

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 16 (1943)
Heft: III

Artikel: Studie über die dynamische Linse
Autor: Meier, Franz J.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-111405>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Studie über die dynamische Linse*)

von Franz J. Meier.

(27. III. 1943.)

§ 1. Problemstellung.

Die gewöhnlichen optischen Linsen sind *starre* Körper, deren geometrische und optische Eigenschaften, insbesondere die Brennweite, durch die Materialwahl und Bearbeitung unveränderbar festgelegt sind. Bifokallinsen, Einschalt- und Vorsatzlinsen, Auswechseloptik usw. oder Systeme gekuppelter, mechanisch verschiebbbarer Linsen [vgl. LAUBER'sche Akkommodationsbrille¹⁾, Transfokatoren²⁾] bezwecken eine Auflockerung dieser starren Bindung an eine einzige Brennweite.

In einer gemeinschaftlichen Publikation des Verfassers mit F. DESSAUER³⁾ und einer zweiten Mitteilung in dieser Zeitschrift⁴⁾ wurde als Problem der (ganze oder teilweise) Ersatz starrer Linsen und Linsensysteme durch unstarre, zweckmässig elastische angegeben — analog den Augenlinsen höherer Tiere, die durch Variation des Krümmungsradius der Linse akkommodieren. Vermöge der Verwendung elastischer Membranen und flüssiger Füllungen würden die Materialkonstanten der starren Linse: Brechzahl, Dispersion, Krümmungsart, Krümmungsgrad und Linsendicke variabel, sodass also insbesondere die Brennweite stetig veränderlich wäre.

Auf Anregung von Herrn Prof. FRIEDRICH DESSAUER hin hat der Verfasser einige Grundfragen einer solchen Linsenkonstruktion untersucht, insbesondere experimentell geprüft, wie weit mit gegenwärtig zur Verfügung stehenden Kunststoffscheiben Linsen mit variabler Brennweite verwirklicht werden können. Andere Arbeiten des Physikalischen Institutes werden sich eingehender mit den verschiedenen Teilproblemen befassen.

*) Anmerkung der Redaktion: Die Hinweise auf das Anmerkungs- und Literaturverzeichnis gelten nur für die *vollständige* Dissertation, von der die H. P. A. durch die Zeitumstände genötigt nur den Textteil veröffentlichen kann. Die Dissertation kann durch das Physikalische Institut der Universität Fribourg bezogen werden.

§ 2. Definition der dynamischen Linse und die Möglichkeiten ihrer Verwirklichung.

In den beiden ersten Mitteilungen ist dargelegt, dass beim Ersatz des starren Materials eine Trennung der den einzelnen Linsenelementen zukommenden Aufgaben erfolgt.

Die *Linsenschale* wird zur Trennfläche zwischen Linsenkörper und Umgebung. Sie besteht aus einer Membran von sehr guter Lichtdurchlässigkeit, muss aber von sich aus keinen merklichen Beitrag zur Brechung oder Dispersion liefern. Die Linsenschalen werden also im Folgenden als beliebig dünn angenommen und sollen die Eigenschaft haben, sich jeder Druckänderung sofort durch entsprechende Wölbung anzupassen. Sie sollen ferner in genügendem Grad unempfindlich gegen Temperaturschwankungen sein und die notwendige Unangreifbarkeit gegen chemische Agenzien besitzen. Die neuere Kunststofftechnik liefert bereits einige in Betracht kommende Stoffe, die, obgleich in verschiedener Beziehung unvollkommen, doch schon die Durchführung dieser Untersuchungen gestatteten.

Die *Linsenform* soll „dynamisch“ sein, d. h. aus den in Anwendung gebrachten *Kräften* hervorgehen, stetig veränderlich einen gewünschten Bereich von Dioptrien durchlaufen und jede gewählte Krümmung während der Versuchsdauer genau einhalten. Je nach dem Zweck werden entweder beide Linsenschalen als elastische Membranen eingesetzt oder nur eine, während die andere eine starre planparallele oder gekrümmte Platte ist. Unter Zuhilfenahme weiterer Füllkammern lässt sich auf diese Weise durch Über- oder Unterdruck jede plan-, bi- oder konkavkonvexe und ebenso jede analoge konkave Linsenform bilden. Ausser durch Druckvariation kann diese Form u. a. auch durch radial zu- oder abnehmende Membrandicke und durch zweckmäßig ausgebildete Einspannungsart beeinflusst werden. Die Kombination verschiedener Linsenkammern mit geeignet gewählten Wänden und Füllungen sollte es prinzipiell ermöglichen, die sphärische und chromatische Aberration zu korrigieren und auch — ähnlich der Augenlinse — geschichtete (Zwiebel-)Linsen zu bilden.

Die *Linsenfüllung* kann an und für sich aus jedem gasförmigen oder flüssigen Stoff bestehen, der sich chemisch mit dem Material der Membranen und der Fassung verträgt und für das interessierende Spektralintervall durchlässig ist. Die damit der Linsenkonstruktion und -kombination zugängliche Skala der Brechungsindizes von Gasen, besonders aber von organischen und anorganischen Flüssigkeiten kann überdies noch weitgehend durch ent-

sprechende Mischung oder Lösungskonzentration abgestuft werden. Gasfüllung mit optisch dichterer Umgebung würde Inversion der gewöhnlich mit der (konkaven oder konvexen) Linsenform identischen Linsenwirkung erzeugen. Flüssigkeitsfüllung verschafft der dynamischen Linse gegenüber der starren Glaslinse folgende Vorteile:

1. *Flüssigkeitslinsen sind optisch homogen.* Auch bei sehr grosser Dimensionierung — was mit dünnen Platten als Linsenschalen leichter ausführbar wird — ist diese Eigenschaft des Linsenkörpers gewährleistet ohne die zeitraubenden und komplizierten Vorsichtsmassregeln, die beim Guss, Pressen und Schleiff grosser Glaslinsen erforderlich sind.

2. *Flüssigkeitslinsen erweitern den Bereich der verwendbaren Brechungs- und Dispersionszahlen.* Zeichnet man die sich aus dem

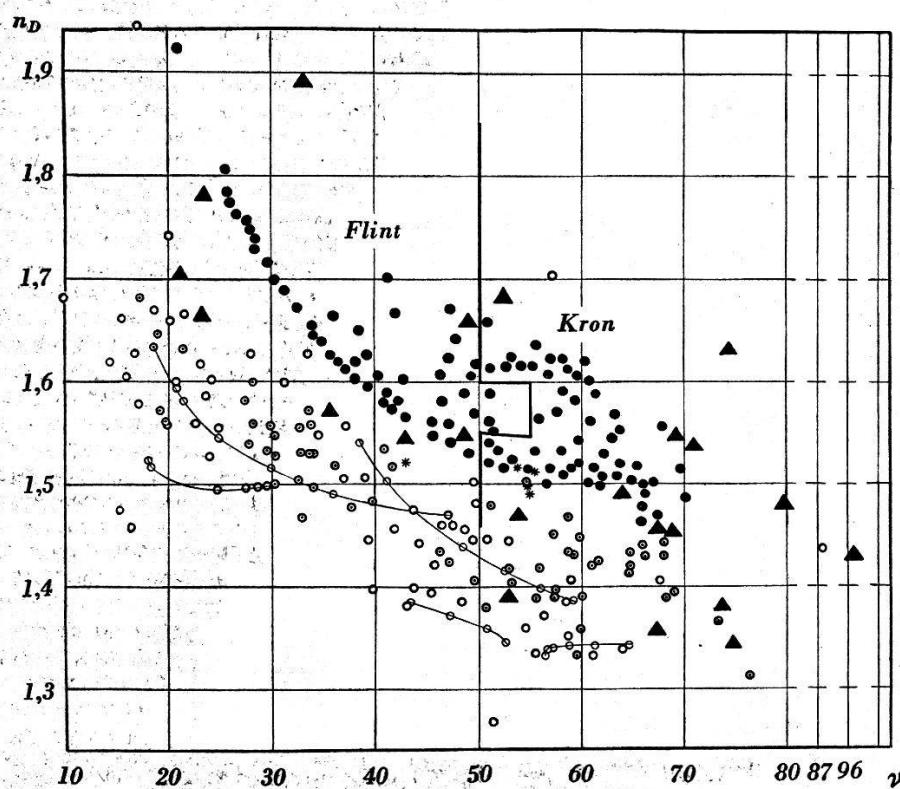


Fig. 1.

Brechungskoeffizient und Dispersionsvermögen.

- = Optische Gläser nach Tabellen von SCHOTT u. GEN.⁵).
- = Liquides réfringents p. comb. optiques, nach DUCLAUX und JFANTET⁶).
- = Flüssigkeiten nach LANDOLT-BOERNSTEIN⁷) und S. P. THOMPSON⁸).
- * = Plexiglas, nach K. FROELICH⁹).
- ▲ = Kristalle usw. nach LANDOLT-BOERNSTEIN⁷).

Durch Linie verbunden: Mischung, bzw. verschiedene Lösungskonzentration¹⁰). Zur Gewinnung einer allgemeineren Übersicht wurden auch Konstanten von Flüssigkeiten und Kristallen eingetragen, die auf ihre optische Verwendung noch nicht untersucht wurden oder dafür überhaupt nicht in Frage kommen. Temperatur der Flüssigkeit durchschnittlich 18—20° C. Numerische Werte siehe Anhang.

Brechungsindex n_D als Ordinate und der ABBE'schen Zahl $\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$ als Abszisse ergebenden Bildpunkte von optischen Gläsern und Flüssigkeiten auf, so ergibt sich ein Diagramm (Fig. 1), das erkennen lässt, dass es sich nicht nur um eine numerische, sondern um eine qualitative Erweiterung handelt. Flüssigkeiten beherrschen, von Ausnahmen abgesehen, einen von den *Gläsern* deutlich getrennten Bereich. Diese Scheidung gilt aber nicht für Flüssigkeiten und

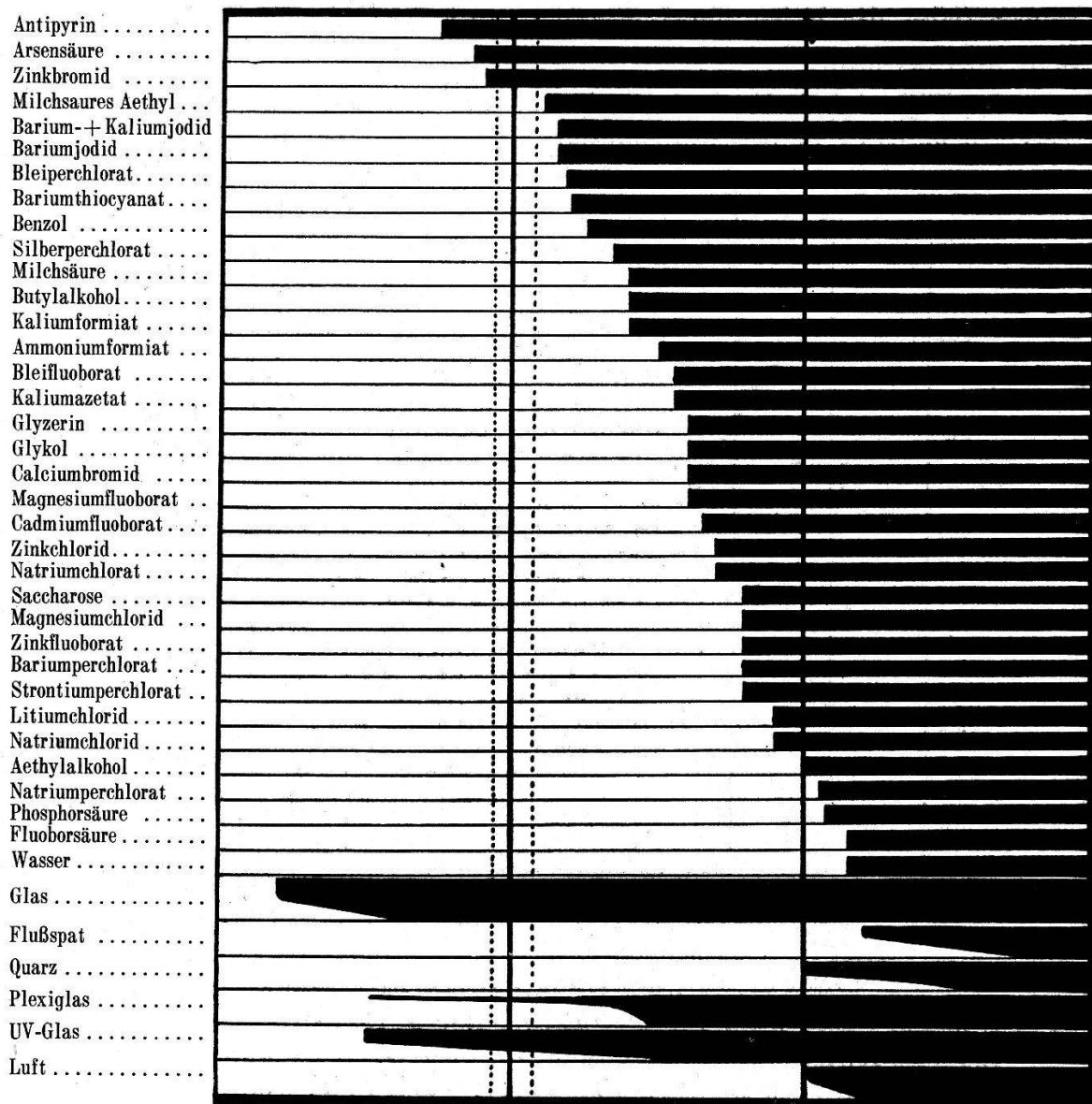


Fig. 2.

Beginn der Absorption im UV-Gebiet (schematisch).

Werte der Gläser nach GRIMSEHL¹³), Plexiglas⁹), Flüssigkeiten⁶), bei denen als Absorptionsbeginn die kürzeste gemessene Wellenlänge angegeben ist. Zwischen punktierten Linien: Zone der biologisch wirksamsten Strahlen. Abgeschrägter Beginn: nach Wellenlänge verschiedene Absorptionsstärke.

Festkörper im allgemeinen, wie die eingetragenen Bildpunkte verschiedener amorpher, iso- und anisotroper Festkörper zeigen. Die Werte eines Kunstharzstoffes (Plexiglas) liegen auf der Grenze der beiden Domänen. Allgemein haben Flüssigkeiten bei gleichem Brechungsexponenten stärkere Dispersion, bei gleichem Dispersionsvermögen den kleineren Brechungsindex als Gläser, wodurch die Variationsmöglichkeit von ν bei gleichem n (bzw. von n bei gleichem ν) bedeutend erweitert wird.

3. Flüssigkeitslinsen zeigen vorteilhafte Lichtdurchlässigkeitseigenschaften.

Sie *verbreitern* gegenüber gewöhnlicher Glasoptik den Durchlässigkeitsbereich speziell nach der ultravioletten Seite, wie die schematische Zusammenstellung Fig. 2 zeigt. In einigen Fällen wird nahezu die Absorptionsgrenze von Quarz- oder Flußspatlinsen erreicht. Wasser z. B. ist nach Untersuchungen von J. DUCLAUX und P. JEANTET¹¹⁾ ausserdem für Wellenlängen zwischen 210 und 180 m μ transparenter als Quarz. Der Durchlässigkeitsbereich wird anderseits auch *eingeengt* durch Linsenfüllungen mit geeigneter Absorptionsfähigkeit. So lässt sich die selektive Durchlässigkeit gewisser Flüssigkeiten auswerten zu Filterlinsen oder sogar Monochromator-Linsen, die z. B. als Kondensoren dienen können. Solche Filterflüssigkeiten sind z. B. von CHR. WINTHER aus wässrigen Lösungen anorganischer Salze zu einem Farbfiltersatz für Quecksilberlampen zusammengestellt worden¹²⁾. Es steht auch die Möglichkeit offen, gewisse reversible photochemische Eigenschaften von Flüssigkeiten auszuwerten, etwa im Sinne einer analog der Iris selbsttätigen Lichtintensitätsregulierung.

Aus diesen Feststellungen geht hervor, dass die Verwendung von flüssigen brechenden Substanzen als Linsenkörper numerisch und qualitativ neue, Entwicklungsfähige Möglichkeiten zur Herstellung von Linsen und Linsensystemen (dynamische oder mit starren Linsen kombinierte) eröffnet, die durch optische Gläser allein nicht verwirklicht werden können.

§ 3. Einschlägige Untersuchungen.

Die Orientierung über einige der angedeuteten Fragen ist durch die bereits vorliegenden Veröffentlichungen erleichtert. Es handelt sich dabei um Untersuchungen über *starre Hohllinsen* von grosser Dimensionierung und verschiedenem Krümmungscharakter¹⁴⁾, um Verwertung von *Flüssigkeit als Zwischenmedium* in optischen Systemen von Spektrographen¹⁵⁾, ferner um massive *Kunststofflinsen*, deren Vor- und Nachteile¹⁶⁾. Über Teilfragen hinaus auf

die eigentliche Grundidee einer *variablen Linse* zielen der (abgebrochene) Versuch von H. LAUBER mit Kugelschalen aus Glas¹⁷), ein Vorlesungsexperiment von H. GREINACHER zur Demonstration der Augenakkommodation¹⁸, eine Arbeit von R. GRAHAM über gekreuzte Zylinderlinsen¹⁹). Aus *Patentschriften* ist ersichtlich, dass das Problem einer regulierbaren Linse in technischen Kreisen verschiedentlich aufgegriffen wurde. Abgesehen von Plänen zur Konstruktion starrer Hohllinsen²⁰) liegen Entwürfe vor, die in verschiedenen Varianten das Prinzip einer Linse mit veränderlicher Brennweite beschreiben. Der Mechanismus dieser Regulierung besteht dabei durchwegs in einer Änderung der Linsenschalenkrümmung. Der hierfür notwendige Druck wird direkt auf den Lisenäquator oder durch Änderung des Füllvolumens als Binnendruck auf die Schalenfläche ausgeübt²¹).

Etwas Methodisches über die physikalischen Grundlagen des von uns eingeschlagenen Weges zur Lösung des Problems oder eingehendere quantitative Versuchsergebnisse über die Eigenschaften solcher Linsen konnten, wie schon in Mitteilung 1 bemerkt, nirgends gefunden werden. (Näheres siehe Anmerkungen.)

§ 4. Spezielle Zielsetzung der Untersuchungen.

Ein Kernproblem der dynamischen Linse liegt ganz offensichtlich in den *Linsenschalen*, die der besonderen Art der physikalischen Beanspruchung gewachsen sein und innerhalb eines gewissen Bereiches bei verschiedenem Krümmungsgrad und gewünschter Krümmungsdauer stets optisch brauchbare Grenzflächen liefern müssen. Die Probleme der Lisenfüllung wie Zusammensetzung, Druck- und Temperaturabhängigkeit der mechanischen und optischen Eigenschaften, spektrale Durchlässigkeit usw. sind anderen Arbeiten vorbehalten. Es soll daher untersucht werden:

- I. Welche Eigenschaften die Linsenschalen haben müssen, um ihren Zweck zu erfüllen;
- II. wieweit Linsenschalen aus Kunststoffmaterial diesen Anforderungen genügen und in welcher Richtung die Entwicklung auf Grund der experimentellen Ergebnisse einzusetzen hat.

ERSTER TEIL.

Mechanische und optische Bedingungen.

§ 5. Biegsamkeit und Dehnbarkeit.

Die optische Wirkung der Linse ist bestimmt durch Material und Form des Linsenkörpers. Bei der vorgenommenen Trennung der Linsenelemente soll für die optischen Materialeffekte (n, r usw.) nur die Füllung, für die Form der Linse nur die Schale massgebend sein. Es muss also die Schale gegenüber der Dicke der Füllung *hinreichend dünn* sein, um nur als „Fläche“ zu wirken, d. h. bei einem Schalenradius a muss die Schalendicke $h \ll a$ sein.

Ferner sollen die Linsenschalen durch verschiedene starke Wölbung einen genügend breiten Dioptrienspielraum ermöglichen. Es folgt aber aus der Gleichung für dünne (plankonvexe) Linsen, dass

$$\frac{dD}{dR} = -\frac{n-1}{R^2},$$

d. h. die Änderung der Brechkraft D ist umgekehrt proportional dem Quadrat des Krümmungsradius R . Erfolgt daher die Auswölbung der Linsenschalen vom Stadium der ebenen Platte aus ($R = \infty$), so sind zur Erreichung eines auch nur kleinen Dioptrienbereiches grosse Krümmungsänderungen notwendig, also Durchbiegungen der Scheibe, die ein Vielfaches der Scheibendicke h ausmachen. Hieraus lässt sich für manche Fälle die Zweckmässigkeit einer Vorkrümmung erkennen. Ist y_0 die Durchbiegung im Schalenzentrum, dann können die Linsenschalen die Beanspruchung $y_0 \gg h$ nur dann leicht leisten, wenn wiederum $h \ll a$.

Die erste erforderliche Eigenschaft der Schalen, leicht deformierbar zu sein, lässt sich somit kurz ausdrücken

$a \gg h \ll y_0$

Diese Dimensionsverhältnisse entscheiden die Frage, ob die Theorien angewendet werden können, welche für die Durchbiegung dünner, am Rande eingespannter, unter einseitigem gleichmässig verteilem Überdruck stehenden Kreisplatten entwickelt wurden. Auf Grund von $y_0 \gg h$ scheiden aus die KIRCHHOFF'sche²²⁾ und analoge Theorien, deren Gültigkeitsbereich infolge der Voraussetzung $y_0 \ll h$ und der angenommenen dehnungslosen Mittelfläche auf Durchbiegungen von maximal $\frac{2}{5}$ Plattendicke beschränkt ist, wenn der Fehler nicht mehr als 10% betragen soll²³⁾. Für grössere Durchbiegungen $y_0 \geq h$ existieren neben verschiedenen Näherungsverfahren²⁴⁾ eine Lösung von H. HENCKY²⁵⁾ für den

*

Grenzfall der Platte mit verschwindender Biegssteifigkeit (vollkommen biegsame Haut) und eine strenge allgemeine Lösung von St. WAY²³⁾. Hiervon muss vorderhand die HENCKY'sche Theorie beiseite gelassen werden, weil das zur Verfügung stehende Material die Voraussetzung der verschwindenden Biegssteifigkeit nicht erfüllt. Die Anwendung der Lösung von St. WAY oder eines der Näherungsverfahren, unter welchen das von K. FEDERHOFER²⁶⁾ die beste Übereinstimmung mit der strengen Lösung und praktisch hinreichende Genauigkeit besitzt, ist ebenfalls sehr unsicher, aus zwei Gründen. Einerseits wird der strenge Geltungsbereich dieser für „grosse“ Durchbiegungen entwickelten Theorien durch die Voraussetzung, die Krümmung der Platte solle schwach sein, auf „relativ grosse“ beschränkt. Das Verhältnis y_0/h (Durchbiegung: Plattendicke) bleibt für die experimentell untersuchten Platten bei WAY unter 1,5 und bei FEDERHOFER unter 1,2. Anderseits setzen die Theorien die strenge Gültigkeit des HOOKE'schen Gesetzes voraus. Die Frage ist aber noch nicht abgeklärt, inwieweit die auf bestimmten Voraussetzungen und Vernachlässigungen basierende klassische Elastizitätstheorie anwendbar ist auf die neuartigen Kunststoffe, aus denen die Linsenschalen bestehen. Unter diesen Umständen können Berechnungen auf Grund dieser Theorien nur im Bereich von Durchbiegungen in der Größenordnung der Plattendicke Anwendung finden und auch hier nur Näherungswert haben.

§ 6. Elastische Deformierbarkeit.

Der Mechanismus einer variablen Linse verlangt nicht nur biegsame, sondern *elastisch* verformbare Linsenschalen. Sie müssen also so struktuiert sein, dass der einer bestimmten Belastung entsprechende Gleichgewichtszustand sich ohne Verzögerung einstellt, die aufgenommene Energie verlustlos während der ganzen Dauer der Beanspruchung aufgespeichert bleibt, und ein genügend breites HOOKE'sches Intervall momentane und (wenigstens annähernd) vollständige Reversibilität der Verformung nach Verminderung oder Aufhebung der Belastung ermöglicht.

In Fig. 1 der ersten Mitteilung³⁾ wurde schematisch dem ideal-elastischen Verlauf der Schalenbeanspruchung, wie er diesen Forderungen entspräche, der tatsächliche gegenübergestellt²⁷⁾. Es ist weder die Zeitunabhängigkeit noch die Konstanz noch die Verlustlosigkeit des elastischen Kräftespiels hinreichend erfüllt. Der Grund der Abweichungen liegt in der Struktur des derzeitigen Materials. Die als Linsenschalen verwendbaren Scheiben bestehen

aus Kunstharzen, die zum Typ der „Gläser“ oder „eingefrorenen Flüssigkeiten“²⁸⁾ gehören, mit sehr grossen Molekülen [Mol. Gew. bis Grössenordnung 10^6 ,²⁹⁾], geringer Wärmefestigkeit³⁰⁾ und entsprechend niedrigem Temperaturintervall, wo sie vom spröden über einen viskosen zum eigentlich plastischen Fliesszustand übergehen. Die sich daraus ergebenden elastisch-plastischen Nachwirkungen, Hysterese und remanente Dauerverformung auch nach geringen längerdauernden Beanspruchungen, also das Fehlen eines eigentlichen Hooke'schen Bereiches, scheinen die Verwendung von Kunststoffen als Linsenschalen und damit die Verwirklichung der dynamischen Linse zu verunmöglichen. Um trotzdem der Lösung des Problems näher zu kommen, muss ein der strukturellen Eigenart der Kunststoffe angepasster Weg gefunden werden.

Die ausserordentlich verwickelten, energieaufspeichernden und energieverzehrenden Vorgänge, welche sich in den beanspruchten Schalen abspielen, sind auf das Vorhandensein verschiedenartiger Elementarbezirke³¹⁾, gegenseitig verbunden durch verschieden geartete Bindungsmechanismen mit verschiedenen Relaxationszeiten zurückzuführen. Ausschlaggebend sind die *Bindungsmechanismen*, deren energiespeichernde Fähigkeit, gemessen durch den Teilmodul E_i ($i = 1, 2, \dots$), verschieden gross ist, weshalb die auf sie entfallenden Anteile der rücktreibenden Kraft mit verschiedenen langen *Relaxationszeiten* λ_i ($i = 1, 2, \dots$) abklingen. Die Anzahl, Dauer und Kombination dieser Relaxationszeiten, abhängig von der Grösse, Gestalt und (ketten-, netz- oder knäuelförmigen) Anordnung der Makromoleküle, bestimmen die deformationsmechanischen Eigenschaften der Kunststoffsubstanz. Auch bei einfachen Substanzen muss mit einer Vielheit von Bindungsmechanismen gerechnet werden, also auch mit einem entsprechenden Relaxationszeiten-Spektrum³²⁾ bzw. -Kontinuum³³⁾. Wenn praktisch mit ganz wenigen diskreten λ -Werten gerechnet wird, so ist dies nur eine Annäherung des tatsächlichen Sachverhaltes³⁴⁾, insofern diese λ Häufungswerte vieler, nahe beieinanderliegender Abklingungszeiten darstellen, deren Feinstruktur erst durch verfeinerte Messmethoden ergründet werden kann³⁵⁾.

Als Norm für die Beurteilung der Elastizität von Kunststoffmaterial gilt das Relaxationszeiten-Verhältnis beim Kautschuk. Der kautschukelastische Zustand bei Zimmertemperatur ist nach W. KUHN unter Einbeziehung der von E. WOEHLISCH, K. H. MEYER und H. MARK gemachten Beobachtungen dadurch gekennzeichnet, dass neben einer Gruppe von Bindungsmechanismen mit äusserst kurzer Relaxationszeit ($\lambda_{\text{MICRO}} = 10^{-5}$ sec) nur ein einziger Bindungsmechanismus mit praktisch unendlich langer Relaxations-

zeit ($\lambda_{\text{MACRO}} = \infty$) auftritt. Demnach gilt analog dazu ganz allgemein als Kriterium der Hochelastizität das Vorkommen zweier sehr stark voneinander verschiedener Relaxationszeiten, wobei aber die massgebenden Bindungsmechanismen auch anders beschaffen sein können als beim Kautschuk³⁶⁾). Hochmolekulare Stoffe zeigen ganz allgemein solche Hochelastizität, ohne jedoch eigentliche Kautschukelastizität zu besitzen, da ihre langen Relaxationszeiten zwar größenordnungsmässig mehrfach die kurzen übertreffen, jedoch immer noch von endlichen Wert sind. Hieraus ergibt sich die Notwendigkeit der Kenntnis der λ -Verhältnisse, da die elastische Tauglichkeit von Kunststoff-Linsenschalen nicht allein nach dem (gegenüber Metallen meist sehr kleinen) Modulwert E beurteilt werden kann, ganz abgesehen davon, dass die gewöhnlich angegebenen E -Werte³⁷⁾ nach statischen, für Metalle normalisierten Verfahren gemessen sind³⁸⁾, denen gegenüber dynamische Bestimmungsmethoden, die dem Kunststoffcharakter Rechnung tragen, bedeutend höhere E -Werte liefern³⁹⁾.

Die Auswirkung der Relaxationszeiten, zu deren Erfassung verschiedene Modellvorstellungen⁴⁰⁾ ausgearbeitet und zahlreiche Studien⁴¹⁾ unternommen wurden, macht sich auf zweierlei Arten geltend: durch Zunahme der Verformung, wenn die äussere Spannung S konstant gehalten wird ($\dot{S} = 0$), oder durch Abklingen der inneren Spannung, wenn die Verformung y konstant, d. h. festgehalten wird ($\dot{y} = 0$). Wie sich aus diesem doppelten Aspekt ein Weg zu einer vorläufigen Lösung des Linsenschalen-Problems ergibt, wurde in der ersten Mitteilung³⁾ an Hand der MAXWELLSchen Relaxationsgleichung⁴²⁾ gezeigt. Diese kennt nur eine einzige Relaxationszeit; die makromolekularen Kunststoffe sind indessen aufzufassen als eine Kombination verschiedener „Maxwell-Körper“, die einzeln dieser Gleichung folgen. Um den tatsächlichen Verlauf der Deformation wiederzugeben, wie er experimentell festgestellt ist⁴³⁾, wurden auf Grund des erweiterten Relaxationszeit-Begriffes Theorien von K. BENNEWITZ und H. RÖTGER³¹⁾, W. HOLZMÜLLER und E. JENCKEL³¹⁾ u. a.⁴⁴⁾ entwickelt.

Im Falle konstanter Belastung ($\dot{S} = 0$) ergibt sich zur Beschreibung der elastisch-plastischen Verformung eine Gleichung vom Typus der Formel, die N. W. TAYLOR, E. P. McNAMARA und J. SHERMAN⁴⁵⁾ empirisch an Natronkalksilikatgläsern gefunden haben. Die Gesamtverformung y infolge äusserer Krafteinwirkung stellt sich, ohne Berücksichtigung der Trägheitskraft, wie folgt dar:

$$y = y_0 (1 + \sum s_i (1 - e^{-q_i t}) + rt) \quad (1)$$

worin y_0 die augenblicklich erfolgende Anfangsverformung, das Glied mit dem Summationszeichen die durch die Anzahl Relaxationszeiten charakterisierte elastische Nachdehnung und das letzte Glied die zeitproportionale plastische Verformung zum Ausdruck bringt*). Stellt man die dynamische Linse durch Druckeinwirkung auf irgendeine gewünschte Wölbung (Brennweite) ein und hält — wie man es bei metallischen Scheiben tun würde — den Druck konstant, so geht die Linse von der momentan angenommenen Wölbung in grössere Wölbungen über. Dieses Verhalten der Linsenschalen, gemessen an der Veränderung des Biegungs-

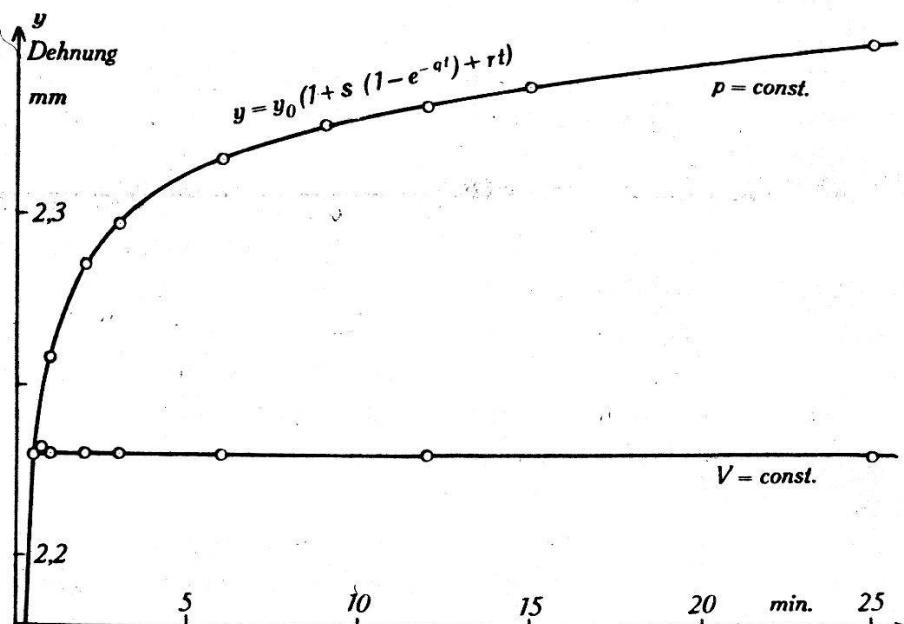


Fig. 3.

Typus des Verhaltens bei konstantem Druck p und bei konstantem Füllungsvolumen V .

—○— = Experimentelle Werte, gemessen an einer 0,5 mm dicken Melopasplatte. Die $V = \text{konst.}$ -Kurve ist, aus Gründen der besseren Darstellung des typischen Unterschiedes im Verhalten, parallel zu sich verschoben an die Momentandehnung der $p = \text{konst.}$ -Kurve angeschlossen. Gleichung für 2 Relaxationszeiten.

pfeiles im Schalenzentrum, entspricht im Grundzug dem Deformationsverlauf bei einfacher Dehnung (Fig. 3: $p = \text{const.}$ -Kurve). Es ist offensichtlich, dass die Bedingung $\dot{S} = 0$ nicht zu einer Scharfeinstellung der dynamischen Linse führen kann, da eine bleibende Gleichgewichtsform unter konstantem Druck nicht oder erst nach sehr langer Zeit zustande kommt. Hingegen können diese je nach Material verschiedenen Verformungskurven dazu dienen, durch blossen Vergleich das geeignetste Material auszu-

*) Bezüglich der expliziten, inhaltlich äquivalenten Neuformulierung der ursprünglich empirischen Koeffizienten s_i , q_i , r , speziell betreffs Zusammenhang der Relaxationszeiten λ_i mit ihnen, muss der Kürze wegen auf die genannten Originalarbeiten³¹⁾ verwiesen werden.

wählen oder durch graphische Auswertung auf die Anzahl der vor kommenden Relaxationszeiten zu schliessen.

Im Falle festgehaltener Verformung ($\dot{y} = 0$) ergibt die Integration der Maxwell'schen Gleichung in der von W. KUHN erweiterten³⁴⁾ und auf die zwei bei Hochelastizität auftretenden Gruppen sehr kurzer (λ_K) und ziemlich langer (λ_L) Relaxationszeiten angewandten Form:

$$S_t = S_{OK} e^{-\frac{t}{\lambda_K}} + S_{OL} e^{-\frac{t}{\lambda_L}}$$

Wird also die äussere Verformung der Linsenschalen nach der Scharfeinstellung in geeigneter Weise (z. B. durch Absperren und Konstanthalten des Füllvolumens) fixiert, so ist damit ein äusserer sofortiger Gleichgewichtszustand erreicht (vgl. Fig. 3, die $V = \text{const}$ -Kurve). Die zur Zeit $t = 0$ in den beanspruchten Schalen bestehenden Teilspannungen S_{OK} und S_{OL} werden aber entsprechend ihren zugehörigen Relaxationszeiten λ_K und λ_L abklingen, und zwar auf Kosten der Reversibilität der Deformation, sofern die Fixierungsart tatsächlich jede äussere Weiterverformung verunmöglicht. Der Gleichgewichtszustand ist daher nur dann echt, wenn er auch ein innerer ist, d. h. wenn die Gesamtspannung S_t für jedes t konstant bleibt. Dies ist nach der obigen Gleichung möglich, wenn $\lambda_K \rightarrow 0$ und $\lambda_L \rightarrow \infty$, d. h. wenn die Linsenschalen Kautschukelastizität besitzen.

Obgleich die zurzeit verfügbaren Kunststoffe dieser Bedingung noch sehr unvollkommen entsprechen, lässt sich in dieser Methode ein für den Deformationsmechanismus der dynamischen Linse massgebendes Lösungsprinzip erkennen, bei dem umso mehr durch die Volum-Konstanz auch die geometrische Volumform-Konstanz gewährleistet ist, je besser im Schalenmaterial die intermolekularen Konstellationsänderungen, etwa analog der Vulkanisierung des Kautschuks durch Vernetzung mit Schwefelbrücken⁴⁶⁾, unterbunden werden können, d. h. je kautschukelastischer die Linsenschalen sind:

§ 7. Widerstandsfähigkeit gegen Temperaturschwankungen.

Als „eingefrorene Flüssigkeiten“ mit fixierter Struktur²⁸⁾ haben sowohl die Silikatgläser als auch die Kunstharzgläser die thermische Charakteristik der Flüssigkeiten, die jedoch bei den organischen Kunststoffen viel stärker hervortritt⁴⁷⁾ als bei den anorganischen Glassorten. Bei Zimmertemperatur sind letztere wegen ihres hohen Schmelzpunktes noch sehr stark „eingefrorene“ Flüssigkeit, während die Kunstharze meist schon nahe ihrer Wärmefestigkeitsgrenze sind (35–100°).

Die Temperaturabhängigkeit der Kunststoffe ist sehr kompliziert. Bei härtbaren kann wenigstens annähernd eine höchstzulässige Dauertemperatur angegeben werden, unterhalb welcher sich bestimmte Materialeigenschaften auch bei langzeitiger Wärmeinwirkung nicht wesentlich ändern. Bei thermoplastischen — solche kommen für Linsenschalen in Betracht — ist eine Charakterisierung schwieriger, da sie bei steigender Temperatur allmählich erweichen⁴⁸⁾). Wärmezufuhr bewirkt eine Ausdehnung des Materials und eine Änderung seiner Festigkeitseigenschaften. Bei gleicher Belastung aber höherer Temperatur nimmt die Gesamtdehnung zu, während durch die gesteigerte Bewegung der Moleküle der innere Zusammenhalt gelockert wird, so dass neben Abnahme der Dehnungs-³⁸⁾ und Biegungsfestigkeit⁴⁹⁾ vor allem ein rascherer Ablauf der Nachwirkungserscheinungen eintritt⁵⁰⁾. Die E_i -Werte nehmen proportional der steigenden Temperaturen leicht ab⁵¹⁾), während die entsprechenden, sehr temperaturabhängigen Relaxationszeiten λ_i einem Exponentialgesetz folgen⁵²⁾). Die Verkürzung der Relaxationszeiten bewirkt ein schnelleres Erreichen des stationären Zustandes (vgl. die Messungen an Polystyrolgläsern⁵³⁾), was nicht so sehr auf eine Beschleunigung der Mikro-Brownschen Bewegung (Abstandsveränderung benachbarter Atome, Winkeldeformationen), sondern vorwiegend der Makro-Brownschen Bewegung (Umlagerung, Gestaltänderung der Moleküle) zurückzuführen ist⁵⁴⁾.

Eine Kunststofflinse wird infolge dieser thermischen Verhältnisse temperaturempfindlicher sein als eine gewöhnliche Glaslinse. Die Auswirkungen des Kunststoffcharakters werden jedoch geringer sein, wenn es sich nicht um eine starre Linse aus Kunststoff, sondern um eine dynamische handelt, bei der nur die dünnen Linsenschalen aus diesem Material bestehen. Wärmestauungen infolge schlechter Wärmeableitung können bei verschwindender dritter Dimension nicht so leicht entstehen wie bei einem Vollkörper. Da ausserdem die spezifische Wärme der Kunststoffschalen (soweit bekannt) und der Füllflüssigkeiten bedeutend grösser ist als die der Glaslinsen, bleibt unter gleichen Abkühlungsverhältnissen die Temperatursteigerung bei dynamischen Linsen kleiner. Auch die relativ grossen Ausdehnungskoeffizienten von „eingefrorenen“ und normalen Flüssigkeiten, welche bei Volllinsen zusammen mit der schlechten Wärmeleitfähigkeit meist zu Formverzerrungen und somit zur Unbrauchbarkeit führen, sind bei dynamischen Linsen von geringerer Bedeutung. Denn eine Wärmeausdehnung der Flüssigkeitsfüllung wirkt als erhöhter hydrostatischer Druck gleich-

mässig auf die Schalen und kann durch den Reguliermechanismus kompensiert werden.

Ohne hier auf die Fragen der Füllung näher einzugehen, sei bemerkt, dass die Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes bei Flüssigkeiten sich in Änderungen der vierten, die Druckabhängigkeit pro kgcm^{-2} in solchen der fünften Dezimalstelle von n äussert.

Unmittelbar störend wird der Temperatureinfluss dann, wenn er die konstante Scharfeinstellung der dynamischen Linse in gewünschter Dauer verunmöglicht, weil die Dehnung zu gross und die Viskosität des Materials so stark verringert wird, dass sie zu erheblichen und relativ rasch sich einstellenden plastischen Deformationen führt. Es müssten daher bei intensiver und langdauerner Wärmezufuhr (Projektionslampen) die üblichen Vorkehrungen zur Absorption der Wärmestrahlung getroffen werden. Bei kleineren Temperaturschwankungen bildet bereits die Arbeitsmethode mit konstantem inkompressiblem Flüssigkeitsvolumen eine gewisse Sicherung, indem sie die direkten Auswirkungen verkürzter Relaxationszeiten grösstenteils unterbindet, solange nicht Kautschukelastizität des Materials solche Viskositätsänderungen ausschliesst.

Allgemein kann erwartet werden, dass die Linsenschalen bei konstantem Füllvolumen innerhalb der Grenzen ihres Wärmefestigkeitsbereiches auf Zimmertemperaturschwankungen nicht mit messbaren thermischen Dehnungen reagieren werden, so dass von einer praktisch hinreichenden Widerstandsfähigkeit gesprochen werden kann.

§ 8. Unempfindlichkeit gegen Störfaktoren.

Linsenschalenmaterial, das den bisherigen Anforderungen entspräche, könnte trotzdem ungeeignet sein wegen *zu geringer Oberflächenhärte* und ungenügender Widerstandsfähigkeit gegen Feuchtigkeit und andere atmosphärische Einflüsse, die mit der Zeit zu Quellungen und Rissbildungen in der Oberfläche führen. Die Ergebnisse der diesbezüglichen spärlichen Untersuchungen, speziell an transparenten Kunststoffen, sind infolge der Mannigfaltigkeit der Materialien und des bisherigen Fehlens einheitlich normalisierter Prüfverfahren noch schwer vergleichbar. Akrylat-Kunstharze scheinen am kratzfestesten zu sein und sollen auch gute Wetterbeständigkeit aufweisen⁵⁵⁾. Die Bedeutung der Zernarbung der Oberfläche (Orangenschaleneffekt) lässt sich daran ermessen, dass vom beugungstheoretischen Standpunkt aus die Ungenauigkeiten in der Flächenbeschaffenheit der an Luft grenzenden Linsenflächen nicht grösser als $0,3 \mu$ sein dürfen, damit die Bildgüte nicht leidet. Bei der Augenhornhaut wirkt die Tränenflüssigkeit

ausebnend⁵⁶⁾; bei Linsen könnten geeignete Firnisse die gleiche Wirkung erziehen.

Unbeständigkeit der Linsenschalen *gegen chemische Agenzien* können optisch sehr geeignete Füllflüssigkeiten von der Verwendung ausschliessen. Neben einseitiger Beständigkeit mancher Kunststoffe gegen Säuren oder gegen Alkalien zeigen andere ziemlich gute allgemeine Widerstandsfähigkeit gegen beide, auch gegen Öle und Fette⁵⁷⁾.

Eine weitere Störungsursache kann in der *Art der Abdichtung* liegen. Wird diese gleichzeitig durch das Festklemmen der Linsenschalen bewerkstelligt, dann hängt es vom Grad der Abdichtung (abgekürzt K_d) ab, ob man es mehr mit einer lose aufliegenden oder fest eingespannten Platte zu tun hat. Diese beiden Grenzfälle unterscheiden sich aber durch verschieden grosse Auswölbung (Verhältn. n. d. lin. Theor. 1:4) und andere Spannungsverteilung⁵⁸⁾. Es folgt daraus, dass nur dann eine rotationssymmetrische Wölbung der Linsenschalen eintreten wird, wenn dem ganzen Scheibenumfang entlang genau die gleichen Druckverhältnisse herrschen. Es müssen daher Dickenvariationen der Schalenperipherie, Unregelmässigkeiten der Schalenträger oder Dichtungseinlagen, Druckunterschiede im Einklemm-Mechanismus usw. vermieden werden, wenn man nicht zweckmässiger bei der Fassung der Linsenschalen Befestigung und Abdichtung als getrennte Aufgaben behandelt. In diesem Falle liesse sich gleichzeitig eine Spannungsentlastung der Kunststoffschale erreichen. Gelänge es beispielsweise, am Umfang der Kunststoffscheibe einen Kreisring anzufügen, der seinerseits gute elastische Eigenschaften im Sinne des HOOKESCHEN Gesetzes oder der KUHNSCHEN Kautschukelastizität besitzt und nur als Verlängerung der Scheibe wirkt, dann würde — da bei der fest eingespannten Platte das radiale Spannungsmaximum am Rand auftritt — das makromolekulare Mittelstück bedeutend entlastet und der Rand wäre als nahezu frei drehbar eingespannt aufzufassen.

Störungen der Rotationssymmetrie können ferner durch *Mangel an Planparallelismus* der Kunststoffscheiben verursacht werden. Die daraus resultierende Verlagerung des Durchbiegungsmaximums verunmöglicht die Zentrierung in bezug auf die optische Achse der Linse. Ähnlich wirkt die Füllflüssigkeit bei *Linsen mit grossem Durchmesser* in vertikaler Stellung. Zum gleichmässig einwirkenden Formungsdruck tritt der linear nach unten zunehmende Druck der Flüssigkeitssäule. Er kann im allgemeinen bei kleinen Lensedurchmessern und stärkerer Belastung vernachlässigt werden, erfordert jedoch bei grossen Linsen entsprechende Vorkehrungen zur Vermeidung der Exzentrierung des Linsenscheitels⁵⁹⁾.

§ 9. Physikalisch-optische Eigenschaften.

Ist eine Linse mit den geforderten deformationsmechanischen Eigenschaften auf gewünschter Wölbung durch Konstantsetzen des Füllvolumens fixiert, dann erhebt sich die Frage, ob dieser dynamisch geformte Linsenkörper optisch verwendbar ist. Die Untersuchung befasst sich auch hier nicht mit der Füllung, sondern nur mit den optischen Eigenschaften der Linse, insoweit sie vom Material der Linsenschalen (physikalisch-optische) und von ihrer Wölbungsform (geometrisch-optische) abhängen.

Die Aufgabe der Linsenschalen soll wesentlich in der Formgebung bestehen. Wenn auch ihr Beitrag als lichtbrechendes und -absorbierendes Medium durch die Dimensionierung der Schalen ($h \ll a$) vernachlässigbar ist, so muss doch der störende oder fördernde Einfluss anderer Umstände abgeschätzt werden.

Zunächst können vermehrte *Reflexionsverluste* infolge Vermehrung der Grenzflächen entstehen und sich namentlich bei Systemen von Linsen geltend machen (ein zweikammeriger Achromat weist schon 6 Grenzflächen auf). In der Regel wird diese Schwierigkeit wenigstens bei Einzellinsen durch Angleichung des Füllungs- und Schalen-Brechungsindex zu beheben sein. Möglichkeiten dazu bestehen von seiten der Füllflüssigkeit mehrere, wie Mischen, Verdünnen usw., von seiten der Schalen allerdings so gut wie keine. Es sind wohl Ansätze vorhanden, auch bei Kunstharzgläsern eine Kron-Flint-Analogie zu entwickeln⁶⁰⁾, doch sind die Unterschiede der Brechungskoeffizienten noch zu unbedeutend, jene der Materialeigenschaften von Sorte zu Sorte zu gross, um eine Verwertung zu erlauben. Für Fälle, wo die vollständige Angleichung nicht möglich ist, lassen sich die Mehrverluste nach den *FRESNELSCHEN* Formeln abschätzen. Sie betragen z. B. bei einer wassergefüllten Plexiglaslinse gegenüber einer Volllinse aus Plexiglas oder aus Kronglas mit $n = 1,49$ rund 0,6%⁶¹⁾.

Polarisationsfähigkeit, die an Cellophanscheiben beobachtet wurde⁶²⁾, oder *Doppelbrechung*, die ganz allgemein bei mechanischer Beanspruchung von Kunstharzen auftritt, bezüglich Art und Ursachen vielgestaltig ist und z. T. mit den elastisch-plastischen Nachwirkungen zusammenhängt⁶³⁾, dürften wegen der geringen Dicke der Linsenschalen keinen störenden Einfluss ausüben.

Unbedingt erforderlich ist *vollkommene Klarheit* des Schalenmaterials. Sie ist bestimmt durch Lichtdurchgang und Lichtzerstreuung. Während ungünstige Absorptionskonstanten des Materials immerhin durch die geringe Scheibendicke abgeschwächt werden, machen rauhe Oberfläche oder Verschleierung die Linsenschalen unbrauchbar. Akrylat-Kunstharze weisen diesbezüglich gegenüber Silikatgläsern und einer Reihe von organischen Vergleichs-

gläsern⁵⁵⁾ mit 90–99% Gesamtdurchlässigkeit für ein Spektralintervall von ca. 1000–430 m μ ⁹⁾ die weitaus günstigsten Verhältnisse auf. 50% der Strahlung von 280 μ Wellenlänge gehen noch durch 5 mm Schichtdicke, ein Umstand, der die vorzügliche Eignung eines solchen Werkstoffes zu Linsen mit ebenso UV-durchlässigen Füllungen (Fig. 2) erkennen lässt.

Unbedingt notwendig ist auch *Lichtbeständigkeit*. Lichteinwirkung verursacht bei manchen Kunststoffen mit der Zeit Veränderungen der strukturellen, chemischen oder physikalischen Verfassung, die sich in Gelbfärbung, allgemeiner Trübung usw. äussern. Aufschlussreich und für allfällige Vorkehrungen zum Schutz von Kunststofflinsen richtunggebend sind Alterungsprüfungen, die K. FROELICH an organischen Gläsern mit künstlicher Bestrahlung ausgeführt. Es zeigt sich, dass gewöhnlich reine UV-Bestrahlung oder reine Wärmebestrahlung keinen oder fast keinen Einfluss auf die Lichtdurchlässigkeit ausübt, die Kombination beider Strahlungen dagegen wegen der Temperaturabhängigkeit der UV-Wirkung schon nach halb so langer Bestrahlungszeit eine starke Verminderung der Durchlässigkeit bewirkt⁹⁾.

§ 10. Geometrisch-optische Eigenschaften.

Während bei der starren statischen Linse dem Rohkörper die geometrischen Flächen gegeben werden, wie sie für eine bestimmte optische Wirkung verlangt sind, ist bei der variablen dynamischen Linse das Primäre die durch die Druckkräfte bewirkte Formung des Materials, die nach bestimmter mechanischer Eigengesetzlichkeit abläuft und automatisch die Form der Grenzflächen festlegt. Die optische Verwendungsfähigkeit der den Schalen aufgeprägten Flächenform muss daher erst untersucht werden.

Entsprechend den im 1. Kapitel § 1 genannten Tatsachen, nach denen die stark gebogenen Linsenschalen ausserhalb des strengen Gültigkeitsbereiches der bestehenden Biegungstheorien fallen, kann auch die aus diesen Theorien sich ergebende Bestimmung der Flächenform nur *Näherungswert* haben.

Eine homogene, zu Anfang ebene Linsenschale von der Dicke h und dem Radius a sei vollständig rotationssymmetrisch eingespannt und durchgebogen unter gleichmässig verteilt Druck p (Fig. 4a). Es genügt somit, einen Meridianschnitt zu betrachten. Die Figur deutet schematisch den unverschiebbar festgeklemmten Scheibenrand (links) und den Fall der um den immobilisierten Randkreis frei drehbaren Scheibe an (rechts). Der Näherungstheorie K. F.

DERHOFERS²⁴⁾ folgend soll die grösste Durchbiegung in der Scheibenmitte $y \geq h$ sein, aber immer noch so, dass der Winkel ω , den die Tangente in einem Punkte P der Meridiankurve mit der Abszisse einschliesst, als klein angesehen werden kann⁶⁴⁾. In diesem Fall lautet der Ausdruck für die Kurvenkrümmung in P :

$$\frac{1}{R} = \frac{d(\sin \omega)}{dx} = \frac{d\omega}{dx} = y''$$

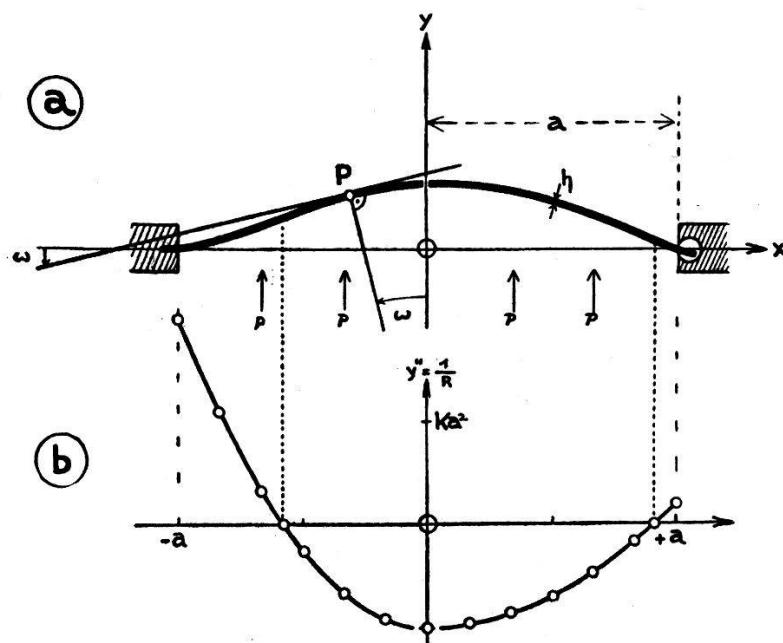


Fig. 4.

Durch Integration von Näherungsansätzen für ω , die den entsprechenden Randbedingungen genügen, ergeben sich als Meridiangleichungen:

bei festgeklemmtem Rand: $y_1 = \frac{1}{4} K_1 (x^2 - a^2)^2$

bei frei drehbarem Rand: $y_2 = \frac{1}{4} K_2 (\beta x^4 - 2 a^2 x^2 - a^4 (\beta - 2))$

a ist Scheibenradius, $\beta = \frac{1+\mu}{3+\mu}$ mit μ als Querkontraktionszahl, K_1 und K_2 sind konstante Materialfaktoren⁶⁵⁾. Aus den Gleichungen folgt, dass in beiden Fällen die deformierte *Meridianlinie eine Kurve 4. Ordnung mit Symmetrieachse* ist. Der nähere Verlauf der Krümmung entlang der Meridianlinie ist in Fig. 4b dargestellt als Funktion des Scheibenradius. ($K_1 = K_2 = K$; $\mu = 0,35$.) Infolge der Grenzbedingung $\omega = 0$ für $x = \pm a$ ändert die Krümmung zwischen Scheibenzentrum und Rand das Vorzeichen. Die Lage des Wendepunktes bzw. des Wendekreises ist

massgebend für die effektive Apertur der dynamischen Linse. Als Abszisse ergibt sich aus

$$y_1'' \approx K_1 (3x^2 - a^2) : x_1 = \pm \frac{a}{\sqrt{3}} = \pm 0,577 a$$

$$y_2'' \approx K_2 (3\beta x^2 - a^2) : x_2 = \pm \frac{a}{\sqrt{3\beta}} = \pm 0,909 a$$

Im Sinne einer gewöhnlichen⁶⁶⁾ Linse verwendbar ist somit zunächst das vom Wendekreis begrenzte Mittelstück der gebogenen Linsenschale, das im Falle unverschiebbar festgeklemmten Randes ca. 33%, bei frei drehbarem ca. 82% der Gesamtfläche ausmacht. Ferner deutet der Abszissenwert darauf hin, dass im Gültigkeitsbereich der Näherungstheorie die Lage des Wendepunktes nur eine Funktion des Radius ist, also nicht von den Materialkonstanten, insbesondere nicht vom Druck und der Biegungssteifigkeit abhängt.

Die Frage, ob Krümmungsflächen, deren Meridianlinie eine Kurve 4. Ordnung ist, optisch verwertbar sind, ist im allgemeinen zu bejahen. Asphärische Flächen verschiedener Typen werden vielfach einzeln zu Reflektoren, Spiegeln usw. verwendet, aber auch kombiniert miteinander oder mit ebenen oder sphärischen Flächen zu Linsen, Objektiven, Kondensoren⁶⁷⁾. Speziell die Eigenschaft aberrationsfreier Abbildung der Cartesischen Flächen, deren Meridianlinie im allgemeinen eine Kurve 4. Ordnung ist, wird zur Konstruktion aplanatischer Kombinationen benutzt⁶⁸⁾. In welchem Ausmass die Krümmungsfläche der dynamischen Linse abbildungsfähig ist, ob sie universelle oder auf Spezialgebiete oder Sonderfälle eingeschränkte Verwendungsfähigkeit besitzt, können erst die eigentlich optischen Untersuchungen entscheiden. Die vorliegende Arbeit befasst sich auch nicht näher mit den verschiedenen Möglichkeiten, die Krümmungsfläche zu beeinflussen, noch mit den Vorteilen, die der Umstand bietet, dass bei der dynamischen Linse die Linsendicke nicht nur freier Parameter für die Berechnung, sondern variables Konstruktionselement ist⁶⁹⁾. Die experimentelle Untersuchung muss vor allem klarzustellen suchen, wieweit die auf klassischen Anschauungen und Voraussetzungen basierenden Theorien der Plattenbiegung auch für die makromolekularen Kunststoff-Linsenschalen Geltung haben, insbesondere was die Form der Meridiankurve betrifft.

Zusammenfassung.

Die Auswölbung der Kunststoff-Linsenschalen ist Funktion verschiedener konstanter und variabler Faktoren:

$$y = f(h, a, p, t, E_i, \lambda_i, \mu, T, K_d, r, y_{\text{rem}})$$

Es bedeuten: h = Plattendicke, a = Plattenradius, p = Belastung, t = Zeit, E_i = Elastizitätsmoduln, λ_i = Relaxationszeiten, μ = Querkontraktionszahl, T = Temperatur, K_d = Dichtungskonstante, r = plastischer Koeffizient, y_{rem} = remanente Dauerverformung aus Vorbehandlung.

Zum Zustandekommen einer brauchbaren dynamischen Linse mit zuverlässig funktionierendem Brennweiten-Variationsmechanismus ist notwendig:

a) *Zweckmässige Wahl der Dimensionsfaktoren:*

1. $h \ll a$, d. h. dünne, leicht biegsame Scheiben;
2. $y \gg h$, zur Erreichung grosser Akkommodationsbreite. Ev. Vorkrümmung der flexiblen Scheiben oder Kombination mit gekrümmten starren Gläsern.

b) *Elimination der störenden Einflüsse von Strukturfaktoren:*

3. $\dot{y} = 0$, praktisch erzwungen durch Volumkonstanz der Füllung;
4. $\lambda_i = \lim \lambda_K \rightarrow 0$ und $\lim \lambda_L \rightarrow \infty$, d. h. Kautschukelastizität zur Sicherung der Volumformkonstanz;
5. $r = 0$, d. h. kein plastisches Fliessen, also auch $y_{\text{rem}} = 0$;
6. Keine grossen Schwankungen von T ;
7. $K_d = \text{const}$ auf der ganzen Scheibenperipherie. Zweckmässiger ist Trennung von Befestigung und Abdichtung.
8. Spezielle Materialeigenschaften und Dimensionierungen sind entsprechend zu berücksichtigen.

c) *Physikalisch- und geometrisch-optische Eignung:*

9. Vollkommen klares und lichtbeständiges Schalenmaterial; Vermeidung zusätzlicher Reflexionsverluste.
10. Tatsächliche optische Verwendungsfähigkeit der aus der Schalenbiegung resultierenden Krümmungsflächen mit Kurve 4. Ordnung als Meridian.

ZWEITER TEIL.

Experimentelle Untersuchung des Verhaltens der Linsenschalen.

§ 11. Das Material⁷⁰⁾.

Versuche mit anorganischen Gläsern verliefen negativ. Alle uns zugänglichen Glassorten, auch eigens für diesen Zweck empfohlene Bor-Kron-Glasplatten BK7 erwiesen sich für die vorgesehene Beanspruchung als zu spröde. Zudem lassen sich bei der Befestigung lokale Spannungen in den Randpartien schwerlich vermeiden, wodurch die Bruchgefahr bedeutend erhöht wird. Mit bruchfesteren Sicherheitsgläsern, wie z. B. „Securit“, konnten

mangels Scheiben von hinreichend geringer Dicke keine Versuche durchgeführt werden.

Bessere Biegsamkeit und in einzelnen Fällen eine sogar die Silikatgläser übertreffende Transparenz bieten die in grosser Mannigfaltigkeit vorhandenen organischen Gläser. Die Auswahl wird allerdings durch die Forderung klarer Durchsichtigkeit und möglichst guter Kautschukelastizität sehr eingeschränkt. Am aussichtsreichsten schien von Anfang an das unter dem Namen Plexiglas bekannte Polymetakrylsäureester-Kunstharz, das auf Grund von anderweitig gemachten materialtechnischen Untersuchungen⁷¹⁾ den im ersten Teil der Arbeit aufgestellten Bedingungen am ehesten zu entsprechen schien und wegen seiner ausserordentlichen Durchsichtigkeit auch schon zur Herstellung von starren Linsen verwendet wurde⁷²⁾). Vergleichshalber wurden neben diesem Polymerisationsprodukt noch je ein Vertreter der beiden andern Kunststofftypen wenigstens teilweise in die Untersuchungen einbezogen, Melopas als Polykondensationsprodukt und Cellon als Abkömmling hochmolekularer Naturprodukte. Über die physikalischen Daten geben die entsprechenden Eigenschaftstabellen Aufschluss⁷³⁾.

§ 12. Versuchsanordnung und Gang einer Messung.

Einen schematischen Überblick über die Versuchsanordnung gibt Fig. 5. Die Apparatur setzt sich im wesentlichen aus 3 Teilen zusammen: Linsenfassung, Druckanlage, Messeinrichtung.

Die Linsenfassung. Die zuerst benützte, aus zusammenschraubbaren Messing-Ringscheiben bestehende Fassung erwies sich bei Vorversuchen als ungeeignet, weil der durch die Einzelschrauben verursachte Druckunterschied (also $K_d \neq \text{const}$) Bildverzerrungen bewirkte. Die verbesserte Fassung (Fig. 5 F) besteht aus einem Rohrstück, in das ein zweites eingeschraubt wird, wobei Zwischenringe ohne Gewinde aber mit Führungsleisten die Übertragung der Drehbewegung auf die Linsenschalen verhindern. Als Hilfsmittel zum Abdichten wurden dünne Einlagen aus verschiedenem Material ausprobiert, wobei flüssiger Kautschuk⁷⁴⁾ und Plexigum KP74⁷⁵⁾ sich als geeignet erwiesen. Hahn 2 verschliesst den Zuleitungskanal möglichst nahe beim Linsenhohlraum. Die ganze Fassung steht in zwei Stiften auf einem um seine Achse drehbaren Metallteller, dessen Sockel in zwei senkrecht zueinander stehenden Richtungen verschiebbar ist.

Die Druckanlage. Zur Wölbung der Linsenschale wird der Druck einer Quecksilbersäule auf hydrostatischem Weg auf die Füllung des Linsenhohlraumes übertragen. Die beiden Queck-

silberniveaus haben grosse Fläche, um die Wirkung kleiner Temperatur- und Druckschwankungen vernachlässigbar zu machen. Durch Heben und Senken von h_1 erfolgt die Grobeinstellung nach Manometer-, bei h_2 die Feinregulierung nach Kathetometerablesung. Die Kombination der Hahnen 1–3 gestattet sowohl bei konstantem Druck oder Volumen als auch bei Entlastung auf $p=0$ oder Unterdruck zu arbeiten. Hahn 4 reguliert das Grundniveau.

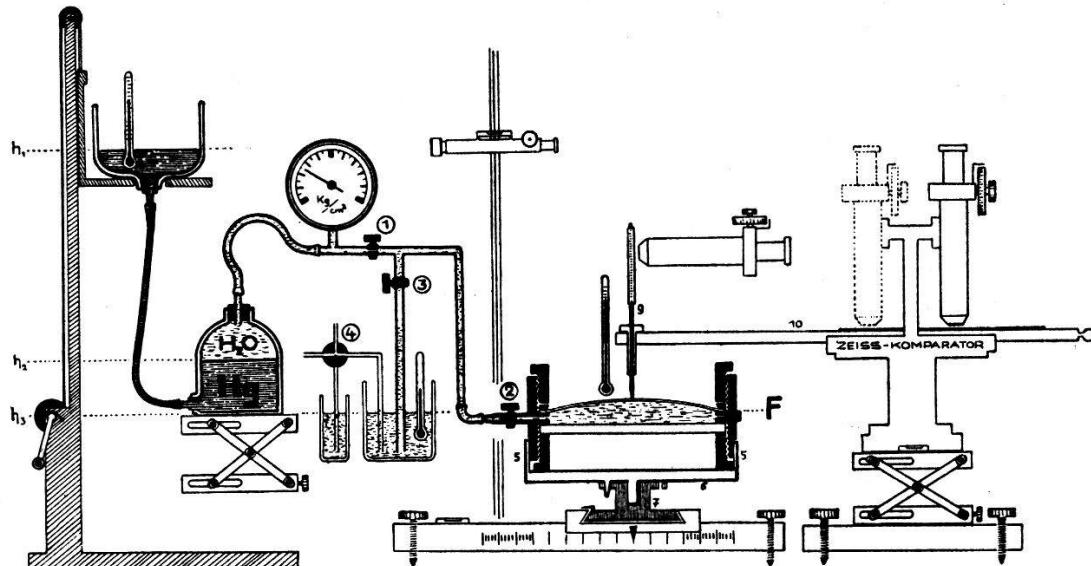


Fig. 5.

Die Messeinrichtung. Zur Beobachtung der Durchbiegung und ihrer zeitlichen Veränderungen sowie zur Aufnahme der verschiedenen Meridiankurven wurde die Methode der direkten Messung durch Abtasten angewandt. Der Taster (Fig. 5, Nr. 9), ein leichter Messingstift, trägt eine Mikrometerskala, die mittels Mikroskop mit verschiebbarem Fadenkreuz abgelesen wird. Um seitliche Abweichungen des Tasters auf ein Minimum zu reduzieren, gleitet er in einer 4 cm langen Führung, die am Ende der horizontal verschiebbaren Messtischplatte (Nr. 10) eines Zeiss-Komparators angebracht ist. Die Horizontal- und Vertikalverschiebungen sind auf 10^{-4} cm genau bestimmbar. Der relative Fehler, welcher den Ablesungen infolge des zum sichern Gleiten des Tasters in der Führung notwendigen Spielraumes anhaftet, wurde aus einer Reihe von Messungen zu 0,03 % ermittelt.

Die Temperaturen wurden in unmittelbarer Nähe des Tasters, im Reservoir der Füllflüssigkeit sowie im Quecksilberbehälter der Druckanlage gemessen. Bei langzeitigen Beobachtungen diente ein Thermograph zur Kontrolle der Temperaturkonstanz.

Gang einer Messung. Die Linsenschale wird in die Fassung gespannt, in der eine 5 mm-Planglasplatte die zweite Linsenfläche

bildet; es wird der Hohlraum mit destilliertem Wasser gefüllt, die Fassung an die Druckleitung angeschlossen, auf den Sockel gestellt, mittels Stellschrauben horizontal einreguliert. Hahn 1 ist geschlossen, Hahn 2 und 3 offen, wodurch die Anfangsbedingung $p = 0$ erfüllt ist. Nach eingravierten Marken wird die Linsenfassung so justiert, dass bei horizontaler Verschiebung der Taster sich auf einem Durchmesser der Linsenschale bewegt. Ist die gleiche Ordinatenlage der beiden erreichbaren Endpunkte des Meridians geprüft, wird dessen Scheitelpunkt, also das Scheibenzentrum bestimmt, wo der Durchbiegungspfeil gemessen bzw. von dem aus die Meridiankurve abgetastet werden soll. Bei langzeitigen Beobachtungen im Linsenscheitel wird der Taster zwischen den Messungen von der Schale abgehoben. Die Messungen der Meridiankurve geschehen immer in beiden Richtungen, Scheitel-Rand und zurück.

§ 13. Reaktion der Linsenschalen auf kurzzeitige Temperaturwechsel.

Die einzelnen Messreihen wurden, um der Temperaturabhängigkeit der Verformung Rechnung zu tragen, bei praktisch konstanter, durch Thermograph kontrollierter Zimmertemperatur ausgeführt. Um jedoch festzustellen, inwieweit und wie rasch kurzzeitig einwirkende Temperaturschwankungen sich im Verfor-

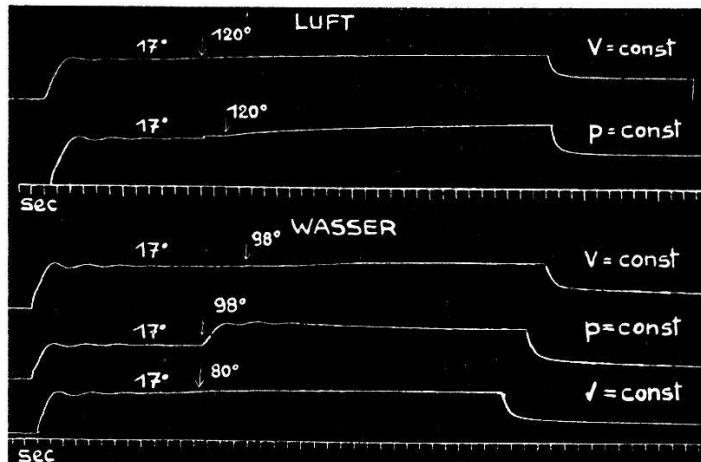


Fig. 6.

mungsprozess bemerkbar machen, wurden folgende Versuche angestellt:

Eine 0,5 mm dicke Plexiglasscheibe, mit $0,5 \text{ kgcm}^{-2}$ belastet, wurde nach erfolgter Durchbiegung erst bei konstantem Volumen, dann bei konstantem Druck einem Heissluftstrom von ca. 120° C ausgesetzt. An dem im Linsenscheitel aufgesetzten Taster war ein Zeiger befestigt, der die Änderungen der Durchbiegung kymo-

graphisch ca. 4mal vergrössert registrierte. Die beiden ersten Kurven in Fig. 6 zeigen die Reaktion auf den plötzlichen Temperatursprung von rund 100°C , dessen Einwirkung in dem durch einen Pfeil markierten Zeitpunkt beginnt. Der Effekt ist bei $p = \text{const}$ grösser als bei $V = \text{const}$. (N.B. Bei der 2. Kurve musste der Kymograph einige Augenblicke arretiert werden, was durch die Vertikalverschiebung der Kurve links vom Pfeil festgehalten ist.) Der Unterschied wird viel deutlicher, wenn anstatt Heissluft siedendes Wasser auf die Linsenschalen gebracht wird. Die drei folgenden Kurven zeigen, dass bei konstantem Volumen eine kaum merkbare Reaktion eintritt, während bei konstantem Druck die Geschwindigkeit und Grösse der thermischen Dehnung von der gleichen Grössenordnung ist wie die durch $0,5 \text{ kgcm}^{-2}$ Belastung erzielte Durchbiegung. Die dynamische Linse kann daher bei konstantem Volumen als unempfindlich selbst gegen beträchtliche kurzzeitige Temperaturschwankungen bezeichnet werden.

§ 14. Das Verhalten der Linsenschalen bei $S = 0$.

Eine Anzahl Cellon-, Melopas- und Plexiglasscheiben wurden bei verschiedenen grosser (bis 1 kgcm^{-2} Überdruck) konstant einwirkender Belastung untersucht. Es wurden Scheiben von 0,5, 0,75 und 1 mm Dicke verwendet. Bei einem Durchmesser von 100 mm betrug daher das Verhältnis von Radius a zur Plattendicke h bei der dünnsten Scheibe 100 : 1, bei der dicksten 50 : 1.

Fig. 7 gibt eine orientierende Übersicht über den Verformungsprozess einer Plexiglasscheibe von 0,5 mm Dicke, die wäh-

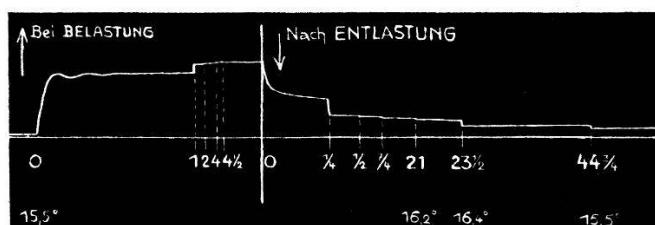


Fig. 7.

Die beim Beginn der Durchbiegung auftretende gedämpfte Schwingung tritt infolge Stossbelastung auf, wobei die Linsenschale samt den Flüssigkeitsmengen in der Druckleitung in Schwingung kommen. Gewöhnlich wird nicht-stossartige Druckbeanspruchung erfolgen, so dass keine Korrosionserscheinungen durch auftreffende Stosswellen zu befürchten sind⁷⁶⁾.

rend 4,5 Stunden unter konstanter Belastung von $0,7 \text{ kgcm}^{-2}$ gehalten und dann entlastet wurde. Die sich im Laufe der Zeit einstellende Nachdehnung bzw. Nachschrumpfung ist durch einen am Taster angebrachten Zeiger kymographisch als vertikale Verschiebung des Kurvenzuges registriert. Die angegebenen Zahlen

bedeuten, dass 1, 2, 4, ... Stunden nach Beginn der Beanspruchung die Kymographenwalze wenige Sekunden lang weitergedreht wurde, wodurch die horizontalen Kurvenabschnitte entstanden.

Das Kymogramm zeigt die starke Abhängigkeit des neuen Gleichgewichtszustandes von der Zeit. Könnte der Zeitfaktor ausgeschaltet werden, d. h. kämen nur so kurze Belastungszeiten in Frage, dass die für Nachdehnung und Nachschrumpfung verantwortlichen Platzwechselvorgänge der Makromoleküle überhaupt nicht stattfinden könnten, dann verhielten sich die Linsenschalen elastisch. Fig. 8 gibt eine Schar solcher kurzzeitiger

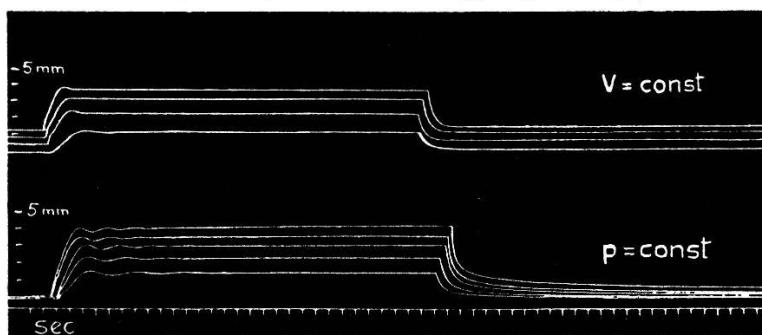


Fig. 8.

Eine 0,5 mm-Plexiglasscheibe nacheinander mit 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0 kgcm^{-2} belastet und nach 30 Sekunden wieder entlastet.

$p = \text{const}$ -Kurven wieder. Die rasche und — wenigstens nach den geringeren Belastungen — vollständige Reversibilität der Deformation ist gut zu erkennen. Die langsamere Rückfederung nach höherem Druck röhrt hauptsächlich von der Versuchssapparatur her, da die rückfedernde Scheibe ein der grösseren Auswölbung entsprechendes Mehrquantum an Füllflüssigkeit durch den engen Zuleitungskanal aus dem Linsenhohlraum hinauspressen muss. Hahn- und Rohrquerschnitt, wachsender Gegendruck beschränken die Ein- und Ausflussgeschwindigkeit der Füllung. Es darf daher die hier ausführlich zur Darstellung kommende Momentanwölbung und Momentanabflachung nicht mit der gewöhnlich als „zeitlos“ behandelten Momentandehnung und Momentanrückfederung bei Stabversuchen verwechselt werden.

Vergleichshalber wurden kurzzeitige Belastungskurven auch bei $V = \text{const}$ aufgenommen (Fig. 8), indem kurz nach Belastung oder Entlastung der Linsenhohlraum abgeschlossen wurde. Der Effekt zeigt sich in der arretierten Schwingung und besonders in der fixierten Rückfederung. Es ist damit bereits ein Hinweis auf

die Lösung der später zu behandelnden Frage der Konstantenhaltung einer gewählten Wölbung gegeben.

Bei langzeitiger Belastung, um die es sich bei der Linsenformung handelt, kommen die für Kunststoffe charakteristischen Nachwirkungserscheinungen zur vollen Auswirkung. Es wurden Linsenschalen aus Cellon (C), Melopas (M) und Plexiglas (P) eingespannt, mit $0,2 \text{ kgcm}^{-2}$ gewölbt und bei dieser *konstanten Belastung* während 24 Stunden die Durchbiegungsänderungen im Linsenscheitel gemessen. Dann wurde entlastet und gleicherweise ebensolang die Rückverformung beobachtet. Die Verformungskurven sind in Fig. 9 wiedergegeben.

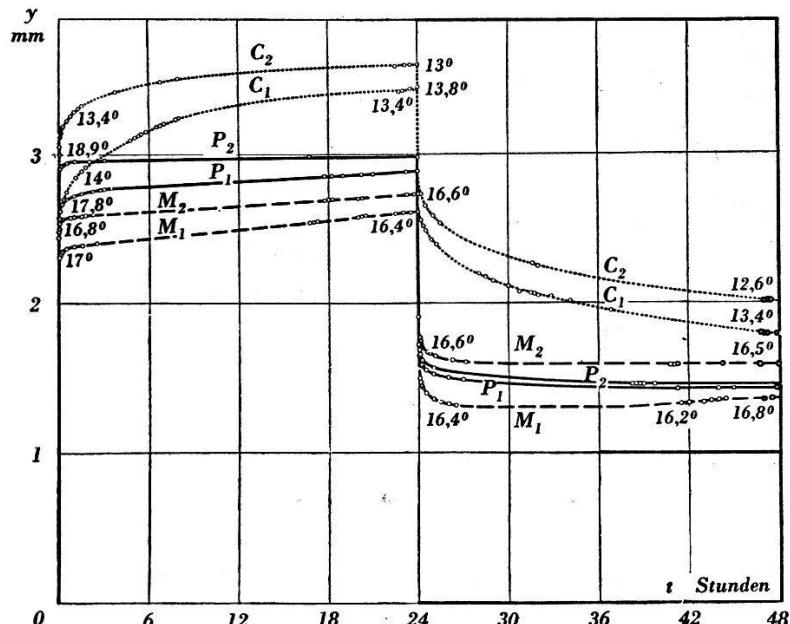


Fig. 9.

C_1 , M_1 , P_1 sind die jungfräulichen Belastungs- bzw. Entlastungskurven; C_2 , M_2 , P_2 die Kurven nach erfolgter „Alterung“. Temperaturänderungen (z. B. bei C_1 und M_1) machen sich durch Steigungsänderungen bemerkbar, der Gesamtkurvenverlauf wird aber nicht wesentlich gestört. Das gegenüber M_1 und P_1 nicht lineare Kurvenstück C_1 der plastischen Verformung ist auf den relativ grossen Zuwachs des Füllvolumens zurückzuführen, so dass die in der Druckanlage entstandene Niveaudifferenz nicht mehr durch den grossen Querschnitt des Reservoirs kompensiert wurde.

Weil die Linsenschalen aber nicht nur zu einer bleibenden Form ausgewölbt werden sollen, sondern durch beliebig oft wiederholte Durchbiegung und Abflachung das dynamische Element an der Linse zu verwirklichen haben, wurden die Scheiben nach der ersten Messreihe „gealtert“, indem sie je 50mal nacheinander belastet und entlastet und dann wieder wie vorher beobachtet wurden. Es handelt sich hierbei nicht um eine Alterung im strengen Sinne, da ja der Zeitfaktor ausgeschaltet ist und zudem die Molekül-anordnung des Kunststoffs unstabil bleibt.

§ 15. Diskussion und Auswertung der $p = \text{const}$ -Kurven.

Einerseits illustrieren die Kurven deutlich die Unmöglichkeit, eine dynamische Linse mit derartigen Schalen bleibend scharf einzustellen, wenn die Regulierung der Brechkraft nur als Funktion konstanten Drucks erfolgen soll. Anderseits unterscheiden sie sich durch individuellen Verlauf, so dass sich daraus Anhaltspunkte zum Vergleich der Eigenschaften des jeweiligen Materials, nicht aber eigentliche Materialkonstanten gewinnen lassen.

Als Hauptkriterien für gute Eignung wurden genannt: leichte Biegsamkeit, möglichst angenäherte Kautschukelastizität und verschwindender Kaltfluss. Die entsprechenden Vergleichsgrössen (zugleich die Glieder der Deformationsgleichung (1)): Momentanwölbung y_0 , Relaxationszeiten λ_i und plastischer Koeffizient r

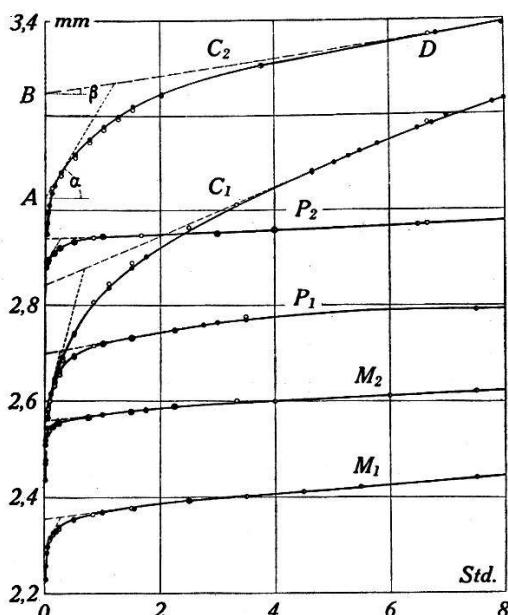


Fig. 10.

—●— = Messpunkte; —○— = Hilfspunkte aus interpolierten Abschnitten der Gesamtkurven, Fig. 9; —○— = Kontrollpunkte, berechnet nach den ermittelten Verformungsgleichungen.

lassen sich — in Anlehnung an HOLZMÜLLER-JENCKEL und BENNEWITZ-ROETGER³¹⁾ — durch graphische Auswertung der Verformungskurven ermitteln. Zu diesem Zweck wurde in Fig. 10 die wichtigste Etappe der Kurven in grösserem Masstab angegeben. Zur Klärung der Frage, mit wievielen Relaxationszeiten gerechnet werden muss, werden die Ordinatendifferenzen zwischen der Kurve und der Tangente an sie zur Zeit $t = \infty$ ($\tan \beta$; siehe Angaben Fig. 10, C_2) logarithmisch aufgetragen. Können diese Werte durch eine einzige (logarithmische) Gerade interpoliert

werden, wie dies bei allen Kurven in befriedigender Weise der Fall war, dann genügt zur Darstellung der Nachdehnung eine einzige e -Funktion. Somit lautet Gleichung 1:

$$y = y_0 (1 + s (1 - e^{-q t}) + r t)$$

Zur Bestimmung dieser Gleichungskoeffizienten stehen ausser $\operatorname{tg} \beta$ zur Verfügung: die Kurvensteigung $\operatorname{tg} \alpha$ im extrapolierten Kurvenpunkt A zur Zeit $t = 0$ (A ergibt sich als Schnittpunkt der Interpolationsgeraden mit der logarithmischen Achse), $0A = y_0$ als Momentandehnung, $AB = y_t$ als Nachdehnung. Mittels dieser graphischen Messgrössen können s , q und r der Gleichung ausgedrückt und ebenso nach besonderer Formel die beiden auftretenden Relaxationszeiten λ_1 und λ_2 berechnet werden (siehe die genannten Autoren).

§ 16. Messresultate.

Die durchgeföhrte graphische Auswertung der Kurven liefert die nachstehend zusammengestellten Werte. Ausser den schon angeführten Vergleichsgrössen sind noch angegeben die nach 24 Stunden erreichten Maximaldurchbiegungen (y_{24}) und die nach ebensolanger Entlastung immer noch verbleibende remanente Verformung (y_{rem}).

Tabelle 1

Stoff	CELLON			MELOPAS			PLEXIGLAS		
	Kurve	C_1	C_2	$\Delta C_1 \%$	M_1	M_2	$\Delta M_1 \%$	P_1	P_2
y_0 cm	0,2574	0,3126	+ 21	0,2294	0,2526	+ 10	0,2556	0,2884	+ 13
y_t cm	0,0270	0,0220	- 18	0,0060	0,0030	- 50	0,0140	0,0056	- 60
y_{24} cm	0,3449	0,3599	+ 4	0,2614	0,2730	+ 4	0,2888	0,2891	+ 3
y_{rem} cm	0,1778	0,2015	+ 13	0,1365	0,1586	+ 16	0,1439	0,1447	+ 0,5
	10^{-8}	10^{-8}		10^{-8}	10^{-8}		10^{-8}	10^{-8}	
$\operatorname{tg} \alpha$ [cm/sec]	1 236	557	- 55	662	476	- 28	1 710	613	- 64
$\operatorname{tg} \beta$	142	53	- 62	44	43	- 2	63	13	- 79
q	40 502	22 922	- 43	103 150	144 400	+ 40	177 657	109 222	- 38
r	553	169	- 69	191	169	- 11	248	46	- 81
s	0,1048	0,0703	- 33	0,0261	0,0118	- 55	0,0547	0,0194	- 65
λ_L sec/cm	199 000	624 000	213	537 000	598 000	+ 11	425 000	2353 000	454
λ_K	2 232	4 074	+ 82	944	684	- 27	805	915	+ 13
$\lambda_K : \lambda_L$	1 : 89	1 : 153		1 : 569	1 : 874		1 : 528	1 : 2416	

Mit den erhaltenen Gleichungskoeffizienten wurde für jede Kurve eine Anzahl Kontrollwerte berechnet. Sie zeigen gute Übereinstimmung mit den experimentellen Messpunkten (vgl. Fig. 10). Ein Vergleich der drei Linsenschalensorten bezüglich der Momentanwölbung y_0 ergibt noch keinen Grund zur Ausscheidung, da die unmerklichen Unterschiede auf ungefähr gleiche Biegsamkeit hindeuten. Bezuglich Kautschukelastizität liegen die Verhältnisse, wie schon aus dem Kurvenbild ersichtlich ist, für Cellon am schlechtesten. Die beiden λ -Werte von C_1 sind weniger kurz und weniger lang als die entsprechenden von M_1 und P_1 . Infolgedessen ist natürlich auch der plastische Koeffizient r mehr als doppelt so gross als z. B. bei P_1 . Cellon ist daher als ungeeignet für die Beanspruchung als Linsenschalen auszuschliessen. Diese Ausscheidung muss auch auf Celluloid ausgedehnt werden, für das in Vorversuchen analoge Kurven und Werte wie bei Cellon gefunden wurden.

Plexiglas M 279 und Melopas weisen qualitativ und quantitativ nur geringe Unterschiede auf, wenn man allein die P_1 - und M_1 -Kolonne berücksichtigt. Melopas ist leicht im Vorteil bezüglich y_t und r . Plexiglas hat etwas grössere Momentandurchbiegung, was bei seinem gegenüber Melopas halb so grossen Elastizitätsmodul und der etwas höheren Versuchstemperatur zu erwarten war. Eine bedeutendere Differenzierung tritt erst in Erscheinung, wenn man die Wertekolonnen nach Vorbehandlung einbezieht. Abgesehen von der grösseren Momentandehnung ist eine Veränderung in Richtung besserer Kautschukelastizität festzustellen, was sich in rascherem Ablauf der elastischen Nachdehnung und Verringerung des kalten Flusses äussert. Wie ein Vergleich der λ und r beweist, stehen die Verhältnisse am günstigsten für Plexiglas. Wenn für die weiteren Versuche in erster Linie Plexiglas verwendet wurde, so war dabei ausserdem der Umstand mitbestimmend, dass Melopas leicht verschleiert erscheint und keine glatte Oberflächenbeschaffenheit aufweist, Plexiglas dagegen bezüglich Schleierfreiheit und Lichtdurchlässigkeit an erster Stelle der Kunstharze steht.

Die Frage, inwieweit eine mechanische Vorbehandlung bleibenden Effekt auf die Veränderung des Relaxationszeiten-Verhältnisses ausübt, wurde noch nicht systematisch untersucht. Andeutung einer bis zu einem gewissen Grade *dauernden* Umstellung geben indessen die an der oben (P_1 und P_2) verwendeten Plexiglasscheibe fortgesetzten Messungen: P_3 .

	P_1 Konstante Belastung mit	Ent- lastg. auf	50× Belastg. Entlastg.	P_2 Konstante Belastung mit	Ent- lastg. auf	P_3 Konstante Belastung mit
kgcm^{-2}	0,2004	0	0-0,20	0,2048	0	0,2042
Dauer (Stunden)	24	24	0,25	24	42	24
Anfangs- temperatur $^{\circ}\text{C}$	17,8			18,9		16,6
$\lambda_L \text{ sec cm}^{-1}$	425 000			2 353 000		785 500
λ_K	805			915		414
$\lambda_K : \lambda_L$	1 : 528			1 : 2416		1 : 1897

§ 17. Das Verhalten der Linsenschalen bei $V = \text{const.}$ Volumkonstanz und Volumformkonstanz.

Die Tatsache, dass die Festigkeitseigenschaften der Kunststoffe von der Molekülgrösse, der Art der Vernetzung, der Polymerisations- und Abkühlungstemperatur, dem Verhältnis von polymerisierten und nicht-polymerisierten Molekülen usw. abhängen⁷⁷), weist die Herstellung eines wirklich kautschukelastischen Linsenschalenmaterials ins Gebiet der Kunststoffchemie. Inzwischen muss die physikalische Untersuchung die Möglichkeiten prüfen, wie die Nachwirkungserscheinungen so weit verhindert werden können, dass sie die Verwendung des Materials in der dynamischen Linse nicht verunmöglichen. Das Experiment hatte die Frage zu klären, inwieweit sich dies auf dem bereits in Fig. 3 angedeuteten Weg der Volumkonstanz erreichen lässt, d. h. ob durch *Volumkonstanz* tatsächlich die Verformung arretiert und eine konstante *Volumform* mit optisch brauchbarer Krümmungsfläche bewirkt wird.

Es wurde eine Anzahl Linsenschalen verschieden stark belastet und entlastet und jedesmal beim gewünschten Deformationsgrad das Füllvolumen z. T. sofort, z. T. nach 15 oder 30 Sekunden oder 1–2 Minuten abgeschlossen. An der Skala des im Scheitel der durchgebogenen Schale aufgesetzten Tasters wurde beobachtet, ob sich die Wölbung ändert oder nicht. Denn es ist im allgemeinen zu erwarten, dass Volum- und Volumformänderungen sich am deutlichsten an der Stelle der grössten Durchbiegung zeigen. In Fig. 11 ist eine Auswahl solcher Beobachtungen in Kurven zusammengestellt, wobei zwecks Darlegung der Stör faktoren neben Fällen befriedigend langer Dauerkonstanz auch

Kurven wiedergegeben sind, die eine relativ starke und systematische Wölbungsänderung erkennen lassen.

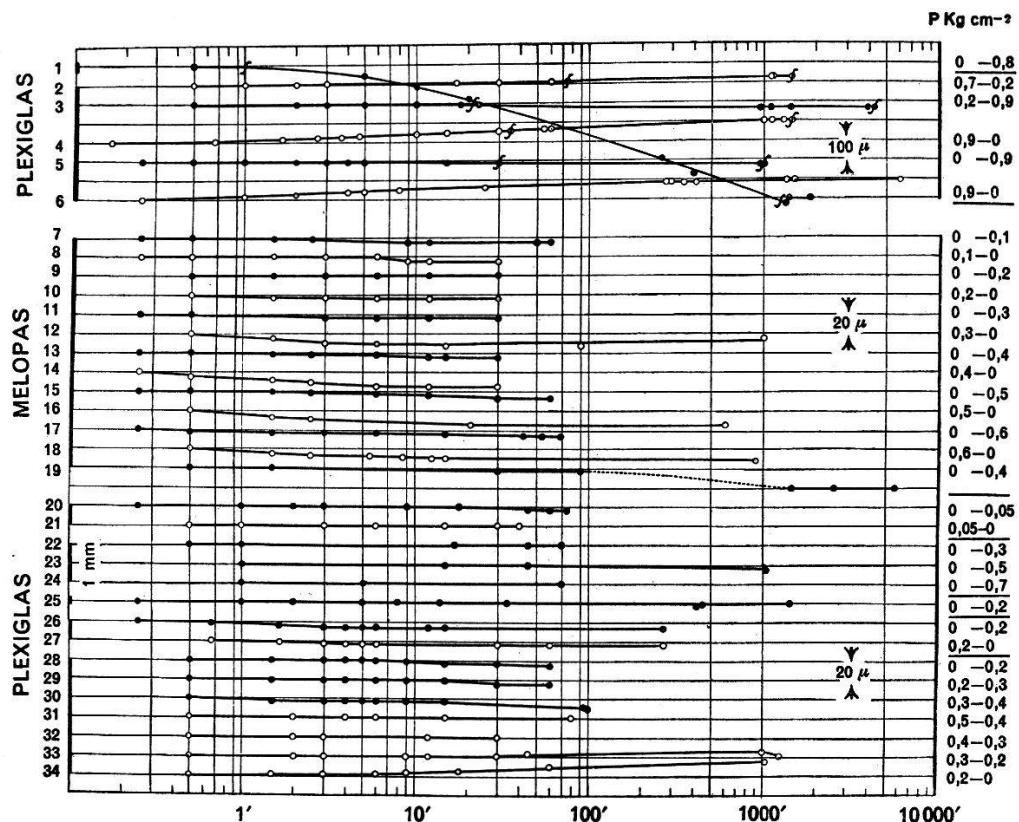


Fig. 11.

Änderung des Durchbiegungspfeiles bei $V = \text{const.}$ \bullet = nach Belastung,
 \circ = nach Entlastung, $-f-$ = Volumkontrolle.

Kurve 1 ist ein typischer Fall von Undichtigkeit; die Kurven 2—6 stammen von Plexiglas, zur Abdichtung zwischen Kautschukringen eingespannt; 7—19 von Melopas; 20—34 wiederum von Plexiglas, aber unter Verwendung von nachträglich festwerdender und klebender Kautschuklösung als Dichtungsmittel. Die jeweils von derselben Scheibe erhaltenen Kurven sind in chronologischer Beobachtungsfolge eingezzeichnet und am linken Rand des Schemas durch eine Linie verbunden. Die Zahlen rechts geben die vorausgehende und die eingestellte Belastungsstufe an, bei der die Messungen ausgeführt wurden.

Kurve 2 gibt beispielsweise das Verhalten des Biegungspfeiles einer Plexiglasscheibe an, die vorher einige Zeit mit $0,7 \text{ kgcm}^{-2}$ belastet war, dann auf $0,2 \text{ kgcm}^{-2}$ entlastet und nach Absperrung des Volumens beobachtet wurde. Nach einigen Minuten unveränderter Einstellung beginnt eine langsame Erhöhung des Scheitels, die nach 100 Minuten etwa 10μ , nach 1000 Minuten, also ca. 16 Stunden etwa 20μ beträgt. Kurve 4 und 6 — Plexiglas von $0,9 \text{ kgcm}^{-2}$ auf 0 entlastet — zeigen diese nachträgliche Scheitelerhöhung besonders stark. Kurve 21 bei nur geringer vorausgehender Belastung zeigt nach 40 Minuten gar keine, desgleichen 31 bei Entlastung von $0,5$ auf $0,4 \text{ kgcm}^{-2}$, also auf eine beträchtliche Restwölbung, nach 80 Minuten gleichfalls keine Nachwirkung, während 27 als einzige unter den Plexiglaskurven bei Veränderung $0,2$ auf 0 eine freilich sehr kleine (circa 4μ betragende) umgekehrte Nachwirkung aufweist.

Im Gegensatz zu diesen Entlastungskurven zeigen die Kurven für $V = \text{const}$ nach Druckvergrößerung zumeist eine nachträgliche Verringerung der Scheitel-

höhe. Sie setzt z. B. bei Kurve 3 nach etwa 10 Minuten merklich ein, erreicht nach 1000 Minuten 34μ und bleibt dann bis 4300 Minuten, also rund 71 Stunden konstant. Auch alle andern Beobachtungen nach erfolgter Druckerhöhung ergeben, wenn überhaupt eine Änderung eintritt, systematisch diese Abflachung des Scheitels, die bei schwächerer Auswölbung (20, 26, 28, 29) in geringerem Ausmass, bei stärkerer Anspannung (3, 5, 30) ausgeprägter auftritt. Auch nach Druckvergrösserung gibt es Kurven, die gar keine solche Veränderung des Biegungspfeiles zeigen, solange beobachtet wurde. So bleibt 22 und 24 während 80 Minuten konstant, obwohl Belastungen von 0 auf 0,3, bzw. 0 auf $0,7 \text{ kgcm}^{-2}$ wirksam waren. Kurve 23, die von der gleichen 1 mm dicken Plexiglasscheibe stammt, deutet allerdings darauf hin, dass evtl. zu wenig lang beobachtet wurde, da dort viel später eine geringe Senkung doch noch eintritt, welche nach 1000 Minuten 5μ beträgt. Ebenso ist bei 25 sehr gute Dauerkonstanz festzustellen. Es ist dies die gleiche Platte, von der in Fig. 9 die Zeit-Dehnungskurven und nachher die Auswirkung der mechanischen Vorbehandlung angegeben sind, und die schliesslich noch bei konstantem Volumen beobachtet wurde.

Es gibt also Kurven mit Wölbungskonstanz und solche mit Wölbungsänderungen. Woher diese kommen, ist in Anbetracht ihres geringen Betrages in der Grössenordnung von μ und den komplizierten Versuchsbedingungen nicht eindeutig festzustellen. Schwankungen der Zimmertemperatur um Zehntelgrade kommen kaum als Ursache in Betracht, wenigstens nicht bei kurzzeitigen Beobachtungen und schwerlich für Wölbungsabnahme bei steigender Temperaturtendenz. Eindringen der Tasterspitze kann Scheitelerhöhungen nicht erklären. Abnahme des Füllquantums infolge Flüssigkeitsverlustes durch Undichtigkeit kann nicht in jedem Einzelfall ausgeschlossen werden, da sich die Abdichtung während der Beobachtungszeit nicht kontrollieren liess. Kurve 1 hingegen, bei der die Undichtigkeit erst beim Scheibenwechsel festgestellt wurde, weist auf eine ganz andere Grössenordnung der Wölbungsänderung hin. Es müssen daher als Ursachen der beobachteten Instabilität Veränderungen des Linsenhohlraumes oder der Linsenschalen selber in Betracht gezogen werden, die bei absolut konstantem Füllquantum bzw. wegen dieser Volumkonstanz eine Änderung der Volumform bedingen. Der Linsenhohlraum könnte dadurch eine Veränderung erfahren, dass sich unter dem Einfluss des Druckes und der Flüssigkeit (Erweichen des Abdichtungsmittels) dem Rand entlang zusätzliche Hohlräume auftun oder sich wegen Inhomogenität der Linsenschale lokale Ausbeulungen bilden. Dadurch wird eine andere Verteilung der inkompressiblen aber leicht formbaren Füllung und automatisch eine Wölbungsabnahme ermöglicht. Derartige Störungen akzidenteller Natur könnten jedoch nur Scheitelsenkungen, nicht aber Scheitelerhöhungen nach Druckverminderung erklärliech machen.

Eine bessere Deutungsmöglichkeit, wie gezeigt werden wird,

ergibt die Berücksichtigung des Kunststoffcharakters der Linsenschalen. Die bei elastischem Material innerhalb der Elastizitätsgrenze unschädlichen Spannungsunterschiede in einer gebogenen Platte kommen zu störender Auswirkung bei Kunststoffmaterial ohne strenges Hooke'sches Intervall. Verschieden stark beanspruchte Plattenzonen werden auch verschieden starke Nachwirkungen erleiden, die sich auch in äusserer Verformung zeigt, soweit die Volumelastizität der Flüssigkeitsfüllung eine Volumerweiterung zulässt. Es ist auch ohne diese Einschränkung denkbar, dass Nachdehnungen in der stärker gespannten Rand- und Scheitelzone Entspannung und Schrumpfung der Zwischenzone ermöglichen, wodurch die Linsenschale sich derart in sich selber verzieht, dass bei konstantem Volumen die Volumform sich am Rand erhöht und in der Mitte abflacht.

Verschiedene Beobachtungstatsachen sprechen für diese Erklärung:

1. Aus dem Vergleich der Kurvenserie 28–34 mit 7–19 geht deutlich hervor, dass die Volumkonstanzkurven nach Entlastung gegenüber jenen nach Belastung auffallend grössere Änderungen aufweisen. Ob die Belastung von 0 aus oder stufenweise erfolgt, hat wenig Einfluss auf die Grösse der Durchbiegungsänderungen. Geht aber die Entlastung stufenweise zurück, dann tritt gar keine Veränderung (21, 31, 32) oder nur sehr geringe ein (10, 20), wird aber immer grösser, je mehr sich die Scheibe dem Ausgangsstadium (hier der ebenen Platte) wieder nähert oder direkt in die Null-Lage zurückversetzt wird (31–34, 2, 4, 6), und ist um so ausgeprägter, je stärker und länger die vorausgehende Belastung war (8–10). Diese Erscheinung findet ihre Erklärung in den eingetretenen irreversiblen Deformationen der Schalen, die bei nachfolgender Druckerhöhung sich nicht weiter bemerkbar macht, wohl aber bei der Rückkehr zum ungedehnten Ausgangsstadium.

Der Unterschied der *Beträge* der im übrigen gleichsinnigen Änderungen bei Kurve 2–6 gegenüber den andern, 7–34, die, wenn solche überhaupt auftreten, innerhalb der beobachteten Zeiten meist nicht über $\pm 10 \mu$ hinausgehen, dürfte mit der *Einspannungsart* zusammenhängen. Zwischen Kautschukringen eingespannt bleibt der ganze Scheibenradius bis zur Einklemmstelle ohne Verkürzung durch Festkleben für die Durchbiegung frei, wobei zu beachten ist, dass der Biegungspfeil im Zentrum proportional der 4. Potenz des Radius ist. Außerdem stellen die 0,5 mm dicken Kautschukringlager im Sinn der Ausführungen I, 1, § 4, eine weniger feste Einspannung dar, was ebenfalls eine grössere Durchbiegung im Gefolge hat.

2. Wenn diese Erklärung den Tatsachen entspricht, muss wegen der Volumkonstanz bei Scheitelsenkung eine Randerhöhung (und umgekehrt) feststellbar sein. Zu diesem Zwecke wurde an den durch Integralzeichen markierten Stellen der Kurven 1–5 die Meridiankurve aufgenommen.

Tabelle II.

Kurve	2		3		4		5	
Inter- vall	23 h.		71 h.		23 h.		16 h.	
x	y_1	y_2	y_1	y_2	y_1	y_2	y_1	y_2
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
0,0	4,1647	4,1718	5,4096	5,3734	3,8212	3,8608	5,4542	5,4373
3,6	4,1566	4,1656	5,3816	5,3549	4,8117	3,8494	5,4386	5,4158
7,2	4,1019	4,1187	5,2995	5,2750	3,7706	3,8055	5,3573	5,3355
10,8	4,0005	4,0042	5,1495	5,1308	3,6969	3,7240	5,2126	5,1914
14,4	3,8490	3,8488	4,9348	4,9203	3,5836	3,6009	4,9945	4,9810
18,0	3,6403	3,6375	4,6481	4,6401	3,4245	3,4300	4,7105	4,6954
21,6	3,3673	3,3648	4,2828	4,2831	3,2042	3,2015	4,3445	4,3319
25,2	3,0227	3,0187	3,8268	3,8311	2,9103	2,9012	3,8926	3,8779
28,8	2,5857	2,5806	3,2715	3,2889	2,5136	2,5011	3,3369	3,3294
32,4	2,0484	2,0415	2,6042	2,6225	2,0061	1,9943	2,6639	2,6591
36,0	1,3977	1,3907	1,7905	1,8203	1,3728	1,3596	1,8460	1,8365
39,6	0,6700	0,6700	0,8600	0,9000	0,6500	0,6000	0,9000	0,8900
43,2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$F_1 \text{ mm}^2$	125,9063		161,3383		118,4505		163,7825	
F_2 „	125,9148		161,3594		118,5523		163,1811	
$F_2 - F_1$	0,0085		0,0211		0,1018		- 0,6013	
$\Delta F_1 \%$	0,006		0,01		0,08		- 0,36	

Die in Tabelle II unter y_1 und y_2 angegebenen Werte der ersten und zweiten Meridiankurve, die mit einem Zwischenintervall von 23, ... Stunden gemessen wurden, bestätigen die gegenseitig bedingte Ab- und Zunahme der Auswölbung. Sie ist bei Kurve 3 und 4 besonders deutlich erkennbar.

3. Nur eine ständige Kontrolle der Abdichtung könnte absolute Sicherheit geben, ob wirklich nur Formänderungen und keine Volumänderungen mitspielen. Da diese nicht möglich war, wurde sie durch Volumintegration ersetzt. Es wurde nach der SIMPSON-schen Regel das von der Meridiankurve, dem Ausgangsniveau als Abszisse und der Mittelachse als Ordinate eingeschlossene Flächenstück F integriert. Mit Ausnahme von Kurve 5 (eventuell beginnende Undichtigkeit?) kann die Fläche als unverändert, also auch

das Volumen als konstant angesehen werden. Als Gegensatz dazu ergibt die Flächenintegration beim undichten Fall der Kurve 1:

Kurve 1		Intervall = 22 h.			
x	y ₁	y ₂	y ₁ - y ₂	Fläche	
mm	mm	mm	mm	mm ²	
0	6,8143	6,0924	0,7219	F ₁ = 186,816	
10	6,4508	5,7874	0,6634	F ₂ = 169,405	
20	5,2881	4,8054	0,4827		
30	3,2268	3,0049	0,2219	F ₂ - F ₁ = - 17,411	
40	0,0000	0,0000	0,0000	ΔF ₁ = - 9,3%	

Es muss somit auf Grund der experimentellen Ergebnisse trotz konstanten Volumens bei Kunststofflinsenschalen mit Veränderungen der Volumform gerechnet werden. Um jedoch zu einem Gesamtbild des Verhaltens solcher Scheiben bei $V = \text{const}$ zu kommen, müssen neben den Ursachen auch die tatsächlichen Ausmasse berücksichtigt werden, die in der Grössenordnung von μ variieren gegenüber mm bei $p = \text{const}$. Abgesehen von den ersten 6 Kurven mit speziellen Einspannbedingungen (bei denen die grösste Abweichung immerhin nur 4% des Anfangswertes beträgt) bleibt bei den übrigen 28 Kurven das Mittel der nachträglichen Wölbungsänderungen unter 0,5% der Momentanwölbung. Mehrere Kurven zeigen überhaupt keine oder nach stundenlanger Konstanz nur verschwindende Änderungen. Andere haben sich kurz nach Abschluss des Volumens verändert, um dann einen konstanten Dauerwert anzunehmen (7, 17, 18, 26, 27). Wenn darum auch geschlossen werden muss, dass Kunststoffmaterial immer seine Natur durch Nachwirkungen offenbaren wird, wenn es lang und stark genug beansprucht wird, so zeigt sich doch, dass die störenden Eigenschaften bei zweckmässiger Einspannung, Konstantsetzung des Volumens, Limitierung der Belastungszeit und -grösse beschränkt werden können. Die optischen Anwendungsmöglichkeiten werden sich mit Verbesserung des Materials in Richtung der Kautschukelastizität erweitern.

§ 18. Die Form der Meridiankurve.

Zur Feststellung des für die optische Brauchbarkeit entscheidenden Charakters der Krümmungsfläche genügt es — rotations-symmetrische Ausbildung der Fläche vorausgesetzt —, die Meridiankurve des für den Lichtdurchgang freien Teiles der Linsenwölbung zu kennen. Diese Kurve wurde experimentell nach der zu Anfang des II. Teiles beschriebenen Methode aufgenommen,

und zwar so, dass nach Kontrolle der Symmetrie und genauer Justierung nur vom Scheitel zum Rand und zurück gemessen und die sich daraus ergebenden Mittelwerte auf die zweite Kurvenhälfte übertragen wurden. Mit Rücksicht auf den optischen Zweck der Messungen und weil die Einklemmstelle für den Tasterstift unzugänglich war, wurde der Ursprung des Koordinatensystems in den Linsenscheitel gelegt.

Es sei $f(x)$ die empirische Funktion, gegeben durch die von Rand zu Rand in äquidistanten Abständen $x_0, x_1, \dots x_n$ gemessenen Meridian-Kurvenpunkte $y_0, y_1, \dots y_n$. Gesucht ist jene Funktion $g(x)$, welche $f(x)$ am besten approximiert. Zu diesem Zweck wird für $g(x)$ nach der Approximationsmethode durch Kugelfunktionen einer Veränderlichen der Ansatz gemacht:

$$g(x) = a_0 P_0(x) + a_1 P_1(x) + \dots + a_n P_n(x) \quad (2)$$

wobei $P_i(x)$ die Kugelfunktion i -ter Ordnung bedeutet, und die Koeffizienten $a_0, a_1, \dots a_n$ so bestimmt werden, dass das mittlere Fehlerquadrat zwischen $f(x)$ und $g(x)$ ein Minimum wird, also

$$\int_{x_0}^{x_n} [f(x) - (a_0 P_0 + a_1 P_1 + \dots + a_n P_n)]^2 dx \rightarrow \text{Minimum}.$$

Verwandelt man durch Substitution einer neuen Variablen $x = \frac{x_0+x_n}{2} - \frac{x_n-x_0}{2} u$ die Grenzen des Integrals in $+1$ und -1 und bildet die partiellen Ableitungen nach den jetzt als unabhängige Variable betrachteten Koeffizienten a_i , so folgt als Bedingung für die Koeffizienten:

$$\int_{-1}^{+1} [f(u) - (a_0 P_0(u) + a_1 P_1(u) + \dots + a_n P_n(u))] P_i du = 0$$

Auf Grund der Orthogonalitätseigenschaft der Kugelfunktionen

$$\int_{-1}^{+1} P_i P_k du = \begin{cases} \frac{2}{2i+1} & \text{für } k=i \\ 0 & \text{für } k \neq i \end{cases}$$

ergibt sich dann:

$$a_i = \frac{2i+1}{2} \int_{-1}^{+1} P_i f(u) du \quad (3)$$

Die Auswertung der Integrale $\int_{-1}^{+1} P_i f(u) du$ kann, da es sich um äquidistante Beobachtungen handelt und die Beobachtungs-

fehler unbedeutend sind, durch Zerlegung in Einzelintegrale $I_i = \int_{-1}^{+1} u^i f(u) du$ und Integration nach der SIMPSONSchen Regel erfolgen.

Ein Mass für die Güte der Annäherung liefert der Ausdruck der Minimumbedingung, der sich mit Berücksichtigung der Kugelfunktionseigenschaften umformen lässt zu

$$M_n = \int_{-1}^{+1} f^2(u) du - 2 \sum_{i=0}^{i=n} \frac{a_i^2}{2i+1} \quad (4)$$

und ebenfalls nach der SIMPSONSchen Regel berechnet werden kann. Als Approximationskurven kommen nur die von gerader Ordnung in Betracht, da die Meridianlinie symmetrisch ist.

Es wird zuerst ausführlicher die Berechnung der Meridiankurve einer 0,5 mm dicken Plexiglasscheibe angegeben, die nach vorherigen Beanspruchungen von 0 auf 0,9 kgcm⁻² belastet und bei konstantem Volumen nach einer halben Stunde ausgemessen wurde. Zwischen dem randnächsten Messpunkt und der Einklemmstelle bleiben noch 8 mm. Das Mikrometer des benützten Zeisskomparators gestattete 10⁻³ mm genau abzulesen, 10⁻⁴ mm abzuschätzen. Bei einem relativen Ablesefehler von 0,03% wird die 4. Dezimalstelle der Millimeterwerte beeinflusst, die 3. kann daher als sicher angesehen werden.

Tabelle III.
Messresultate der Meridiankurve.

x mm	y' Mitte-Rand	y'' Rand-Mitte	y' - y'' mm	$\frac{y' + y''}{2}$ mm	y mm
-36,0	15,0083	15,0082	0,0001	15,0083	3,6082
-32,4	15,8285	15,8240	0,0045	15,8262	2,7903
-28,8	16,5012	16,4973	0,0039	16,4992	2,1173
-25,2	17,0562	17,0536	0,0026	17,0549	1,5616
-21,6	17,5073	17,5063	0,0010	17,5069	1,1097
-18,0	17,8740	17,8716	0,0024	17,8728	0,7437
-14,4	18,1647	18,1589	0,0058	18,1618	0,4547
-10,8	18,3789	18,3729	0,0040	18,3749	0,2416
-7,2	18,5191	18,5198	-0,0004	18,5196	0,0959
-3,6	18,6001	18,6017	-0,0016	18,6009	0,0156
0	18,6160	18,6169	-0,0009	18,6165	0,0000
+3,6	18,6001	18,6017	-0,0016	18,6009	0,0156
:	:	:	:	:	:
+36,0	15,0083	15,0082	0,0001	15,0083	3,6082

Durch Einführung der Substitutionsvariablen $x = -36u$ werden die Grenzen des Integrals in $+1$ und -1 verwandelt. Die Einzelintegrale I_i ($i = 0, 2, 4$) zu Gleichung 3 werden berechnet, die Kugelfunktionen P_i eingesetzt und die Koeffizienten a_i damit bestimmt. Es ergeben sich die Werte:

$$\begin{array}{lll} I_0 = 2,1717 & I_2 = 1,3467 & I_4 = 0,9779 \\ a_0 = 1,0858 & a_2 = 2,3355 & a_4 = 0,1915 \end{array}$$

Mit diesen Koeffizienten liefert Gleichung 4 als Minimum der Fehlerquadrate

$$\begin{array}{l} M_2 = 0,008_6 \\ M_4 = 0,000_6 \end{array}$$

Damit ist klargestellt, dass die empirische Meridiankurve durch eine Parabel 4. Ordnung am besten approximiert wird, da bei M_4 das mittlere Fehlerquadrat unter die Fehlergrenze gesunken ist.

Die Gleichungen der Annäherungsparabeln 2. und 4. Ordnung lauten:

$$\begin{aligned} g_2(u) &= -0,0819 + 3,5031 u^2 \\ g_4(u) &= -0,0102 + 2,7861 u^2 + 0,8365 u^4 \text{ resp.} \\ g_2(x) &= -0,0819 + 270 \cdot 10^{-5} x^2 \\ g_4(x) &= -0,0102 + 214 \cdot 10^{-5} x^2 + 501 \cdot 10^{-9} x^4 \end{aligned}$$

Zum Unterschied gegenüber a_i seien die Koeffizienten dieser Gleichungen mit b resp. b' bezeichnet.

Auf diese Art sind für eine Anzahl gemessener Meridiankurven die Näherungskurven berechnet und in Tabelle IV die Koeffizienten a_i sowie die Werte M_2 und M_4 zusammengestellt. Jede Gleichung ist unabhängig von der andern auf den jeweiligen Linsenscheitel als Ursprung bezogen.

§ 19. Diskussion der Approximationsergebnisse.

Der Vergleich der M_2 - und M_4 -Werte in Tabelle IV zeigt, dass durchwegs die Parabel 4. Ordnung (P^{IV}) sich den experimentellen Meridianpunkten besser anschmiegt als jene 2. Ordnung (P^{II}), wenn auch in Einzelfällen (1, 13, 14) die Annäherung nicht wesentlich besser ist. Dieses Ergebnis erweist sich unabhängig von der Grösse der Belastung (vgl. 1–10), vom Richtungssinn der Beanspruchung (z. B. 3–8 und 9–10), von der Scheibendicke (1–10 gegen 11–14), von der angewendeten Einspannung (15, 16 gegen 1–10) und auch unabhängig vom Verhältnis der Durchbiegung y_o im Linsenscheitel zur Scheibendicke h . Da nach den Biegungstheorien auch bei Platten, die dem HOOKESCHEN Ge-

setz folgen, eine P^{IV} als Meridiankurve resultiert, ist bezüglich Krümmungscharakter eine Übereinstimmung zwischen Kunststoffmaterial und elastischem Material festzustellen. Die mechanische Seite des Problems (z. B. Koeffizientenvergleichung der experimentellen und theoretischen Gleichung) wurde nicht weiter verfolgt, da die Approximation vor allem die optische Brauchbarkeit der Krümmungsfläche klären sollte.

Tabelle IV.

Nr.	Beanspruchung kg cm^{-2}		$\frac{y_0}{h}$ ca.	$g(u) = a_0 P_0 + a_2 P_2 + a_4 P_4$			Güte der Approximation	
	von	auf		a_0	a_2	a_4	M_2	M_4
1	0	0,2	4	0,5967	1,2201	0,0298	0,0007	0,0005
2	0	0,3	5	0,6092	1,3033	0,0926	0,0021	0,0003
3	0	0,5	8	0,8221	1,7632	0,1341	0,0041	0,0003
4	...	0,5	8	0,8029	1,7310	0,1410	0,0046	0,0002
5	0,5	0,7	9	0,9829	2,0945	0,1613	0,0057	0,0001
6 (3)	0,2	0,9	11	1,0926	2,3372	0,1813	0,0070	-0,0001
7 (3)	...	0,9	10	1,0718	2,2992	0,1873	0,0078	0,0000
8 (5)	0	0,9	11	1,0858	2,3355	0,1915	0,0086	0,0006
9 (4)	0,9	0	7,5	0,6646	1,5288	0,2693	0,0160	0,0000
10 (4)	...	0	8	0,6930	1,5705	0,2473	0,0132	-0,0002
11	0	0,3	2,5	0,6961	1,3190	-0,0910	0,0025	0,0007
12 (22)	0	0,5	3	0,8515	1,6443	-0,0645	0,0015	0,0006
13 (23)	0	0,7	3,5	0,9697	1,8982	-0,0350	0,0010	0,0008
14 (24)	0	0,9	4	1,0598	2,0885	-0,0164	0,0004	0,0003
15 ▲	0	0,1	6	0,5765	1,2402	0,0884	0,0021	0,0005
16 ▲	0	0,5	10	0,8962	1,9823	0,2363	0,0122	-0,0002
17	0	0,05	28	3,0070	6,2772	0,4249	0,0360	-0,0040
18	0	0,2	58	5,2784	11,3605	1,2711	0,3592	0,0002

Bemerkungen zur Tabelle: Nr. 1—10, 15, 16 stammen von 0,5 mm dicken, 11—14 von 1 mm dicken Plexiglasscheiben, 17, 18 von einer 0,5 mm Kautschukmembran. Bei 15, 16 war die Scheibe auf einer Kante gelagert, nicht wie bei den andern auf ebenem Scheibenträger. Die eingeklammerten Zahlen bei der Kurvennummer weisen auf Fig. 11 hin, wo $V = \text{const}$ -Kurven derselben Platte wiedergegeben sind. Die negativen Resultate unter den theoretisch immer positiven M -Werten röhren von der numerischen Berechnung der Integrale durch Näherungsmethoden her.

P^{IV} unterscheidet sich bezüglich des Krümmungsverlaufes von einer P^{II} bekanntlich durch den abgeflachten Scheitel. P^{IV} hat im Scheitel nicht das Krümmungsmaximum, sondern ein Maximum des Krümmungsradius, weshalb der Scheitelkrümmungskreis äusserer Schmiegkreis ist. Die Berechnung des Krümmungs-

radius auf Grund der Approximationsgleichung hat Werte ergeben, die vom Scheitel gegen den Rand hin abnehmen. Es darf aber hieraus erst dann auf den wirklichen Linsenmeridian geschlossen werden, wenn Betrag und Richtungssinn der Abweichungen zwischen Meridian und Näherungskurve bekannt sind.

Tabelle V.

Nr. in Tab. IV	Koeff.			im Abstand vom Linsenscheitel				
	b'_2 (10^{-5})	b'_4 (10^{-9})		0	5 mm	10 mm	20 mm	30 mm
8	214	501	R*	233,6	225,8	205,4	151,9	108,3
			R	233,6	225,7	204,8	149,5	103,1
			D*	2,14	2,21	2,43	3,29	4,61
			D	2,14	2,21	2,44	3,34	4,84
			$\frac{R^* - R}{D^* - D} \cdot \%$	±0	±0	±0,3	±1,5	±4,8
1	131	99	R	381,6	377,4	365,1	323,0	271,0
			D	1,31	1,32	1,36	1,54	1,84
3	166	339	R	301,1	292,1	268,2	202,1	143,2
			D	1,66	1,71	1,86	2,47	3,49
4	159	364	R	314,4	304,0	276,4	202,9	140,6
			D	1,59	1,64	1,81	2,46	3,55
9	99	700	R	505,0	456,6	354,6	187,2	104,8
			D	0,99	1,09	1,41	2,67	4,77
10	110	643	R	454,5	417,9	344,6	189,1	109,3
			D	1,10	1,19	1,45	2,64	4,57
15	118	228	R	423,7	407,9	366,9	261,8	177,2
			D	1,18	1,22	1,36	1,91	2,82
16	161	610	R	310,5	293,8	253,0	162,6	101,9
			D	1,61	1,70	1,97	3,07	4,91
14	246	-43	R	203,4	203,7	205,4	212,1	224,4
			D	2,46	2,45	2,43	2,35	2,22

Es werden zuerst in Tabelle V die Krümmungsradien zu einer Anzahl Kurven aus Tabelle IV angegeben, die nach der Näherungsgleichung $R = (y'')^{-1}$ berechnet sind. Zur Orientierung über den durch diese Näherung gemachten Fehler ist bei einer der meistgekrümmten Schalen der Krümmungsradius R^* nach der genauen Formel gerechnet und die Differenz in % angeführt. Erst bei den beiden letzten Meßstellen zeigt sich ein merklicher

Unterschied. Die genauen R -Werte sind etwas grösser. Gleichzeitig sind die entsprechenden Dioptrienwerte D angegeben, wie sie sich bei einer Plankonvexlinse von $n = 1,5$ ergäben.

Über den Richtungssinn der Abweichungen gibt Fig. 12 Aufschluss. Die Näherungskurven (sowohl P^{II} als P^{IV}) sind durch die horizontale Gerade dargestellt — und zwar wegen der Kurvensymmetrie nur der positive Abschnitt der Abszisse vom Scheitel aus. Die Kurven mit Kreisen zeigen, wie die Meridiankurve von der P^{II} abweicht, die Kurven mit Punkten, wie sie sich von der P^{IV} -Näherungsfunktion unterscheidet. In der Übersichtslegende ist der erste Fall an einem Linsenquerschnitt dargestellt.

Auf Grund der Ergebnisse aus Tabelle V und Fig. 12 lassen sich bezüglich der Annäherung der empirischen Meridiankurven folgende Feststellungen machen:

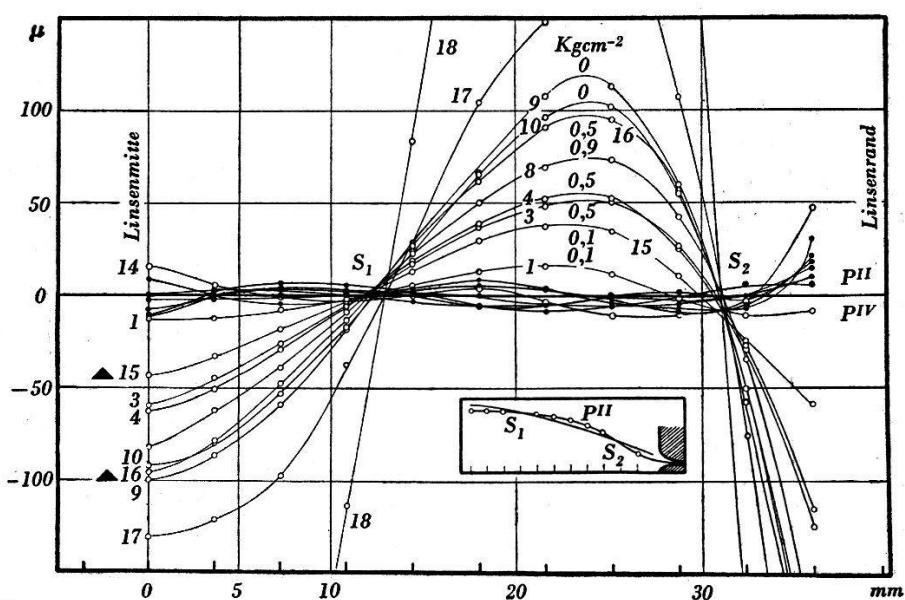


Fig. 12.

1. Durch Fig. 12 wird die aus Tabelle IV hervorgehende durchgängig bessere Approximation durch eine P^{IV} als durch P^{II} bestätigt.
 2. Bei geringem Durchbiegungsverhältnis y_o/h , solange also die Normaldruckkomponenten auf die Scheibenfläche wegen der schwachen Krümmung als parallel angesehen werden können, ist die Approximation durch quadratische Parabeln ungefähr gleichwertig wie durch P^{IV} . (Vgl. die Annäherungsüberlegung in der 1. Mitteilung³⁾.)
 3. Der Vergleich der Kurven 3, 4 mit 9, 10 (siehe auch Tab. IV) zeigt, dass die Nachwirkungserscheinungen bei zeitlich ausgedehn-

ter Belastung der Kunststoffscheiben ein Entfernen von der P^{II} -Form, bei Entlastung ein Annähern bewirken.

4. Da die Differenzen zwischen Meridiankurve und Approximations- P^{IV} durchwegs unter $\pm 10 \mu$ bleiben (abgesehen von den randnächsten Werten), können die in Tabelle V berechneten Krümmungsradien auch als die des wirklichen Linsenmeridians gelten.

5. Die Tatsache, dass sich mit wachsendem y_o/h -Verhältnis die Meridiankurve durch Scheitelabflachung und stärkere Wölbung der Zone zwischen S_1 und S_2 (cf. Fig. 12, Übersichtslegende) von der quadratischen Parabel entfernt, lässt eine Annäherung an die sphärische Form vermuten. Eine Bestätigung dieser Annahme ergibt sich, wenn man z. B. unter der Voraussetzung, die

x mm	Kurve 17			Kurve 18		
	y mm	R mm	Dioptr.	y mm	R mm	Dioptr.
0,0	0,0000	82,91	6,03	0,0000	55,40	9,02
3,6	0,0839	77,27	6,47	0,1245	52,11	9,61
7,2	0,3425	77,85	6,59	0,5524	47,19	10,59
10,8	0,7534	77,78	6,42	1,2543	47,12	10,61
14,4	1,3478	77,58	6,44	2,2463	47,17	10,57
18,0	2,1178	77,55	6,44	3,5746	47,11	10,61
21,6	3,1096	76,57	6,53	5,3029	47,64	10,72
25,2	4,3045	75,91	6,58	7,4119	46,54	10,74
28,8	5,7873	74,55	6,70	10,1251	46,39	10,77
32,4	7,5711	73,11	6,83	13,5670	45,47	10,99
36,0	9,7137	71,56	6,98	18,1701	44,74	11,17

Kautschukkurven 17, 18 seien kreisförmig, den Radius eines solchen durch den Linsenscheitel als Ursprung gehenden Kreises berechnet. Die Koordinaten der gemessenen Meridianpunkte müssten dann, in die Scheitelgleichung des Kreises $(x^2 + y^2)/2 y = R$ eingesetzt, immer denselben Wert ergeben. Die Resultate lassen tatsächlich eine Annäherung an die Kugelform als Minimaloberfläche erkennen.

6. In Fig. 12 ergeben sich aus der Gesamtheit aller Differenzenkurven zwei auffallend ausgeprägte Übereinstimmungspunkte zwischen Meridiankurve und Approximationsparabel (S_1 , S_2), die sowohl druckunabhängig sind wie auch unbeeinflusst vom Biegssteifigkeitsunterschied zwischen Plexiglas und Kautschuk (E von Plexiglas = 28000 kgcm^{-2} , von Kautschuk = 2 kgcm^{-2}). Es dürfte aus dem Verlauf der Differenzen angenommen werden,

den, dass S_2 dem materialunabhängigen Wendepunkt entspricht (§ 10), der mit $x = 0,7a$ (a = Radius) einem Zwischenstadium zwischen fest eingeklemmtem und frei drehbarem Scheibenrand entspräche. S_1 fällt ungefähr mit dem aus Tab. V ersichtlichen Beginn stärkerer Krümmung in ca. 10 mm Distanz vom Scheitel zusammen.

7. Aus der Materialunabhängigkeit der Lage von S_2 folgt, dass der die Krümmung entscheidende Vorgang zwischen S_2 und der Einklemmstelle vor sich geht. Damit sich die zentrale Partie der Linsenschale störungsfrei zur Minimalvolumform ausbilden kann, müsste also entweder die Biegungssteifigkeit der Schale so gering sein, dass der Einfluss der Einspannbedingungen schon in unmittelbarer Nähe der Einklemmstelle aufhört und auf die Steigung der Meridiankurve in S_2 nicht mehr einwirkt. Oder aber es müsste durch entsprechende (eventuell veränderliche) Dicke der Linsenschale oder durch geeigneten Neigungswinkel des Scheibenträgers die Steigung des Meridians vom Rand her über S_2 hinein gesteuert werden. Schliesslich zeigt der Vergleich der Kurven 15, 16 (Fig. 12) mit 1, 3, dass bei gleicher Belastung die auf einer Kante gelagerten Scheiben (also freier drehbarer Rand) sich mehr im Sinn der Kautschukmembran verformen als die Scheiben mit flächenhafter Einspannung.

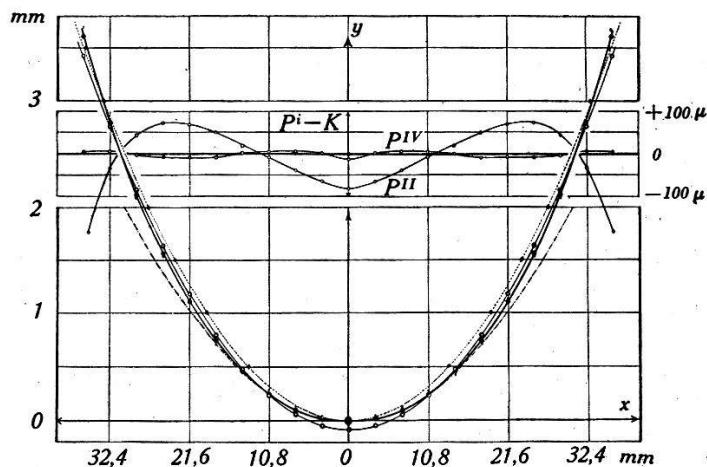


Fig. 13.

Eingezeichnet ist die experimentelle Kurve (dicke Linie), die Annäherungsparabel 2. Ordnung, wie sie sich nach der Berechnung anschmiegt (dünne Linie) und in den Scheitel verschoben (gestrichelte Linie) mit Angabe des sich der Parabel weitgehend anschmiegenden Scheitelkrümmungskreises (Rhomben-Kreispunkte). Trotz stark überhöhten Maßstabes lässt sich die Approximationsparabel 4. Ordnung wegen zu geringer Differenzen nicht von der Hauptkurve trennen. Ein kleiner Pfeil bei den Messpunkten gibt den Abweichungssinn an. Der Scheitelkrümmungskreis der PIV verläuft ausserhalb der Meridiankurve, nachdem er sich der Scheitelzone von ca. 25 cm Durchmesser ziemlich gut von aussen angeschmiegt. In vergrössertem Maßstab sind die auftretenden Differenzen zwischen empirischer (K) und annähernder (P^i) Kurve angegeben.

Abschliessend sind in Fig. 13 am Beispiel der Kurve 8 die Ergebnisse der Meridianuntersuchung zwecks Gewinnung einer Übersicht und praktischer Schlussfolgerungen zusammengefasst.

Auf Grund des aus Tab. IV und Fig. 12 hervorgehenden Charakters des Linsenschalenmeridians können die hier dargestellten Verhältnisse als allgemein zu erwartende gelten. Der Meridian der Krümmungsfläche wird allgemein eine Parabel 4. Ordnung sein, kann sich aber je nach den Umständen mehr einer quadratischen Parabel oder einem Kreis nähern. Damit steht prinzipiell die Möglichkeit einer Steuerung im einen oder andern Sinn offen⁷⁸⁾. Sieht man davon vorläufig ab, so stellt sich das Ergebnis vom optischen Standpunkt aus wie folgt dar: Die der P^{IV} entsprechende Krümmungsfläche mit der mehr oder weniger abgeflachten Scheitelkalotte ergibt stärkere Aberration der Randstrahlen als eine sphärische Fläche und weist beim Übergang von der Abflachung zur stärkeren Krümmung der Randpartie eine Störzone auf (entsprechend S_1 in Fig. 12). In Anpassung an diese Gegebenheiten bieten sich folgende Wege zur Verwendung solcher Krümmungsflächen als Linsen:

1. Abblendung der Randzone, Benützung der Scheitelzone, soweit sie mit der innern oder äussern Schmiekgugel (entsprechend P^{II} oder P^{IV}) zusammenfällt und somit sphärischen Charakter hat.
2. Abblendung der abgeflachten Mittelzone, Benützung der anschliessenden Zwischenzone. In diesem wie im vorhergehenden Fall kann durch entsprechend grosse Ausführung der Gesamtlinse eine genügend grosse Apertur nutzbar sein.
3. Korrektur der Fehler der dynamisch geformten Linsenschale durch geeignete Flächenformen, die in fester Ausführung die zweite Schale bilden.
4. Verzicht auf grössere Beanspruchung der Schalen mit Rücksicht auf deren Kunststoffcharakter. Verteilung der Formgebung auf beide Linsenschalen: die eine bewirkt als starre Schale von bestimmter Krümmung die Grundbrechkraft der Linse, die zweite, flexible Kunststoffschale (eben oder vorgekrümmt) übernimmt nur die Variation der Brechkraft innerhalb bestimmter Grenzen. Bei Beschränkung auf schwache Krümmungen wird das Material mechanisch weniger beansprucht und die optisch ungünstige P^{IV} -Form weniger ausgeprägt. Dies dürfte wohl die dem heutigen Stand der Schalenmaterialien am besten angepasste Lösung des dynamischen Linsenproblems sein.

Zusammenfassung.

Der experimentelle Teil zeigt, dass es wohl leicht biegsame und klar durchsichtige Kunststoffe gibt (Plexiglas), die als Linsenschalen dienen können, dass aber mit den für Kunststoffe typischen Nachwirkungserscheinungen zu rechnen ist, die sich auf physikalischem Weg nur einschränken, nicht aber eliminieren lassen. Es ergibt sich:

A) elastomechanisch:

1. bei $p = \text{const}$: Elastisches Verhalten bei kurzzeitigen Belastungen, sonst Nachdehnung und Kaltfluss. Ein $p = \text{const}$ -Konstruktionsprinzip mit jetzigem Material unmöglich. Untersuchung bei $p = \text{const}$ zeigt, dass Kenntnis der Relaxationszeiten λ_i zur Materialauswahl und deren Entwicklung auf das Kautschukelastizitätsverhältnis zur Materialverbesserung notwendig sind.
2. bei $\dot{\gamma} = 0$ durch $V = \text{const}$: Zwischen Füllvolumen V , der aufzuhalgenden äusseren Verformung der Linsenschale $\dot{\gamma}$ und der Wölbungsform F herrscht folgender Zusammenhang: Nur bei strenger Gültigkeit des Hooke'schen Intervalls bewirkt $V = \text{const} \rightarrow \dot{\gamma} = 0 \rightarrow F = \text{const}$. In Ermangelung von kautschukelastischen Kunststoffschalen muss allgemein gerechnet werden mit $V = \text{const} \rightarrow \dot{\gamma} \neq 0 \rightarrow F \neq \text{const}$. Bei Beschränkung der Beanspruchung und unter Inkaufnahme remanenter Verformungen kann erreicht werden, dass die Nachwirkungen hinreichend klein bleiben, um genügend Formkonstanz zu ermöglichen. Also $V = \text{const} \rightarrow \dot{\gamma} \sim 0 \rightarrow F \sim \text{const}$.

B) optisch:

Typus der Meridianlinie im allgemeinen eine Parabel 4. Ordnung, wobei aber je nach Beanspruchung auch Annäherung an quadratische Parabel oder sphärische Form vorliegen kann. Es besteht Möglichkeit der Kurvensteuerung durch Verminderung der Biegungssteifigkeit oder Variation der Randbedingungen. Der Verwertung eines dynamisch geformten Linsenkörpers stehen mehrere Wege offen, die dem heutigen Stand der Kunststoffmaterialien angepasst sind. Mit Verbesserung des Materials in Richtung Kautschukelastizität wird sich der Anwendungsbereich erweitern.

Ziel der vorliegenden Arbeit war, einige Grundfragen des bereits früher von andern Autoren aufgegriffenen Problems der variablen Linse zu untersuchen und insbesondere experimentell zu prüfen, wie weit sich mit gegenwärtig zur Verfügung stehenden transparenten Kunststoffscheiben eine derartige Linsenkonstruktion mit veränderlicher Brennweite analog zur Augenlinse verwirklichen lässt. Die Untersuchungen ergaben, dass eine Verselbständigung der Linsenelemente (Füllung, Schale, Form) entwicklungsfähige optische Vorteile erschliesst, und dass es möglich ist, durch Druckveränderung auf die Linsenfüllung den Krümmungsgrad zu regulieren und die Krümmungsform durch Volumkonstanz derart zu fixieren, dass solche dynamische Linsen schon in einfacher Ausführung im Rahmen der Gebrauchsoptik messbare

Resultate liefern. Es zeigte sich dabei, dass zur Weiterentwicklung und Vervollkommenung dieser Lösung des Problems (abgesehen von rein technischen Fragen der Ausführung) vor allem die Unstabilität des Linsenschalenmaterials und die Steuerung der aus der Durchbiegung resultierenden Linsenform anzustreben sind.

In Verfolgung des ersten Ziels wird es sich hauptsächlich darum handeln, nach Methoden der Kunststoffchemie dem Schalenmaterial jene Struktur zu geben, welche die Kautschukelastizität grundlegt. Veröffentlichte Arbeiten weisen darauf hin, dass es bereits gelungen ist, speziell erwünschte Eigenschaften hochzuzüchten⁷⁹⁾. Es sollte daher nicht unmöglich sein, auch ein vollwertiges Linsenschalenmaterial zu schaffen. Auf Grundlage solchen Materials, dessen Gleichgewichtseinstellung nicht mehr oder kaum zeitabhängig ist, lässt sich die jetzt schon verwendbare Linsenapertur vergrössern, können die geometrischen, chromatischen und übrigen sogenannten Linsenfehler systematisch überwunden werden.

Physikalisches Institut
der Universität Freiburg, Schweiz.
