}}}^N \sum_1^N \cos \frac{2\pi k}{T} (t_n - t_{n'}) \right].$$

Jetzt gibt es bei gleichwahrscheinlich, d. h. nach dem Zufall verteilten Startzeiten für jeden  $k$ -Wert im Mittel gleich viel positive wie negative  $\cos$ -Werte, so dass für grosse  $N$  das zweite Glied der eckigen Klammer gegen das erste bei dieser inkohärenten Summation verschwindet\*). Für einen Bereich  $k_1$  bis  $k_2$ , in dem die

---

\*) Zur Präzisierung sei folgendes bemerkt: Jeder Winkel  $\frac{2\pi k}{T} t_n$  für die  $N$  Elektronenübergänge im Intervall  $T$  werde von sich selbst subtrahiert; die Summe dieser  $\cos$  (der identischen Elektronen) gibt die Zahl  $N$  in der eckigen Klammer. Dann bleiben noch  $N^2 - N$  nach dem Zufall verteilte Winkeldifferenzen, und weil  $\cos$  eine gerade Funktion ist, reduziert sich die Doppelsumme auf  $2\frac{1}{2} N(N-1)$  verschiedene Summanden, was durch die Summation über  $t_{n'} > t_n$  ausgedrückt wird. Es besteht dann eine gewisse Wahrscheinlichkeit (für den Betrag  $r$   $W(r, r+dr) = 2 N^{-1} e^{-r^2/N} \cdot r dr$ ), dass die Doppelsumme einen bestimmten von Null verschiedenen Wert hat. Wird aber der „Wurf“ der  $N$  Phasen sehr oft wiederholt, dann gibt es statt eine einzige eine sehr grosse Zahl von zufälligen Winkelkombinationen, und die Summe über die  $\cos$  der Winkeldifferenzen verschwindet im Mittel, denn es gibt keinen Grund, dass eine zufällige Kombination vor einer andern ausgezeichnet ist. (Vgl. Lord RAYLEIGH, „The theory of sound“, 1894, § 42, Seite 34, wo der gleiche eckige Klammersausdruck diskutiert wird.)

Auf den Schroteffekt übertragen bedeutet die Wiederholung der zufälligen Phasenkombinationen die Wiederholung des Intervalles  $T$  mit den zufällig verteilten Startzeiten  $t_n$  der  $N$  Elektronenübergänge. Wenn z. B.  $T = 10^{-4}$  sek (noch gross gegen die Flugdauer  $\tau \approx 10^{-9}$  sek), so ist während einer Sekunde Beobachtungszeit das mittlere Schwankungsquadrat allein durch  $N$  gegeben.

Flugzeit klein ist gegen die betrachteten Perioden  $T/k_1$  bis  $T/k_2$ , wird speziell nach (2)

$$a_k = \frac{2e}{T} \quad b_k = 0$$

und weil  $a_k$  für diesen Bereich unabhängig von  $k$  ist

$$\overline{J_{\text{schr}}^2} = \frac{2e^2}{T^2} (k_2 - k_1) N.$$

Setzt man noch  $k_2/T - k_1/T = f_2 - f_1 = \Delta f$  und  $N = \frac{IT}{e}$ , so bekommt man die bekannte Schrotgleichung

$$\overline{J_{\text{schr}}^2} = 2eI\Delta f.$$

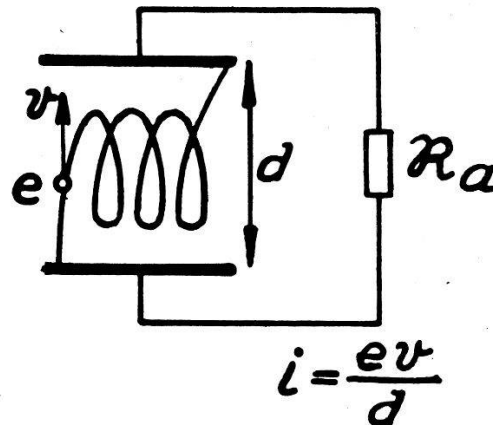


Fig. 2.

Bremsfeldröhre, Zweischlitzmagnetron.

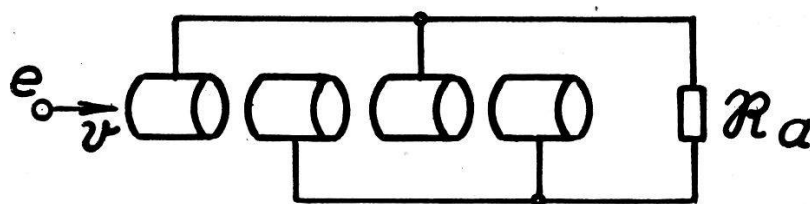


Fig. 3.

Klystron mit mehreren Modulationselektroden.

§ 2. Die Figuren 2 bis 4 zeigen, was unter  $m$ -maligen Elektronenübergängen gemeint ist.

Durch Influenz erzeugt das Elektron bei jedem Übergang zwischen zwei Elektroden den Influenzstrom

$$i = \frac{ev}{d}.$$

Das Zeitintegral über einen Durchgang gibt auch hier wie bei der Diode die influenzierte Ladung  $e$ . Für den Mechanismus nach Fig. 3 und 4 kann die Influenzzeit als klein gegen die Periode  $T$  gesetzt werden. Dieses gelte auch noch für Fig. 2; man kann sich das Elektron ruckweise bewegt denken, so dass die Flugdauer  $\tau$  klein gegen eine halbe Schwingungsperiode  $T_0$  ist. Man

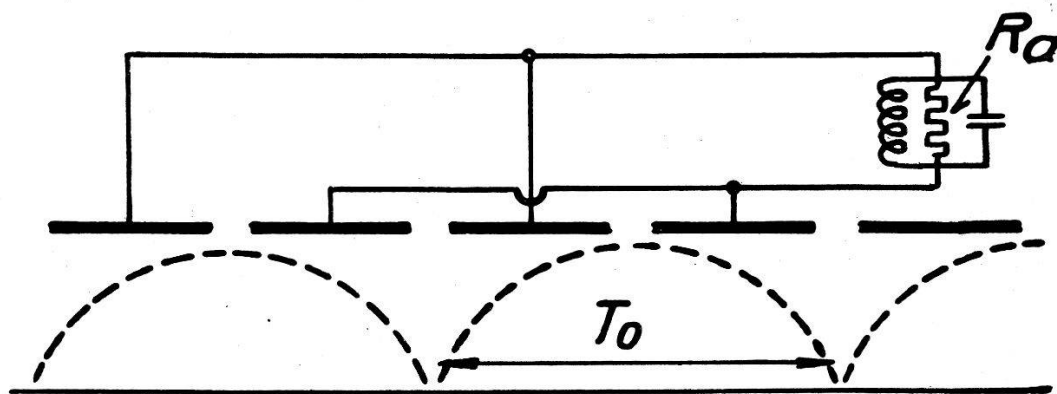


Fig. 4.

Magnetfeldröhre mit hochgeteilter Anode.

macht damit einen Fehler im Sinne zu grosser Berechnung des Schroteffektes (Nichtberücksichtigung des Schwächungsfaktors  $F$  nach SPENKE<sup>3</sup>). Zu unterscheiden sind ferner alternierende oder gleichsinnige Stromstösse (Fig. 5), letztere z. B. für Fig. 4.

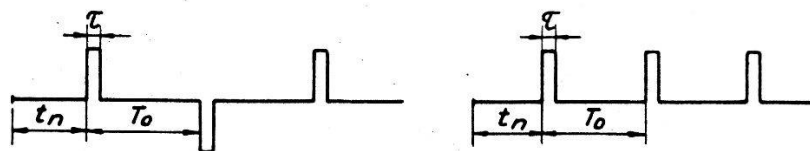


Fig. 5.

Die Bestimmung der Fourierkoeffizienten  $a_k$ ,  $b_k$  geschieht wie folgt:

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{2}{T} \int_{t=t_n}^{t=t_n+T} J_n(t) \cos \frac{2\pi k}{T} (t - t_n) dt \\
 &= \frac{2}{T} \left[ \int_{t_n}^{t_n+\tau} J_n(t) \cos \frac{2\pi k}{T} (t - t_n) dt + \right. \\
 &\quad \left. + \dots (\mp 1)^m \int_{t_n+mT_0}^{t_n+mT_0+\tau} J_n(t+mT_0) \cos \frac{2\pi k}{T} (t+mT_0 - t_n) dt \right]
 \end{aligned}$$

$(-1)^m$  alternierend,  $(+1)^m$  nicht alternierend. Mit der Voraussetzung, dass die Influenzdauer klein gegen  $T$  sei, wird

$$a_k = \frac{2e}{T} \sum_{l=1}^m (\mp 1)^l \cos \frac{2\pi k}{T} l T_0$$

oder in Exponentialform geschrieben:

$$a_k = \frac{e}{T} \left[ \sum_{l=1}^m \left( \mp e^{i \frac{2\pi k}{T} T_0} \right)^l + \sum_{l=1}^m \left( \mp e^{-i \frac{2\pi k}{T} T_0} \right)^l \right]. \quad (7)$$

Dies ist eine geometrische Reihe und mit der vorübergehenden Setzung

$$\alpha = \frac{2\pi k}{T} T_0$$

erhält man

$$a_k = \frac{e}{T} \left[ \frac{\mp e^{i\alpha(m+1)} - 1}{\mp e^{i\alpha} - 1} + \frac{\mp e^{-i\alpha(m+1)} - 1}{\mp e^{-i\alpha} - 1} \right]. \quad (7')$$

Um wieder auf die reelle Schreibweise zurückzukommen, erweitere man den Zähler des ersten Summanden mit  $e^{\frac{-i\alpha(m+1)}{2}}$ , den Nenner mit  $e^{-i\alpha/2}$

$$\frac{e^{-i \frac{\alpha}{2}}}{e^{-i \frac{\alpha(m+1)}{2}}} \frac{\mp e^{i \frac{\alpha(m+1)}{2}} - e^{-i \frac{\alpha(m+1)}{2}}}{\mp e^{i \frac{\alpha}{2}} - e^{-i \frac{\alpha}{2}}} \quad (8)$$

Dann ist nach einem bekannten Satz die reelle Form von (7') gleich dem doppelten Realteil des ersten Summanden, also

$$a_k = \frac{2e}{T} \cos \left( \frac{m\pi k T_0}{T} \right) \frac{\cos (m+1) \frac{\pi k}{T} T_0}{\cos \frac{\pi k}{T} T_0} \quad (9)$$

im alternierenden Fall, und

$$a_k = \frac{2e}{T} \cos \left( \frac{m\pi k T_0}{T} \right) \frac{\sin (m+1) \frac{\pi k}{T} T_0}{\sin \frac{\pi k}{T} T_0} \quad (10)$$

im nichtalternierenden Fall, für  $b_k$  ist statt  $\cos \frac{m\pi k T_0}{T}$   $\sin \frac{m\pi k T_0}{T}$  zu schreiben.

Von besonderem Interesse sind die Nullstellen des Nenners; diese sind, wenn *alternierend*: bei

$$\frac{1}{\frac{T}{k}} = \frac{1}{\frac{2 T_0}{2l+1}} \quad l = 0, 1, 2, 3 \dots$$

dafür ist

$$e^{i \frac{2 \pi k}{T} T_0} = e^{-i \frac{2 \pi k}{T} T_0} = -1$$

und die geometrische Summe in (7) kann direkt angeschrieben werden; sie ist gleich  $m$ , so dass also

$$a_k = \frac{2 e}{T} m$$

und

$$b_k = 0$$

wird; wenn *nichtalternierend*, sind die Nullstellen bei

$$\frac{1}{T/k} = \frac{1}{T_0/l} \quad l = 0, 1, 2, 3 \dots$$

dafür ist

$$e^{i \frac{2 \pi k}{T} T_0} = e^{-i \frac{2 \pi k}{T} T_0} = +1$$

und die geometrische Summe wird ebenfalls gleich  $m$ , so dass

$$a_k = \frac{2 e}{T} m \quad b_k = 0.$$

Bedenkt man, dass  $k$  für diese Frequenz eine grosse Zahl ist, so gilt dieselbe Berechnung der Koeffizienten  $a_k, b_k$  auch noch im Bereich  $\Delta f = \frac{k_2}{T} - \frac{k_1}{T}$ , d. h. für die Bandbreite des Resonators.

Aus (9) (10) kann noch eine Näherungsformel für  $a_k b_k$  bei langen Wellen (kleine  $k$ ) erhalten werden. Ist

$$\frac{T_0}{T/k} \ll 1 \ll \frac{1}{(m+1) T_0}$$

so geht (9) über in

$$a_k = \frac{2 e}{T} \quad b_k = \frac{2 e}{T} m (m+1) \frac{\pi k T_0}{T} \approx 0$$

wenn auch noch

$$m (m+1) \frac{\pi k T_0}{T} \ll 1$$

ist. Die Fourierkoeffizienten sind in diesem Falle dieselben wie beim normalen Schroteffekt.

Wir halten fest: Die Bestimmung der Fourierkoeffizienten des Elementarprozesses gibt für Laufzeitschwingungen durch kohärente Summation den  $m$ -fachen Wert bei  $m$ -maligem Elektronendurchgang gegenüber demjenigen bei einmaligem Elektronendurchgang wie z. B. in Verstärkerröhren des Langwellengebietes. Für kleine Frequenzen resultieren jedoch auch bei  $m$ -maligem Elektronendurchgang die einfachen Werte der Fourierkoeffizienten. Die Summierung über alle Elementarprozesse geschieht dann durch inkohärente Addition der Amplitudenquadrate wie in § 1, ganz gleich wie kompliziert die Elektronenbewegungen im einzelnen sind; für diese inkohärente Addition ist nur die statistische Verteilung über die Startphase ausschlaggebend.

Es besteht eine gewisse Analogie zur Berechnung der Röntgenstreustrahlung, wo über die Beiträge der Elektronen im einzelnen Atom kohärent, dagegen über die Beiträge aller Atome inkohärent summiert wird.

Die Konsequenzen von Teil I kommen im Teil II zum Ausdruck; wesentlich ist dann, ob mit Laufzeitröhren eine Hochfrequenzverstärkung oder eine Nieder- bzw. Zwischenfrequenzverstärkung gemacht wird. Im ersten Fall ist für die Empfindlichkeitsberechnung der verstärkte Schroteffekt

$$\overline{J_{\text{schr}}^2} = 2 e I m^2 \Delta f$$

massgebend, im zweiten Fall die einfache Schrotgleichung

$$\overline{J_{\text{schr}}^2} = 2 e I \Delta f.$$

## II.

Die Berechnung der Empfangsempfindlichkeit wird für alle Typen auf die einfachste Weise durchgeführt:

1. Vernachlässigung des Rauschens der Eingangswiderstände.
2. Am Eingangswiderstand stehe die halbe Empfangsleistung  $N$  zur Verfügung.

Wie die Rechnung zeigt, ist (1) für alle Laufzeittypen berechtigt, weil der äquivalente Eingangswiderstand (d. h. das Röhrenrauschen) viel grösser als das Widerstandsrauschen ist. Mit der Vereinfachung von (2) wird die genaue Antennenanpassung nicht berücksichtigt; aber man geht nicht sehr fehl in der Annahme, dass die Empfangsleistung zur Hälfte am transformierten An-

tennenwiderstand als Verlustleistung und zur andern Hälfte am Widerstand des Eingangskreises als Nutzleistung auftritt. Zum späteren Vergleich werde zuerst die Empfindlichkeit der Triode in Gradausverstärkung und in Pendelrückkopplungsschaltung in der angeführten Weise berechnet.

§ 3. Für die Triode ist die Gitterspannung nach vorigem durch die Empfangsleistung am Eingangswiderstand  $R_K$  zwischen Gitter und Kathode bestimmt durch

$$u_g^2 = N R_K$$

und der modulierte Signalstrom am Ausgang durch

$$J_{\text{sig}} = S \cdot u_g = S \sqrt{N R_K}.$$

Dieser modulierte Strom kann von der Stromschwankung des Schroteffektes gerade noch unterschieden werden, wenn

$$J_{\text{sig}} \geq J_{\text{schr}}$$

ist; also für das Gleichheitszeichen und für die Quadratwerte

$$S^2 N R_K = 2 e I \Delta f.$$

Die Minimalempfangsleistung ist danach

$$N = \frac{2 e I \Delta f}{S^2 R_K}.$$

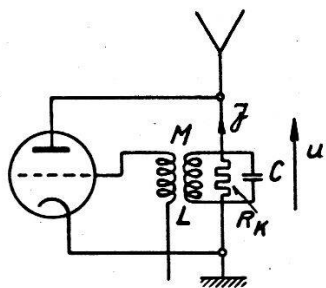


Fig. 6a.

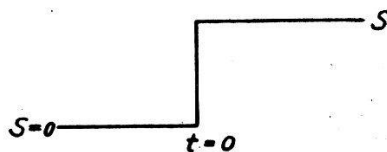


Fig. 6b.

Diese werde aber pro Hertz Bandbreite und in Einheiten  $kT$  ausgedrückt (wo  $k$  die BOLTZMANNsche Konstante und  $T$  jetzt die absolute Temperatur bedeutet), so dass

$$\frac{N}{k T \Delta f} = \frac{2 e}{k T} \frac{I}{S} \frac{1}{S R_K}$$

$$\left( \text{bei } T = 300^\circ \text{ abs. ist } \frac{2 e}{k T} = 80 \text{ amp sek} \right).$$

Für eine gute Triode mit einem Anodenstrom  $I = 5$  mA einer Steilheit  $S = 5$  mA/V und einem Eingangswiderstand von  $60$  k $\Omega$  erhält man für

$$\frac{N}{\Delta f} = 0,26 \cdot 4 \cdot 10^{-21} \text{ Watt-sec}$$

als günstigsten Wert. In Überlagerungsschaltung mit einer viel kleineren Mischsteilheit werden die Werte bis  $100$  kT.

Für die Triode in Pendelrückkoppelungsschaltung<sup>4)</sup> betrachten wir im Hinblick auf den Resonator der hochgeteilten Magnetfeldröhre die Antennenankoppelung auf den Anodenschwingkreis Fig. 6a, welcher auch die Rückkoppelung enthält. Die Pendelspannung (hier nicht eingezeichnet) bewirke den sprunghaften Anstieg der Steilheit vom Wert  $0$  auf den Wert  $S$ , Fig. 6b.

Dann ist zur Zeit  $t < 0$  der Strom im Schwingkreis nach KIRCHTOFF bestimmt durch

$$\int \frac{u}{L} dt + C \frac{du}{dt} + \frac{u}{R_K} = J_{\text{sig}} e^{i\omega t} \quad (15)$$

wo  $J_{\text{sig}} e^{i\omega t}$  den von der Antennenleistung eingeprägten Strom bedeutet. Als Lösung ist nur die inhomogene von Interesse, weil die homogene im gedämpften Fall rasch abklingt. Nach nochmaliger Differentiation von (15)

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{1}{R_K C} \frac{du}{dt} + \frac{u}{LC} = i \frac{\omega}{C} J_{\text{sig}} e^{i\omega t}$$

findet man mit dem Lösungsansatz

$$u = A_d e^{i\omega t}$$

für den Effektivwert  $A_d^{\text{eff}}$  im gedämpften Zustand ( $t < 0$ )

$$A_d^{\text{eff}} = \frac{-i \frac{\omega}{C} \frac{J_{\text{sig}}}{\sqrt{2}}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i \frac{\omega}{R_K C}}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Für die Resonanznähe ergibt sich daraus mit  $N = R_K \frac{J_{\text{sig}}^2}{2}$

$$u_{\text{eff}} = A_d = \sqrt{R_K N}$$

wie es sein muss.

Für  $t > 0$  hat man zu bedenken, dass die eingeprägte Kraft durch die Rückkopplung schon am Gitter sitzt und den Röhrenstrom primär beeinflusst. Es ist dann:

$$\begin{aligned} J &= S (u_g + u_{\text{sig}} e^{i\omega t}) = \\ &= -SM \frac{dJ_L}{dt} + S u_{\text{sig}} e^{i\omega t} = -SM \frac{u}{L} + S u_{\text{sig}} e^{i\omega t}. \end{aligned}$$

Mit dem KIRCHSTOFFSchen Verzweigungsgesetz erhält man wie für  $t < 0$  die inhomogene Differentialgleichung

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \left( \frac{1}{R_K C} + \frac{SM}{LC} \right) \frac{du}{dt} + \frac{u}{LC} = i\omega \frac{S}{C} u_{\text{sig}} e^{i\omega t}.$$

Wegen der Entdämpfung müssen in diesem Fall sowohl die inhomogene als die homogene Lösung betrachtet werden.

Für die inhomogene Lösung

$$u = A_a e^{i\omega t}$$

erhält man für  $A_a$

$$A_a = \frac{i\omega \frac{S}{C} u_{\text{sig}}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega \left( \frac{1}{R_K C} + \frac{SM}{LC} \right)}$$

für die homogene Lösung ergibt sich

$$u = B e^{\varrho t} = B e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_K C} + \frac{SM}{LC} \right) t} \cdot e^{i\omega_0 t}. \quad (16)$$

Der Anfangswert  $B$  bestimmt sich aus der Stetigkeitsforderung zur Zeit  $t = 0^4$ )

$$A_d = A_a + B$$

oder

$$B = A_d - A_a = \frac{i\frac{\omega}{C} J_{\text{sig}}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega}{R_K C}} - \frac{i\frac{\omega}{C} S u_{\text{sig}}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega \left( \frac{1}{R_K C} + \frac{SM}{LC} \right)}.$$

Die Fig. 7 veranschaulicht diese Verhältnisse.

Hier erkennt man auch, dass bei günstiger Wahl der Entdämpfung ( $-M$ ) und genauer Abstimmung der Resonanznenner des zweiten Summanden viel kleiner als derjenige des ersten Summanden gemacht werden kann, so dass

$$B_{\text{sig}} \approx \frac{-i \frac{\omega}{C} S u_{\text{sig}}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i \omega \left( \frac{1}{R_K C} + \frac{SM}{LC} \right)}$$

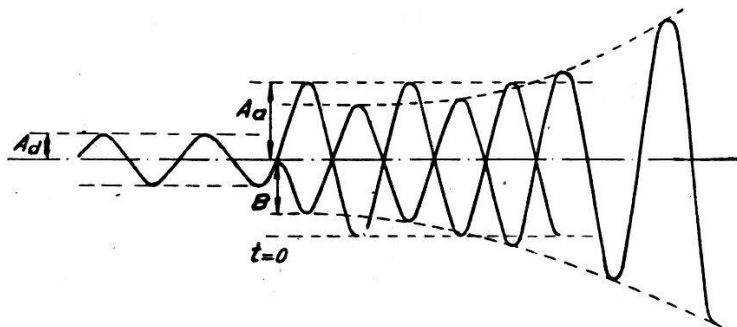


Fig. 7.

$B$  ist also ungefähr gleich der inhomogenen (stationären) Lösung im entdämpften Fall. Die Einstellung eines kleinen Resonanznenners durch geeignete Wahl der Kreisgrößen bedingt zugleich den langsamsten Exponentialanstieg der Kreisspannung nach 16) und damit die grösste Differenzierung der Eingangssignale im Hinblick auf die nachfolgende Demodulation; denn für letztere ist die Zeitdauer bis zur Erreichung der Sättigungsamplitude bestimmend, und die Unterschiede sind um so grösser, je langsamer der Anstieg ist.

Wird nun für den Effektivwert von  $u_{\text{sig}}$

$$u_{\text{sig}}^{\text{eff}} = \sqrt{N R_K}$$

gesetzt, was durch geeignete Wahl der Kopplung  $M$  möglich ist, so folgt für den Effektivwert von  $B_{\text{sig}}$

$$B_{\text{sig}}^{\text{eff}} = - \frac{i \frac{\omega}{C} S \sqrt{N R_K}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i \omega \left( \frac{1}{R_K C} + \frac{SM}{LC} \right)}.$$

Dieser Anfangswert ist mit dem durch den Schrotstrom hervor-

gerufenen Anfangswert  $B_{\text{schr}}$  zu vergleichen, der jetzt die Rolle der eingepägten Kraft übernimmt. Der Röhrenstrom ist dann:

$$J = S u_g + J_{\text{schr}} = S u_g + \sqrt{2 e I \Delta f}$$

und man erhält auf dieselbe Weise wie vorhin

$$B_{\text{schr}} = - \frac{i \frac{\omega}{C} \sqrt{2 e I \Delta f}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i \omega \left( \frac{1}{R_K C} + \frac{SM}{LC} \right)}.$$

Die Bandbreite ist durch den Resonanznenner im Moment der Entdämpfung bestimmt.

Die minimale Empfangsbedingung verlangt wieder

$$B_{\text{sig}} \geq B_{\text{schr}}$$

oder

$$S \sqrt{N R_K} = \sqrt{2 e I \Delta f}. \quad (17)$$

Diese Bedingung ist also ganz unabhängig von der Schaltung, insbesondere vom speziellen Rückkopplungsmechanismus. In denselben Einheiten wie früher wird die Minimaempfangsleistung pro Hertz Bandbreite

$$\frac{N}{kT \Delta f} = \frac{2 e}{kT} \frac{I}{S} \frac{1}{S R_K}$$

also genau derselbe Wert wie bei Gradausverstärkung.

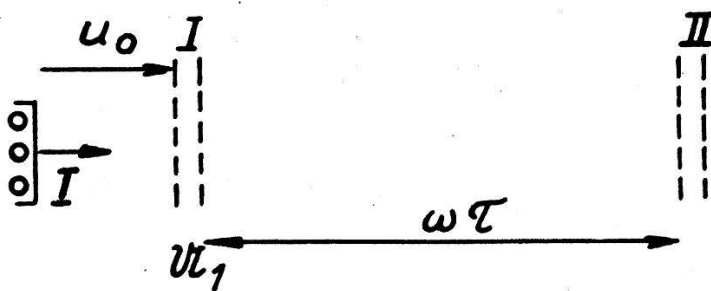


Fig. 8.

§ 4. Als erstes Beispiel der Empfindlichkeitsberechnung von Laufzeitröhren betrachten wir das Klystron. Fig. 8.

Der Schrotstrom am Auskoppler II setzt sich aus zwei Teilen, die in bestimmter Phasenbeziehung zueinander stehen, zusammen: dem primären und dem induzierten Schrotstrom.

$$\mathfrak{J}_{\text{schr}}^{\text{II}} = \mathfrak{J}_{\text{schr}}^{\text{I}} \cdot e^{-i\omega\tau} \cdot e^{i\omega t} + i S u_{\text{schr}}^{\text{I}} e^{-i\omega\tau} \cdot e^{i\omega t}$$

Beide Teile sind mit dem Laufwinkel  $\omega\tau$  auf die Eintrittsstelle  $I$  bezogen.  $\mathfrak{U}_{\text{schr}}^I$  ist die durch den primären Schrotstrom am Eingangskreis  $I$  induzierte Spannung, welche bei kleinem Laufwinkel im Doppelgitter

$$\mathfrak{U}_{\text{schr}}^I = \mathfrak{J}_{\text{schr}}^I \cdot \mathfrak{R}^I$$

ist. Der Eingangswiderstand  $\mathfrak{R}^I$  sei komplex angenommen. Die kleine induzierte Spannung erzeugt durch Geschwindigkeitsmodulation über die Laufzeit-Steilheit

$$S = \frac{I \omega \tau}{2 U_0} \quad U_0 = \text{Beschleunigungsspannung}$$

an  $II$  in bekannter Weise durch Phasenfokussierung nach Grösse und Phase die Dichtemodulation<sup>5)</sup>

$$i \frac{I \omega \tau}{2 U_0} \mathfrak{J}_{\text{schrot}}^I \cdot \mathfrak{R}^I \cdot e^{-i \omega \tau}.$$

Die Dichtemodulation auf den Schrotstrom ergibt einen Effekt zweiter Ordnung und werde vernachlässigt. Also wird

$$\mathfrak{J}_{\text{schr}}^{II} = \mathfrak{J}_{\text{schr}}^I \left( 1 + i \frac{I \omega \tau}{2 U_0} \mathfrak{R}^I \right) e^{-i \omega \tau}.$$

Andererseits gibt die Empfangsleistung am Realteil von  $\mathfrak{R}^I$  die Signalspannung

$$\mathfrak{U}_{\text{sig}}^I = \sqrt{N R_K}$$

welche über die Steilheit  $S$  an  $II$  den dichtemodulierten Signalstrom liefert

$$\mathfrak{J}_{\text{sig}}^{II} = i \frac{I \omega \tau}{2 U_0} \sqrt{N R_K} e^{-i \omega \tau}.$$

Die Empfangsbedingung lautet nun wieder (für die Absolutquadrate)

$$|\mathfrak{J}_{\text{sig}}^{II}|^2 = |\mathfrak{J}_{\text{schr}}^{II}|^2$$

oder

$$\left( \frac{I \omega \tau}{2 U_0} \right)^2 N R_K = |\mathfrak{J}_{\text{schr}}^I|^2 \cdot \left| 1 + i \frac{I \omega \tau}{2 U_0} \mathfrak{R}^I \right|^2 \quad (18)$$

und wenn  $\mathfrak{R}^I = R_K + i R_1$  gesetzt und nach  $N$  aufgelöst wird,

$$N = \frac{|\mathfrak{J}_{\text{schr}}^I|^2}{R_K} \left| \frac{2 U_0}{I \omega \tau} - R_1 + i R_K \right|^2.$$

Durch Wahl des imaginären Teils von  $\Re^I$  (Verstimmung des Eingangskreises)

$$R_1 = \frac{2 U_0}{I \omega \tau}$$

kann der primäre Schroteffekt kompensiert werden, und man erhält mit

$$|\Im_{\text{schr}}^I|^2 = 2 e I \Delta f$$

(hier ist  $m = 1$ , da die Elektronen die Influenzelektroden nur einmal passieren) für die Empfindlichkeit pro Hertz Bandbreite

$$\frac{N}{kT \Delta f} = \frac{2 e}{kT} I R_K \quad (19)$$

einen von der Steilheit, d. h. dem Laufwinkel unabhängigen Wert. Wird der induzierte Schroteffekt nicht berücksichtigt, so erhält man statt dessen mit  $\Re^I = R_K$

$$\frac{N}{kT \Delta f} = \frac{2 e}{kT} \frac{I}{\left(\frac{I \omega \tau}{2 U_0}\right)^2} \frac{1}{R_K} = \frac{2 e}{kT} \frac{I}{S} \frac{1}{S R_K} \quad (20)$$

also genau den Wert von J. MÜLLER<sup>6)</sup>, der hier (die Bemerkung sei gestattet) in durchsichtigerer Weise abgeleitet ist. Hierbei ist allerdings zu bemerken, dass MÜLLER diesen Wert für die Kompensation des induzierten Schroteffektes angibt. Doch kann dies sicher nicht stimmen, da mit dem Imaginärteil von  $\Re^I$  in (18) nur der Realteil der Klammer, d. h. der primäre Schroteffekt kompensiert werden kann. Das ist auch physikalisch einleuchtend: Man kann den induzierten Effekt nicht durch sich selbst kompensieren. Der Fehler bei MÜLLER rührt meines Erachtens daher, dass seine Rechnung zwischen Schrotstrom und Signalstrom, d. h. zwischen rechts und links eine Phasenbeziehung voraussetzt; eine solche kann aber nur in der rechten Seite allein zwischen primärem und induziertem Schroteffekt bestehen. Mit realisierbaren Grössen erkennt man aus (18), dass der induzierte Schroteffekt viel grösser als der primäre ist, so dass man direkt auf (19) geführt wird.

Zur Empfindlichkeitsberechnung der Magnetfeldröhre mit hochgeteilter Anode als Empfänger ist folgendes vorzuschicken. Weil hier Eingang und Ausgang nicht getrennt sind, kann diese Laufzeitröhre nur in Pendelrückkopplungsschaltung benützt werden. Wesentlich ist, dass der Anodenstrom im Schwingungs-

zustand bei gleicher Anodenspannung grösser als im nicht schwingenden ist. Weil im schwingenden Zustand die Elektronen durch das Tangentialfeld zwischen den Segmenten unter gleichzeitiger Einwirkung des axialen Magnetfeldes radial auf die Anode befördert werden, ist diese Voraussetzung erfüllt<sup>7)</sup>. Sie wurde an den von uns entwickelten Magnetfeldröhren mehrfach experimentell bestätigt; der Unterschied im Anodengleichstrom kann mehr als 50% ausmachen.

Da nach § 3, Gleichung (17) die Empfangsbedingung unabhängig von der speziellen Schaltung und dem Rückkopplungsmechanismus ist, und weiter nach § 4, Gleichung (20) die Empfindlichkeitsgleichung für den Laufzeittyp formal mit demjenigen in gewöhnlichen Röhren übereinstimmt, so kann die Gleichung (17) auf die Magnetfeldröhre in Pendelrückkopplungsschaltung übertragen werden. Es gilt für die Steilheit  $S$  der gleiche Ausdruck wie für das Klystron<sup>7)</sup>, aber mit dem  $m^2$  verstärkten Schroteffekt, weil die Pendelrückkopplungsschaltung eine Hochfrequenzverstärkung ist, also

$$S^2 N R_K = 2 e I \Delta f m^2.$$

Wird für  $S = \frac{I \omega \tau}{2 U_0}$  und für die Laufzeit  $\tau = m T_0 = \frac{2 \pi}{\omega_0}$  gesetzt (die Zeit vom Start bis zum Abgang an der Anode), so kommt

$$\frac{N}{k T \Delta f} = \frac{2 e}{k T} \frac{U_0^2}{I \pi^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) R_K} \quad (21)$$

$m$  fällt heraus, die Empfindlichkeit ist neben  $I$  und  $R_K$  im wesentlichen durch die Steilheit pro Rollkreisperiode (ungefähr gleich Segmentperiode) bestimmt

$$S = \frac{I 2 \pi \omega}{2 U_0 \omega_0}.$$

Der Mechanismus unterscheidet sich insofern zum Klystron, als die Elektronen nach Passieren der Geschwindigkeitssteuerspannung nicht sich selbst überlassen werden, sondern dauernd durch die Wechselfelder zwischen den Segmenten weiter beeinflusst werden; deshalb war die Berechnung des induzierten Schroteffektes nicht in derselben Weise wie dort durchzuführen.

Es ist aber hervorzuheben, dass in beiden Fällen, Gleichung (19) und (21), eine Grenzemfindlichkeit erreicht wird, die durch konstruktive Massnahmen kaum zu erhöhen ist.

Wenn somit die Magnetfeldröhre in Pendelrückkopplungsschaltung als Eingangsverstärker wegen viel zu kleiner Empfindlichkeit prinzipiell ungeeignet ist (vgl. die numerische Ausrechnung am Schluss), so ist sie dies noch aus einem andern Grund. Nach Gleichung (16) kann die Zeitkonstante des Ansschwingvorganges

$$t_a = \frac{2}{\frac{SM}{LC} - \frac{1}{R_K C}}$$

mit der Resonatorfrequenz  $\omega_r = \frac{1}{LC}$  und dem Gütefaktor  $Q = \frac{R_p}{\omega_r L}$  geschrieben werden

$$t_a = \frac{2}{\alpha \omega_r} \quad \text{mit} \quad \alpha = SM \omega_r - \frac{1}{Q}$$

wo  $\alpha$  eine dimensionslose Zahl ist; bei gleichem  $\alpha$  ist die Zeitkonstante für verschiedene Sender umgekehrt proportional  $\omega_r$ , d. h. die Zunahme der Hochfrequenzamplitude auf einen bestimmten Wert umfasst gleich viele Perioden. Für die Frequenzen der Mikrowellen wird also ein besonders rasches Anschwingen zu erwarten sein. Der Gütefaktor  $Q$  und die Rückkopplung  $M$  können etwa gleich wie im Langwellengebiet angenommen werden. Die Steilheit  $S = \frac{I \omega_r \tau}{2 U_0}$  geht hier mit dem vollen Laufwinkel  $\omega_r \tau$  ein und kann grössere Werte als bei Trioden erreichen, so dass  $t_a$  noch mehr als proportional mit  $\omega_r$  kleiner wird. In Übereinstimmung damit zeigte die Analyse im Kathodenstrahloszillograph bei Impulstastung unserer Magnetfeldröhre („des Turbators“), dass die Hochfrequenzspannung der Impulsspannung ohne Verzögerung folgt, trotzdem die Zeit des Impulsanstieges kleiner als 0,1 Mikrossek. ist. Aus diesem Grunde ist eine nachfolgende Detektion bei Pendelrückkopplung unwirksam, weil ja die Zeitkonstante wie vorher ausgeführt für diesen Zweck möglichst gross sein sollte. Bei der Magnetfeldröhre liesse sich  $\alpha$  nur über  $Q$  (Dämpfung) verkleinern, was aber in der Ausführung Schwierigkeiten bereitet; der Generator reisst dann eher ab. Es sei aber an dieser Stelle betont, dass sich dieser Nachteil der kleinen Zeitkonstante für andere Zwecke (Impulsmodulation) in einen besondern Vorteil verwandelt; darauf wird in anderem Zusammenhang näher eingegangen<sup>10)</sup>.

Schliesslich werde noch die Empfindlichkeit des Umlaufresonanzverfahrens nach dieser Methode berechnet. Dieses Ver-

fahren beruht darauf, dass in einer Zweischlitzmagnetfeldröhre mit sehr kleinem Anodendurchmesser das Magnetfeld, d. h. die Rollkreisfrequenz, auf die zu empfangende Frequenz abgestimmt ist; die von der Antenne an den Anodensegmenten erzeugte Wechselspannung bewirkt dann durch Umlaufresonanz einen Richteffekt. Eine Anodenspannung von einigen Volt genügt, um die

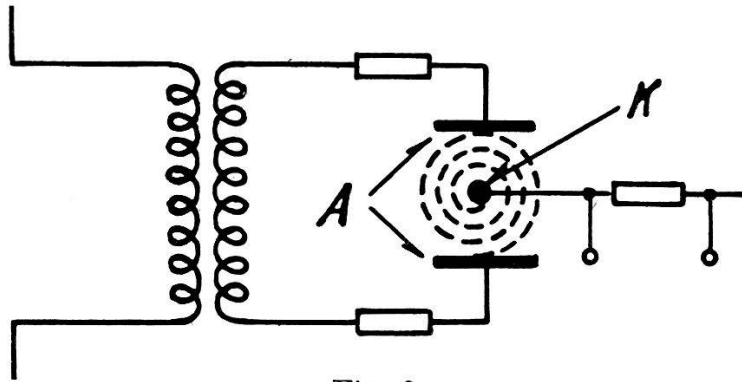


Fig. 9.

Reizschwelle des Empfangs zu beseitigen. Statt mit dieser ist es zweckmässig, den Empfang nach dem Überlagerungsprinzip und mit nachfolgender Zwischenfrequenzverstärkung zu bewerkstelligen. Die Reizschwelle wird dann durch die überlagerte Wechselspannung beseitigt. Der Hauptvorteil dieses von H. JUNGFER ausführlich beschriebenen Empfangs<sup>8)</sup> gegenüber Bremsfeld oder Magnetfeldröhren mit Anodenspannung liegt in der grossen Stabilität; denn es ist immer sehr schwierig, die Anodenspannung, von welcher im wesentlichen die Richtsteilheit abhängt, genau einzustellen. Rückheizungseffekte und Schrägstellung im Magnetfeld erhöhen diese Schwierigkeiten noch. Jedoch besteht prinzipiell für die Empfangsempfindlichkeit kein Unterschied zwischen diesen verschiedenen Verfahren, und die Berechnung gilt für alle Typen in gleicher Weise.

Man bekommt durch dieselbe Überlegung wie in den vorigen Fällen nach den Bemerkungen über den Schroteffekt in § 2

$$\frac{N}{kT \Delta f} = \frac{2e}{kT} \frac{Im^2}{S^2 R_K}$$

für Hochfrequenzverstärkung und

$$\frac{N}{kT \Delta f} = \frac{2e}{kT} \frac{I}{S^2 R_K}$$

für Nieder- und Zwischenfrequenzverstärkung.

Hierbei ist  $S$  durch die Richtsteilheit bestimmt, welche wesentlich von der genauen Konstruktion abhängt.

Für die Diode mit Überlagerungsempfang gilt dieselbe Gleichung; die Unterschiede sind hauptsächlich durch die verschiedenen Steilheiten bedingt.

Wir geben zum Schluss noch eine Zusammenstellung von Empfindlichkeiten, wie sie sich nach den angegebenen Gleichungen für verschiedene Fälle berechnen lassen.

Triode, Gradaus- oder Pendelrückkopplungsschaltung

$$\frac{N}{\Delta f} = \frac{2e}{kT} \frac{I}{S^2 R_K} kT = 1,8 \text{ kT}$$

$$I = 10 \text{ mA} \quad S = 5 \text{ mA/V} \quad R_K = 20 \text{ k}\Omega.$$

Klystron (Hochfrequenz-Eingangsverstärker)

$$\frac{N}{\Delta f} = \frac{2e}{kT} I R_K kT = 1600 \text{ kT}$$

$$I = 10 \text{ mA} \quad R_K = 20 \text{ k}\Omega.$$

Magnetfeldröhre (mit hochgeteilter Anode) in Pendelrückkopplungsschaltung

$$\frac{N}{\Delta f} = \frac{2e}{kT} \frac{U_0^2}{I \pi^2 \left( \frac{\omega_r}{\omega_0} \right)^2 R_K} kT = 1100 \text{ kT}$$

$$U_0 = 500 \text{ V} \quad I = 10 \text{ mA} \quad \frac{\omega_r}{\omega_0} = 3 \quad R_K = 17 \text{ k}\Omega.$$

Überlagerungsempfang (Umlaufresonanzverfahren)

$$\frac{N}{\Delta f} = \frac{2e}{kT} \frac{I}{S_c^2 R_K} kT = 60 \text{ kT}$$

$$I = 10 \text{ }\mu\text{A} \quad S_c = 30 \text{ }\mu\text{A/V} \quad R_K = 15 \text{ k}\Omega.$$

Die  $17 \text{ k}\Omega$  für den Magnetfeldgenerator wurden vom Verfasser in anderem Zusammenhang berechnet<sup>9)</sup>; die Werte für  $I$  und für die Mischsteilheit  $S_c$  beim Umlaufresonanzverfahren sind der Arbeit von JUNGFER entnommen.

Der Vergleich zeigt, dass eine Laufzeitröhre (infolge der relativ kleinen Fokussierungsteilheit) wenig Aussicht als Hochfrequenzverstärker hat, und dass der Überlagerungsempfang, bei dem als Mischelement neben Diode, Bremsfeldröhre usw. prinzi-

piell auch der Kristalldetektor verwendet werden kann, weitaus am günstigsten erscheint. Direkte Gleichrichtung am hochfrequenten Eingang und nachfolgende Niederfrequenzverstärkung kommt wegen der zu kleinen Krümmung der Kennlinie bei kleinen Signalen nicht in Betracht.

Abschliessend danke ich Herrn W. FREY für vielfache Diskussionen über die prinzipielle Seite des Problems und Herrn J. SCHWARTZ für die Besprechung der Eigenschaften einzelner Schaltungen.

#### Literatur.

- 1) W. SCHOTTKY, Ann. d. Phys. **57** (1918), 541; Ann. d. Phys. **68** (1932), 157.
  - 2) W. SCHOTTKY, Zeitschr. f. Phys. **104** (1937), 248.
  - 3) F. SPENKE, Wiss. Veröffentl. Siemens-Konzern **16** (1937), 127. Siehe auch ROTHE und KLEEN, Elektronenröhren als Anfangsverstärker Bd. 3.
  - 4) H. O. ROSENSTEIN, Hochfreq. u. El. Akust. **42** (1933), 85.
  - 5) W. C. HAHN und C. F. METCALF, Proc. Inst. Radio. Eng. **27** (1939), 106; F. LÜDI, HPA. Vol. XIII, Fasc. Sec. (1940), 122, Gleichung 18.
  - 6) JOHANNES MÜLLER, Hochfreq. u. El. Akust. **60** (1942), 19.
  - 7) F. LÜDI, HPA. Vol. XVI, Fasc. Prim. (1943), 59.
  - 8) H. JUNGFER, Hochfreq. u. El. Akust. **61** (1943), 172.
  - 9) F. LÜDI, HPA. Vol. XVII, Fasc. Sext. (1944), 429.
  - 10) H. J. v. BAEYER, Brown Boveri Mitteilungen, Sonderheft für Hochfrequenztechnik. August 1946.
-