

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 14 (1941)

Heft: VII

Artikel: Remarque à propos de la création de paires de particules en théorie de relativité

Autor: Stueckelberg, E.C.G.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-111201>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

**Remarque à propos de la création de paires de particules
en théorie de relativité**
par E. C. G. Stueckelberg.
(18. X. 1941.)

Résumé: La mécanique de la théorie de relativité peut être mise sous une forme qui permet de comprendre la création de paires de particules de charges électriques opposées sans faire appel à la théorie des quanta. Le changement apporté par cette modification à la théorie des quanta est discuté.

La théorie de relativité exprime les lois physiques dans une forme covariante par rapport à un certain groupe de transformations. Ce groupe est celui des transformations de LORENTZ, pour autant qu'on néglige l'influence de la gravitation. Le groupe est déterminé par les équations de MAXWELL parce que les observations électromagnétiques (par ex. l'expérience de MICHELSON) ne permettent pas de distinguer entre deux systèmes de coordonnées, dont l'un décrit un mouvement rectiligne et non accéléré par rapport à l'autre. Pour tenir compte des effets de gravitation, EINSTEIN a envisagé un groupe plus général de transformations, qui laissent invariant le carré de la distance spatiotemporelle $(ds)^2$ entre deux événements.

La mécanique du point matériel soumis aux forces électromagnétiques et gravifiques peut être exprimée sous une forme covariante par rapport au groupe de ces transformations générales. Les traits fondamentaux de cette mécanique d'EINSTEIN sont les suivants:

Au cours du temps t , le point matériel suit une *trajectoire*, qui est déterminée par les trois fonctions $x^i = q^i(\tau)$. Elles indiquent les valeurs des trois coordonnées d'espace x^i ($i = 1, 2, 3$) à l'instant $t = \tau$. La théorie de relativité fait intervenir le temps t sous la forme d'une quatrième coordonnée $t = x^4$. A la courbe troisdimensionnelle de la trajectoire correspond ainsi une courbe quadridimensionnelle $x^i = q^i(\tau)$; $x^4 = q^4(\tau) = \tau$, appelée *ligne univers*. Elle est exprimée en termes du paramètre τ . Pourtant la substitution du paramètre τ (= au temps) par un paramètre quelconque λ reste possible. Cette substitution $\tau = \tau(\lambda)$ effectuée dans les équations pour x^μ ($\mu = 1, 2, 3, 4$) donne à la représentation paramétrique de

la ligne d'univers une forme plus symétrique par rapport aux coordonnées de l'espace-temps :

$$x^\mu = q^\mu (\lambda) \quad (1)$$

Discutons les équations fondamentales de la mécanique. Soit \tilde{x} ($= x^1, x^2, x^3$) le vecteur de l'endroit et $\tilde{q}(\tau)$ ($= q^1, q^2, q^3$) la position de la particule au temps $t = \tau$. Soit $\tilde{\Gamma}(\tilde{x}, t)$ le vecteur du champ de gravitation, $\tilde{E}(\tilde{x}, t)$ le vecteur du champ électrique et $\tilde{B}(\tilde{x}, t)$ celui du champ magnétique. Le mouvement $\tilde{x} = \tilde{q}(\tau)$ de la particule (et sa ligne d'univers) est, en théorie non relativiste, une solution de l'équation fondamentale de NEWTON-LORENTZ :

$$m \frac{d^2 \tilde{q}}{(d\tau)^2} = m \tilde{\Gamma} + e \tilde{E} + \frac{e}{c} \frac{d \tilde{q}}{d\tau} \times \tilde{B} \quad (2)$$

$\tilde{a} \times \tilde{b}$ est le produit vectoriel de deux vecteurs. $\tilde{\Gamma}, \tilde{E}$ et \tilde{B} sont à évaluer pour les valeurs (\tilde{q}, τ) , etc. Si $\tilde{\Gamma}(x, t) = \tilde{\Gamma}(x, x^4) = -\tilde{\Gamma}(x)$, etc. est connu pour tout le domaine spatiotemporel x ($= x^1, x^2, x^3, x^4$) intéressant, la solution de (2) détermine les trois fonctions $x^i = q^i(\tau)$ (la trajectoire) et naturellement aussi les quatre fonctions $x^i = q^i(\tau); x^4 = q^4(\tau) = \tau$ de la ligne d'univers. En théorie de relativité, l'équation (2) est un peu modifiée, mais ne contient pas de changements importants.

Un point fondamental de cette théorie habituelle est le suivant: La mécanique d'EINSTEIN s'exprime sous une forme qui n'admet que des lignes d'univers ayant *une seule intersection* avec un hyperplan $t (= x^4) = t_0 = \text{const}$ (cf. ligne *A* en fig. 1). Cette seule intersection, qui se fait au point $x^i = q^i(t_0)$, est l'endroit où se trouve la particule à l'instant $t = t_0$. D'autres lignes, d'une forme plus générale (par ex. la ligne *B* en fig. 1), qui montrent *deux* intersections pour des plans $t (= x^4) = t_0 < 0$ et aucune intersection pour $t (= x^4) = t_0 > 0$ ne peuvent pas figurer dans la mécanique d'EINSTEIN. Ceci est dû au choix particulier du paramètre s en $x^\mu = q^\mu(s)$. Il est défini comme la longueur de l'arc, c.-à-d. comme l'intégrale de la distance spatiotemporelle $\sqrt{(ds)^2}$ entre deux événements voisins de la courbe. On l'appelle le temps propre. Or $(ds)^2$ n'est positif que pour deux événements, dont l'un est postérieur à l'autre dans tout système de référence. La ligne *B* fig. 1 ayant des régions où ce n'est certainement pas le cas, ne peut donc pas être exprimée en termes de ce paramètre s . Si, au moment de l'établissement de la théorie d'EINSTEIN, des lignes de ce dernier type n'ont pas été discutées, c'est probablement parce

que le *phénomène de la création et de l'annihilation de paires de particules* n'avaient pas été découverts.

Aujourd'hui, vu la découverte de l'électron positif, les lignes B et C fig. 1 admettent une interprétation bien naturelle: Les deux intersections pour $t (= x^4) = t_0 < 0$ de la ligne B représentent les deux endroits des deux partenaires d'une paire de particules. Cette paire est composée d'un électron positif et d'un électron négatif. Leurs lignes d'univers sont d'une forme telle qu'ils se

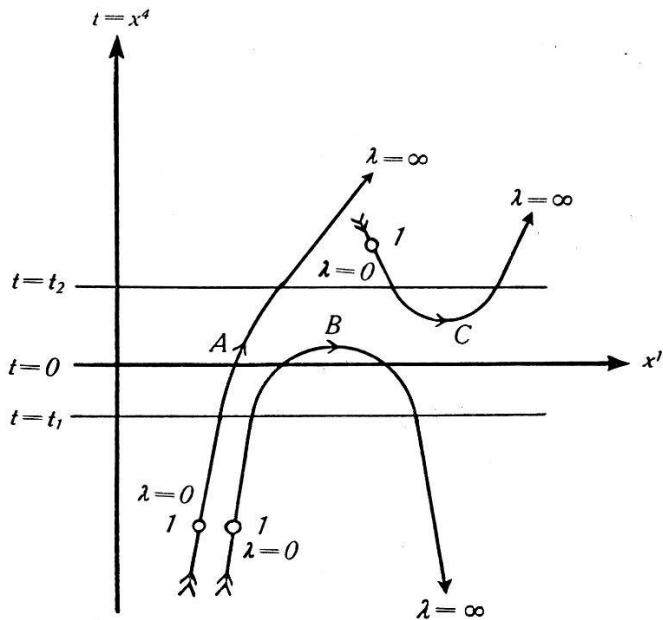


Fig. 1.

Lignes d'univers: A . type habituel (à chaque temps $t = x^4$ correspond *un seul* x^1 représentant l'endroit de la particule); B . type annihilation (à chaque $t = x^4 \ll 0$ correspondent *deux valeurs de* x^1 représentant les endroits d'une paire de particules qui vont s'annihiler pour $t \sim 0$); C . type production de paire (à chaque $t = x^4 \gg 0$ correspondent *deux valeurs de* x^1 etc.).

rencontrent au moment $t \sim 0$, la ligne B décrit ainsi l'anéantissement mutuel des deux corpuscules. On comprend alors pourquoi, pour des temps $t > 0$, il n'existe plus aucune intersection, parce qu'il n'existe plus aucune de ces deux particules. La ligne C est l'illustration spatio-temporelle du phénomène contraire, c.-à-d. de la création d'une paire à l'instant $t \sim 0$.

La question se pose de savoir s'il est possible d'établir une mécanique covariante au sens d'EINSTEIN, qui permette l'existence de telles courbes. Nous nous rappelons que les composantes $E_i = B_{i4}$ ($i = 1, 2, 3$) du vecteur \vec{E} et les composantes $(\vec{B})_1 = B_{23}$; $(\vec{B})_2 = B_{31}$ et $(\vec{B})_3 = B_{12}$ forment les composantes d'un tenseur covariant et antisymétrique $B_{\mu\nu}$ ($\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$) en quatre dimensions. De même, les composantes $\Gamma_i = -\Gamma_{44}^i$ du vecteur $\vec{\Gamma}$

du champ de gravitation, forment les composantes d'un tenseur affine et mixte $\Gamma_{\nu\eta}^\mu$. Supprimant alors les indices de sommation tensorielle, en $a_\mu b^{\mu\nu} = \sum_\mu a_\mu b^{\mu\nu}$, l'équation de mouvement quadridimensionnelle pour $x^\mu = q^\mu(\lambda)$ deviendra fondamentale de la mécanique

$$\frac{d^2 q^\mu}{(d\lambda)^2} = - \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dq^\alpha}{d\lambda} \frac{dq^\beta}{d\lambda} + e B^{\mu\alpha} g_{\alpha\beta} \frac{dq^\beta}{d\lambda} + K^\mu \quad (3)$$

Elle est (au terme K^μ près) la généralisation covariante de (2). ($g_{\alpha\beta}$ est le tenseur fondamental qui relie les composantes co- et contra-variantes $B_{\mu\nu} = g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} B^{\alpha\beta}$). On peut démontrer (vu la structure de $\Gamma_{\nu\eta}^{\mu 1}$) que la quantité $m^2 = -g_{\mu\nu} \frac{dq^\mu}{d\lambda} \frac{dq^\nu}{d\lambda}$ est une constante d'intégration si $K^\mu = 0$. Si $m^2 > 0$, les lignes sont du type A prévu par EINSTEIN. La relation entre le paramètre $ds = +\sqrt{ds^2}$ (défini par $ds > 0$ si $d\tau = dq^4 > 0$) et $d\lambda$ est alors, avec $m = +\sqrt{m^2}$:

$$ds = \pm m d\lambda \quad (4)$$

La substitution de (4) en (3) réduit (toujours si $K^\mu = 0$) notre formule à la formule d'EINSTEIN, qui prend, à son tour, la forme (2) de la mécanique non relativiste de NEWTON-LORENTZ pour des vitesses $|d\vec{q}/d\tau| \ll c$. m a donc la signification de la masse au repos. Mais il y a une différence très remarquable entre la théorie habituelle et la nôtre. L'ambiguité du signe en (4) a pour conséquence une ambiguïté du signe de la charge électrique e dans l'équation fondamentale de la mécanique. ($\pm e$ au lieu de e au 2ème membre de (2)). Notre mécanique (3) a ainsi l'avantage d'être valable à la fois pour les deux charges $\pm e$.

Le terme K^μ en (3) montre la possibilité de faire intervenir dans la théorie des forces nouvelles de nature ni électromagnétique ni gravifique. Si $K^\mu \neq 0$, la quantité m^2 définie plus haut n'est plus une constante d'intégration. Dans la région d'espace temps où ces champs apparaissent, la masse de repos de la particule doit donc varier. La fig. 1 montre l'effet qu'un champ particulier ($K^\mu = 0$ sauf dans l'intervalle $t_1 < t < t_2$ où K^4 diffère de zéro) exerce sur la ligne d'univers. Ce champ accélère la particule (ligne A) pendant l'intervalle $t_2 - t_1$ en diminuant en même temps la masse de repos, la particule gardant la direction de sa trajectoire. Un champ semblable mais plus fort a pour conséquence

¹⁾ cf. par ex. W. PAULI, Relativitätstheorie. Teubner, Leipzig-Berlin (1921), p. 587, Formule (69).

de déformer la ligne A en la ligne B . Un champ de cette intensité cause donc *l'annihilation d'une paire de particules*. On voit également que les deux partenaires sont de charge électrique opposée parce que le signe $dq^4/d\lambda \leq 0$ détermine le signe de $\pm e$. Un champ semblable et de même intensité mais ayant le signe opposé, déforme une ligne du type A en des courbes du type C et cause ainsi la *création d'une paire de particules*. Une difficulté se présente parce que les particules parcourent une partie de leur existence avec des vitesses supérieures à celle de la lumière. Ceci, et d'autres considérations d'ordre causal, nous semble être un argument important contre l'hypothèse de l'existence de telles forces, malgré la covariance de leur représentation.

Mais, même sans introduire ces champs nouveaux, la mécanique proposée a certains avantages sur celle d'EINSTEIN. La racine carrée qui, en théorie ordinaire, reliait l'énergie à l'impulsion et qui formait le grave obstacle à la quantification de la mécanique relativiste du point matériel a disparu dans notre théorie. Le procédé de quantification de SCHROEDINGER peut alors être mis sous une forme où l'espace et le temps interviennent d'une façon entièrement symétrique. A certains égards, le paramètre λ jouera le rôle de paramètre τ dans l'équation de SCHROEDINGER, tandis que les quatre coordonnées $q (= q^1, q^2, q^3, q^4 = \tau)$ prendront la place des trois $\tilde{q} (= q^1, q^2, q^3)$ en théorie non relativiste.

L'effet de cette quantification est d'établir une correspondance entre la théorie des rayons $x^\mu = q^\mu(\lambda)$ (optique géométrique) dans l'espace quatridimensionnel avec la propagation des paquets d'ondes $\psi(q, \lambda)$ normalisées à $\iiint (dq)^4 |\psi|^2 = 1$ (optique ondulatoire). Nous discutons l'exemple d'un champ électrique \tilde{E} à composantes $E_2 = E_3 = 0$ et, pendant l'intervalle très court $0 < t < \delta t$, $E_1 \neq 0$. Dans la limite $\delta t = 0$, $E_1 = \infty$, $E_1 \delta t = \text{fini}$, ce champ est décrit par un potentiel quadrivecteur $\Phi_2 = \Phi_3 = \Phi_4 = 0$; $\Phi_1 = 0$ pour $t > 0$ et $\Phi_1 = E_1 dt$ pour $t < 0$. L'hyperplan $x^4 = t = 0$ est maintenant une surface de discontinuité dans le continu espace-temps. Un rayon incident sur cette surface est réfracté. Fig. 2 montre la réfraction d'un rayon ψ_1 venant d'un point situé dans le demi-espace-temps supérieur $t > 0$. La ligne d'univers correspondant à cette réfraction n'est autre chose que le mouvement d'un *électron négatif* ($dq^4/d\lambda < 0$) accéléré par le champ \tilde{E} pendant l'intervalle δt . En théorie ondulatoire, un rayon réfléchi d'intensité définie et non nulle, est relié à tout rayon réfracté. A cet rayon réfléchi ψ_A correspond un *électron positif*, ($dq^4/d\lambda > 0$), créé au moment $t = 0$.

L'interprétation probabiliste de ce phénomène a déjà été discutée d'autre part¹⁾. Elle fera l'objet d'un exposé plus détaillé²⁾ de cette modification apportée à la théorie d'EINSTEIN. Remarquons déjà ici que cette théorie permet de prédire les *espérances mathématiques* de grandeurs physiques. L'espérance mathématique de la charge électrique $\bar{e}_V(t)$ qu'on observera dans un volume spatial V à un temps donné t et celle de l'énergie $W_V(t)$ dans un tel volume peuvent être calculées. Les prévisions se basent sur une *mesure* faite sur une particule au moment $q^4 \cong t_0 = q_0^4$. La mesure contient la détermination 1^o de l'endroit $\vec{q} \cong \vec{q}_0$, 2^o de la vitesse $\vec{v} \cong \vec{v}_0$ et 3^o dans une expérience de déflection électromagnétique,

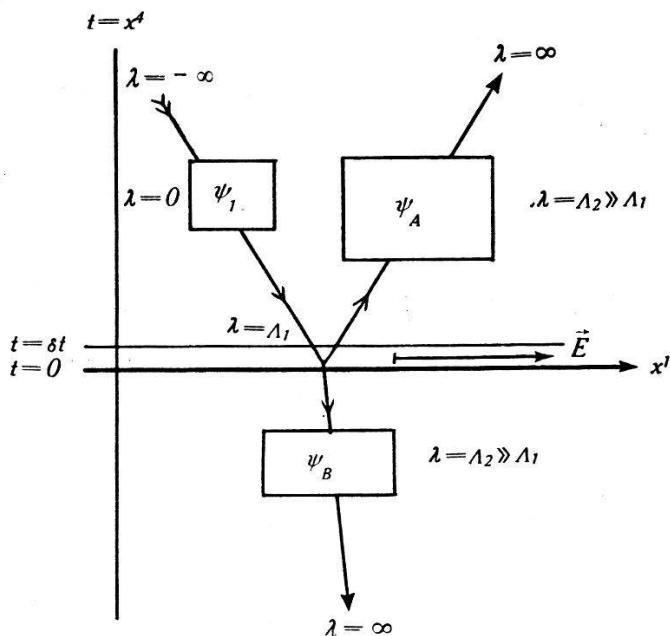


Fig. 2.

Sous l'influence d'une discontinuité de Φ_1 , le paquet d'ondes ψ_1 qui se trouve « au moment $\lambda = 0$ » à $x^\mu = q^\mu$, se décompose « au moment $\lambda = A_1$ » en un paquet réfracté ψ_B et un paquet réfléchi ψ_A .

de la valeur de e/m . Les résultats sont naturellement soumis à une relation d'incertitude (différente de celle d'HEISENBERG parce que $\Delta t = \Delta q^4 \neq 0$). Dans l'exemple exposé, cette mesure a été exécutée et son résultat est représenté par une particule de charge $-e$ observée pour $t > 0$, qui se trouve sur le rayon marqué par ψ_1 . Tout volume entourant ce rayon (pour $t > 0$) fournit l'espérance mathématique $\bar{e}_1 = -e$. Par contre, l'espérance mathématique de la charge contenue dans un volume entourant le rayon réfléchi

¹⁾ STUECKELBERG. Comm. Soc. Suisse de Phys. Séances des 7 et 8 IX. 1941; Helv. Phys. Acta **14**, 322 (1941); Actes Soc. Helv. des Sci. Nat. **121**, (1941).

²⁾ A paraître au prochain numéro des Helv. Phys. Acta.

(marqué par ψ_A) vaut $\bar{e}_A = +eW_A$. W_A est un nombre, contenu entre 0 et 1, déterminé par la théorie. La particule ne pouvant porter que des charges $\pm e$, il y a donc certitude que la particule suit la trajectoire correspondant à celle du paquet d'ondes ψ_1 pour $t > 0$, et la probabilité W_A qu'une antiparticule (de masse d'ailleurs égale à celle de la particule observée) se meut le long de la trajectoire du paquet ψ_A pour $t > 0$.

W_A est donc la probabilité que le champ \tilde{E} a créé une paire dont l'une des partenaires suit la ligne d'Univers ψ_1 .

Dans toutes les théories qui ont relié la relativité aux quanta, on a du faire intervenir le phénomène de la création et de l'annihilation de paires de particules. Nous voyons qu'ici, encore une fois, celà est le cas.

Je ne veux pas terminer cet exposé général sans exprimer la grande joie que j'éprouve à publier ces résultats à l'occasion de l'anniversaire de Monsieur le Professeur A. HAGENBACH. Je le prie d'accepter cette note comme un signe de ma profonde reconnaissance.

Genève, Institut de Physique de l'Université.
Octobre 1941.