**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta

**Band:** 14 (1941)

Heft: VII

Artikel: Bemerkung über den Zusammenhang zwischen Photometrie und

Kolorimetrie

Autor: König, H.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-111197

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 12.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

## Bemerkung über den Zusammenhang zwischen Photometrie und Kolorimetrie

von H. König (Bern).

(Mitteilung aus dem Eidg. Amt für Mass und Gewicht.)

(25. IX. 1941.)

Die Brücke zwischen Photometrie und Kolorimetrie erblickt man in der erstmals bei Abney auftauchenden Beziehung

$$V(\lambda) = \varrho \overline{r}(\lambda) + \gamma \overline{g}(\lambda) + \beta \overline{b}(\lambda) \tag{1}$$

 $V(\lambda)$ : Hellempfindlichkeitsfunktion

 $\overline{r}(\lambda)$ ,  $\overline{g}(\lambda)$ ,  $\overline{b}(\lambda)$ : kolorimetrische Grundreizfunktionen

 $\varrho, \gamma, \beta$ : konstante Koeffizienten

Hiernach soll die Helligkeit eine lineare Eigenschaft der Farben sein.

Zweck dieser Notiz ist 1) den recht komplexen Sinn dieser Gleichung durch Zerlegung in die verschiedenen Bedeutungsmöglichkeiten dem Verständnis zugänglicher zu machen und 2) einen kleinen Beitrag zur Frage ihrer zahlenmässigen Gültigkeit zu leisten.

1) Das "Hell"-Sein erscheint jedermann als eine selbstverständliche Eigenschaft eines jeden farbigen Lichtes. Wir haben insbesondere keinen Grund, nebeneinanderliegende, vollkommen gleich aussehende, strukturlose farbige Flächen anders als "gleich hell" zu definieren.

Um die Bedeutung dieser Feststellung richtig zu überblicken, müssen wir uns an das namentlich durch Schrödinger geklärte Verhältnis der Kolorimetrie zur Photometrie erinnern. Dem Übergang von der Kolorimetrie zur Photometrie entspricht

phänomenologisch (experimentell): Der Übergang von Farbglei-

chungen zu Farb-Ungleichungen;

empfindungsmässig: Der Übergang vom einfachen Urteil der vollständigen Gleichheit zum höheren, eine deutliche Überwindung kostenden Urteil über Gleichhelligkeit trotz vorhandener Ungleichfarbigkeit;

mathematisch: Der Übergang von der affinen zur metrischen Mannigfaltigkeit oder, wie man auch sagt, von der niederen

zur höheren Farbenmetrik.

Hiernach hat der Helligkeitsbegriff in irgendeiner Form mit der in obigem Sinne abgegrenzten Kolorimetrie nichts zu tun. Die oben als selbstverständlich hingestellte, mit dem Farbeindruck automatisch gekoppelte "kolorimetrische Helligkeit" (siehe unten die Funktion  $V_k$ ) ist ein unnötiges Anhängsel, von dem man in der reinen Kolorimetrie nie Gebrauch macht.

Die heterochrome Photometrie andererseits führt, etwas übertrieben gesagt, zu ebenso vielen "photometrischen Helligkeiten", als es Messmethoden und Messbedingungen zur Definition bzw. Realisierung des Begriffs "gleichhell" gibt. Wir brauchen uns nicht zu wundern, wenn z. B. die Flimmer-Hellempfindlichkeiten (siehe unten die Funktionen  $V_f$ ), wie sie durch das Flimmerverfahren bei verschiedenen Leuchtdichten für verschiedene Flimmerfeldgrössen gewonnen werden, wegen des Mitsprechens des Empfindungsanstieges an die 10% anders ausfallen als die statisch definierten, z. B. durch Direkt-Vergleich realisierten Hellempfindlichkeiten (siehe unten die Funktionen  $V_d$ ). Für letztere aber können die Messbedingungen für den kolorimetrischen und den photometrischen Versuch, abgesehen vom grundsätzlichen Unterschied, gleich gewählt werden: 2 symmetrische, statische Felder, gleiche Form und Grösse, gleiche Leuchtdichte bei beiden Versuchen.

Es widerspricht nun unserm tief eingewurzelten Bedürfnis nach Vereinfachung, in dieser letzgenannten "photometrischen Hellempfindung" etwas wesenhaft anders erblicken zu wollen als die "kolorimetrische Hellempfindung". Damit wird eine Brücke geschlagen, die in hohem Masse den Stempel der Selbstverständlichkeit, d. h. unserer Betrachtungsweise trägt, aber keine Selbstverständlichkeit ist, denn: Im Augenblick, da man über ungleichfarbige Flächen das Urteil "gleichhell" fällt, ersetzt man die intuitive, kolorimetrisch unnötige, photometrisch unbestimmte "kolorimetrische Helligkeit" durch die experimentelle, durch Apparat, Auge und Entschlusskraft definierte "photometrische Helligkeit". Wir transformieren den Begriff dadurch, dass wir mit ihm zu arbeiten beginnen.

Wir haben uns bisher bemüht, uns möglichst "theoriefrei" auszudrücken. Nun ist die Struktur sowohl der kolorimetrischen als auch der photometrischen Grössen in 1. Näherung linear. Die lineare Theorie, die man daher aufstellen darf und die sehr viele Forscher stückweise mit dem experimentellen Befund verwechseln, gibt uns die Möglichkeit, uns nicht nur symbolisch, sondern in einer der Zahlenrechnung zugänglichen Form auszudrücken:

Kolorimetrie: 3 Grassmann'sche Axiome, die die Linearität, 3-Dimensionalität und Stetigkeit des Farbraumes fordern; es existieren 3 Funktionen  $\overline{r}(\lambda)$ ,  $\overline{g}(\lambda)$ ,  $\overline{b}(\lambda)$ ; sie geben die unabhängigen Beiträge von Spektrallichtern gleicher Energie zum Rot-, Grün-, Blaueindruck an.  $R = \int S(\lambda) r(\lambda) d\lambda$  misst die Rotkomponente der Strahlungsdichte  $S(\lambda)$ .

Photometrie: Forderung der Linearität; es existiert eine Funktion  $V(\lambda)$ , welche die unabhängigen Beiträge von Spektrallichtern gleicher Energie zum Helligkeitseindruck angibt.

 $B = \int S(\lambda) V(\lambda) d\lambda$  misst die Leuchtdichte der Strahlungsdichte  $S(\lambda)$ .

In dieser linearen Ausdrucksweise muss die Forderung, dass (kolorimetrisch) "gleich" auch "gleich hell" für alle möglichen  $S(\lambda)$  in sich schliesse, zur Form (1) führen, denn man kann beweisen, dass in der allgemeinen Form

$$V(\lambda) = \varrho \, \overline{r} \, (\lambda) + \gamma \, \overline{g} \, (\lambda) + \beta \, \overline{b} \, (\lambda) + f(\lambda)$$

$$(f(\lambda) \, nicht \, eine \, Linearkombination \, von \, \overline{r} \, , \, \overline{g} \, , \, \overline{b})$$

$$(2)$$

 $f(\lambda)$  wegzulassen sei: Für 4 Strahlungen  $S^{i}(\lambda)$  findet man wegen der 3-Dimensionalität stets Koeffizienten  $C_{i}$ ,  $i=1\cdots 4$  derart, dass gleichzeitig  $\sum_{i} C_{i} \int S^{i}(\lambda) V(\lambda) d\lambda = 0$  und  $\sum_{i} C_{i} \int S^{i}(\lambda) \left[ \varrho \overline{r}(\lambda) + \gamma \overline{g}(\lambda) + \beta \overline{b}(\lambda) \right] d\lambda = 0$  wird, so dass  $\sum_{i} C_{i} \int S^{i}(\lambda) f(\lambda) d\lambda = 0$  sein muss, was der Voraussetzung über  $f(\lambda)$  widerspricht.

Der Vollständigkeit halber erwähnen wir, dass natürlich bei den Bestrebungen zur Vereinheitlichung der Licht- und Farbbewertung der Beziehung (1) der gebührende Platz eingeräumt wurde. Einer Änderung der Wahl des Farbdreiecks entspricht eine lineare Transformation der  $\bar{r}(\lambda)$ ... und eine dazu kontravariante Transformation von  $\varrho$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ . Nachdem die Internationale Beleuchtungskommission 1924  $(V(\lambda, \text{int})$  gewählt hatte, wurde 1931 von ihr  $\bar{r}(\lambda)$ ,... auf die damaligen besten Messungen und auf  $V(\lambda, \text{int})$  so abgestimmt, dass nach der Transformation  $\varrho$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  zu 0, 1, 0 und  $\bar{r}(\lambda)$ ,  $\bar{g}(\lambda)$ ,  $\bar{b}(\lambda)$  zu den sog. Normalreizfunktionen  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda) = V(\lambda, \text{int})$ ,  $\bar{z}(\lambda)$  wurden. Es brauchten also wegen (1) nur noch  $\bar{x}(\lambda)$  und  $\bar{z}(\lambda)$  festgelegt zu werden.

Erst jetzt sind wir in der Lage, die Frage nach der experimentellen Kontrollierbarkeit von (1) zu formulieren.

Wir schreiben (1) für die "kolorimetrische Hellempfindlichkeit" an:

$$V_{k}(\lambda) = \varrho_{k} \overline{r}(\lambda) + \gamma_{k} \overline{g}(\lambda) + \beta_{k} \overline{b}(\lambda). \tag{1a}$$

Fasst man die rechte Seite von (1a) symbolisch (nicht algebraisch) als Ausdruck für das gewogene Zusammenwirken der Teilbeiträge zu einem Ganzen auf, dann ist die Gleichung als Definition beliebig genau, aber sie dient nicht als Rechenbehelf. Kontrollierbar ist sie also nicht; sie ist aber trotzdem nicht sinnlos, weil sie den Anschluss an die Photometrie anbahnt.

Fasst man (1a) gewöhnlich algebraisch auf, dann ist sie in dem Masse, als  $\overline{r}(\lambda)$ ,  $\cdots$  bestimmbar sind (s. unten), eine angenäherte Beschreibung eines richtigen Sachverhaltes. Der Addition auf der rechten Seite ist kein Experiment zugeordnet;  $\varrho, \gamma, \beta$ 

müssen in der reinen Kolorimetrie unbestimmt bleiben, weil sie nur durch photometrische Experimente bestimmbar sind.

Während (1a) der Ausdruck ist für die Art und Weise, wie wir beurteilen wollen, stellen die Gleichungen mit gemessenem  $V(\lambda)$  — wir greifen als Beispiele nur die Typen  $V_d(\lambda)$  und  $V_f(\lambda)$  heraus — kontrollierbare Zahlengleichungen dar:

$$V_{a}(\lambda) = \varrho_{a} \overline{r}(\lambda) + \gamma_{d} \overline{g}(\lambda) + \beta_{d} \overline{b}(\lambda)$$
 (1b)

$$V_f(\lambda) = \varrho_f \, \overline{r}(\lambda) \, + \gamma_f \, \overline{g}(\lambda) \, + \, \beta_f \overline{b}(\lambda) \, .$$
 (1 c)

Die ganze Entwicklung hat gezeigt, dass die Linearität beim photometrischen Direktvergleich mangelhaft erfüllt ist, und (1b) kann nicht besser stimmen, als  $V_d$  überhaupt bestimmbar ist. Entsättigt man die zu vergleichenden Lichter durch Zumischen von Weiss (Kohlrausch), so scheint die Mannigfaltigkeit dadurch linearisiert zu werden. Die Genauigkeit der Kontrolle leidet aber darunter. Schrödinger (Müller-Pouillet, Optik 1 (1926), S. 549) glaubt in den Ergebnissen von Kohlrausch Abweichungen von der Gültigkeit von (1b) von einigen Prozent zu erkennen.

Beim Flimmervergleich ist wegen der hohen Güte des Kriteriums "gleichhell = flimmerfrei" die Abhängigkeit von  $V(\lambda)$  von den Messbedingungen am leichtesten bestimmbar. Aber gerade hier überraschen uns Abweichungen von (1c) am wenigsten, denn:

Die kolorimetrischen Untersuchungen werden oft mit grösserem Feld ausgeführt als die photometrischen. Wegen der abgetönten Gelbfärbung der Netzhautmitte ist ein Unterschied in der Feldgrösse der Vorschaltung eines Gelbfilters gleichwertig. Ein Farbfilter ist aber im allgemeinen nicht durch andere Wahl von  $\varrho, \gamma, \beta$  auszugleichen. Folglich ist anzunehmen, dass die photometrischen  $V(\lambda)$  von einer Linearkombination von  $\overline{r}, \overline{g}, \overline{b}$  im allgemeinen abweichen.

Aber auch wenn man diese Filterwirkung in Abzug bringt, so bleibt immer noch der Empfindungsanstieg, der beim Flimmern wirksam ist, beim Direktvergleich und in der Kolorimetrie jedoch nicht, so dass man sich auf komplizierte Abweichungen von (1 c) gefasst machen muss.

Zusammenfassend und zugleich etwas schematisierend können wir also sagen:

Wo die Beziehung (1) als Selbstverständlichkeit auftritt, ist sie nicht kontrollierbar;

wo sie nahezu als selbstverständlich erscheint (es aber nicht ist), und wo die Abweichungen von ihrer Gültigkeit theoretisch besonders interessant wären, sind dieselben schwer feststellbar und bis heute auch nicht mit Sicherheit festgestellt worden, und

wo die Abweichungen leicht festzustellen sind und auch in geringem Mass festgestellt wurden, beziehen sich linke und rechte Seite auf verschiedene Apparaturen und Messbedingungen, so dass man sich über diese Abweichungen nicht wundern darf und sie wohl registrieren, aber nicht interpretieren kann.

- 2) Die zahlenmässige Prüfung von (1c) (Flimmer- $V(\lambda)$ ), mit welcher allein wir uns hier befassen wollen, kann auf zwei Arten erfolgen:
- a) Indem man versucht, durch passende Wahl von  $\varrho_f$ ,  $\gamma_f$ ,  $\beta_f$   $V_f$  gemäss (1c) möglichst gut darzustellen, und
- b) indem man die Beeinflussbarkeit von  $V_f$ , im besonderen die Abhängigkeit von  $V_f$  von der Leuchtdichte, als

$$\Delta V_{f}(\lambda) = \Delta \varrho_{f} \overline{r}(\lambda) + \Delta \gamma_{f} \overline{g}(\lambda) + \Delta \beta_{f} \overline{b}(\lambda)$$
 (3)

darzustellen versucht.

Bei b) fallen die wahren Werte von  $\overline{r}(\lambda)$ ,  $\cdots$  weniger ins Gewicht als bei a). Kontrolle b) verdient also theoretisch höheres Interesse.

Es ist bekannt, dass Farbgleichungen, und damit  $\overline{r}(\lambda)$ ,  $\overline{g}(\lambda)$  und  $\overline{b}(\lambda)$  etwas sehr Stabiles sind; zwei verschieden zusammengesetzte, gleich aussehende Lichter sind offenbar für unser Auge dasselbe, denn eine Farbgleichung ist, abgesehen vom Gebiet des Dämmerungssehens (Purkinje) und der Blendung (Wright), in einem Leuchtdichtebereich, der einen Faktor 2 umfasst, von der Leuchtdichte innerhalb 1% unabhängig.

In einer demnächst erscheinenden Arbeit von Lüthy werden neue sorgfältig bestimmte Werte für  $V_f(\lambda)$  in Abhängigkeit von der Leuchtdichte mitgeteilt.

Zu a) Diese  $V_f(\lambda)$ -Funktionen sind, wenn man vom Blau absieht, auf etwa 3% des Maximalwertes von  $V_f$  gemäss (1c) darstellbar.

Zu b) Bei mittleren Leuchtdichten (50 · · · 500 asb) beträgt  $\Delta V_f$  je Leuchtdichteänderung um einen Faktor 2 einige Prozent, maximal 4% (des Maximalwertes von  $V_f$ ) im Rot.  $\Delta V_f$  ist nun zwischen 470 m $\mu$  und 650 m $\mu$  auf etwa 1% (des Maximalwertes von  $V_f$ ) genau gemäss (3) darstellbar.

Im Hinblick auf die vorliegende Analyse der Gleichung (1) wurde von Lüthy (l. c.) die Leuchtdichteabhängigkeit einer Farbgleichung im Gebiet stärkster Beeinflussbarkeit von  $V_f$ , also im Rot, flimmerphotometrisch untersucht; es wurde das mit 2 mm OG 3 (Sснотт) gefilterte Licht einer Glühlampe gegen gleich aussehendes Spektrallicht ( $\lambda = 620 \text{ m}\mu$ ) abgeglichen, und zwar bei Leuchtdichten zwischen 35 und 500 asb.

Für einen Farbtüchtigen ergab sich ein Gang von ca. 1%, für einen Deuteranomalen ein solcher von ca.  $\frac{1}{2}\%$  je Änderung der Leuchtdichte um einen Faktor 2.

Es ist nicht leicht, theoretisch auszudrücken, was bei dieser Messung überhaupt geschieht. Da es sich um eine Farbgleichung handelt, da man sich also im Gebiet der reinen Kolorimetrie bewegt, ist dafür gesorgt, dass man von einer Abhängigkeit der unbestimmten Koeffizienten  $\varrho, \gamma, \beta$  von der Leuchtdichte nichts merkt. Insofern stellt dieser Versuch die direkteste Kontrolle einer Gleichung vom Typus (3) dar. Aber die  $\overline{r}(\lambda), \cdots$ , welche hierbei wirksam sind, sind nicht die kolorimetrisch bestimmten  $\overline{r}(\lambda)$ , um die es sich bis jetzt stets gehandelt hat, sondern um flimmerphotometrisch wirksame, uns einstweilen unbekannte Funktionen.

Auf beiden Wegen kommen wir jedenfalls grössenordnungsmässig zum Ergebnis: Trotz des verschiedenartigen Ursprungs der beteiligten Funktionen ist die zwischen Flimmerphotometrie und Kolorimetrie denkbare Verknüpfungsgleichung (1c) in bezug auf die Abhängigkeit der beteiligten Funktionen von der Leuchtdichte in einem einen Faktor 2 umspannenden Bereich der letzteren innerhalb 1—2% (des Maximalwertes) sinnvoll.

Trotzdem messtechnische Gründe die Einheitlichkeit des Gesamtgebietes stören und Kolorimetrie und heterochrome Photometrie voneinander reissen, so dass (1) nur theoretische Bedeutung zu bewahren scheint, gibt es einen praktischen Fall, in welchem die beiden Teilgebiete in den Anwendungen zusammenstossen und der Gültigkeitsgrad von (1) als Gültigkeitsgrad eines praktischen Verfahrens unmittelbar in Erscheinung tritt, nämlich der Fall des trichromatischen Verfahrens der heterochromen Photometrie. Bei diesem Verfahren handelt es sich darum, durch Herstellung zweier Farbgleichungen zwei Lichter  $L_1$  und  $L_2$  in die Komponenten  $R_1$ ,  $G_1$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_2$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  zu zerlegen und das Verhältnis der Leuchtdichten  $G_1$  und  $G_2$  nach der Formel

$$\frac{B_{1}}{B_{2}} = \frac{\varrho R_{1} + \gamma G_{1} + \beta B_{1}}{\varrho R_{2} + \gamma G_{2} + \beta B_{2}}$$

zu berechnen. Die ganze Kenntnis über  $V(\lambda)$  konzentriert sich in den drei Koeffizienten  $\varrho$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ , die hier bekannt sein müssen. Gleichung (1) erscheint bei diesem Verfahren als erstes Axiom, und für die Übereinstimmung dieses und anderer photometrischer Verfahren, im besonderen des Flimmerverfahrens, gilt grössenordnungsmässig all das, was oben über die Gültigkeit von (1) gesagt wurde.