

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 15 (1942)
Heft: IV

Artikel: Der Aufbau der Sonnenatmosphäre
Autor: Waldmeier, M.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-111310>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 20.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Der Aufbau der Sonnenatmosphäre

von M. Waldmeier, Zürich.

(13. III. 1942.)

1. Einleitung.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit hat der Verfasser¹⁾ einige Probleme des Aufbaus der Atmosphäre eines Sonnenfleckes und der ungestörten Photosphäre untersucht. Prinzipiell kann man das ganze Verhalten einer Sternatmosphäre berechnen, wenn die effektive Temperatur T_e dieser Atmosphäre, die Schwerebeschleunigung g an der Sternoberfläche und die relative Häufigkeit der chemischen Elemente bekannt sind. Im Falle der Sonne vereinfacht sich dieses Problem stark, indem T_e und g feste und bekannte Werte haben, so dass als einziger Parameter die relative Häufigkeit der chemischen Elemente übrig bleibt, der so variiert wird, dass die aus der Theorie abgeleiteten und der beobachtungsmässigen Prüfung zugänglichen Ergebnisse, deren es eine grosse Zahl gibt, mit der Beobachtung am besten übereinstimmen. Die erwähnte Arbeit über den Aufbau der Sonnenflecken basiert auf der hauptsächlich auf A. UNSÖLD²⁾ zurückgehenden Vorstellung, die Sonnenatmosphäre bestehe gewichtsmässig zu $\frac{1}{3}$ aus Wasserstoff, während die restlichen $\frac{2}{3}$ eine ähnliche chemische Zusammensetzung aufweisen sollen wie die Erdkruste. Diese Vorstellung führte aber in quantitativer Hinsicht zu so starken Unstimmigkeiten, dass sie nicht mehr länger haltbar ist. Bei diesem Mischungsverhältnis ergibt sich nämlich aus der Theorie, dass die kontinuierliche Absorption in der Sonnenatmosphäre fast ganz durch die Absorption der Metallatome zustande kommt und dass der Wasserstoff, trotz seiner überragenden Häufigkeit nur einen unbedeutenden Beitrag zum kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten liefert. Dieser Umstand führt nun aber sofort zu grossen Schwierigkeiten, wenn wir versuchen, auf Grund jener Vorstellung die Intensität der Fraunhoferschen Linien im Sonnenspektrum zu berechnen: die beobachteten Linienintensitäten sind viel kleiner als die berechneten. Für eine bestimmte Linie kann dieser Widerspruch immer besei-

¹⁾ M. WALDMEIER, Zur Theorie der Sonnenflecken. Astron. Mitt. Zürich, Nr. 140, 532, 1941.

²⁾ A. UNSÖLD, ZS. f. Astrophys. 8, 225, 1934.

tigt werden, indem man für das betreffende Element eine kleinere relative Häufigkeit annimmt, wodurch natürlich die relative Häufigkeit anderer Elemente ansteigt; dieser Ausweg versagt aber, wenn es sich darum handelt, den Widerspruch für alle Linien gleichzeitig zu beseitigen. Zu einer analogen Schwierigkeit führt jene Vorstellung auch bei der quantitativen Berechnung der metallischen Absorptionskanten: nach der Theorie sollten diese Kanten ausgeprägt in Erscheinung treten, während sie im Sonnenspektrum überhaupt nicht nachgewiesen werden konnten¹⁾. Eine Verminderung der Atomzahlen der Metalle würde wohl die bei der Intensität der Fraunhoferschen Linien und der Absorptionskanten auftretenden Schwierigkeiten beheben, gleichzeitig aber auch den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten, der ja nach jener Vorstellung im wesentlichen von der Absorption der Metalle herrührt, vermindern, wodurch neue Schwierigkeiten anderer Art entstehen würden.

Einen Ausweg aus diesem Dilemma eröffnete die Entdeckung von R. WILDT²⁾, wonach in der Sonnenatmosphäre die negativen Wasserstoffionen, H^- , einen bedeutenden Beitrag zum kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten liefern. Das an das neutrale Wasserstoffatom angelagerte Elektron hat eine ausserordentlich hohe Übergangswahrscheinlichkeit vom Grundzustand in das Kontinuum. Das bewirkt, dass der von den H^- -Ionen stammende Anteil des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten pro Gramm Materie trotz der grossen Seltenheit der H^- -Ionen im Vergleich zu den neutralen H-Atomen, sehr beträchtlich wird. Bei grosser Häufigkeit des Wasserstoffs bildet er überhaupt den ausschlaggebenden Anteil. Man sieht also, dass man die Diskrepanzen zwischen Theorie und Beobachtung sowohl bei der kontinuierlichen wie auch bei der Linienabsorption gleichzeitig beheben kann, wenn man unsere Vorstellung von der chemischen Zusammensetzung der Sonnenatmosphäre in folgender Hinsicht abändert: Die Sonnenatmosphäre soll praktisch aus reinem Wasserstoff bestehen, und die Metallatome sollen nur die Rolle von geringen Beimischungen haben. Mit dieser neuen Annahme liefert die Theorie viel kleinere Linienintensitäten als mit der alten und kommt in Übereinstimmung mit den Beobachtungen. Nach der neuen Vorstellung kommen nun aber die Metallatome wegen ihrer zahlenmässigen Unterlegenheit für die kontinuierliche Absorption

¹⁾ M. MINNAERT und J. K. VAN DEN BRIEL, *ZS. f. Astrophys.* **15**, 173, 1938.
— A. UNSÖLD, *ZS. f. Astrophys.* **17**, 1, 1939.

²⁾ R. WILDT, *Ap. J.* **89**, 295; **90**, 611, 1939.

kaum mehr in Frage. Diese Funktion wird nun nach der neuen Vorstellung von den dem hohen H-Gehalt entsprechend zahlreichen H⁺-Ionen übernommen.

Wir bezeichnen mit A das Verhältnis der Zahl der H-Atome (neutral oder ionisiert) zur Zahl der Metallatome (neutral oder ionisiert). In quantitativer Weise wurde die neue Vorstellung von B. STRÖMGREN¹⁾ sowie P.TEN BRUGGENCATE und J. HOUTGAST²⁾ zur Deutung der Fraunhoferschen Linien herangezogen. Beide Arbeiten führen zu demselben Ergebnis, dass das Häufigkeitsverhältnis von Wasserstoff zu Metallen, A , in der Sonnenatmosphäre von der Größenordnung 6000 : 1 bis 8000 : 1 ist, also $\log A \sim 3,8$.

In der vorliegenden Untersuchung wird auf der Grundlage dieser neuen Vorstellung über die chemische Konstitution der Sonne der Aufbau sowohl der ungestörten Photosphäre wie auch der Atmosphäre eines Sonnenflecks berechnet; ferner werden die eingangs erwähnte Theorie der Sonnenflecken des Verfassers und einige weitere mit dem Bau der Sonnenatmosphäre zusammenhängende Probleme auf die neuen Grundlagen umgearbeitet.

2. Die Schichtung einer Atmosphäre im Strahlungsgleichgewicht.

Wir gehen aus von der Gleichung des hydrostatischen Gleichgewichtes:

$$\frac{dp}{dh} = -g \cdot \varrho, \quad (1)$$

wobei p den Gasdruck, g die Schwerebeschleunigung an der Sonnenoberfläche ($2,74 \cdot 10^4 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-2}$), ϱ die Dichte und h die von einem willkürlich festgesetzten Nullniveau nach aussen (oben) positiv gerechnete geometrische Höhe bedeutet. (Der Strahlungsdruck ist in der Sonnenatmosphäre neben dem Gasdruck zu vernachlässigen.) Nun führen wir an Stelle der geometrischen Tiefe h die optische Tiefe τ ein durch folgende Definition:

$$d\tau = -\bar{\kappa} \cdot \varrho \cdot dh, \quad (2)$$

wobei $\bar{\kappa}$ den Absorptionskoeffizienten pro g/cm^2 bedeutet (es handelt sich um einen Mittelwert über alle Frequenzen). Damit nimmt (1) die Form an:

$$\frac{dp}{d\tau} = g/\bar{\kappa}. \quad (3)$$

¹⁾ B. STRÖMGREN, Festschrift für E. Strömgren, S. 218. Kopenhagen 1940.

²⁾ P.TEN BRUGGENCATE und J. HOUTGAST, ZS. f. Astrophys. **20**, 149, 1940.

In der alten Theorie wurde $\bar{\kappa}$ durch die verschiedenen Beiträge aller Metalle gebildet und konnte wohl tabellarisch oder graphisch in Abhängigkeit vom Druck und von der Temperatur dargestellt, aber nicht analytisch ausgedrückt werden. Deshalb konnte p nur in sukzessiver Näherung durch numerische Integration bestimmt werden. In der neuen Theorie ist $\bar{\kappa}$ der über alle Frequenzen gemittelte Absorptionskoeffizient des H^- -Ions und dieser kann analytisch ausgedrückt werden, wodurch es auch ermöglicht wird, p in geschlossener Form darzustellen. Für eine Atmosphäre im Strahlungsgleichgewicht besteht zwischen der Temperatur T und der optischen Tiefe τ die Beziehung¹⁾:

$$T^4 = \frac{T_e^4}{2} \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right), \quad (4)$$

wobei T_e die aus der Gesamtstrahlung abgeleitete effektive Temperatur der Photosphäre bedeutet.

Nun machen wir die für die Sonnenatmosphäre gut erfüllte Annahme, die Zahl der freien Elektronen sei gleich der Zahl der Metallatome; dies bedeutet, dass alle Metalle im Mittel einfach ionisiert sind, während der Wasserstoff praktisch nicht ionisiert ist. In diesem Falle ist der Gasdruck p gleich dem Partialdruck der H -Atome und der Elektronendruck p_e gleich dem Partialdruck der Metalle; somit ist

$$\frac{p}{p_e} = A. \quad (5)$$

Zur Berechnung von $\bar{\kappa}$ brauchen wir die Kenntnis des Absorptionskoeffizienten für ein einzelnes H^- -Ion und ferner die relative Häufigkeit der H^- -Ionen im Vergleich zu den H -Atomen. Diese, d. h. der „negative Ionisationsgrad“ ergibt sich aus der Saha-Formel:

$$\log \frac{n_H}{n_{H^-}} p_e = -\chi_{H^-} - \frac{5040}{T} + \frac{5}{2} T - 0,48 + \log \frac{2 \cdot u_H}{u_{H^-}} \quad (6)$$

Dabei bedeuten n_H und n_{H^-} die Anzahl der H -Atome bzw. der H^- -Ionen pro Volumeinheit und u_H und u_{H^-} die statistischen Gewichte der Grundzustände von H und H^- ; χ_{H^-} ist das Ionisa-

¹⁾ Vgl. M. WALDMEIER, Ergebnisse und Probleme der Sonnenforschung, S. 64. Leipzig 1941.

tionspotential des H^- -Ions. Nun führen wir die Abkürzungen ein:

$$\Theta = \frac{5040}{T} \quad (7)$$

und

$$\Phi(T) = \frac{n_{H^-}}{p_e \cdot n_H} \quad (8)$$

$\Phi(T)$ ist eine reine Temperaturfunktion, da auf der rechten Seite von (6) nur die Variable T vorkommt. Setzen wir die numerischen Werte

$$u_H = 2 \quad u_{H^-} = 1 \quad \chi_{H^-} = 0,70 \text{ Volt} \quad (9)$$

in (6) ein, so erhalten wir:

$$\log \Phi(T) = 0,70 \cdot \Theta - \frac{5}{2} \log T - 0,12 \quad (10)$$

In der optischen Tiefe $\tau = 1$ ist beispielsweise $\log \Phi(T) = -8,97$ und wie wir noch sehen werden $\log p = 5,06$ und $\log p_e = 1,55$. Daraus ergibt sich:

$$\frac{n_{H^-}}{n_H} = 10^{-7,42} = 3,8 \cdot 10^{-8}.$$

Die Konzentration der H^- -Ionen ist demnach klein, verglichen mit derjenigen der H -Atome. Die Grösse

$$\varepsilon = \frac{n_{H^-}}{n_H}$$

ist also sehr klein, und auch bei den grössten Elektronendrücken, die in der Sonnenatmosphäre vorkommen, bleibt ε stets kleiner als 10^{-6} . Aus (5) folgt für die Zahl n_e der freien Elektronen pro Volumeinheit

$$n_e = \frac{n_H}{A} = \frac{n_{H^-}}{\varepsilon \cdot A}. \quad (11)$$

Wegen $\varepsilon \leq 10^{-6}$ und $A < 10^4$, ist $\varepsilon \cdot A \leq 10^{-2}$ und $n_e \geq 10^2 \cdot n_{H^-}$. Man sieht also, dass die Zahl der freien Elektronen viel grösser ist als die der H -Atome, welche ein Elektron angelagert haben. Deshalb braucht man bei der Berechnung der Ionisationsgrade der Metalle nur die freien Elektronen zu berücksichtigen und kann die durch die H^- -Ionen gebundenen Elektronen ganz vernachlässigen.

Die Zahl der H-Atome pro Gramm Sonnenmaterie ist $1/m_{\text{H}}$, wobei m_{H} die Masse des H-Atoms bedeutet. Daraus folgt nach (8):

$$n_{\text{H}^-} = \frac{1}{m_{\text{H}}} \cdot p_e \cdot \Phi(T). \quad (12)$$

Bezeichnen wir den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten des H⁻-Ions mit $\bar{\kappa}_{\text{H}^-}$, so ergibt sich für die Opazität pro Gramm Sonnenmaterie:

$$\bar{\kappa} = \frac{\bar{\kappa}_{\text{H}^-}}{m_{\text{H}}} p_e \Phi(T) = C \cdot p_e \Phi(T) = \frac{C \cdot p}{A} \Phi(T). \quad (13)$$

Der Absorptionskoeffizient des H⁻-Ions ist von H. S. W. MASSEY und D. R. BATES¹⁾ berechnet worden; darnach kann man den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten als nahezu von λ unabhängigen, konstanten Wert ansetzen. Der numerische Wert von C ergibt sich zu $1,5 \cdot 10^7$.

Nunmehr setzen wir in (3) für $\bar{\kappa}$ den Wert aus (13) ein und erhalten:

$$p \cdot dp = \frac{g \cdot A}{C} \cdot \frac{d\tau}{\Phi(T)}. \quad (14)$$

Da aber nach (4) T eine eindeutige Funktion von τ ist, können wir anstatt $\Phi(T)$ auch $\Phi(\tau)$ schreiben. Berücksichtigen wir ferner noch, dass für $\tau = 0$ $p = 0$ sein muss, so liefert die Integration von (14):

$$p(\tau) = \left(\frac{g \cdot A}{C} \right)^{1/2} \cdot \left(2 \int_0^\tau \frac{d\tau}{\Phi(\tau)} \right)^{1/2}. \quad (15)$$

Aus (5) ergibt sich weiter für den Elektronendruck:

$$p_e(\tau) = \left(\frac{g}{A \cdot C} \right)^{1/2} \cdot \left(2 \int_0^\tau \frac{d\tau}{\Phi(\tau)} \right)^{1/2}. \quad (16)$$

Und aus (13) schliesslich der Opazitätskoeffizient:

$$\bar{\kappa}(\tau) = \left(\frac{g \cdot C}{A} \right)^{1/2} \cdot \Phi(\tau) \cdot \left(2 \int_0^\tau \frac{d\tau}{\Phi(\tau)} \right)^{1/2}. \quad (17)$$

Bei der Berechnung des in (15) bis (17) auftretenden Integrals bestimmt man zuerst aus (4) die zu τ gehörende Temperatur und

¹⁾ H. S. W. MASSEY und D. R. BATES, Ap. J. **91**, 202, 1940.

hernach aus (10) $\Phi(\tau)$ und schliesslich durch aufsummieren der Beiträge $\frac{\Delta\tau}{\Phi(\tau)}$ den Wert des Integrals.

Bevor wir an die numerische Bestimmung der Abhängigkeit der Zustandsgrössen von der optischen Tiefe herantreten, wollen wir uns überlegen, welchen Einfluss die neue Vorstellung (A gross) gegenüber der alten (A klein) auf die Zustandsgrössen in der optischen Tiefe τ hat. Der Zunahme von A entspricht nach (15) eine Zunahme des Gasdrucks, nach (16) eine Abnahme des Elektronendrucks und nach (17) eine Abnahme des Absorptionskoeffizienten. Nach der neuen Theorie wird deshalb der Gasdruck wesentlich grösser, der Elektronendruck und der Absorptionskoeffizient wesentlich kleiner als nach der bisherigen Theorie. Die Variationen dieser drei Grössen erfolgen natürlich nicht unabhängig voneinander; eine Verkleinerung des Absorptionskoeffizienten bewirkt bei gleicher optischer Tiefe τ eine Vergrösserung der geometrischen Tiefe, also der Schichtdicke und damit des Druckes in der Tiefe τ .

Wir werden nun nebeneinander nach den Gl. (15) bis (17) den Aufbau der ungestörten Photosphäre und der Atmosphäre eines Sonnenfleck berechnen. Diese beiden Atmosphären befinden sich im Strahlungsgleichgewicht¹⁾, besitzen gleiches A und gleiches g und bei beiden ist die Temperaturverteilung durch (4) gegeben. Beide Atmosphären unterscheiden sich lediglich durch ihre effektive Temperatur; diese beträgt für die Photosphäre:

$$T_e^\circ = 5740^\circ \quad (18)$$

und für den Sonnenfleck¹⁾:

$$T_e^* = 4620^\circ. \quad (19)$$

Für die äussere Grenze der Atmosphäre, $\tau = 0$, ergibt sich aus (4) die Grenztemperatur T_0 :

$$T_0 = \frac{T_e}{\sqrt[4]{2}} = \frac{T_e}{1,19}. \quad (20)$$

Diese beträgt für die Photosphäre

$$T_0^\circ = 4820^\circ \quad (21)$$

und für den Sonnenfleck

$$T_0^* = 3880^\circ \quad (22)$$

¹⁾ E. PETTIT und S. B. NICHOLSON, Ap. J. **71**, 153, 1930; R. S. RICHARDSON, Ap. J. **78**, 359, 1933; **90**, 230, 1939; A. J. M. WANDERS, ZS. f. Astrophys. **10**, 15, 1935.

²⁾ T. W. WORMELL, M. N. **96**, 736, 1936.

In Tabelle 1 geben wir zunächst die nach Formel (4) und (10) berechnete Funktion $\Phi(\tau)$ für $\tau = 0,01$ bis 64 sowohl für die un-

Tabelle 1.

Die Funktion $\Phi(\tau)$ in der Photosphäre und im Sonnenfleck.

τ^\odot	τ^*	T	Θ	$\Phi(\tau) \cdot 10^{11}$
64,00		15110	0,334	4,6
32,00		12770	0,395	7,8
	64,00	12172	0,414	9,1
16,00		10782	0,467	13,5
	32,00	10275	0,490	15,5
8,00		9165	0,551	23,4
	16,00	8679	0,580	27,5
4,00		7844	0,644	38,9
	8,00	7375	0,683	49,0
2,00		6823	0,740	66,1
	4,00	6312	0,798	87,1
1,00		5930	0,833	107
0,50		5545	0,909	145
	2,00	5490	0,918	148
0,10		4995	1,011	219
	1,00	4876	1,033	240
0,01		4830	1,043	251
	0,50	4462	1,128	355
	0,10	4019	1,256	575
	0,01	3892	1,295	646

gestörte Photosphäre als auch für den Sonnenfleck. Nun berechnen wir $p(\tau)$ nach (15). Der vor dem Integral stehende Ausdruck hat für den Fleck und die Photosphäre denselben Wert:

$$\left(\frac{g \cdot A}{C}\right)^{1/2} = 3,39. \quad (23)$$

Die Berechnung des Integrals hat in der oben angegebenen Weise nach Tab. 1 zu erfolgen, wobei selbstverständlich das Integral für Fleck und Photosphäre nicht dieselbe Funktion von τ ist. Das Ergebnis der Integration ist in Tab. 2 enthalten. Vergleichen wir damit die früher abgeleiteten Werte des Gasdruckes in denselben optischen Tiefen¹⁾, so sehen wir, dass die Gasdrucke sowohl in der Photosphäre als auch im Sonnenfleck nach der neuen Theorie um mehr als einen Faktor 10 grösser sind als nach der alten.

¹⁾ M. WALDMEIER, Astron. Mitt. Zürich, Nr. 140, 539, 1941.

In der letzten Spalte der Tab. 2 sind unter $\log p$ die von B. STRÖMGREN¹⁾ bei Benutzung einer verbesserten Theorie berechneten Gasdrucke mitgeteilt. Es ist bemerkenswert, wie gut unsere approximativen Berechnungen mit der verbesserten Theorie übereinstimmen. Nur in den tieferen Schichten, für welche die Strömgrenschen Tafeln leider keine Angaben enthalten, zeigen sich Abweichungen zwischen der verbesserten und der approximativen Theorie. Dies rührt daher, dass bereits in Tiefen $\tau > 2$ die Ionisation des neutralen Wasserstoffs merkbar wird, und dadurch der Wasserstoff in den tieferen Schichten einen merkbaren Beitrag zur Konzentration der freien Elektronen liefert.

Tabelle 2.

Der Gasdruck in der Photosphäre und im Sonnenfleck als Funktion der optischen Tiefe.

τ	$p^{\odot} \cdot 10^{-4}$	$p^* \cdot 10^{-4}$	$\log p^{\odot}$	$\log p^*$	$\log p$
0,01	0,98	0,58	3,99	3,76	4,02
0,10	3,21	1,95	4,51	4,29	4,52
0,50	7,95	5,03	4,90	4,70	4,91
1,00	12,5	8,1	5,10	4,91	5,06
2,00	21,0	13,9	5,32	5,14	5,14
4,00	37,0	24,8	5,57	5,39	
8,00	67,5	45,8	5,83	5,66	
16,00	124,1	85,8	6,09	5,93	
32,00	230,0	161,8	6,36	6,21	
64,00	425,9	302,1	6,63	6,48	

Es mag noch darauf hingewiesen werden, dass in jeder optischen Tiefe der Gasdruck im Fleck kleiner ist als in der Photosphäre, während nach der alten Theorie²⁾ im Fleck ein höherer Druck herrscht als in der Photosphäre. Dieser Unterschied ist nicht von so grundsätzlicher Bedeutung, wie es auf den ersten Blick scheinen mag, sondern durch den Absorptionskoeffizienten bedingt, der in der neuen Theorie eben einen ganz andern funktionalen Zusammenhang mit Druck und Temperatur besitzt als nach der alten. Für eine bestimmte optische Tiefe ist der Gasdruck nach (3) umgekehrt proportional $\bar{\kappa}$. Beim Übergang von der Photosphäre zum Fleck nimmt aber in (17) Φ stärker zu als das Integral ab, wodurch im Fleck ein kleinerer Druck resultiert als in der Photosphäre.

¹⁾ B. STRÖMGREN, Festschrift f. E. Strömgren, S. 253. Kopenhagen 1940.

²⁾ M. WALDMEIER, Astron. Mitt. Zürich, Nr. 140, 539, 1941.

Auf den Elektronendruck sind wir nicht näher eingegangen, da wir diesen in der vorliegenden Untersuchung nicht gebrauchen werden. Aus (16) geht hervor, dass der Elektronendruck dem Gasdruck proportional ist; dies gilt solange, als der Wasserstoff keine merkliche Ionisation aufweist.

3. Der geometrische Aufbau von Sonnenfleck und Photosphäre.

Nunmehr vollziehen wir den Übergang von den optischen Tiefen τ zu den geometrischen Höhen h . Die Verbindung der hydrostatischen Grundgleichung (1) mit der Gasgleichung

$$p = \frac{R \cdot \varrho \cdot T}{\mu} . \quad (24)$$

(R = Gaskonstante, μ = Molekulargewicht) liefert die bekannte Barometerformel:

$$\frac{dp}{p} = d \log p = - \frac{g \cdot \mu}{R \cdot T} \cdot dh . \quad (25)$$

Wegen der geringen vertikalen Ausdehnung der Sonnenatmosphäre (im Vergleich zum Sonnenradius) ist g als konstant zu betrachten; ferner ist $\mu = 1$, so dass sich (25) vereinfacht zu:

$$dh = - 3,50 \cdot 10^7 \frac{d \log p}{\Theta} . \quad (26)$$

Gleichung (26) wird graphisch integriert, wobei wir die Werte von $\log p$ der Tab. 2 und diejenigen von Θ der Tab. 1 entnehmen. Wir führen die Berechnung für Fleck und Photosphäre vollständig getrennt durch und lassen in beiden Fällen das Nullniveau von h mit $\tau = 1$ zusammenfallen. Die erhaltenen geometrischen Höhen h° in der Photosphäre und h^* im Sonnenfleck sind in Tab. 3 mitgeteilt. Nahezu die gesamte Strahlung entstammt den optischen Tiefen $0,1 < \tau < 8$; diesem Bereich entspricht eine Schicht, deren vertikale Ausdehnung in der Photosphäre 596 km beträgt, im Fleck 497 km. Nach der alten Theorie betrugen die entsprechenden Dicken von Photosphäre und Fleck nur 139 bzw. 86 km. Die starke Zunahme der geometrischen Schichtdicken ist fast ausschliesslich durch die Abnahme des Molekulargewichts um nahezu einen Faktor drei bedingt, während die Zunahme von p nur von untergeordneter Bedeutung ist; man erkennt nämlich, wenn man Tab. 2 mit den entsprechenden Werten der alten Theorie¹⁾ ver-

¹⁾ M. WALDMEIER, Astron. Mitt. Zürich, Nr. 140, Tab. 2, S. 541, 1941.

gleich, dass die $\Delta \log p$, auf welche es bei der Berechnung der geometrischen Höhen nach (26) allein ankommt, sowohl im Fleck als auch in der Photosphäre, nach beiden Theorien nahezu gleich herauskommen. Wenn auch die absoluten Werte des Gasdruckes nach der neuen Theorie viel höher sind als nach der alten, so ist doch die relative Druckverteilung $p(\tau)/p(\tau = 1)$ und damit $\Delta \log p$ sehr unempfindlich auf die Art der kontinuierlichen Absorption (ob Metalle oder H^- -Ionen).

Tabelle 3.

Der geometrische Aufbau von Fleck und Photosphäre.

τ	$\log \tau$	$h^\circ = H^\circ$	h^*	H^*
0,01	-2,00	397,8 km	330,5 km	399,3 km
0,10	-1,00	222,8	186,6	255,4
0,50	-0,30	82,1	67,3	136,1
1	0,00	0,0	0,0	68,8
2	0,30	-96,4	-82,2	-13,4
4	0,60	-221,7	-182,9	-114,1
8	0,90	-373,3	-310,4	-241,6
16	1,20	-551,7	-459,6	-390,8
32	1,51	-782,5	-647,3	-578,5
64	1,81	-1053,1	-857,7	-788,9

Wir haben in Tab. 3 die Berechnungen bis zu grossen optischen Tiefen fortgeführt, obschon hier unsere approximative Theorie nicht mehr zuverlässig ist. Nach Tab. 2 erkennt man, dass nach der exakten Theorie die $d \log p$ mit zunehmender optischer Tiefe kleiner werden als nach der approximativen; andererseits bewirkt die mit der Tiefe zunehmende Ionisation des Wasserstoffs eine Verminderung des Molekulargewichtes. Beide Wirkungen kompensieren sich in (26) mehr oder weniger, so dass die approximative Theorie bis in die Wasserstoffionisationszone hinein brauchbar bleibt.

Nun haben wir noch die geometrischen Höhen h° und h^* auf dasselbe Nullniveau zu beziehen. Von diesem aus gemessen bezeichnen wir die geometrischen Höhen in Photosphäre und Sonnenfleck mit H° bzw. H^* . Da es ganz gleichgültig ist, ob wir h° auf h^* beziehen oder h^* auf h° oder beide auf ein unabhängiges Nullniveau, setzen wir die H -Skala so fest, dass $H^\circ \equiv h^\circ$. Diese Koordinierung führen wir wieder unter der Annahme durch, die wir schon in der eingangs erwähnten Arbeit gemacht und begründet haben, dass Druckgleichheit in der optischen Tiefe $\tau = 1,25$ herr-

schen soll. Dies lässt noch die beiden Möglichkeiten offen: a) Druckgleichheit bei $\tau^\circ = 1,25$, b) Druckgleichheit bei $\tau^* = 1,25$. Die erste Möglichkeit führt im Niveau der Druckgleichheit auf $\log p^* = \log p^\circ = 5,17$; diesem Niveau entsprechen die Höhen $h^\circ = -31,7$ km, $h^* = -95,0$ km, woraus sich ergibt:

$$H^* = h^* + 63,3. \quad (27)$$

Die andere Möglichkeit ergibt für das Niveau der Druckgleichheit: $h^\circ = 48,0$ km, $h^* = -26,3$ km, und daraus:

$$H^* = h^* + 74,3. \quad (28)$$

Für die Koordinierung benützen wir den Mittelwert aus (27) und (28):

$$H^* = h^* + 68,8. \quad (29)$$

Diese Werte sind in Tab. 3 mitaufgenommen.

4. Das Niveau der Sonnenflecken.

Im folgenden werden einige Konsequenzen aus der soeben abgeleiteten Schichtung in Fleck und Photosphäre gezogen. Zunächst geben wir in Tab. 4 als Ergänzung zu Tab. 3 eine Übersicht über die Drucke p° und p^* in gleichen Niveaus H und ihre Differenzen.

Wie in der ersten Mitteilung gezeigt worden ist, liegt der „Strahlungsschwerpunkt“ bei Beobachtung im Zentrum der Sonnenscheibe bei $\bar{\tau} = 1,25$. Dieser Tiefe entsprechen die Drucke $\log p^\circ = 5,17$, $\log p^* = 4,98$ und die Niveaus $H^\circ = -30,0$ km, $H^* = 40,7$ km. Im Zentrum der Sonnenscheibe liegen also die sichtbaren Teile des Sonnenflecks um 71 km höher als die entsprechenden der Photosphäre. Im Abstand $\sin \vartheta = 0,745$ vom Sonnenzentrum, $\bar{\tau} = 0,77$, erhält man in entsprechender Weise $H^\circ = 30,7$ km, $H^* = 95,0$ km, also $\Delta H = 64$ km und bei $\sin \vartheta = 0,943$, $\bar{\tau} = 0,33$, $H^\circ = 120,0$, $H^* = 166,7$, also $\Delta H = 47$ km. Gehen wir schliesslich so nahe an den Sonnenrand, dass $\bar{\tau} = 0,10$ wird, so wird $H^\circ = 223,3$, $H^* = 255,0$, also $\Delta H = 32$ km. Die Niveaudifferenz zeigt also eine Abnahme gegen den Rand. Am Sonnenrand beträgt sie nur $0,04''$ geozentrisch, ist also viel zu klein, um gemessen werden zu können, und im Zentrum der Sonnenscheibe, wo sie etwa 70 km beträgt, kann sie ohnehin nicht zur Beobachtung gelangen. Es ist deshalb klar, dass die sich hier ergebende Niveaudifferenz nichts mit dem sog. Wilson-Effekt zu tun haben kann. Bei diesem handelt es sich, wenn er eine reelle Erscheinung ist und als Niveaudifferenz gedeutet wird, um Diffe-

renzen von der Grössenordnung 1000 km, wobei der Fleck tiefer liegen soll als die Photosphäre. Während nach der alten Theorie die Flecken tiefer liegen als die Photosphäre, liegen sie nach der neuen höher als diese. Dieser Unterschied ist dadurch bedingt, dass nach der alten Theorie der Absorptionskoeffizient im Fleck kleiner, nach der neuen (Abschnitt 2) dagegen grösser ist als in der Photosphäre (in derselben optischen Tiefe).

Tabelle 4.

Die Schichtung in Sonnenfleck und Photosphäre.

H km	$\log p^\circ$	$\log p^*$	$\Delta \log p$	$p^\circ \cdot 10^{-4}$	$p^* \cdot 10^{-4}$	T°	T^*	$\varrho^\circ \cdot 10^6$	$\varrho^* \cdot 10^6$	$\Delta p \cdot 10^{-4}$	v_m
350	4,13	3,94	+0,19	1,35	0,87	4880	4000	0,03	0,03	0,48	5,7
300	4,28	4,12	+0,19	1,91	1,32	4900	4100	0,05	0,04	0,59	5,1
250	4,43	4,31	+0,12	2,69	2,04	4960	4180	0,07	0,06	0,65	4,5
200	4,57	4,48	+0,09	3,72	3,02	5090	4310	0,09	0,08	0,70	4,1
150	4,71	4,65	+0,06	5,13	4,47	5290	4450	0,12	0,12	0,66	3,3
100	4,87	4,81	+0,04	7,08	6,46	5490	4680	0,16	0,17	0,62	2,7
50	4,98	4,96	+0,02	9,55	9,12	5720	5010	0,20	0,22	0,43	2,0
0	5,10	5,10	0,00	12,59	12,59	5940	5370	0,26	0,28	0,00	0,0
-50	5,21	5,23	-0,02	16,22	16,98	6410	5800	0,30	0,35	-0,76	2,2
-100	5,33	5,35	-0,02	21,38	22,39	6870	6220	0,37	0,43	-1,01	2,2
-150	5,43	5,46	-0,03	26,92	28,84	7280	6630	0,44	0,52	-1,92	2,8
-200	5,53	5,57	-0,04	33,88	37,15	7690	7020	0,53	0,64	-3,27	3,3
-250	5,62	5,67	-0,05	41,69	46,77	8100	7430	0,62	0,75	-5,08	3,9
-300	5,71	5,77	-0,06	51,29	58,88	8540	7890	0,72	0,90	-7,59	4,3
-400	5,87	5,94	-0,07	74,13	87,10	9410	8760	0,95	1,20	-12,97	4,9
-500	6,02	6,09	-0,07	104,71	123,03	10310	9600	1,22	1,54	-18,32	5,1
-600	6,15	6,24	-0,09	141,26	173,78	11190	10470	1,52	2,00	-32,52	6,1

einwärts

auswärts

5. Der Evershedeffect.

besteht in horizontalen Strömungen, die radial vom Fleckzentrum weg-, oder auf dieses zu gerichtet sind. In den tiefen Schichten strömt die Materie aus dem Fleck heraus, in den hohen in den Fleck hinein, während die mittleren Schichten ohne Strömung sind. Diese Strömungen lassen sich spektrographisch durch Linienverschiebungen beobachten; sie wurden schon 1909 von EVERSHED¹⁾ entdeckt, aber erst kürzlich hat der Verfasser²⁾ die Theorie dieser Strömungen gegeben. Dabei wurden noch die nach der alten Vorstellung über die chemische Konstitution der Sonnenatmosphäre

¹⁾ J. EVERSHED, M. N. 69, 454, 1909.

²⁾ M. WALDMEIER, Astron. Mitt. Zürich, Nr. 140, 545, 1941.

berechneten Gasdrucke verwendet. Da nach der neuen Theorie die Gasdrucke um mehr als eine Grössenordnung höher herauskommen als nach der alten, ist eine Neuberechnung des Evershedeffektes notwendig.

Die Ursache dieser horizontalen Strömungen besteht in Druckdifferenzen zwischen Fleck und Photosphäre in gleichen Niveaus. Die Drucke und Druckdifferenzen als Funktion der geometrischen Höhe sind bereits in Tab. 4 mitgeteilt. Man erkennt daraus, dass in hohen Niveaus $p^\circ > p^*$, was Einströmung bewirkt, in tiefen Niveaus dagegen $p^\circ < p^*$, was Ausströmung zur Folge hat, während in den mittleren Schichten Druckgleichheit besteht und demnach keine Strömungen auftreten. Diese Folgerungen sind qualitativ mit den Beobachtungen in Übereinstimmung.

Wenn Δp die Druckdifferenz zwischen Fleckenzentrum und dem äusseren Penumbrarand, also der Photosphäre bedeutet, s die vom Fleckenzentrum längs eines Radius nach aussen positiv gerechnete Wegstrecke, ϱ die Materiedichte und r den Penumbraradius, so lautet die Bewegungsgleichung

$$\varrho \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{p \cdot \mu}{R \cdot T} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} = - \frac{\Delta p}{r} . \quad (30)$$

Durch Integration ergibt sich:

$$\frac{ds}{dt} = v = \frac{\Delta p}{r \cdot \varrho} \cdot t , \quad (31)$$

wobei die Geschwindigkeit des Massenelementes (wir betrachten den Fall der Ausströmung) zur Zeit $t = 0$, zu welcher dieses im Zentrum des Flecks startet, den Betrag $v = 0$ hat; deshalb ist ferner $s = 0$ für $t = 0$, woraus weiter folgt:

$$s = \frac{v^2 \cdot \varrho \cdot r}{2 \cdot \Delta p} . \quad (32)$$

Die Geschwindigkeit nimmt, in Übereinstimmung mit der Beobachtung mit s zu und erreicht für $s = r$ am äusseren Penumbrarand den Maximalwert

$$v_m = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\varrho}} . \quad (33)$$

Die Werte von Δp , ϱ (berechnet aus der Gasgleichung) und v_m sind in Tab. 4 enthalten. Für Tiefniveaulinien ($2 < \tau < 4$) ergibt sich Ausströmung mit $v_m = 2,0$ bis $2,8$ km/sec, für Linien mittleren

Niveaus ($\tau \sim 1$) ist $v_m = 0$ und für Hochniveaulinien ($0,1 < \tau < 0,5$) ergibt sich Einströmung mit $v_m = 2,7$ bis $4,5$ km/sec. Dieses Ergebnis ist in quantitativer Übereinstimmung mit der Beobachtung¹⁾, wonach die Tiefniveaulinien Ausströmungen von 2 km/sec ergeben, die Hochniveaulinien dagegen Einströmung von 3 km/sec, während Linien mittleren Niveaus keine Strömungen anzeigen.

6. Der Helligkeitsabfall am äussersten Sonnenrand.

In der äussersten Sonnenatmosphäre ist die Temperatur praktisch konstant, nämlich gleich der Grenztemperatur $T_0 = 4820^\circ$. Deshalb nimmt in der äussersten Atmosphäre der Druck nach der Barometerformel mit der Höhe h ab:

$$p = p_0 \cdot e^{-\alpha \cdot h}. \quad (34)$$

Durch Kombination von (15) und (17) ergibt sich:

$$\kappa = \frac{C}{A} \cdot \Phi \cdot p = \kappa_0 \cdot p. \quad (35)$$

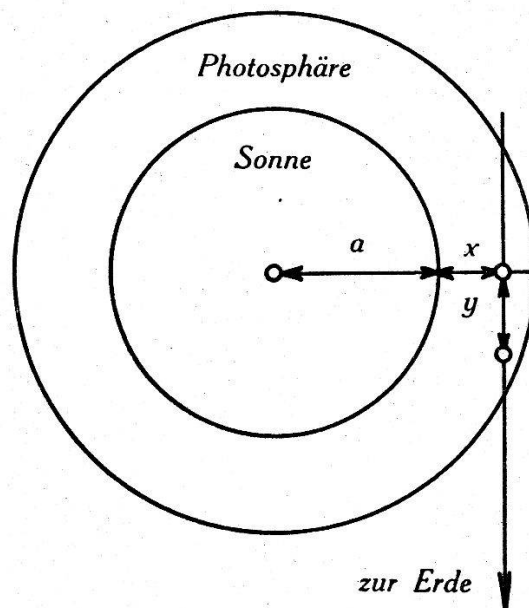


Fig. 1.

Zur Berechnung des Helligkeitsabfalls am Sonnenrand.

Die letzte Umformung ist möglich, weil in der äussersten Atmosphäre die Temperatur konstant und Φ eine reine Temperaturfunktion ist. Nun berechnen wir für einen Punkt in der Höhe $h = x$ die optische Tiefe, und zwar einmal bei senkrechtem Ein-

¹⁾ M. WALDMEIER, Ergebnisse und Probleme der Sonnenforschung, S. 154. Leipzig 1941.

blick in die Sonnenatmosphäre (τ) und das andere Mal bei um 90° gedrehter Einblicksrichtung (τ') (Abb. 1):

$$\tau = \int_x^\infty \kappa \cdot \varrho \cdot dx, \quad (36)$$

$$\tau' = 2 \int_0^\infty \kappa \cdot \varrho \cdot dy, \quad (37)$$

Setzt man hier die Ausdrücke (34) und (35) ein und für ϱ den sich aus der Gasgleichung ergebenden Wert, so liefern die Integrationen¹⁾

$$\tau = \frac{C \cdot \Phi}{A \cdot g} \cdot \frac{p_0^2}{2} \cdot e^{-2\alpha x} \quad (38)$$

$$\tau' = \frac{C \cdot \Phi}{A \cdot g} p_0^2 \sqrt{\pi \cdot a \cdot \alpha} \cdot e^{-2\alpha x} \quad (39)$$

wobei g die Schwerebeschleunigung und a der Sonnenradius ist. Zwischen τ und τ' besteht also die Beziehung:

$$\frac{\tau'}{\tau} = 2 \sqrt{\pi \cdot a \cdot \alpha}. \quad (40)$$

Der Gradient α ergibt sich, wenn wir noch berücksichtigen, dass $\mu = 1$, aus der Gasgleichung zu

$$\alpha = \frac{g}{R \cdot T} = 6,8 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-1}. \quad (41)$$

Die Turbulenz, wie sie von C. W. ALLEN²⁾ und P. TEN BRUGGENCATE³⁾ gefunden wurde, vermag den Gradienten nur unwesentlich zu verkleinern, nämlich auf $6,5 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-1}$.

Die Strahlungsintensität I ist mit der optischen Tiefe durch die Gleichung verbunden:

$$I = I_0(1 - e^{-\tau'}), \quad (42)$$

wobei I_0 die Kirchhoff-Planck-Funktion für den Sonnenrand be-

¹⁾ Vgl. A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosphären, S. 395. Berlin 1938.

²⁾ C. W. ALLEN, Ap. J. **85**, 165, 1937.

³⁾ P. TEN BRUGGENCATE, ZS. f. Astrophys. **18**, 316, 1939.

deutet. Der Zusammenhang zwischen τ und τ' ist durch (40) gegeben, wobei sich mit (41) ergibt:

$$\tau' = 238 \cdot \tau \quad \log \tau' = \log \tau + 2,377. \quad (43)$$

Schliesslich folgt aus (39) der Zusammenhang der geometrischen Höhe x mit der optischen Tiefe τ' :

$$d \log \tau' = -2 \cdot \alpha \cdot \log e \cdot dx. \quad (44)$$

Da die geometrische Höhe linear von $\log \tau'$ abhängt, können wir in Fig. 2 die x -Skala beliebig verschieben; wir haben sie so gewählt, dass für $\tau' = 1$, $x = 0$. Man erkennt, dass der Helligkeitsverlauf am Sonnenrand derselbe ist wie er schon in der alten Theorie von A. UNSÖLD berechnet worden ist; lediglich die Höhen-skala ist verändert. Nach der neuen Theorie erfolgt der Helligkeitsabfall auf einer Strecke von etwa 340 km, nach der alten auf einer solchen von nur 150 km. Am Sonnenrand vollzieht sich daher der Übergang von praktisch vollständiger Durchsichtigkeit zu vollständiger Undurchsichtigkeit in einem Winkelbereich von weniger als $\frac{1}{2}''$. Man vergegenwärtige sich, dass im Massstab der

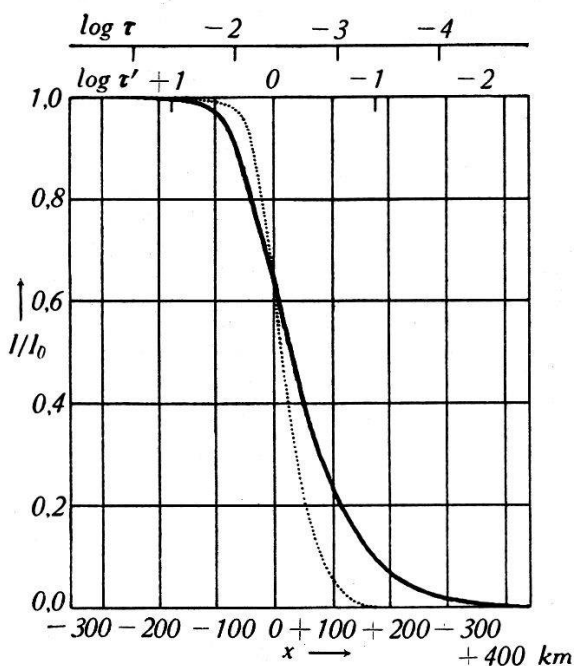


Fig. 2.

Der Helligkeitsabfall am äussersten Sonnenrand.

Fig. 2 der Mittelpunkt der Sonnenscheibe 39 m links von $x = 0$ liegt! Es ist klar, dass dadurch ein völlig scharfer Sonnenrand vorgetäuscht wird. Obschon der Helligkeitsabfall nach der neuen Theorie weniger steil ist als nach der alten (punktierte Linie in Fig. 2), dürfte es äusserst schwierig sein, diesen Abfall zu messen.

7. Zusammenfassung.

Unter der durch neuere Untersuchungen nahegelegten Annahme, dass die Sonnenatmosphäre praktisch vollständig aus Wasserstoff besteht, wird deren Aufbau für den Fall von Strahlungsgleichgewicht berechnet. Durch die Vorherrschaft des Wasserstoffs wird die theoretische Behandlung der Sonnenatmosphäre sehr stark vereinfacht. Nach der neuen Theorie sind die Elektronendrucke bedeutend kleiner, die Gasdrucke um mehr als einen Faktor 10 grösser als nach der alten. Die Schichtungsrechnungen werden gleichzeitig für die ungestörte Photosphäre und für die Atmosphäre eines Sonnenfleckes durchgeführt. Die vertikale Ausdehnung dieser Atmosphären, aus denen praktisch die gesamte Ausstrahlung stammt, ergibt sich zu nur 500 km. Von dieser Grössenordnung ist auch die Breite, auf welcher am Sonnenrand der Abfall der Helligkeit der Sonnenscheibe erfolgt. Da dieser Helligkeitsabfall von der Erde aus gesehen in einem Winkelbereich von nur $\frac{1}{2}''$ erfolgt, der nicht aufgelöst werden kann, scheint die Sonnenscheibe einen scharfen Rand zu besitzen. Die Vergleichung der Schichtung in Fleck und Photosphäre zeigt, dass die „Strahlungsschwerpunkte“ der beiden Atmosphären praktisch in demselben Niveau liegen (die kleine Differenz, die sich ergibt, ist bedeutungslos, da sie weit unterhalb der Beobachtungsgenauigkeit liegt). Dagegen zeigen sich in denselben Niveaus in Fleck und Photosphäre beträchtliche Druckunterschiede. In höheren Niveaus ist der Druck in der Photosphäre grösser als im Sonnenfleck, in mittleren herrscht Druckgleichheit und in tieferen ist der Druck im Fleck grösser als in der ungestörten Photosphäre. Diese Druckunterschiede bedingen horizontale Strömungen, die in den hohen Schichten auf den Fleck zu, in den tiefen aus dem Fleck heraus gerichtet sind. Die berechneten Geschwindigkeiten dieser Strömungen stehen in quantitativer Übereinstimmung mit den beobachteten.
