Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 17 (1944)

Heft: VI

Artikel: Berechnung von Hilfsfunktionen für gerade Empfangsantennen beliebiger Höhe

Autor: Müller-Strobel, Josef / Patry, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-111517

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Berechnung von Hilfsfunktionen für gerade Empfangsantennen beliebiger Höhe

von **Josef Müller-Strobel** und **J. Patry**, Zürich

(10. VII. 1944)

Inhalt: Für die Berechnung des Stromes am Fusspunkt einer geraden Empfangsantenne von beliebiger Höhe, werden die nötigen Hilfsfunktionen bekanntgegeben.

1. Einleitung.

Gleichungen für die Berechnung des Antennenstromes am Fusspunkt von geraden verlustlosen Antennen mit linearem und quadratischem Verlauf der Feldstärke des einfallenden Feldes, wenn ihre Abmessungen klein gegenüber der Wellenlänge λ sind, wurden in einer orientierenden Mitteilung[1]) und in einer eingehenden, demnächst erscheinenden Untersuchung[2]) für $l \neq \lambda/4(2\,\mathrm{n} + 1)$ abgeleitet. Es besteht nun ein praktisches Bedürfnis, die Näherungstheorie auf Antennen, deren Länge l gegenüber der Wellenlänge der einfallenden Strahlung praktisch beliebig gross ist, zu erweitern. Diese Erweiterung ist in der vorliegenden Arbeit durch die Bekanntgabe der Hilfsfunktionen Q, G_0 vorgenommen. Eine Einschränkung besteht darin, dass nur ein konstanter Feldstärkeverlauf längs der Antenne berücksichtigt ist. Alle Grundgleichungen sind der Arbeit 1) entnommen, deren Ableitungen nebst Beweisen in 2) nachgeschlagen werden müssen. Um den Ursprung der verwendeten Gleichung zu kennzeichnen, sind sie mit dem Lit.-Vermerk entsprechend ihrer Herkunft versehen.

Möchte man der Berechnung einen quadratischen Feldstärkeverlauf zugrunde legen, so müssten nach Gl. (2) die zwei weiteren Hilfsfunktionen G_1 und G_2, die vom ähnlichen Typus wie G_0 sind, entsprechend der Mehrzahl von Gliedern der Ausgangsgleichung (Gl. (16), (20), (26) in (1)), die bei quadratischem Feldstärkeverlauf auftreten, berechnet werden. Von einer Auswertung dieser Funktionen G_1 und G_2 ist abgesehen. Im Bedarfsfall kann man G_1 nach Gl. (20)[1]) oder Gl. (93), (94)[2]), G_2 nach Gl. (101), (106)[2]) numerisch auswerten.

2. Allgemeine Gleichungen.

Die allgemeine Schlussformel für den Strom an der Antennenbasis nach Gl. (16)[1]) für $\cos L \neq 0$ bzw. $l \neq \lambda/_4\,(2n+1)$ im Bereiche

$$\Omega = 2 \ln\left(\frac{2\,l}{\varrho}\right) \geqslant 12 \tag{1}$$

lautet für einen quadratischen Feldstärkeverlauf längs der Antenne, $E_x = E_0 + E_1 X + E_2 X^2$ (Gl. 12 in (1)) und ohne Berücksichtigung der joulschen Verluste,

$$\mathfrak{J}(0) = \frac{c}{\varkappa\,\Omega} \cdot \frac{E_0\left(\frac{1-\cos L}{\cos L} + \frac{G_0(L)}{\Omega}\right) + E_1\left(\frac{L-\sin L}{\cos L} + \frac{G_1(L)}{\Omega}\right) + E_2\left(\frac{L^4}{12} + \frac{G_2(L)}{\Omega}\right)}{1 + j\,\frac{c\cdot\mathfrak{R}_e}{2\,\Omega}\cdot \operatorname{tg} L - Q(L)\; j\,\frac{c\cdot\mathfrak{R}_e}{2\,\Omega^2}} \tag{2}$$

$$\text{mit } L = \varkappa\, l \tag{3}$$

und Wellenparameter

$$\varkappa = \frac{2\,\pi}{\lambda} \tag{4}$$

Bei konstanter Feldstärke $E_x = E_0$ des äussern Feldes wird Gl. (2)

$$\mathfrak{J}(0) = j\,\frac{c}{\varkappa\cdot\Omega}\cdot\frac{E_0\left[\left(\frac{1-\cos L}{\cos L}\right) + \frac{G_0(L)}{\Omega}\right]}{1 + j\,\frac{c\cdot\mathfrak{R}_e}{2\,\Omega}\left(\operatorname{tg} L - \frac{Q(L)}{\Omega}\right)} \tag{5}$$

Es sind: nach Gl. 19[1])

$$G_0(L) = 4\,M\left(\frac{L}{2}\right) - 4\,\frac{M(L)}{\cos L} + \frac{M(2\,L)}{\cos L} + j\cdot\operatorname{tg} L\cdot\frac{M(2\,L)}{\cos L} \tag{6}$$

Gl. 18[1])

$$Q(L) = [4\,M(L) - 2\,M(2\,L) - j\cdot\operatorname{tg} L\cdot M(2\,L) - 2\ln 2]\operatorname{tg} L + j\,M(2\,L) + 4\,j\,M(L) \tag{7}$$

Gl. 13[1])

$$M(y) = -\,{}^1/_2\,(\ln(2\,\gamma\,y) - Ci\,(2\,y) + j\,Si\,(2\,y)) \tag{8}$$

mit

$$y = x;\; X;\; l;\; L;\; 2\,L$$

Der Verlauf von 8 stellt Fig. 1 dar. Gl. (5) lässt sich nach dem

Zerlegen der Funktionen $G_0(L)$, $Q(L)$ in die Realteile G'_0, $Q'(L)$ und Imaginärteile $G_0''(L)$, $Q''(L)$ für $l \neq \lambda/_4 (2n+1)$ schreiben,

$$\mathfrak{J}(0) = \frac{2E_0}{\varkappa \mathfrak{R}_e} \cdot \frac{\Omega\left(\frac{1-\cos L}{\cos L}\right) + G_0' + jGo''}{\Omega \operatorname{tg} L - Q' - jQ'' - j\frac{2\,\Omega^2}{\mathfrak{R}_e \cdot c}} \tag{9}$$

Um die numerische Rechnung einfacher durchführen zu können, ist es vorteilhaft, einen Leitwertparameter $\mathfrak{Z}_e$ und die Funktionen d_1, d_2 einzuführen. Es ist

$$\mathfrak{Z}_e = \mathfrak{Z}_e' + j\,\mathfrak{Z}_e'' = \frac{2\,\Omega^2}{c \cdot \mathfrak{R}_e} \tag{10}$$

$$d_1 = \Omega \frac{1-\cos L}{\cos L} + G_0' + j\,G_0'' \tag{11}$$

$$d_2 = \Omega \cdot \operatorname{tg} L - Q' + \mathfrak{Z}_e'' - j\,(Q'' + \mathfrak{Z}_e') \tag{12}$$

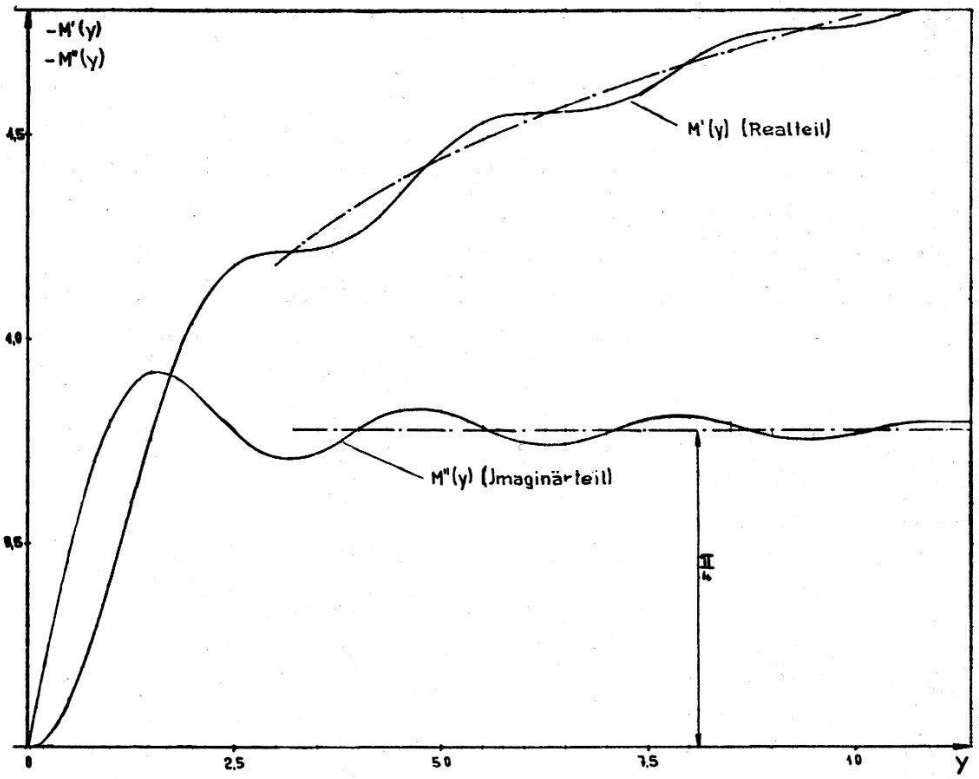

Fig. 1.
Funktion $M(y)$ mit Realteil M' und Imaginärteil M''.

Der absolute Betrag des Antennenstromes mit der Empfängerimpedanz $\mathfrak{R}_e$ wird

$$|\mathfrak{J}(0)| = \frac{2E_0}{x\,|\mathfrak{R}_e|} \cdot \frac{|d_1|}{|d_2|} \tag{13}$$

Unbekannt sind in den Gl. (11) und (12) die Funktionen G_0', G_0'', Q', Q''.

3. Berechnung der Funktionen $G_0(L)$, $Q(L)$ und $M(y)$.

$G_0(L)$ und $Q(L)$ setzen sich in der Hauptsache aus der Hilfsfunktion $M(y)$ Gl. (4), die mittels Funktionentafeln[3]) berechnet werden kann, zusammen. Für bestimmte Verhältnisse l/λ der Wellenlänge λ der einfallenden Strahlung und der Antennenlänge l strebt die in Fig. 1 dargestellte Funktion $M(y)$ näherungsweise einem Grenzwert zu. Der Realteil nähert sich asymthotisch der Kurve des Logarithmus, während der Imaginärteil einen konstanten Wert annimmt. Demzufolge lassen sich zwei Bereiche mit verschiedenen Werten von G_0 und Q unterscheiden.

a) *Bereich kleiner Antennenlängen.*

Gilt die Umgleichung

$$0 < L \leqslant \sim 12 \tag{14}$$

aus der eine solche für die Antennenlänge l hervorgeht

$$0 \leqslant l \leqslant \frac{12}{2\pi}\lambda \tag{15}$$

so ist die Herleitung einer Näherungsgleichung für $M(y)$ nicht möglich. Man berechnet $M(y)$ mit Hilfe der Funktionentafeln[3]). Die so ermittelten Werte in die Gl. 6, 7 eingesetzt, ergeben den Verlauf des Realteiles G_0' und des Imaginärteiles G_0'' nach Fig. 2.

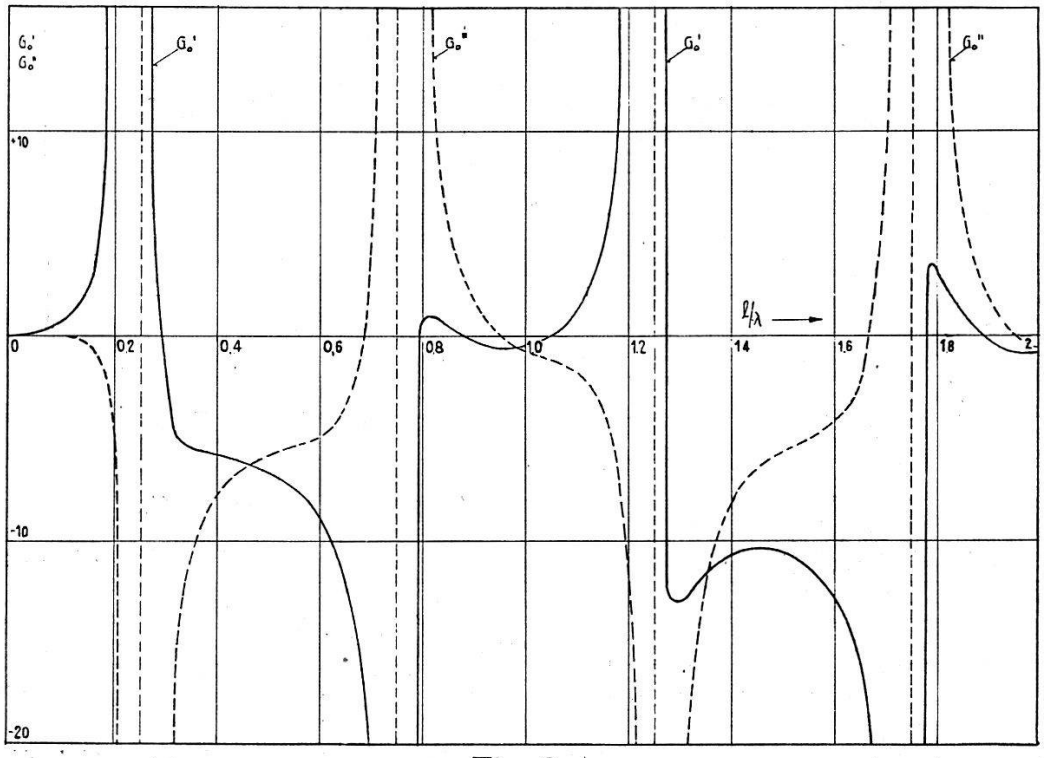

Fig. 2.
Verlauf von G_0' (Strichkurve), G_0'' (Strichpunktiert) in Funktion von l/λ.

Der Gang der Realteile Q' und der Imaginärteile Q'' sind in Fig. 3 dargestellt. $G_0(L)$ ist angenähert periodisch in 2π, $Q(L)$ in π. Nach Ungl. (15) ist die obere Grenze des Gültigkeitsbereiches gegeben durch

$$\frac{l}{\lambda} \leqslant \sim 1{,}9 \tag{16}$$

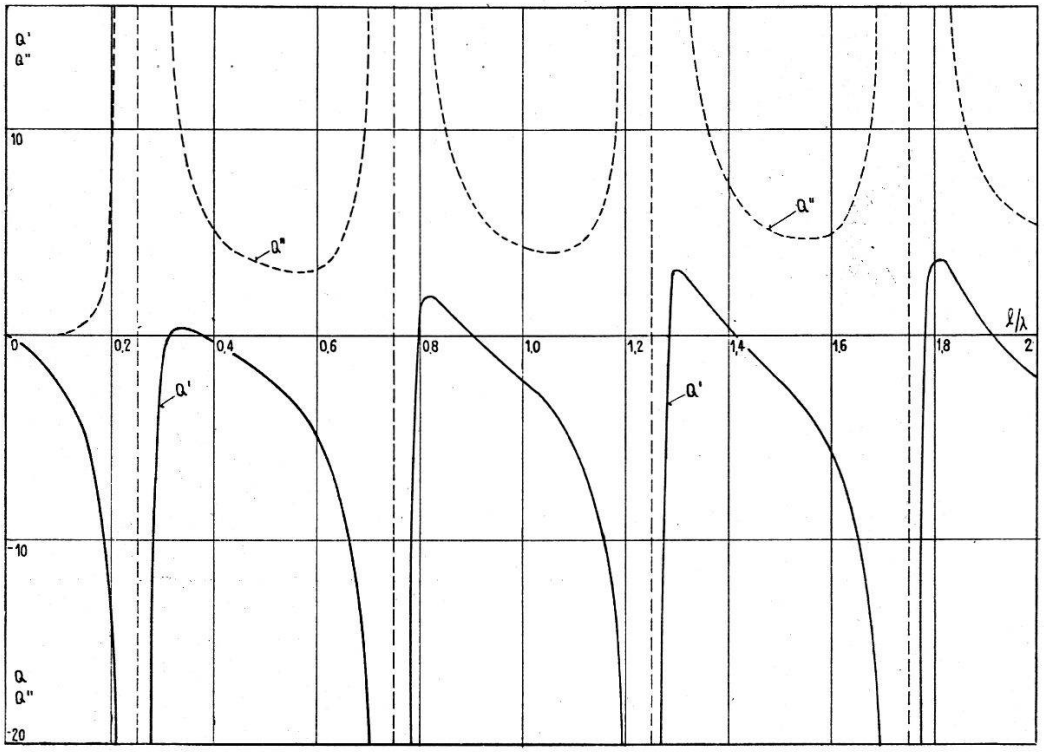

Fig. 3.
Verlauf von Q', Q'' (punktiert) in Abhängigkeit von l/λ.

Der Strom $\mathfrak{J}(0)$ am Fusspunkt der Antenne in Abhängigkeit der Antennenlänge l bei gegebenem λ nach Gl. (9) lässt sich nach dem Einsetzen der aus den Kurven der Bilder 2, 3 abgelesenen Funktionswerte berechnen.

b) *Bereich grosser Antennenlängen.*

Ist

$$L > 10 \tag{17}$$

bzw. die Antennenlänge

$$l > \frac{10}{2\pi} \cdot \lambda \tag{18}$$

so kann die Hilfsfunktion $M(y)$ mit $y = L$, wie sie in Bild 1 dargestellt ist, durch die Näherungsgleichung

$$M(y) = -\,{}^1\!/_2 \ln(2\gamma y) - j\,\frac{\pi}{4} \tag{19}$$

ersetzt werden. Für $y = L > 10$ strebt der Imaginärteil $Im\,(M(L))$

dem Grenzwert $\pi/4$ zu, während der Realteil in die logarithmische Funktion $\ln(2\gamma y)$ übergeht. Die maximalen Fehler $\Delta\delta_m$ bei Anwendung der Gl. (19) sind für:

$$L \sim 8; \quad \Delta\delta_m < 3{,}2\,\%$$
$$L \sim 11; \quad \Delta\delta_m < 2{,}3\,\%$$
$$L \sim 15; \quad \Delta\delta_m < 1{,}0\,\%$$

Setzt man den Näherungswert Gl. (19) in die Gl. (6), (7) ein, entstehen die Beziehungen

$$G_0' = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{\operatorname{tg} L}{\cos L} + \ln\gamma L\left(\frac{3}{2\cos L} - 2\right) + \frac{0{,}6931}{\cos L} \tag{20}$$

$$G_0'' = \left(\frac{3}{4\cos L} - 2\right)\pi - {}^1\!/_2\frac{\operatorname{tg} L}{\cos L}\cdot\ln(4\gamma L) \tag{21}$$

$$Q' = -\operatorname{tg} L\cdot\ln(4\gamma L) - \frac{\pi}{2}\left(\frac{\operatorname{tg}^2 L}{2} + \frac{3}{2}\right) \tag{22}$$

$$Q'' = 0{,}6931 + 1{,}5\cdot\ln(\gamma L) + \tfrac{1}{2}\operatorname{tg}^2 L\cdot\ln(4\gamma L) - \frac{\pi}{2}\cdot\operatorname{tg} L \tag{23}$$

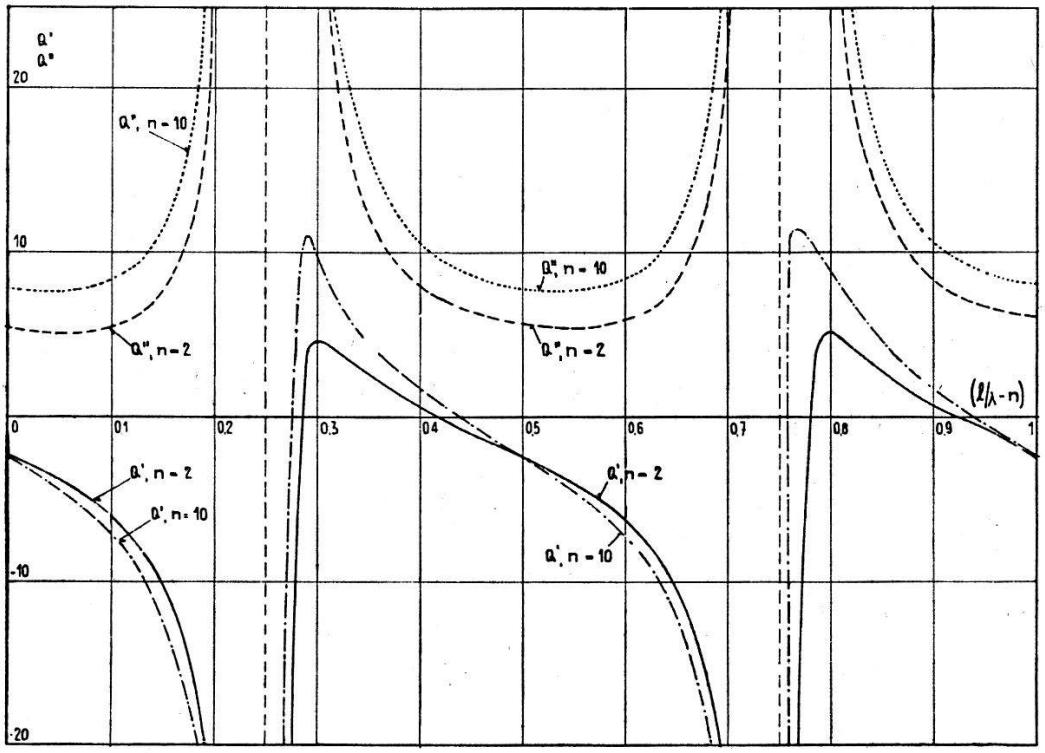

Fig. 4.
Verlauf von Q_0', Q_0'' in Abhängigkeit von $l/\lambda - n$ mit dem Parameter $n = 2{,}10$.

Der Gang des Realteiles G_0' und des Imaginärteiles G_0'' ist in Fig. 5, derjenige von Q' und Q'' in Fig. 4 dargestellt. In den Figuren 4, 5 ist der Abszissenmasstab komprimiert, indem man die Grösse n,

welche eine ganze Zahl ist als Parameter einführt, die entsprechend der Bedingung, Gl. (18) der Ungleichung

$$n \geqslant 2 \tag{24}$$

gehorcht. Wie unter a), so sind die G_0 in 2π, die Q_0 in π periodisch. Die Werte zwischen $n = 2$ und 10 erhält man durch Interpolation. Ausgerechnete Kurven für $n = 4, 6, 8$ sind im Besitze der Autoren.

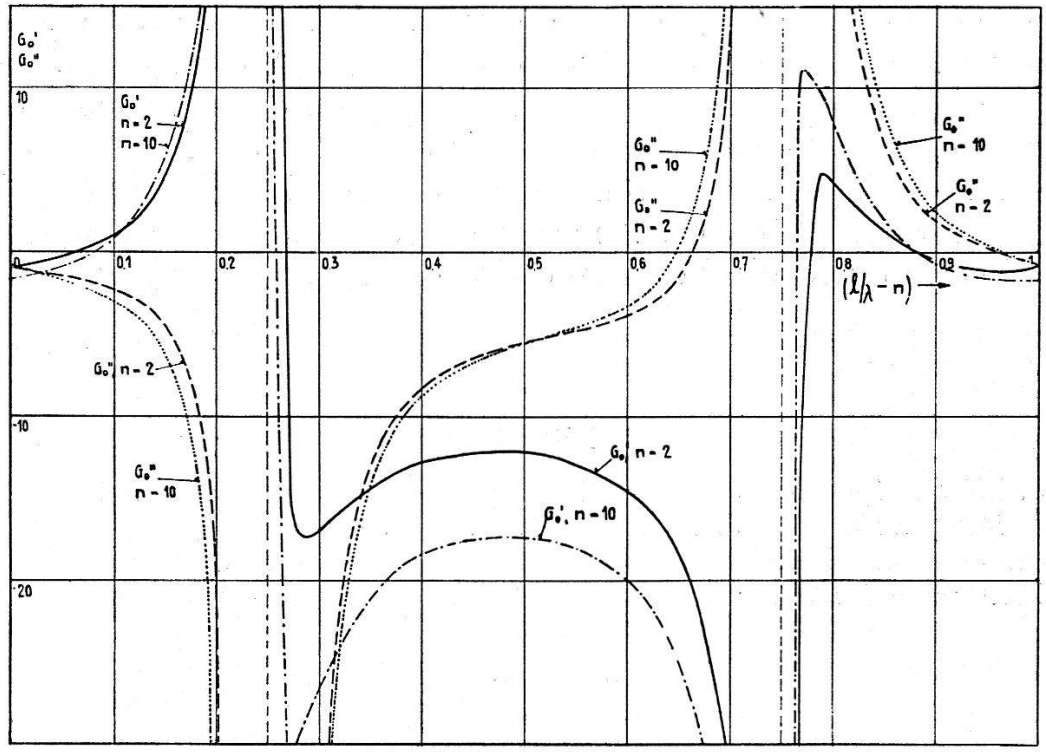

Fig. 5.

Verlauf von G_0', G_0'' in Abhängigkeit von $l/\lambda - n$ mit dem Parameter $n = 2{,}10$.

4. Antennenstrom.

Nachdem die Funktionen G und Q bekannt sind, ist es möglich geworden, den Strom $\mathfrak{J}(0)$ bei konstanter Längsfeldstärke zu berechnen, indem die Funktionen G_0 und Q bei einem gegebenen Verhältnis l/λ in die Gl. 9 bzw. 13 eingesetzt werden.

Den optimalen Antennenstrom wird man erhalten, wenn in Gl. 9 der Zähler gross und der Nenner klein wird. Eine exakte analytische Berechnung des Optimum ist nicht vorgenommen. Dagegen wird es nach Schätzungen im Bereiche

$$0{,}4 \leqslant (l/\lambda - n) \leqslant 0{,}6 \tag{25}$$

auftreten. Im Gebiet der Singularitäten bzw. Unendlichkeitsstellen

$$-0,1 \leqslant (l/\lambda - n) \leqslant +0,1 \tag{26}$$

ist die Funktion $\mathfrak{J}(0)$ unbestimmt, denn die Theorie ist in dieser Zone nicht oder nur grob genährt.

5. Zusammenfassung.

Es ist eine Formel für den Antennenstrom am Fusspunkt einer geraden Empfangsantenne entwickelt. Diese Antenne kann eine praktisch beliebige Länge gegenüber der Wellenlänge λ der einfallenden Strahlung besitzen. Die äussere Feldstärke längs der Antenne, also die des einfallenden Feldes, ist als konstant angenommen. Wollte man von dieser letzteren Einschränkung absehen, müssten nach Gl. 2 noch weitere Funktionen G_1, G_2, die gleicher Art wie die bekanntgegebenen sind, berechnet werden.

Albiswerk Zürich A.G.

Literatur

[1]) J. Müller-Strobel, J. Patry, Helv. phys. acta XVII (1944), S. 128.
[2]) J. Müller-Strobel, J. Patry, TFT. erscheint demnächst (1944).
[3]) Janke-Emde, Funktionentafeln, Teubner 1938, S. 6. — Brit. Assoc. Adv. Sc., Mathematical tables, vol. I, London 1931.