Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 12 (1939)

Heft: III

Artikel: Über den Einfluss laminarer und turbulenter Strömung auf das Röntgenstreubild von Wasser und Nitrobenzol : ein röntgenographischer Beitrag zum Turbulenzproblem

Autor: Dubs, Werner

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-110937

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Copyright 1939 by Schweizerische Physikalische Gesellschaft.
Société Suisse de Physique. — Società Fisica Svizzera.
Nachdruck verboten. — Tous droits réservés. — Printed in Switzerland.

Über den Einfluss laminarer und turbulenter Strömung auf das Röntgenstreubild von Wasser und Nitrobenzol. Ein röntgenographischer Beitrag zum Turbulenzproblem

von **Werner Dubs.**

(11. II. 39.)

Zusammenfassung: In der vorliegenden Arbeit soll durch eine röntgenographische Untersuchung an Wasser und Nitrobenzol festgestellt werden, ob sich der hydrodynamisch so bedeutsame Effekt des Überganges von der laminaren Strömungsform zur Turbulenz, bis in Bereiche molekularer Grössenordnung auswirkt und eventuell zu einer Einwirkung auf eine cybotactische Molekülgruppen-Anordnung (STEWART) oder quasikristalline Struktur (DEBYE) der Flüssigkeiten führt. Zur Abklärung eines solchen Einflusses mussten zunächst eindeutig determinierte Strömungszustände geschaffen werden. Der Zusammenhang zwischen den, in der Hydrodynamik, zur Beurteilung der Strömungsform, üblichen Bestimmungsmethoden und der röntgenographischen Untersuchung über Veränderungen in der molekularen Anordnung, wurde gegeben durch einen Modellversuch. Der Strömungszustand wurde visuell vermittels Farbbeimischung und messtechnisch durch Bestimmung des Widerstandsbeiwertes in Funktion der Reynolds'schen Zahl, festgestellt. Durch kinematographische Aufnahmen bei stufenweise erhöhten Reynolds'schen Zahlen, konnten besonders auch im Übergangsgebiet bei verschiedenen Graden der Turbulenz, einzelne Phasen der Wirbelbildung festgehalten werden. Für die Widerstandsbeiwerte ergab sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den Gesetzen von POISEUILLE und BLASIUS. Ferner wurde im Gebiete der Laminarströmung bei hohen Reynolds'schen Zahlen, der mit dem Schiller'schen Ansatz berechnete theoretische Verlauf von λ bis zu dem Werte $Re=16000$, eben falls sehr gut bestätigt. Beide Bestimmungsmethoden wurden einander gegenübergestellt. Die Versuchsflüssigkeiten wurden nun, bei bekannten Strömungszuständen, nach der Debye-Scherrer-Methode auf ihre Röntgeninterferenzen und damit auf ihren inneren Aufbau untersucht. Die bei Wasser und Nitrobenzol durchgeführten Messungen zeigen in der Gegenüberstellung der jeweiligen gemittelten Streukurven der beiden Strömungsformen nur äusserst kleine Unterschiede. *Es ergibt sich mit Sicherheit, dass im Röntgendiagramm ein grosser, den Wechsel der Strömungsform deutlich anzeigender, Effekt nicht besteht.* Texturen, welche Schlüsse auf eine Bevorzugung bestimmter Richtungen durch einen gewissen Prozentsatz der Moleküle zulassen würden, treten nicht auf. Dagegen scheint in bezug auf die „cybotaxis" ein sehr kleiner Effekt zu bestehen, dessen reelle Existenz aber mit Rücksicht auf den Umstand, dass sich leider die gegenseitigen Fehlergrenzen gerade noch berühren, nicht mit absoluter Sicherheit angegeben werden kann. Es konnte indessen gezeigt werden, dass diese kleinen Abweichungen qualitativ weitgehend denselben Charakter haben wie der von anderen Autoren an den gleichen Flüssigkeiten beobachtete Temperatureffekt. Eine endgültige Abklärung eines eventuellen Einflusses der Strömungsform auf die „cybotaxis", welcher auf Grund unserer Ergebnisse sicher sehr klein sein muss, kann nur durch eine noch wesentlich verfeinerte Messtechnik gegeben werden.

Einleitung und Problemstellung.

Mischt man, dem klassischen Versuch von O. REYNOLDS[1]) folgend, der Strömung in einem Glasrohre, durch eine im Einlauf angebrachte Düse, einen Farbstoff bei, so zeigt sich bei genügend kleinen Geschwindigkeiten über die ganze Rohrlänge ein geradliniger Farbfaden; die Strömung ist laminar. Steigert man nun die Geschwindigkeit stetig, so beginnt sich, von einem bestimmten Werte an, der Mechanismus der Strömung, ohne zusätzliche äussere Einwirkung, vollständig zu ändern. Es treten plötzlich Mischbewegungen auf, die ein wirbelartiges Aufrollen des Farbstrahles bewirken; die Strömung ist turbulent. Physikalisch tritt beim Wechsel der Strömungsform dadurch ein Effekt in Erscheinung, dass die Gesetzmässigkeiten der Geschwindigkeitsverteilung, des Druckverlustes (BLASIUS[2]) und des Wärmeüberganges (NUSSELT[3]) beeinflusst werden.

Während sich die Laminarströmung einer strengen mathematischen Behandlung zugänglich zeigt, sind für die Turbulenz nur noch Näherungslösungen möglich. Der Mechanismus der Turbulenz lässt sich, nach der besonders von PRANDTL[4]) geförderten Auffassung, qualitativ durch folgendes Bild darstellen: In der turbulenten Strömung bilden sich einzelne *Flüssigkeitsballen* (Wirbel), die innerhalb der Hauptbewegung, während einer gewissen Relaxationszeit eine Eigenexistenz, in einer nur statistisch erfassbaren Nebenbewegung führen, um sich dann nach Zurücklegung einer bestimmten Weglänge mit der neuen Umgebung zu vermischen. Die Grösse dieser ausgetauschten Flüssigkeitsbereiche ist zeitlich und räumlich verschieden und ebenfalls nur statistisch bestimmbar. Innerhalb der Strömung durch einen gegebenen Raum nimmt ihre Grösse von der Wand gegen das Innere der Strömung zu, ausserdem spielt offenbar die Dimension des durchflossenen Raumes eine Rolle*).

*) Rein grössenordnungsgemäss ist zu vermuten, dass die Dimension dieser Flüssigkeitsballen dadurch bestimmt ist, dass innerhalb derselben die Trägheitskräfte ungefähr gleich den Zähigkeitskräften werden. Dies würde bedeuten, dass die untere Grenze der Ballengrösse durch die Bedingung $Re = 1$ gegeben ist. Wenn wir den Durchmesser eines Ballens mit a und die mittlere Geschwindigkeit am Orte des Ballens mit c_B bezeichnen, so ist wohl die Grösse der Bezirke in welche die Turbulenz hinunterreicht, durch $Re = \frac{\varrho \cdot a \cdot c_B}{\eta} \leqq 1$ gegeben. In einem Wasserstrahl von 1 mm Durchmesser und einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit von 1000 cm/sec ($Re \sim 10\,000$) sind somit die Bezirke vielleicht von der Grössenordnung $\frac{1}{10\,000}$ cm$=1\ \mu$ zu setzen, so dass bei $^1/_{10}\ \mu$ wahrscheinlich schon nichts mehr zu bemerken sein wird.

So hat DRYDEN[5]) in der Grenzschicht an einer Platte von 152 cm Länge, welche in einem Windkanal von 91,4 cm Durchmesser, mit einer Windgeschwindigkeit von 1524 cm/sec angeströmt wird, mit einem Hitzdrahtanemometer die Frequenz der Schwankungsbewegungen gemessen. Auf Grund seiner Ergebnisse kann in diesem Falle die lineare Ausdehnung eines Wirbels zu 1—2 cm abgeschätzt werden. Andererseits haben FAGE und TOWNEND[6]) an der Strömung in einem Messingrohr von ca. 2 cm Durchmesser mit einem Ultramikroskop die Mikroturbulenz untersucht. Als Flüssigkeit verwendeten sie gereinigtes Trinkwasser, welches Partikelchen enthielt, die bei ruhendem Wasser die Brownsche Bewegung zeigten und somit im Maximum einen Durchmesser von 1 μ haben. In unmittelbarer Wandnähe beschrieb jedes dieser Teilchen, bei Turbulenz, eine unregelmässige, wellenlinienförmige Bahn (Vergr. 200-fach). Über die Grösse der einzelnen Schwankungsbereiche, die in dieser Zone sehr klein sind, kann allerdings nichts Bestimmtes ausgesagt werden; doch dürfte sie nach einer Schätzung aus den Bildern die Grössenordnung der Teilchen nicht wesentlich übersteigen. Gegen das Innere des Rohres bewegten sich dagegen die Teilchen in geraden Linien, mehr oder weniger schräg zur Strömungsrichtung. Es zeigten sich auch Gruppen von parallelen Bahnspuren, so dass angenommen werden kann, dass in diesem Falle eventuell mehrere Teilchen gemeinsam als ein grösserer Komplex reagierten. Bei laminarer Strömung verlaufen im Gesichtsfeld (ca. 2 mm) alle Bahnen geradlinig und parallel zur Strömungsrichtung.

Von SADRON[7]) ist ferner der Einfluss der Strömungsform auf die optischen Eigenschaften reiner Flüssigkeiten und kolloidaler Lösungen untersucht worden, indem er die Lage der optischen Axen und die Grösse der Doppelbrechung der strömenden Substanzen bestimmte. Er fand, dass bei reinen Flüssigkeiten (z. B. primären Alkoholen, Nitrobenzol usw.) die Lage der optischen Axen unabhängig vom Geschwindigkeitsgradienten ist und daher durch die Turbulenz nicht beeinflusst wird. Dagegen ist die Änderung der Doppelbrechung bei laminarer Strömung proportional dem Geschwindigkeitsgradienten (Proportionalitätsgesetz). Inbezug auf die Turbulenz sind jedoch die Resultate nicht ganz eindeutig, doch scheint bei geeigneter Beobachtungsmethode kein Turbulenzeffekt zu bestehen, so dass somit die optischen Eigenschaften reiner Flüssigkeiten durch den Wechsel der Strömungsform nicht berührt werden.

Bei kolloidalen Lösungen ist im laminaren Strömungsgebiet, nach Messungen von SADRON an Lösungen von Nitrozellulose in

Cyclohexanon, der für die Lage der optischen Axen massgebende Winkel Θ eine abnehmende Funktion des Geschwindigkeitsgradienten. Das Auftreten der Turbulenz macht sich in diesem Falle durch eine Unstetigkeit im Funktionsverlauf bemerkbar, indem plötzlich der Wert für Θ verkleinert wird. Ferner wird bei laminarer Strömung das Proportionalitätsgesetz für die Strömungsdoppelbrechung bestätigt. Durch die Turbulenz wird die Grösse der Strömungsdoppelbrechung ebenfalls verändert. Sie bewirkt, wie auf Grund der Resultate von SIGNER und GROSS[8]) an Lösungen von Polystyrol in Cyclohexanon gezeigt werden kann, eine deutliche Vergrösserung der dynamo-optischen Konstanten und damit wiederum eine Unstetigkeit im Funktionsverlauf. Der Umstand, dass sich bei den untersuchten reinen Flüssigkeiten und kolloidalen Lösungen eine Strömungsdoppelbrechung einstellt, deutet auf eine mittlere Orientierung der Moleküle und Partikelchen in der strömenden Flüssigkeit hin.

Andererseits sprechen verschiedene Anzeichen (DEBYE[9]) dafür, dass Flüssigkeiten ganz allgemein eine gewisse räumliche Regelmässigkeit in der Anordnung der Moleküle, d. h. eine quasikristalline Struktur besitzen. Speziell nach der STEWART'schen Auffassung[10]) besteht in einer Flüssigkeit ein „cybotactischer" Zustand der dadurch gekennzeichnet ist, dass hunderte oder sogar mehr Moleküle einzelne Gruppen mit unbestimmten Grenzen bilden. Diese Gruppen, welche eine durch die Temperatur und die molekularen Kräfte bedingte innere Regelmässigkeit besitzen, führen eine zeitliche Existenz als Einzelwesen. Es ist nun von grossem Interesse festzustellen, ob der Wechsel der Strömungsform auf eine derartige Anordnung von Einfluss ist. Die Bestimmung eines solchen Effektes ist möglich durch Messung der Intensitätsverteilung im Röntgenstreubild bei beiden Strömungszuständen.

Mit Rücksicht auf die technische Bedeutung und auf die Einfachheit in der Versuchsdurchführung wurde in der vorliegenden Arbeit in erster Linie die Wasserströmung untersucht. MERCIER[11]) weist in einer vorläufigen Mitteilung auf einen eventuellen Einfluss des Strömungsgesetzes auf das Röntgenstreubild des Wassers hin. Da aber die Wassermoleküle sehr „kugelig" sind und gegenüber dem relativ schweren O-Atom die beiden H-Atome im Röntgenstreubild nur sehr schwach zur Geltung kommen, ist ein Orientierungseffekt wohl im Röntgendiagramm nur schwer zu erkennen. Als weitere Substanz wurde Nitrobenzol untersucht. Die Nitrobenzolmoleküle haben die Form flacher Scheibchen und besitzen ausserdem eine gewisse Gruppierungstendenz[12])[13]). Ursprünglich

war beabsichtigt, die Untersuchungen auch auf Flüssigkeiten mit Stäbchenmolekülen (aliphatische Reihen) auszudehnen. Jedoch erwies sich in der Folge die, im wesentlichen zur Röntgenanalyse der Wasser- und Nitrobenzolströmung konstruierte, Zirkulationsapparatur für die Untersuchung solcher in Frage kommender Stoffe (lange Kettenmoleküle) als ungeeignet. So wäre es z. B. vielfach nur durch Anwendung sehr hoher Drucke oder zusätzlicher Heizung möglich gewesen eine turbulente Strömung zu erzeugen.

Ferner wurde die Verwendung von Quecksilber als Untersuchungsflüssigkeit geprüft. Bei Quecksilber müssen wegen der sehr geringen kinematischen Zähigkeit die Strömungsgeschwindigkeiten im laminaren Gebiet derart gering sein, dass sich die, bei den Röntgenaufnahmen von Wasser und Nitrobenzol durchgeführte Belichtung des freien Strahles nicht mehr verwirklichen lässt. Die grosse Oberflächenspannung wirkt sich ebenfalls störend aus.

Von grundlegender Bedeutung für die ganze Untersuchung ist die Erzeugung eindeutig determinierter Strömungszustände. Die Strömungsverhältnisse können nun am besten im runden Rohre überblickt werden, da dort viele Erscheinungen in grösster Einfachheit auftreten. Bei der Röntgenanalyse soll ferner die Strömung unmittelbar nach dem Austritt aus einem Rohr untersucht werden, so dass auch mit Rücksicht auf die Stabilität des freien Strahles ein kreisförmiger Flüssigkeitsquerschnitt gegeben war. Ausserdem bietet sich dadurch am ehesten die Möglichkeit die eigenen Resultate mit denjenigen anderer Autoren in Beziehung zu bringen.

Für die Herstellung der Röntgenaufnahmen kommt nur eine sehr geringe Präparatdicke in Betracht. So darf nach TRILLAT[14]) für nicht streng monochromatische Cu-K-Strahlung, wie sie von einer mit 20 KV bis 40 KV betriebenen Röhre emittiert wird, keinesfalls eine maximale Schichtdicke von 1 mm überschritten werden, da sonst eine selektive Filtration der von der Röhre emittierten Bremsstrahlung einsetzt, welche im Röntgenstreubild störend in Erscheinung tritt. Ein Flüssigkeitsstrahl von solch kleinen Dimensionen lässt sich aber strömungstechnisch (Druckverlustmessungen, Farbstoffbeimischungen) praktisch nicht mehr einwandfrei beobachten.

Es ergab sich somit die Notwendigkeit die ganze Untersuchung in zwei getrennten Anlagen durchzuführen. Diese beiden Anlagen müssen in festen theoretischen Beziehungen zueinander stehen (Ähnlichkeitsgesetz), damit die Resultate, welche mit Hilfe einer Einrichtung gewonnen wurden, auf die andere übertragen werden können (Modell und Ausführung).

I. Experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung des Strömungszustandes.

1. Beschreibung der Modellanlage für die Beobachtung des Strömungszustandes. — Gesamtanordnung.

Aus den Navier-Stockes'schen Gleichungen geht hervor, dass bei genau geometrisch ähnlichen Räumen (rel. Rauhigkeit konstant) die physische Bedingung

$$Re = \frac{c \cdot l \cdot \varrho}{\eta} = \text{const.}$$

erfüllt sein muss, damit das Strömungsbild in allen Teilen ähnlich ist. Speziell für die Strömung in einem runden Rohre lautet der obige Ausdruck, welcher als Reynolds'sche Zahl bezeichnet wird:

$$Re = \frac{c \cdot d}{\nu} = \text{const.} \tag{1}$$

Dabei bedeuten:

$c = \dfrac{Q}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2}$ = mittlere Geschwindigkeit,

d = Rohrdurchmesser

$\nu = \dfrac{\eta}{\varrho}$ = kinematische Zähigkeit der Flüssigkeit,

Q = Durchflussmenge pro Zeiteinheit,

η = Zähigkeit,

ϱ = Dichte.

In der rund elf mal vergrösserten Modellanlage sind das Versuchsrohr mit der Düse und den gesamten vorangehenden Leitvorrichtungen (Fig. 1) streng geometrisch ähnlich zu der bei der Röntgenuntersuchung verwendeten Apparatur (Fig. 36) übertragen worden. Durch Farbstoffbeimischung entsprechend der Methode von Reynolds[1]), sowie durch Messung des Druckverlustes bei verschiedenen Reynolds'schen Zahlen, wurden die, der Apparatur eigenen Bereiche des laminaren Strömungszustandes des Übergangsgebietes und der Turbulenz bestimmt. Die Ausmessung der Geschwindigkeitsprofile, welche ebenfalls ein Kriterium für den Strömungszustand ergeben würde, birgt bei dem geringen Rohrdurchmesser ($d = 0{,}9$ cm) und den kleinen Staudrücken bei laminarer Strömung erhebliche Ungenauigkeitsquellen in sich.

Die Versuchsanlage für die Strömungsbeobachtung wurde in der hydraulischen Abteilung des Maschinenlaboratoriums an der E. T. H. in Zürich aufgestellt und ist in Fig. 1 schematisch dargestellt.

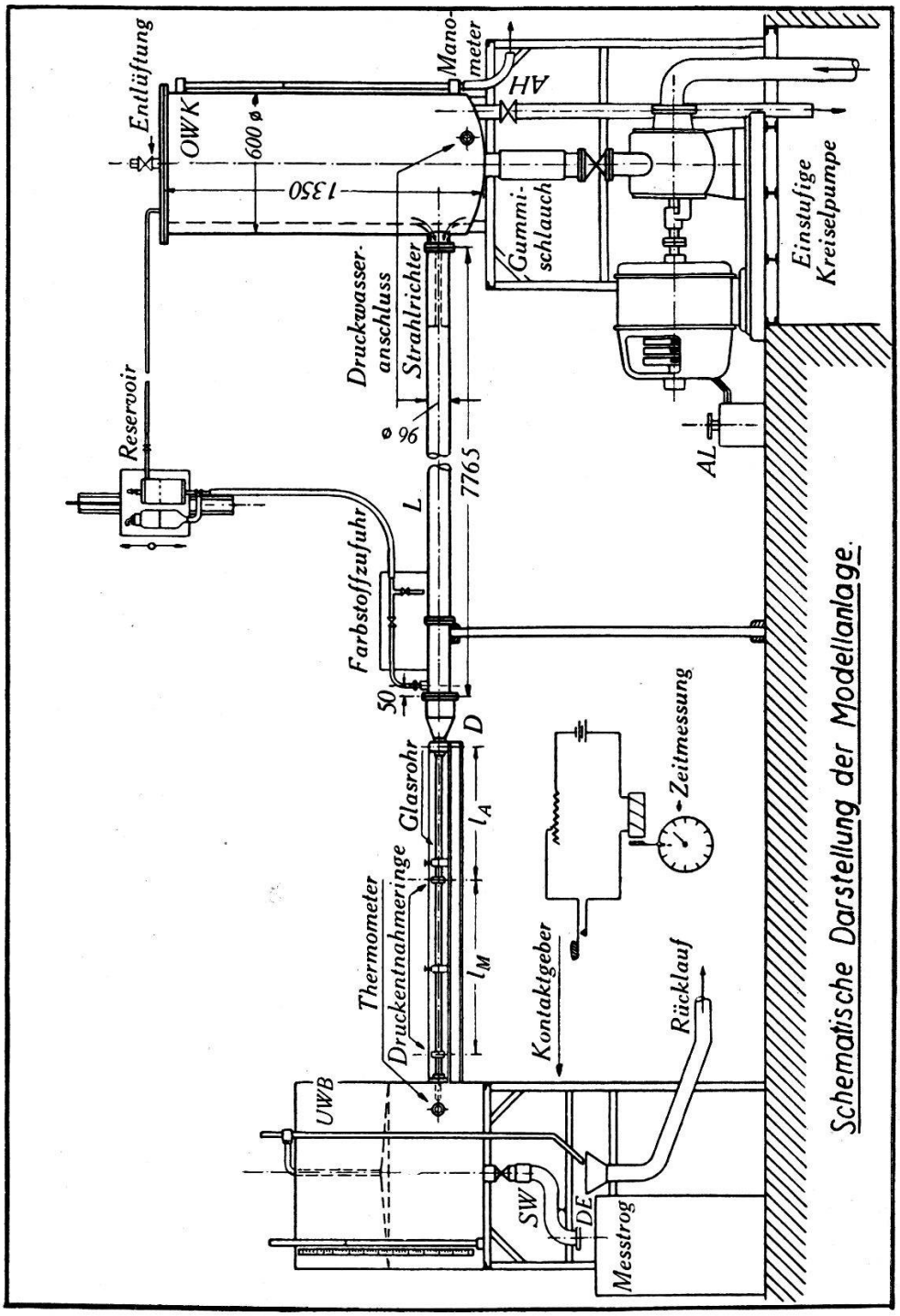

Fig. 1.

Das Wasser wurde aus einem rund 30 m³ fassenden Vorratsbehälter vermittels einer Kreiselpumpe die durch einen Asynchronmotor (Leistung 1,84 kW, Umdrehungszahl veränderlich zwischen 850 und 1450 Touren/Min.) angetrieben wurde, in den Oberwasser-

behälter (*OWK*) gefördert. Aus diesem gelangt es durch eine Rohrleitung (*L*) von 89,3 mm lichter Weite über eine Düse in das Versuchsrohr von ca. 9 mm innerem Durchmesser. Diese mit einer grossen Beschleunigung verbundene Art der Zuströmung hat einen ordnenden Einfluss auf die Strömung im Versuchsrohr. Nach Durchlaufen des Versuchsrohres fliesst das Wasser über einen Unterwasserbehälter (*UWB*) in einen Schwenker (*SW*), von welchem es entweder in den Messtrog oder direkt in den Vorratsbehälter zurückfliesst.

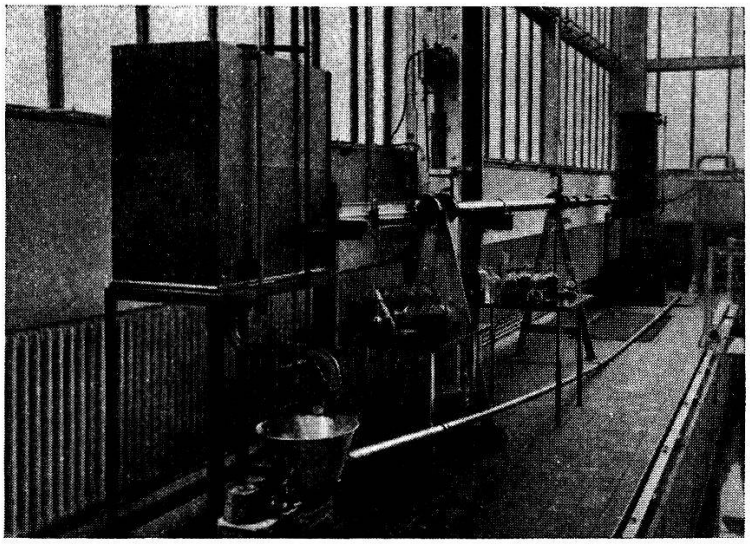

Fig. 2.
Gesamtansicht der Modellanlage mit Kreislauf des Wassers.

Für die einstufige Kreiselpumpe ergaben sich auf Grund der aufgenommenen Drosselkurven, bei einer Drehzahl von $n = 1440$ T/Min. folgende Förderhöhen und Wassermengen:

$H = 12{,}2$ m H_2O	$Q = 0$	l/sec. (geschl. Schieber)
$H = 11{,}0$,,	$Q = 6{,}00$	,,
$H = 10{,}0$,,	$Q = 7{,}60$	,,
$H = 9{,}0$,,	$Q = 8{,}85$	,,

Zur Grobregulierung diente der Anlasser (*AL*) des Antriebmotors und zur Feinregulierung der Abflusshahn (*AH*) am Boden des Windkessels. Durch ihn konnte das Wasserniveau $1^0/_{00}$ bis $3^0/_{00}$ genau auf einen bestimmten konstanten Wert einreguliert werden. Wurde nur ein kleiner Druck (bis 1,20 m H_2O) benötigt, so war der Oberwasserbehälter oben offen und der statische Druck konnte direkt am Wasserstandsglas abgelesen werden. Dagegen war es zur Erreichung grösserer Reynolds'scher Zahlen nötig, den Behälter zu schliessen und als Windkessel zu verwenden. Ein

kleiner Entlüftungshahn erlaubte dabei die Einstellung eines beliebigen Luftkissens. Ferner wurde noch ein Druckwasseranschluss an die Städtische Wasserleitung vorgesehen. Im Laufe der Druckverlustmessungen stellte sich nämlich heraus, dass eine noch so sorgfältige Bedienung des Abflusshahnes (*AH*) stets Anlass zu kleinen Druckstössen gab, die speziell im Gebiet der Laminarströmung bei hohen Reynolds'schen Zahlen, leicht ein Pendeln der beiden Wasserstände in den Piezometerröhren an den Messtellen verursachen konnten. Diese Schwingungen, welche eine Erhöhung des Druck-

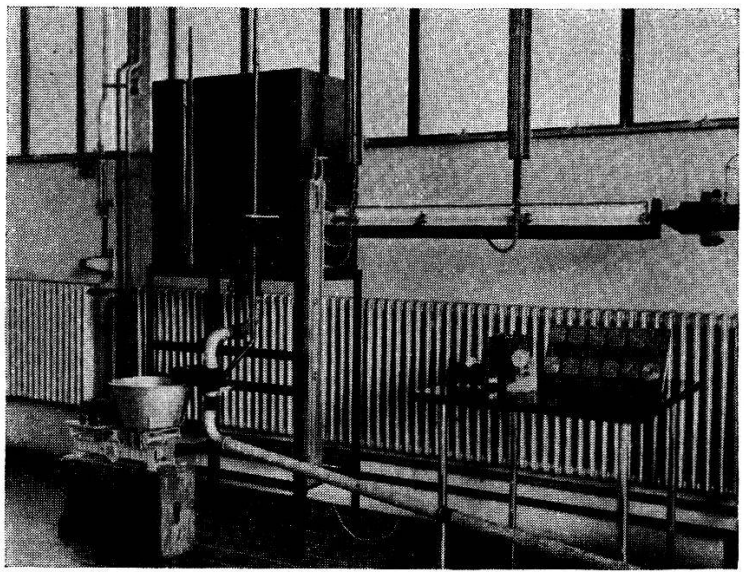

Fig. 3.
Ansicht des Messrohres mit der Düse, Druckverlust-, Geschwindigkeits- und Temperaturmesseinrichtung.

verlustes zur Folge hatten, ohne indessen direkt zum Umsturz zu führen, konnten beseitigt werden, indem die Zuleitungen zu den Piezometern abgesperrt und nach einiger Zeit wieder langsam geöffnet wurden. Um besonders zuverlässige Resultate zu erhalten, wurde bei einer Messreihe im laminaren Gebiet, bei gefülltem Oberwasserbehälter die Pumpe abgestellt und durch den Druckwasseranschluss nur die geringe Menge zugeführt, die aus dem Unterwasserbehälter abfloss.

Ein sanft abgerundeter Einlauf bildet den Übergang vom Windkessel zum Zuströmrohr, in welches an dieser Stelle zur Verhinderung einer eventuellen Drehung des Wassers im Versuchsrohr ein Gleichrichter eingebaut ist. Die Beobachtung des freien Wasserspiegels bei offenem Behälter hat ferner ergeben, dass im Windkessel eine Wirbelbildung, verursacht durch das einströmende Wasser nicht auftritt. Um die Übertragung von Vibrationen vom Pumpenaggregat auf die Versuchsanlage zu verhindern, wurde

zwischen dem Druckstutzen der Pumpe und dem Windkessel ein weicher bandagierter Gummischlauch eingeschaltet. Von grösster Bedeutung für den zu untersuchenden Strömungszustand ist der Übergang vom weiten Zuleitungsrohr zum engen Versuchsrohr. Mit Rücksicht auf die spätere Röntgenuntersuchung erwies es sich als zweckmässig, dieses Verjüngungsstück, in der Folge als Düse bezeichnet, in zwei verschiedenen Varianten auszuführen.

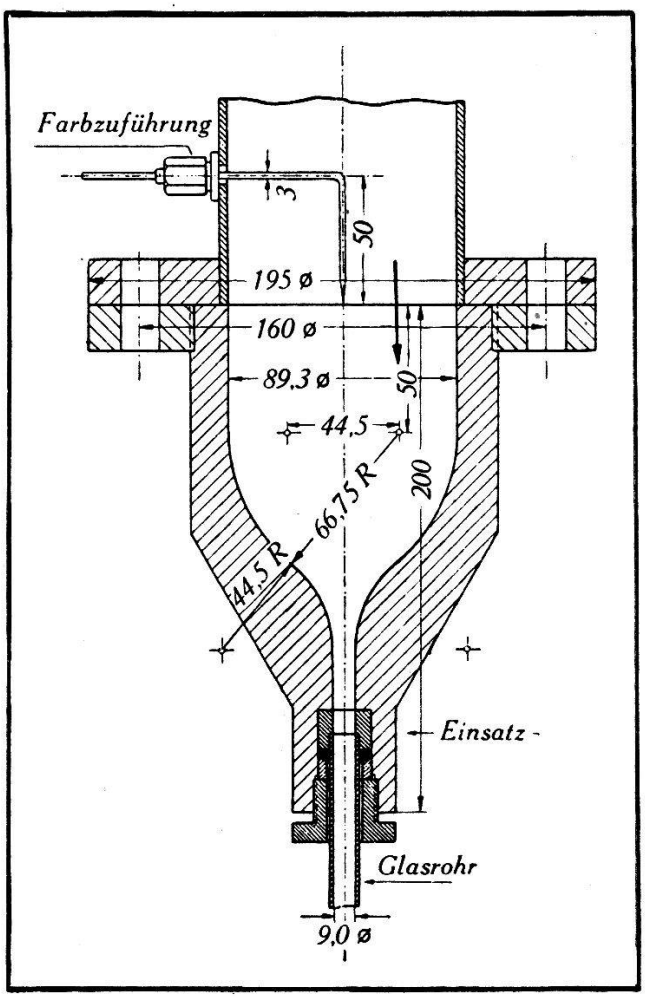

Fig. 4. Düse Nr. 1.

Bei der Formgebung der Düse 1 (Fig. 4) für die Laminarströmung, wurde ein spezielles Augenmerk auf einen stetigen Übergang in bezug auf die Tangente des Meridianschnittes der Strömungsbegrenzung gelegt. Die Düsenform wurde nach einer Schablone aus einem massiven Broncezylinder herausgearbeitet. Mit besonderer Sorgfalt wurde die Innenseite der Düse möglichst fein bearbeitet. Ein spezieller Einsatz bildet den Übergang vom plangeschliffenen Glasrohrende zur Düsenbohrung. Geringe Unterschiede zwischen dem Innendurchmesser des Glasrohres und der Austrittsöffnung aus der Düse, welche nicht zu vermeiden sind,

werden durch dieses Zwischenstück ausgeglichen, so dass der Übergang von der Düse in das Glasrohr stosslos erfolgt. Eine Stopfbüchse mit eingefetteter Asbestschnur dient zur vollständigen Abdichtung des Glasrohres gegen die Aussenseite.

Das Gegenstück dazu bildet die Düse 2 (Fig. 5) für die turbulente Strömung. Die plötzliche Querschnittsverminderung, verbunden mit dem scharfkantigen Einlauf, begünstigt das Eintreten der Turbulenz schon bei verhältnismässig kleinen Geschwin-

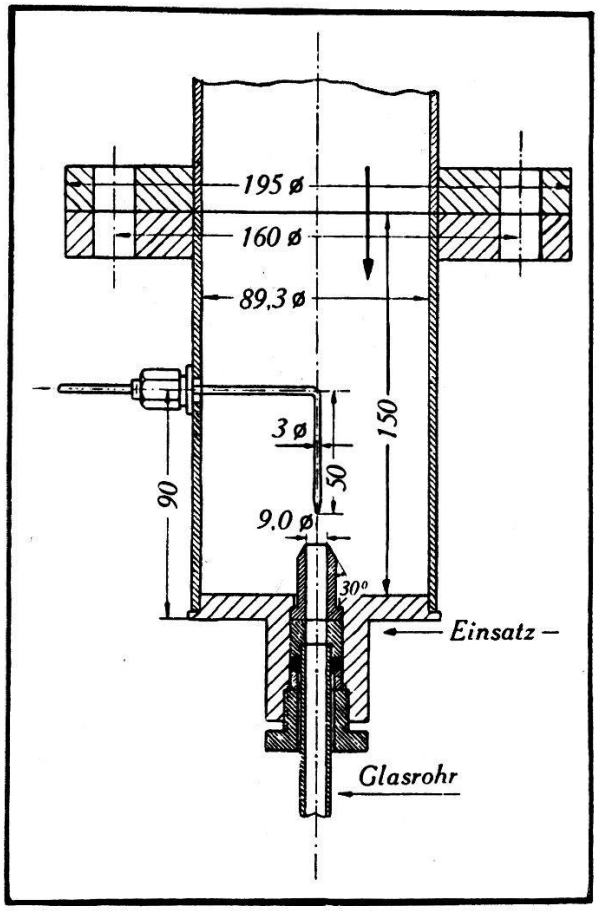

Fig. 5. Düse Nr. 2.

digkeiten in hohem Masse. Es konnten verschiedene Einlaufstücke ausprobiert werden. In der Folge erwies sich diese Düse für das Studium des Übergangsgebietes von der Laminarströmung zur Turbulenz als besonders geeignet.

Im Versuchsrohre, welches aus einem, auf einer starren Unterlage gelagerten, kalibrierten Glasrohr bestand (Fig. 3), konnte einerseits der Strömungszustand durch Beobachten eines, vermittels einer feinen Kapillare vor der Düse eingeführten, Farbstoffadens direkt festgestellt werden und andererseits mit Hilfe zweier Piezometer oder eines Quecksilberdifferentialmanometers der Druckverlust längs einer bekannten Messlänge bestimmt werden. Es

wurde ein kalibriertes Rohr gewählt, da Messungen von BLASIUS[2]) ergeben haben, dass Glasrohre mit genau konstantem Durchmesser in bezug auf den Druckverlust zu den glatten Rohren gerechnet werden dürfen.

Für die Messung des Druckgefälles ist es wesentlich, dass die Messtrecke (d. h. die Strecke zwischen den beiden Druckmessstellen) ganz in das Gebiet mit hydrodynamisch ausgebildetem Zustand fällt. Im Einströmungsquerschnitt, direkt nach der Düse, haben alle Stromfäden angenähert die gleiche Geschwindigkeit (rechteckiges Geschwindigkeitsprofil). Beim weitern Fortschreiten werden infolge der innern Reibung die wandnahen Schichten verzögert, bis sich jenes konstante Geschwindigkeitsprofil ausgebildet hat, welches dem Gleichgewichtszustand entspricht. Die Rohrstrecke bis zur endgültigen Ausbildung des Geschwindigkeitsprofils wird als Anlauflänge bezeichnet. Die Grösse der notwendigen relativen Anlauflänge (Verhältnis von Anlauflänge zum Durchmesser des Rohres) für die beiden Strömungsarten ist durch theoretische Betrachtungen, sowie durch Aufnahme von Geschwindigkeitsprofilen seitens zahlreicher Autoren (Lit. 2, 15—19) weitgehend abgeklärt worden.

Unter der Voraussetzung, dass eine relative Differenz von 1% für jegliche im Rohr auftretende Geschwindigkeit praktisch bedeutungslos sei, leitet BOUSSINESQ[15]) in einer theoretischen Betrachtung, bei welcher verschiedene vereinfachende Annahmen getroffen wurden, für die Anlauflänge (bei trompetenförmigem Einlauf) bis zur endgültigen Ausbildung der parabolischen Geschwindigkeitsverteilung in einer Poiseuille'schen Strömung folgenden Ausdruck ab:

$$\frac{l_a}{d} \geqq 0{,}065 \cdot Re\,.$$

In neuerer Zeit wurden die Strömungsverhältnisse in der Anlaufstrecke von SCHILLER[16]) eingehend theoretisch behandelt. Um das Problem quantitativ zu lösen, legt SCHILLER seinen Berechnungen ein bestimmtes von PRANDTL vorgeschlagenes Geschwindigkeitsprofil zugrunde, das mit den Versuchsergebnissen möglichst gut übereinstimmen soll. Er findet als Näherungslösung für die relative Anlauflänge einer Poiseuille'schen Strömung in einem Kreisrohr, wo bekanntlich $c_{\text{max.}} = 2 \cdot c_{\text{mitt.}}$ ist, folgenden Ausdruck:

$$\frac{l_a}{d} \geqq 0{,}029 \cdot Re\,.$$

Die relative Anlauflänge ist also nach SCHILLER bedeutend kleiner als nach BOUSSINESQ. Eine experimentelle Untersuchung von MÜLLER[20]) bestätigt aber eher den Wert von BOUSSINESQ.

Die turbulente Anlaufstrecke ist kürzer und hängt nur unwesentlich von der Reynolds'schen Zahl ab. Theoretisch wurde das Problem von LATZKO[17]) behandelt. Die Latzko'sche Theorie der turbulenten Anlaufströmung ergibt jedoch gegenüber einer experimentellen Nachprüfung durch KIRSTEN[18]) viel zu kurze Anlauflängen, etwa im Verhältnis 1:5. Nach KIRSTEN muss (bei $Re = 10000$ bis 50000) die Anlauflänge mindestens 50 Rohrdurchmesser betragen. NIKURADSE[19]) hat ferner durch stufenweises Abschneiden eines Rohres ($d = 5$ cm) diejenige Länge gesucht, bei der Unabhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Rohrlänge eintrat. Bei dem Werte

$$\frac{l_a}{d} = 40$$

und einer Reynolds'schen Zahl von $900 \cdot 10^3$ fand er noch keinen Unterschied des Geschwindigkeitsprofiles von der endgültigen Kurve. Aus den umfangreichen Göttinger-Messungen (Mitteilung von NIKURADSE) geht hervor, dass bei scharfem wie auch bei abgerundetem Einlauf, von 50 d ab kein Anlaufeffekt mehr vorhanden ist. Ebenfalls hällt auch BLASIUS[2]), welcher seine Messungen bei ähnlichen Verhältnissen wie die unsrigen durchführte, eine Eintrittslänge von 50 Durchmessern für ausreichend. In unserem Versuchsrohr beträgt die Länge zwischen Einlauf und erster Druckentnahmestelle $l_a = 56{,}8$ cm, was bei einem innern Rohrdurchmesser von 0,9 cm eine Anlauflänge von 63,1 Durchmessern ergibt. Der Druckverlust wurde auf einer Messlänge $l_m =$ ca. 75 cm bestimmt.

In der Anlaufstrecke tritt ausser dem Eintrittsverlust zur Erzeugung der mittleren Geschwindigkeit c im düsenförmigen Eintritt, noch ein zusätzlicher Anlaufdruckverlust für die endgültige Ausbildung des Strömungsprofils auf. Als Einfluss der Anlauflänge auf den Übergang vom laminaren zum turbulenten Strömungszustand stellt SCHILLER[16]) fest, dass mit abnehmender Länge der zunächst völlig scharf bestimmte Übergang der λ-Re-Kurve sich immer mehr abflacht.

Das Versuchsrohr einschliesslich dem Zuleitungsrohr wurde vermittels einem sorgfältigen Nivellement genau geradlinig und horizontal montiert, wodurch ein eventueller Krümmungseinfluss von vornherein ausgeschaltet wird. Der Unterwasserbehälter war auf einer Höhe von 40 cm durch einen Deckel mit Steigrohr ab-

geschlossen. Um die Durchflussmenge und damit die Strömungsgeschwindigkeit im Versuchsrohr in weiten Grenzen variieren zu können, waren beim Ausfluss aus dem Unterwasserbehälter auswechselbare Düseneinsätze mit Bohrungen von 1,1 mm bis 11 mm eingebaut. Ausserdem konnte die Strömungsgeschwindigkeit durch einen verschieden hohen Aufstau im Unterwasserbehälter ($h_u = 45$—75 cm), als Folge eines entsprechenden Oberwasserspiegels, ebenfalls verändert werden. Der Schieber beim Ausfluss diente nur zum vollständigen Abschluss nach beendetem Versuch oder beim Düsenwechsel.

Wurde nun der Oberwasserspiegel auf einem konstanten Niveau gehalten, so stellte sich bei dieser Anordnung sehr rasch auch im Unterwasserbehälter ein Beharrungszustand ein. Speziell dadurch, dass der Wasserspiegel im Steigrohr sehr empfindlich auf eine Änderung der Wassergeschwindigkeit reagierte, wurde die Akkumulierung einer grösseren Wassermenge im Unterwasserbehälter infolge einer kleinen Niveauschwankung, was zu Fehlern in der Mengenmessung führen würde, vermieden.

Die Schwenkvorrichtung (*SW*) wurde mit der Hand betätigt und steuerte gleichzeitig den Kontaktgeber einer elektromagnetischen Stoppuhr. Vor Beginn der Messungen wurden jedesmal die empfindlichen Punkte der Versuchseinrichtung kontrolliert.

Die beschriebene Versuchseinrichtung ermöglichte die Erzeugung von Wasserströmungen bis $Re = 52000$ bei Raumtemperatur.

2. Visuelle Feststellung des Strömungszustandes durch Beobachtung eines durch Farbe kenntlich gemachten Flüssigkeitsteilchens auf seiner Bahn.

Zur visuellen Beobachtung der Strömung wurde dem Wasser dicht vor der Düse (Fig. 1) durch eine Kapillare vom innern Durchmesser 0,05 cm ein Farbstoff beigemischt, ähnlich der Methode von Reynolds[1]). Die genau rechtwinklig abgebogene Kapillare wurde durch eine Stopfbüchse in einem aufgesetzten Messingansatz geführt und konnte von der Rohrwand bis zur Rohraxe verschoben werden. Der abgebogene Teil des Röhrchens besitzt eine Länge von 5 cm und ist gegen die Mündung hin fein ausgezogen. Um den Einfluss der Störungen die notwendigerweise an der Einführungsstelle des Röhrchens entstehen, auf die Mündung gering zu halten, ist es von Vorteil, die Länge des waagrechten Teiles gross zu wählen. Andererseits ist zu berücksichtigen, dass bei geringerer Länge das Röhrchen den schwingungserregenden Angriffen, infolge der

grösseren Starrheit, besser gewachsen ist. Ferner werden die Störungen durch die Kontraktion der Strömung in der Düse weitgehend reduziert. Ein in der Ebene beider Schenkel liegender Zeiger gab Auskunft über die Orientierung der Kapillare in der Strömung.

Die Höhe des Farbstoffreservoirs wurde jeweils so gewählt, dass die Flüssigkeit ungefähr eine Ausflussgeschwindigkeit annahm, die derjenigen des Wassers im Beimischungsquerschnitt entsprach. Als Feinregulierung diente ausserdem noch ein kleiner Quetschhahn im Zuleitungsschlauch. Für kleine Druckhöhen wurde ein offener Glasbehälter, für grosse Druckhöhen dagegen ein geschlossener Kupferkessel, dessen Luftkissen mit demjenigen des Windkessels in Verbindung stand, benützt. Durch Drehen eines Hahnes konnte der Farbstoff plötzlich zugesetzt oder abgestellt werden.

Zur Erzielung eines einwandfreien Fadens ist auf absolute Ruhe des beweglichen Zuleitungsschlauches und des Flüssigkeitsniveaus im Vorratsbehälter zu achten. Die zwei Farbstoffbehälter ermöglichten das unmittelbar aufeinanderfolgende Ausprobieren zweier Farblösungen bei gleichem Strömungszustande. Da sich die Farblösungen physikalisch möglichst wenig von der Strömungsflüssigkeit unterscheiden sollen, kommen nur Farbstoffe in Frage, die selbst bei grosser Verdünnung noch deutlich sichtbare Bahnspuren erzeugen. In der Folge wurde destilliertes Wasser, dem in einer Konzentration von $1^0/_{00}$ ein Anilinfarbstoff zugesetzt worden war, verwendet.

Aus einer grossen Reihe verschiedener untersuchter Farbmischungen haben speziell die Lösungen von Malachitgrün, Kristallviolett und Methylviolett einen selbst bei geringer Dicke noch gut sichtbaren Faden ergeben. Ein unterschiedliches Verhalten der verschiedenen Farblösungen in bezug auf das Strömungsbild konnte nicht festgestellt werden.

Es wurde das spezifische Gewicht (Ausfällen eines Tropfens in einem mit Wasser gefüllten gradierten Messzylinder) und die Zähigkeit (Bestimmung der Zeit für das Ausfliessen eines bestimmten Volumens durch eine Kapillare) der Farblösungen mit derjenigen des Wassers bei gleicher Temperatur verglichen und dabei kein messbarer Unterschied beobachtet. Die gefärbte Flüssigkeit und die Strömungsflüssigkeit sind mit grosser Annäherung isobar und isoviskös. Somit stellen in der gewählten Konzentration die verwendeten Farblösungen in bezug auf das Wasser im Versuchsrohr keinen Fremdkörper dar und es darf angenommen werden, dass das Verhalten der durch Färbung erkenntlich gemachten Flüssig-

keitsteilchen dem wirklichen Verhalten der Wasserteilchen entspricht.

Die Strömungsvorgänge wurden durch direkte Beobachtung, photographische und kinematrographische Aufnahmen untersucht.

I. *Die Strömungsverhältnisse bei Düse 1.*

Photographische Aufnahmen.

Die günstigen Zuströmverhältnisse in Verbindung mit dieser gut abgerundeten Düse bewirkten im Versuchsrohr eine laminare Strömung bis zu hohen Reynolds'schen Zahlen. Durch direkte Beobachtungen wurden bis zu einer Reynolds'schen Zahl von 16000 genau geradlinige Farbfäden, welche beliebig oft reproduzierbar waren, festgestellt. Daran anschliessend folgte ein unstabiles Gebiet, welches sich bis zu einer *Re*-Zahl von ungefähr 26000 erstreckte. Der Farbfaden peitschte hin und her, bildete zeitweise Wellenlinien, zerfiel schliesslich, entstand aber immer wieder neu. Eine vollständige Auflösung fand nicht statt. Bei noch höheren *Re*-Zahlen trat nach einem laminaren Anlaufstück an einer bestimmten Stelle im Glasrohr Wirbelbildung auf, die den Rest des Rohres mit gefärbtem Wasser erfüllte. Eine weitere Steigerung der Wassergeschwindigkeit bewirkte lediglich ein Vorrücken der Wirbelablösungsstelle gegen den Einlauf, was auch schon von Reynolds beobachtet wurde.

Denselben Vorgang stellt Kirsten[18]) in seiner experimentellen Untersuchung über die Entwicklung der Geschwindigkeitsverteilung bei der turbulenten Rohrströmung fest. Für gut abgerundeten Einlauf fand Kirsten, dass sich das Strömungsbild aus einem laminaren Anlauf, der an einer bestimmten Stelle zur weitern turbulenten Entwicklung umschlägt, entwickelt. Mit steigendem *Re* wird diese laminare Anlaufstrecke immer mehr verkürzt, um eventuell ganz zu verschwinden.

Unter besonders günstigen Umständen konnte bei absoluter Erschütterungsfreiheit das Gebiet der stabilen laminaren Strömung noch etwas über den genannten Wert erweitert werden.

Um die Strömungsbilder photographisch festhalten zu können, wurde durch eine Serie von Probeaufnahmen gleichzeitig mit der Farbstoffauswahl auch das geeignete Filmmaterial ermittelt. Kontrastreiche Bilder werden erhalten durch Benützung einer Farblösung, für welche der zur Aufnahme verwendete Film ein Empfindlichkeitsminimum besitzt.

Als besonders geeignet erwies sich die sehr intensiv färbende $1^0/_{00}$-ige Lösung von Kristallviolett in Verbindung mit dem pan-

chromatischen Feinkornfilm „Kodak-Panatomic", welcher eine stark gedämpfte Blauempfindlichkeit besitzt. Die photographischen Aufnahmen wurden mit einer Retina-Kleinbildkamera gemacht und konnten linear gut 10-fach vergrössert werden. Auf den Bildern erscheint der von vorne beleuchtete Farbfaden dunkel auf hellem Hintergrunde. Damit die Rohrbegrenzung sich ebenfalls deutlich abhebt, ist der Hintergrund ausserhalb des Rohres schwarz abgedeckt.

Es wurden nur oft reproduzierbare Strömungszustände photographiert. Für jede Aufnahme wurde die *Re*-Zahl durch Geschwindigkeitsmessung (Auswiegen der ausgeflossenen Wassermenge) und Temperaturmessung bestimmt. Der mittlere Durchmesser des Glasrohres betrug 0,902 cm (genaue Bestimmung siehe Druckverlustmessung).

Die nachfolgenden drei Aufnahmen (Fig. 6—8) zeigen Ausschnitte des laminaren Strömungsbildes bei verschiedenen *Re*-Zahlen. In derselben Qualität erstreckte sich der Faden über die ganze Rohrlänge von 130 cm (keine sichtbare Diffusion). Man beachte die scharfe Begrenzung des Farbfadens. Die grosse Dicke des Fadens rührt zum Teil von der Wirkung des wassergefüllten Glasrohres als Zylinderlinse her.

Im Übergangsgebiet hatten die Strömungsbilder einen sehr zufälligen Charakter und waren sehr unstationär, so dass keine einwandfreien typischen Aufnahmen gemacht werden konnten.

Dagegen zeigen die folgenden Bilder (Fig. 9—11) einige Phasen der ausgebildeten turbulenten Strömung. Diese Aufnahmen wurden in der Anlaufstrecke etwa 35—40 Durchmesser vom Einlauf entfernt gemacht.

Zusammenfassend ergeben sich auf Grund der visuellen Beobachtungen für die Düse 1 folgende Strömungsverhältnisse:

$Re \leqq 16000$	stabile laminare Strömung
$16000 < Re < 26000$	Übergangsgebiet
$Re > 26000$	turbulente Strömung.

II. *Die Strömungsverhältnisse bei Düse 2.*

Photographische Aufnahmen.

Die Düse 2 wurde speziell für die Untersuchung der turbulenten Strömung gebaut. Ihre Formgebung begünstigt die Wirbelablösung stark, so dass trotz den günstigen Zuströmverhältnissen durch das weite Rohr, der Bereich des laminaren Strömungszustandes wesentlich reduziert wird.

Direkte Beobachtungen ergaben, dass mit dieser Düse bis zu

einer *Re*-Zahl von 1050 über die ganze Rohrlänge stabile Farbfäden mit konstanter Dicke erzeugt werden konnten (Fig. 13). Eine kleine Erhöhung der Wassergeschwindigkeit bewirkte sofort das Entstehen von kleinen einfachen Ausbuchtungen des sonst geradlinigen Fadens (Fig. 14—16). Wurde die Geschwindigkeit etwas vermindert, verschwanden die Ausbuchtungen wieder. Der Vorgang konnte beliebig oft reproduziert werden, immer entstanden ähnliche Bilder.

Durch stufenweises Erhöhen der *Re*-Zahl wurden nun die einzelnen Übergangsformen bis zur voll ausgebildeten Turbulenz beobachtet. Die Steigerung der Geschwindigkeit bewirkte eine Zunahme dieser Ausbuchtungen an Grösse wie an Anzahl (Fig. 17 bis 21). Der Hauptströmung überlagert sich eine Querströmung, die mit der Zunahme der Geschwindigkeit ebenfalls ausgeprägter wird und immer ungeordnetere Verhältnisse schafft (Fig. 22—23). In den wandnahen Schichten werden die Flüssigkeitsteilchen verzögert; es tritt eine Aufrollung des Farbfadens ein. Im Gegensatz zur gut abgerundeten Düse 1 konnte hier keine laminare Anlaufströmung festgestellt werden.

Die Aufnahmen (Fig. 12—23) wurden in der Anlaufstrecke etwa 35—40 Durchmesser vom Einlauf entfernt hergestellt. Sie zeigen, bei gegebener Einlaufstörung, das Strömungsbild bei verschiedenen *Re*-Zahlen. Im allgemeinen war das Strömungsbild über die ganze Rohrlänge nur unwesentlich verändert. Lediglich bei den Aufnahmen Fig. 14—16 verschwanden die kleinen Störungen mit zunehmender Rohrlänge wieder, was auf eine noch stabile Laminarströmung schliessen lässt. Ein plötzliches Zugeben eines Farbüberschusses, welcher den ganzen Rohrquerschnitt ausfüllte, ermöglichte auch das ungefähre Festhalten des Geschwindigkeitsprofils der laminaren und turbulenten Strömung. Es wurde dasselbe Glasrohr wie bei der Düse 1 verwendet. In den Aufnahmen bezeichnet der Pfeil die Strömungsrichtung. Es wurden nur oft reproduzierbare Zustände photographiert.

Zusammenfassend ergeben sich auf Grund der visuellen Beobachtungen für die Düse 2 folgende Strömungsverhältnisse:

$$Re \leqq 1050 \text{ stabile laminare Strömung (Faden)}$$
$$1050 < Re < 3500 \text{ Übergangsgebiet}$$
$$Re \geqq 3500 \text{ turbulente Strömung.}$$

Die Grösse des Übergangsgebietes kann erst durch die Druckverlustmessungen genauer begrenzt werden, da der Einfluss der kleinen Störungen zum vornherein nicht bekannt ist.

III. Ausschnitte aus den kinematographischen Aufnahmen an einem weiten Rohr.

Die verwickelten Strömungsvorgänge beim Übergang der Laminarströmung in die Turbulenz können nur durch das lebendige Bild einigermassen vollständig erfasst werden. Es wurden deshalb diese Vorgänge kinematographisch aufgenommen. Da aber die Bildfrequenz der vorhandenen Kinoaufnahmeapparatur für die Verwirklichung stossfreier Bilder, bei grösseren Wassergeschwindigkeiten, nicht ausreichte, musste darnach getrachtet werden, die Bewegungsvorgänge zu verlangsamen. Dies wurde erreicht durch die Verwendung eines weiten Glasrohres von 4,18 cm lichtem Durchmesser. Als Einlauf diente die entsprechend abgeänderte Düse 2. Bei den kleinen Strömungsgeschwindigkeiten konnten nun die einzelnen Phasen der Aufrollung des Farbfadens ziemlich gut verfolgt werden.

Gleichzeitig mit den Kinoaufnahmen wurde wiederum bei verschiedenen *Re*-Zahlen das augenblickliche Strömungsbild durch Momentaufnahmen (Fig. 24—29) festgehalten. Das Original des Strömungsfilms ist Eigentum der hydraulischen Abteilung an der E. T. H.

Auf Grund der in einem späteren Kapitel erfolgten Gegenüberstellung der visuellen Beobachtungen mit den Ergebnissen der Widerstandsmessungen, muss jedoch angenommen werden, dass in vorliegendem Falle die eigentliche Turbulenz des Rohres erst in Bild 28 erregt ist und die in den Bildern 24—27 festgehaltenen Störungen durch den Einlauf bewirkt werden.

3. Messtechnische Feststellung des Strömungszustandes durch Bestimmung der Widerstandszahl λ in Funktion der Reynolds'schen Zahl.

Die Widerstandszahl λ einer Strömung im geraden Rohr ist in bekannter Weise definiert durch die Beziehung:

$$\underline{\lambda = \frac{dp}{dx} \cdot \frac{d}{q}}. \tag{2}$$

Es bedeuten:

$\frac{dp}{dx}$ = Druckabfall pro Längeneinheit,

d = Durchmesser,

$q = \varrho \cdot \frac{c^2}{2}$ = Staudruck der mittleren Durchflussgeschwindigkeit c,

ϱ = Dichte.

Führen wir als Druckabfall auf der Strecke l eines Rohres den Ausdruck $h_v = \Delta p/\gamma$ als Widerstandshöhe ein, so geht die übrige Formel über in die Form:

$$\lambda = \frac{2 \cdot g \cdot d}{l} \frac{h_v}{c^2}. \tag{3}$$

Andererseits lautet, wie schon eingangs erwähnt, der Ausdruck für die Reynolds'sche Zahl:

$$Re = \frac{c \cdot d}{\nu}.$$

Durch eine umfangreiche Versuchsreihe wurde nun die Abhängigkeit der Widerstandszahl des glatten Versuchsrohres von der Re-Zahl bei abgerundetem und scharfkantigem Einlauf untersucht. Der funktionelle Zusammenhang $\lambda = f(Re)$ wird erhalten durch Messung der Grössen h_v, l, d, c und ν.

I. Messmethoden.

a) Bestimmung des mittleren innern Rohrdurchmessers d und der Messlänge l_m:

Setzen wir für die mittlere Wassergeschwindigkeit den Wert $c = \frac{Q}{\pi/4 \cdot d^2}$ ein, wobei Q die Durchflussmenge pro Zeiteinheit bedeutet, so folgt:

$$\lambda = \frac{\pi^2 \cdot g \cdot h_v}{8 \cdot l \cdot Q^2} \cdot d^5. \tag{4}$$

Die Widerstandszahl λ, die aus den Versuchen bestimmt werden soll, ist somit proportional der fünften Potenz des Durchmessers. Ausserdem ist es, wie die Versuche von Blasius[2]) gezeigt haben, sehr wesentlich, dass das Glasrohr auf seiner ganzen Länge einen konstanten Durchmesser hat. Dieser Bedingung wurde durch die Verwendung von Jenaer KPG-Rohren von Schott und Gen. Rechnung getragen.

Der mittlere Durchmesser des Versuchsrohres, welches aus zwei Teilen, nämlich Anlaufstrecke und Messtrecke besteht, wurde aus dem Gewicht des Quecksilbers, mit welchem das Rohr mehrmals gefüllt wurde, dem spezifischen Gewicht des Quecksilbers bei der betreffenden Temperatur und aus der jeweiligen Länge der Quecksilbersäule bestimmt.

Die Gewichtsbestimmung erfolgte mit einer Genauigkeit von $\pm 0{,}016\,^0/_{00}$ bis $\pm 0{,}023\,^0/_{00}$. Die Länge konnte mit einem Katheto-

meter auf $\pm 0{,}01$ cm genau abgelesen werden, was einem Fehler von $\pm 0{,}14^0/_{00}$ bis $\pm 0{,}20^0/_{00}$ entspricht. Das untere Ende des Glasrohres wurde durch einen genau passenden Stahlkaliber verschlossen. Berücksichtigt man die Ungenauigkeit in der Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Hg bei den verschiedenen Temperaturen nicht, so ergibt sich unter Würdigung des Fehlerverteilungsgesetzes im ungünstigsten Falle für den mittleren Rohrdurchmesser ein wahrscheinlicher Fehler der Einzelbeobachtung von $\pm 0{,}08^0/_{00}$ bis $\pm 0{,}11^0/_{00}$.

Das totale Volumen der Quecksilberfüllung wurde unterteilt in das Volumen eines Kreiszylinders bis zum Beginn des Meniskus und das Volumen eines Rotationsellipsoides mit den Axen d und $2h$ (h = Höhe des Meniskus).

Die Messung wurde für jedes Rohrstück 5 mal durchgeführt, wobei besonders darauf geachtet wurde, dass keine Luftblasen in die Füllung eingeschlossen wurden. Aus allen 5 Messungen wurde das arithmetische Mittel nach der Formel:

$$\underline{\bar{\Delta}_d = \pm \sqrt{\frac{i \sum_i^n (\Delta_i^2)}{n(n-1)}}}$$

berechnet.

Die auf eine gemeinsame Bezugstemperatur von 18° C reduzierten Durchmesser sind in der nachfolgenden Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

Messung	d_{I}	d_{II}	d_{III}	d_{IV}	d_{V}
	cm	cm	cm	cm	cm
Anlaufstrecke . .	0,90280	0,90270	0,90273	0,90271	0,90281
Messtrecke . . .	0,90252	0,90246	0,90258	0,90263	0,90251

Messung	Mittelwert
	cm
Anlaufstrecke . .	$0{,}90275 \pm 0{,}00003$
Messtrecke . . .	$0{,}90254 \pm 0{,}00003$

Der mittlere Fehler der Mittelwerte ergibt sich zu $\pm 0{,}03^0/_{00}$, ist also wesentlich kleiner als die früher berechnete maximale Unsicherheit. Die Lieferfirma garantierte für die Glasrohre eine Durchmesserkonstanz von $\pm 1^0/_{00}$.

Die Messlänge l_m zwischen den Druckentnahmestellen, welche in der Formel für den Druckverlust linear vorkommt, wurde mittels eines Kathetometers gemessen.

$$\underline{l_m = 74{,}41 \pm 0{,}01 \text{ cm}}$$

b) Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit c:

Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit c wurde aus der während der Zeit τ durch das Rohr geflossenen Wassermenge V nach der Beziehung:

$$\underline{c = \frac{V}{\pi/4 \cdot d^2 \cdot \tau}} \tag{5}$$

berechnet. Ihre Bestimmung wird also auf eine Mengenmessung und eine Zeitmessung zurückgeführt. Sie tritt in der Reynolds'schen Zahl linear und im Widerstandskœffizienten quadratisch auf.

1. Mengenmessung:

Zur Mengenmessung wurde eine empfindliche Gewichtswaage mit austariertem Messbehälter benützt. Wegen der Kleinheit des Messbehälters (V ca. 15 l) wurden zur Erzielung einer grösseren Messgenauigkeit die Mengenmessungen bei konstant gehaltenem Druckgefälle wiederholt. Bei fast vollständig gefülltem Behälter wurde für die Einzelbeobachtung in der Gewichtsbestimmung eine Genauigkeit von $\pm 0{,}1\,^0/_{00}$ erreicht.

2. Zeitmessung:

Die Dauer des Einlaufes in den Messbehälter wurde mit einer elektromagnetisch gesteuerten Stoppuhr bestimmt. Im Moment, wo sich die Mittelebene des freien Wasserstrahles genau über der Abstreifkante befand, wurde ein elektrischer Kontakt betätigt, welcher beim Einschwenken die Uhr in Gang setzte und beim Ausschwenken stoppte. Für eine zuverlässige Zeitmessung ist es wesentlich, dass mit gleicher Schnelligkeit ein- und ausgeschwenkt wird, was durch eine leichte und schnelle Bedienung der Schwenkvorrichtung ermöglicht wird. Zur Kontrolle der direkten Stoppuhrablesungen wurden dieselben mehrmals auch vermittelst eines Bandchronographen aufgezeichnet, wobei gleichzeitig eine Sekundenpendeluhr der Firma „Favag", Neuenburg, die Sekunden registrierte.

Die Dauer des Ausflusses in den Messbehälter war sehr verschieden. Sie betrug im Mittel 180—200 Sekunden, was bei einer Ablesegenauigkeit von $\pm$ 0,1 Sekunden, für die Zeitmessung einen

prozentuellen Fehler von $\pm$ 0,5‰ ergibt. Bei den grösseren Wassermengen wurde die grössere relative Ungenauigkeit jeder einzelnen Messung (infolge der kürzeren Messzeiten) durch eine vermehrte Anzahl von Ablesungen kompensiert.

c) Bestimmung der kinematischen Zähigkeit ν:

In dem Temperaturbereich von 8° bis 25° C, bei welchem die Versuche durchgeführt wurden, ist die kinematische Zähigkeit des Wassers

$$\nu = \frac{\eta}{\varrho} \tag{6}$$

sehr stark abhängig von der Temperatur (t), weshalb auf eine sorgfältige Bestimmung derselben grosses Gewicht gelegt wurde. Auf einem Präzisionsthermometer konnte die Temperatur auf 0,1° C abgelesen und auf 0,05° C sicher geschätzt werden. Ein Fehler von 0,1° C in der Temperaturbestimmung hat einen Fehler von ca. 4‰ für die *Re*-Zahl und ca. 1‰ für die Bestimmung des Widerstandsbeiwertes zur Folge.

Die Wassertemperatur wurde unmittelbar am Rohraustritt (Fig. 1) gemessen. Ein Vorversuch ergab, dass der Temperaturunterschied zwischen Einlauf (Düse) und Austritt innerhalb der Messgenauigkeit lag.

Zur Ermittlung der kinematischen Zähigkeit in Funktion der Wassertemperatur wurde die Beziehung von Gregorig[21]), welche die Mittelwerte der Messungen von Thorpe und Rodger, Poiseuille, Spring, Slotte, Hosking, Bingham und White[22]) berücksichtigt, herangezogen.

Für ein Temperaturintervall von 0°—35° C gilt:

$$\nu = \frac{1}{10}\left[\frac{3{,}262}{25+t} + \left(\frac{9{,}795}{25+t}\right)^2 - \left(\frac{12{,}05}{25+t}\right)^3 + \left(\frac{2{,}277}{25+10\,t}\right)^2\right]\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}. \tag{7}$$

Die maximale Abweichung beträgt 2,64‰. Zur Kontrolle wurde ausserdem der Kœffizient der inneren Reibung η auch noch mit der von Poiseuille[23]) angegebenen Beziehung bestimmt und daraus ebenfalls unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Dichte, die kinematische Zähigkeit berechnet. In dem genannten Temperaturbereich weicht der graphische Verlauf beider Funktionen nur sehr wenig (ca. 1%) voneinander ab. Geringe Verunreinigungen des Versuchswassers durch Staub und Rost, welche sich trotz aller Sorgfalt nicht vermeiden liessen, haben nach der Feststellung von Hermann[24]), welcher ähnliche Versuche durchführte, keinen Einfluss auf die Zähigkeit.

d) Messung der Widerstandshöhe h_v:

Die Widerstandshöhe h_v wurde aus der Differenz des statischen Druckes zwischen Beginn und Ende der Messtrecke bestimmt. Je nach der Grösse des Druckabfalles wurden für die Druckmessungen zwei direkt aufgesetzte Piezometer von 100 cm Höhe oder ein Quecksilberdifferentialmanometer benützt. Ausserdem wurde bei einer Messreihe, welche sich über besonders kleine Druckdifferenzen erstreckte, ein Manometer mit geneigten Schenkeln (10fache Übersetzung) verwendet. Obschon in diesem Falle die sehr grossen Ausschläge der Sperrflüssigkeit ein relative grosse Ablesegenauigkeit gestatten würden, werden mit einem solchen Instrument leicht Fehlanzeigen erhalten. Da die Manometerrohre weder genau gerade noch auf ihrer ganzen Länge gleichweit waren, musste das Instrument speziell geeicht werden.

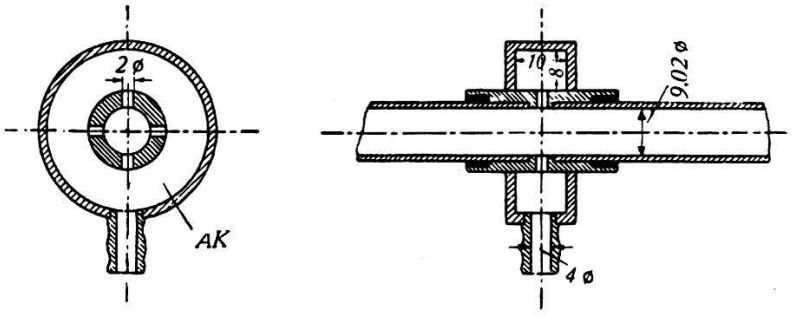

Fig. 30.
Druckmeßstelle.

Die kapillare Hubarbeit brauchte bei den Ablesungen nicht besonders berücksichtigt zu werden, da die Steigrohre, wie auch die beiden Schenkel des Differentialmanometers den gleichen Innendurchmesser hatten.

Zur Messung des statischen Druckes wurde das Versuchsrohr zu Beginn und am Ende der Messtrecke mit Anbohrungen versehen. Die konstruktive Ausführung der Druckentnahmestelle ist in Fig. 30 und 31 dargestellt. Unter einem Winkel von je 90° sind vier Bohrungen angeordnet, die durch eine ringförmige Ausgleichkammer miteinander verbunden sind.

Für eine fehlerfreie Druckanzeige ist die Ausbildung dieser Bohrlöcher von ausschlaggebender Bedeutung. Da sich bei einem Glasrohr die verschiedenen Anforderungen, denen das Bohrloch genügen soll, nur unvollkommen verwirklichen lassen, wurde an dieser Stelle ein genau eingeschliffenes Messingzwischenstück fest eingekittet. Dadurch wurde auch eine unzulässige Schwächung des Glasrohres und die Gefahr von Sprüngen an der Bohrstelle vermieden.

Der Einfluss der Druckentnahmebohrungen auf die Druckanzeige ist wiederholt Gegenstand zahlreicher Untersuchungen verschiedener Experimentatoren[20][24][25]) gewesen. Als neuere und umfassenste Arbeit auf diesem Gebiete seien besonders die experimentellen und theoretischen Studien von MIYADZU[26]) erwähnt, welcher den Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit, der Bohrtiefe, der Bohrweite und der Bohrneigung auf die Anzeige des statischen Druckes untersuchte.

Es ist sehr darauf zu achten, dass die Innenseite der Bohrung weder eine Erhebung (Grat) noch eine Vertiefung besitzt, weil sonst eine Saug- resp. eine Druckwirkung entstehen würde. Nach Studium der einschlägigen Literatur entschieden wir uns für scharfkantige Anbohrungen von 2 mm lichter Weite. Wesentlich

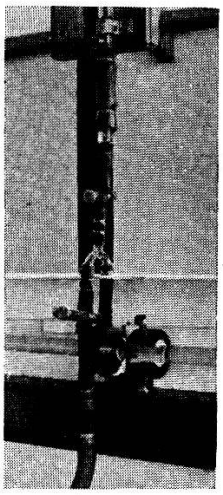

Fig. 31.

kleinere Bohrungen, die eine kleinere Diskontinuitätsfläche für die Strömungsbegrenzung ergeben würden, schienen wegen der langen Einstelldauer für den Gleichgewichtszustand nicht ratsam.

Die Bohrungen wurden in der Weise hergestellt, dass zunächst ein genau passender Bolzen an die Bohrstelle geschoben wurde, welcher eine Gratbildung verhinderte. Die feineren Unebenheiten wurden hierauf durch sorgfältiges Nachpolieren mit feinem Schmirgelpapier entfernt. Auf diese Weise konnte am ehesten eine übereinstimmende Geometrie aller Bohrungen verwirklicht werden. Lediglich das einwandfreie Einkitten des Glasrohres in das Zwischenstück bot anfänglich einige Schwierigkeiten, die in der Folge auch überwunden werden konnten.

Die verschiedenen Druckanzeigen der vier Bohrlöcher werden in einem Kommunikationsring von 80 mm² Querschnitt gemittelt. In diesem Ring stellt sich eine Ausgleichströmung ein. Gemessen wird der statische Druck dieser Ringströmung, wobei das Resultat

umso genauer wird, je kleiner die Strömungsgeschwindigkeit ist, was durch grosse Querschnitte der Ausgleichkammern erreicht wird.

Durch die Piezometerrohre konnte das ganze System vollständig entlüftet werden. Geringe Mengen ausgeschiedener Luft, welche gelegentlich die Messtrecke passierten, haben nach den Feststellungen von HERMANN[24]) keinen Einfluss auf den Widerstandsbeiwert. Um die besonders im Übergangsgebiet und auch bei Turbulenz auftretenden unvermeidlichen Druckschwankungen zu dämpfen, wurden in die Zuleitungen zu den Manometern Drosselungskapillaren eingebaut.

Die Druckhöhendifferenzen konnten auf $\pm$ 0,01 cm genau abgelesen werden, wobei die Mittellagen der Menisken-Schwankungen nach Augenmass geschätzt wurden. Die Ausschläge der beiden Piezometer, sowie auch diejenigen in den beiden Schenkeln des Hg-Differentialmanometers wurden durch zwei Beobachter, welche auf ein bestimmtes Kommando immer gleichzeitig ablasen, notiert. Während der Dauer einer Mengenmessung konnten im Mittel 10 Druckverlustmessungen durchgeführt werden. Bei den grösseren Wassergeschwindigkeiten, wo infolgedessen nicht immer genügend Zeit zur Verfügung stand, wurden an Stelle von ursprünglich 3 Messpunkten pro Einstellung 5 Punkte aufgenommen.

Die Umrechnung der Quecksilberbausschläge auf Wassersäulen bei einer Bezugstemperatur von 18° C erfolgte nach der Beziehung:

$$\Delta p = (\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) \cdot \Delta h_{Hg} = 12{,}55\, \Delta h_{Hg}$$

$$\Delta h_{H_2O} = \frac{\Delta p}{\gamma_{H_2O}} = 12{,}55 \cdot \Delta h_{Hg} \quad \text{cm } H_2O. \tag{8}$$

Vor Beginn der Messungen wurde zur Kontrolle der Nullpunkte festgestellt, ob bei der mit ruhendem Wasser gefüllten Versuchsanlage, die Wasserstände in allen Wasserstandsrohren gleich hoch standen. Hierauf wurde die Pumpe in Gang gesetzt und der Druckschieber langsam geöffnet. Bei Inangriffnahme einer neuen Versuchsreihe, bestehend aus 3—5 Punkten bei derselben Druckeinstellung, wurde stets durch längere Zeit andauernde Beobachtungen der Druck- und Temperaturanzeigen das Eintreten eines Beharrungszustandes festgestellt. Ebenfalls wurde die Entlüftung der Manometerschläuche kontrolliert.

Zur Versuchsdurchführung wurden 3 Mitarbeiter benötigt. Eine Person hatte zur Aufgabe, den Oberwasserspiegel konstant zu halten, 2 Beobachter besorgten gleichzeitig die Druckablesungen, während ein weiterer Beobachter die Wassermessung durchführte. Ausserdem wurde zeitweise gleichzeitig das Strömungsbild durch Farbbeimischung beobachtet.

II. *Auswertung der Versuche.*

Aus den zahlreichen Messungen des Druckverlustverlaufes in Funktion der Geschwindigkeit (*Re*-Zahl) bei gut abgerundetem (Düse 1) und bei scharfkantigem Einlauf (Düse 2) wurde die Widerstandszahl λ berechnet. Die Versuche erstreckten sich für jede Düse über das laminare und das turbulente Gebiet. Dabei war das für den Anlauf reservierte Rohrstück zwischen Einlauf und erster Druckentnahmestelle bei allen Messungen konstant ($l_a = 56{,}8$ cm) so dass für die Laminarströmung bei hohen Reynolds'schen Zahlen,

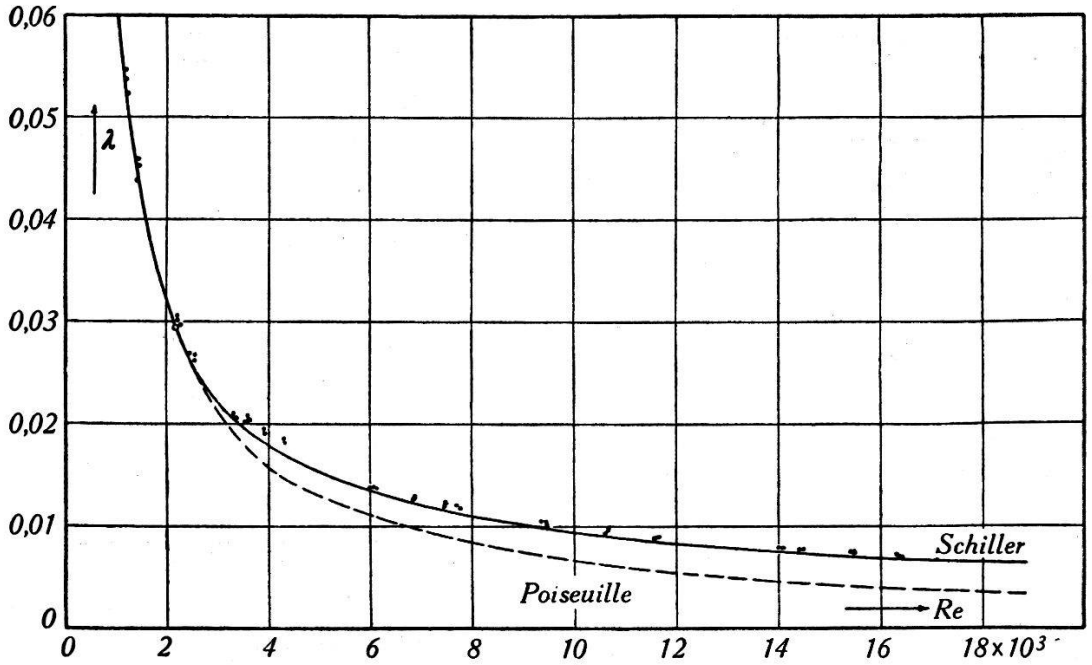

Fig. 32.
Widerstandsbeiwert λ bei laminarer Strömung. Versuchsreihe mit Düse 1.

wo sich diese Länge als zu kurz erwies, die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes von der Anlauflänge berücksichtigt werden muss.

Setzen wir in den allgemeinen Ausdruck für die Widerstandszahl

$$\lambda = \frac{2 \cdot g \cdot d}{l} \frac{h_v}{c^2}$$

die entsprechenden Zahlenwerte ein:

$$\left.\begin{array}{l} d = 0{,}90254 \text{ cm} \\ l = 74{,}41 \quad \text{cm} \end{array}\right\} \text{ bei } 18^0 \text{ C}$$

$g = 980{,}675$ cm/sec² (Eidg. Sternwarte Zürich, 465 m ü. M.)

so folgt

$$\underline{\lambda} = \frac{2 \cdot 980{,}675 \cdot 0{,}90254}{74{,}41} \frac{h_v}{c^2} = \underline{23{,}7898 \cdot \frac{h_v}{c^2}}. \qquad (9)$$

Die Druckabfallwerte h_v konnten im laminaren wie auch im turbulenten Strömungsgebiet sehr gut abgelesen werden. Lediglich im Übergangsgebiet traten starke Schwankungen auf. Durch die gleichzeitige Ablesung beider Manometer konnte auch in diesem Gebiete eine allzu starke Streuung der Punkte vermieden werden.

Den graphischen Verlauf der Widerstandszahl λ in Funktion der Reynolds'schen Zahl zeigen Fig. 32 bis Fig. 34.

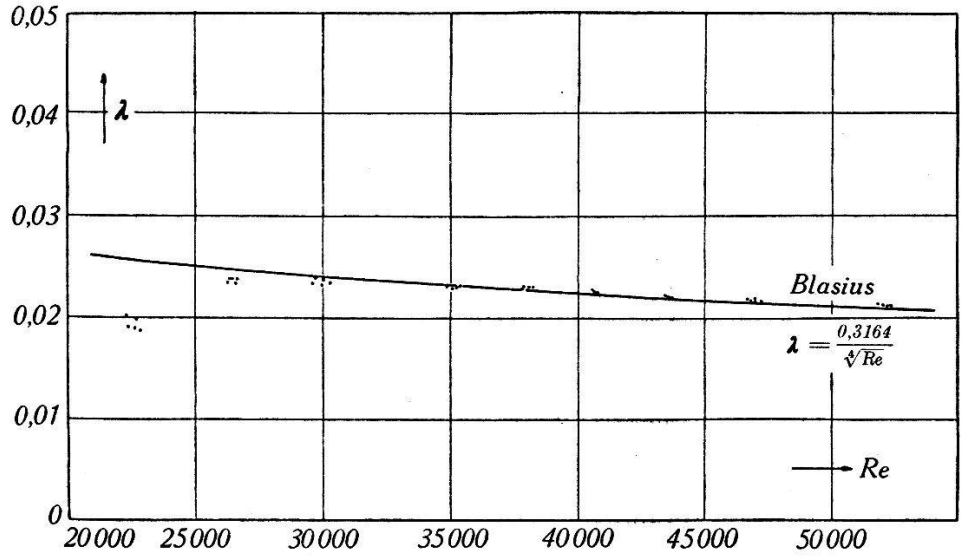

Fig. 33.
Widerstandsbeiwert λ bei turbulenter Strömung. Versuchsreihe mit Düse 1.

III. *Vergleich der eigenen Messungsergebnisse mit denjenigen anderer Autoren.*

Nach der eingangs erwähnten Beziehung von Schiller wird bei der Laminarströmung für die endgültige Ausbildung des Geschwindigkeitsprofils eine relative Anlauflänge $\frac{l_a}{d} \geqq 0{,}029 \cdot Re$ benötigt. Bei der vorliegenden Untersuchung wo dieses Verhältnis den Wert 63,1 hatte, braucht somit bis zu einer Reynolds'schen Zahl

$$Re \leqq \frac{63{,}1}{0{,}029} = 2175{,}86$$

der Anlaufeffekt nicht berücksichtigt zu werden. In diesem Gebiete, wo der Druckverlust direkt proportional der Geschwindigkeit ist, kann die Widerstandszahl aus dem Poiseuille'schen Gesetz über die Durchflussmenge leicht berechnet werden. Es ist

$$\underline{\lambda = \frac{64}{Re}}. \tag{10}$$

Somit ergibt sich als entsprechender Grenzwert für λ:

$$\lambda = \frac{64}{2175{,}86} = 0{,}02941\,.$$

Der weitere Verlauf des Widerstandsbeiwertes, der nun auch noch eine Funktion der Anlauflänge ist, wurde nach der von SCHILLER[16]) angegebenen Methode berechnet.

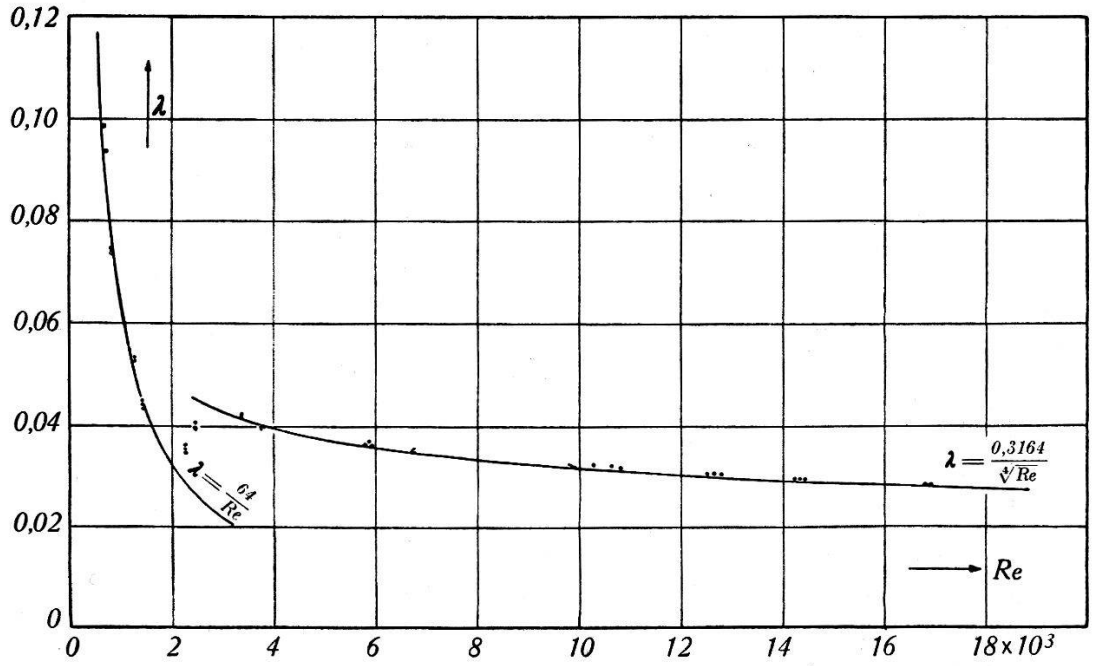

Fig. 34.
Widerstandsbeiwert λ in Funktion der Reynolds'schen Zahl.
Versuchsreihe mit Düse 2.

Die Schiller'sche Theorie ergibt für die Berechnung von λ folgende Gleichung:

$$\lambda = \Delta\,\xi \cdot \frac{a}{\Delta x}\,. \tag{11}$$

Darin bedeuten:

a = mittlerer Rohrradius = $d/2$
$\Delta x = x_1 - x_2 = l_m$ die Indices bedeuten die Druckentnahmestelle
$\Delta\,\xi = \xi_2 - \xi_1$ wobei $\xi = 2\,\eta + \eta^2$

$$\eta = \frac{c - \bar{c}}{\bar{c}} \qquad \bar{c} = \text{mittlere Geschwindigkeit.}$$

Die Werte ξ wurden von SCHILLER als Funktion der Grösse $\frac{x}{a \cdot Re}$ dargestellt.

Zur numerischen Berechnung von λ ist nun für die gegebenen Daten der Messstellen der Ausdruck $\left(\frac{x_1}{a_1 \cdot Re}\right)$ und $\left(\frac{x_2}{a_2 \cdot Re}\right)$ bei ver-

schiedenen *Re*-Zahlen zu bestimmen (es ist zu beachten, dass SCHILLER die *Re*-Zahl mit dem Radius berechnet), worauf aus dem Diagramm 21 der Schiller'schen Arbeit[16]) die zugehörigen ξ-Werte entnommen werden können. Die Differenz dieser Werte ist dann entsprechend der Gleichung 11 mit dem Ausdruck $a/\Delta x$ zu multiplizieren.

Für das Glasrohr gelten folgende Daten:

$$\left.\begin{array}{ll} x_1 = & 56{,}8 \quad \text{cm} \\ x_2 = & 131{,}21 \quad \text{cm} \end{array}\right\} \Delta x = 74{,}41 \text{ cm}$$

$$\left.\begin{array}{ll} a_1 = & 0{,}45137 \text{ cm} \\ a_2 = & 0{,}45131 \text{ cm} \end{array}\right\} \frac{a}{\Delta x} = \frac{0{,}45127}{74{,}41} = 0{,}006065 .$$

Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in Tabelle 4 zusammengestellt.

Tabelle 4.

Re	$\frac{x_1}{a_1 \cdot Re}$	$\frac{x_2}{a_2 \cdot Re}$	ξ_1	ξ_2	$\Delta \xi$	λ
3000	0,08389	0,19384	2,46	4,28	1,82	0,022092
4000	0,06292	0,14538	2,05	3,48	1,43	0,017345
5000	0,05034	0,11630	1,79	3,02	1,23	0,014920
6000	0,04195	0,09692	1,60	2,69	1,09	0,013220
7000	0,03595	0,08307	1,47	2,44	0,97	0,011766
8000	0,03146	0,07269	1,36	2,24	0,88	0,010674
10000	0,02517	0,05815	1,20	1,96	0,76	0,009226
12000	0,02097	0,04846	1,08	1,75	0,67	0,008126
14000	0,01798	0,04154	0,99	1,60	0,61	0,007398
16000	0,01573	0,03634	0,92	1,48	0,56	0,006792
18000	0,01398	0,03231	0,87	1,38	0,51	0,006186

Für den Strömungswiderstand bei Turbulenz sind von sehr vielen Autoren Beziehungen aufgestellt worden, die alle nur für ein bestimmtes Intervall der *Re*-Zahl gelten. Als Kontrolle der vorliegenden Messungen kommt jedoch nur das Blasius'sche Gesetz in Frage. Unter Berücksichtigung des Ähnlichkeitsgesetzes hat BLASIUS[2]) auf Grund der Versuche von SAPH und SCHODER[27]) und eigener Messungen für glatte Rohre aus Messing, Blei oder Glas folgende Beziehung aufgestellt:

$$\underline{\lambda = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{Re}}} . \tag{12}$$

Die Gültigkeit dieses Gesetzes, welche wiederholt nachgeprüft worden ist, erstreckt sich über ein Intervall:

$$20000 \leqq Re \leqq 80000$$

Aus den graphischen Darstellungen (Fig. 32 bis Fig. 34) geht hervor, dass im laminaren Gebiet, bei ausreichender Anlauflänge die Messwerte für beide Düsen sehr gut mit dem theoretischen Verlauf nach POISEUILLE übereinstimmen. Mit steigenden *Re*-Zahlen wurde ausserdem bei den Versuchen mit Düse 1 d. h. im Gebiet der Laminarströmung bei hohen Reynold'schen Zahlen eine ebenfalls sehr befriedigende Übereinstimmung mit den Schiller'schen Werten erhalten. Die Widerstandsbeiwerte liegen zwar durchwegs etwas höher als die Schiller'sche Kurve, welche nur eine angenäherte Lösung darstellt, ergeben aber qualitativ genau denselben Verlauf.

Für die ausgebildete turbulente Strömung ergeben die Messungen sowohl bei gut abgerundetem, wie auch bei scharfkantigem Einlauf eine sehr gute Bestätigung des Blasius'schen Gesetzes. In den Diagrammen sind nicht alle Punkte eingetragen, da dieselben stellenweise zusammenfallen.

4. Gegenüberstellung beider Methoden zur Bestimmung des Strömungszustandes. Zusammenfassung.

Die im vorhergehenden Abschnitt durchgeführte messtechnische Bestimmung des Strömungszustandes (Fig. 32 und Fig. 33) gibt für die Düse 1 eine vollkommene Bestätigung der visuellen Beobachtungen. Für den scharfkantigen Einlauf zeigt die Gegenüberstellung der Ergebnisse beider Beobachtungsmethoden (Fig. 35), dass die Grenze für das laminare Strömungsgebiet gegenüber den direkten Beobachtungen nach oben erweitert werden kann, indem bei selbst ziemlich ungeordneten Strömungsbildern noch keine Abweichung vom laminaren Gesetz eintritt. Der Umschlag zur Turbulenz wird erst durch einen bestimmten Mindestgrad der Schwankungsbewegungen ausgelöst. Aus der vergleichenden Betrachtung geht hervor, dass die in den Bildern 3—6 (Fig. 35) festgehaltenen Störungen offenbar durch den Einlauf bedingt sind und die eigentliche Turbulenz des Rohres erst bei Bild 7 einsetzt. Die Messungen bestätigen ferner in einem gewissen Masse die von SCHILLER[16]) festgestellte Tatsache, dass unterhalb $Re = 2320$ durch keine noch so starke Störung Turbulenz erregt werden kann.

Die Strömungsverhältnisse in der Modellanlage sind nun eindeutig festgelegt und können auf die entsprechende Zirkulationsapparatur für die Röntgenuntersuchung übertragen werden. Bei

der anschliessenden Röntgenanalyse wurde für die Aufnahme der *laminaren Strömung* mit der Düse 1 bei den *Re-Zahlen 853—1101* gearbeitet, während die Aufnahmen der *Turbulenz* mit der Düse 2 bei den *Re-Zahlen 6258—6780* hergestellt wurden. In beiden Fällen ist über ein grosses Gebiet der Reynolds'schen Zahlen der Strömungszustand unveränderlich.

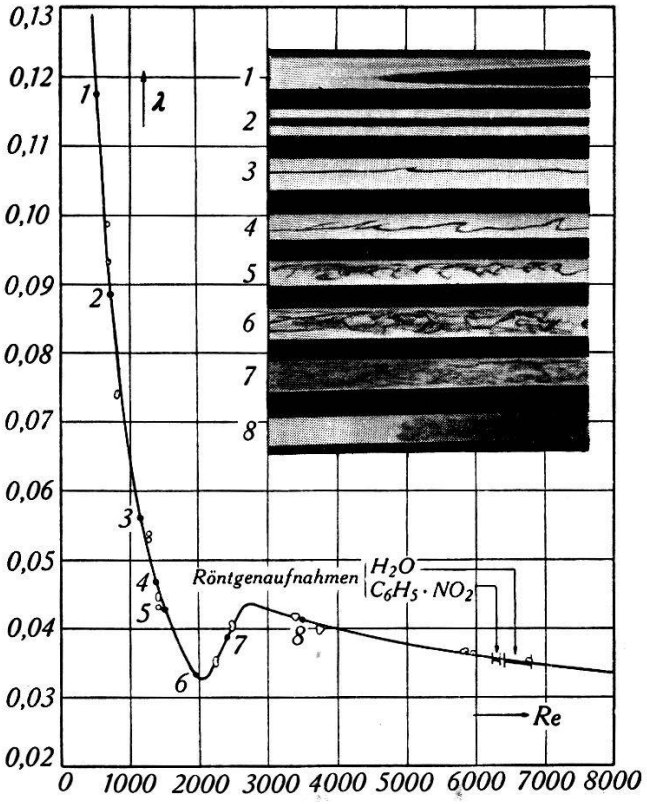

Fig. 35.

Widerstandsbeiwert und Strömungsbild in Funktion der *Re*-Zahl. Versuchsreihe mit Düse 2.

In bezug auf den Druckverlust besteht zwischen der Modellanlage und der Ausführung folgender Zusammenhang:

$$H_{v_M} = i \sum_1^n \left(\lambda_{M_i} \cdot \frac{l_{M_i}}{d_{M_i}} \cdot \frac{c_{M_i}^2}{2g} \right) \text{Modell}$$

$$H_{v_A} = i \sum_1^n \left(\lambda_{A_i} \cdot \frac{l_{A_i}}{d_{A_i}} \cdot \frac{c_{A_i}^2}{2g} \right) \text{Ausführung}$$

Für gleiche Strömungszustände muss die Bedingung erfüllt sein:

$$\frac{c_M \cdot d_M}{\nu_M} = \frac{c_A \cdot d_A}{\nu_A} .$$

Somit ist:

$$c_A = \frac{d_M}{d_A} \cdot \frac{\nu_A}{\nu_M} c_M .$$

Es sei:

$$\left(\frac{d_M}{d_A}\right) = \left(\frac{l_M}{l_A}\right) = K = \text{Modellmasstab} = 11{,}162$$

$$\left(\frac{\nu_M}{\nu_A}\right) = \text{Verhältnis der kinem. Zähigkeiten} = f(t)$$

Dann ist:

$$c_A = \left(\frac{K}{N}\right) \cdot c_M . \tag{13}$$

Ferner ist $\lambda_M = \lambda_A$ für gleiche Reynolds'sche Zahl.

Es folgt somit:

$$H_{v_A} = i \sum_1^n \left[\lambda \cdot \frac{l_{M_i}}{K} \cdot \frac{K}{d_{M_i}} \cdot \left(\frac{K}{N}\right)^2 \cdot \frac{c_{M_i}^2}{2g}\right]$$

$$= \left(\frac{K}{N}\right)^2 \cdot i \sum_1^n \left[\lambda \cdot \frac{l_{M_i}}{d_{M_i}} \cdot \frac{c_{M_i}^2}{2g}\right]$$

$$H_{v_A} = \left(\frac{K}{N}\right)^2 \cdot H_{v_M} . \tag{14}$$

Aus dieser Beziehung kann nun in Verbindung mit den bei der Modellanlage ebenfalls durchgeführten Gesamtdruckverlustmessungen, die Förderhöhe der Zirkulationspumpe bei der Röntgenanlage, welche bei gegebenen Flüssigkeiten zur Erreichung einer bestimmten *Re*-Zahl erforderlich ist, berechnet werden. Es zeigt sich der bedeutende Einfluss der kinematischen Zähigkeit der Förderflüssigkeit auf die Grösse des aufzubringenden Druckes.

Als rechnerisches Beispiel sei erwähnt, dass in der Aufnahmeapparatur bei Benützung der Düse 1, zur Erreichung einer *Re*-Zahl von 40000 (Turbulenz) bei Raumtemperatur ($t = 20^0$ C) ein Druck von 70 at nötig wäre, welcher sich bei 50^0 C auf 21 at verringert. Andererseits ist z. B. bei Verwendung von Nitrobenzol als Versuchsflüssigkeit, infolge der grösseren kinematischen Zähigkeit, bei der gleichen Temperatur von 20^0 C, gegenüber dem Wasser der 2,9-fache Druck erforderlich.

*

II. Röntgenographische Untersuchung von strömendem Wasser und Nitrobenzol.

1. Apparatur und Aufnahmetechnik.

Zur röntgenographischen Analyse der beiden Strömungszustände wurde, wie bei der schon früher durch DEBYE und SCHERRER[28]) benutzten Methode, der freie Flüssigkeitsstrahl unmittelbar nach dem Austritt aus dem Versuchsrohr photographiert. Bei

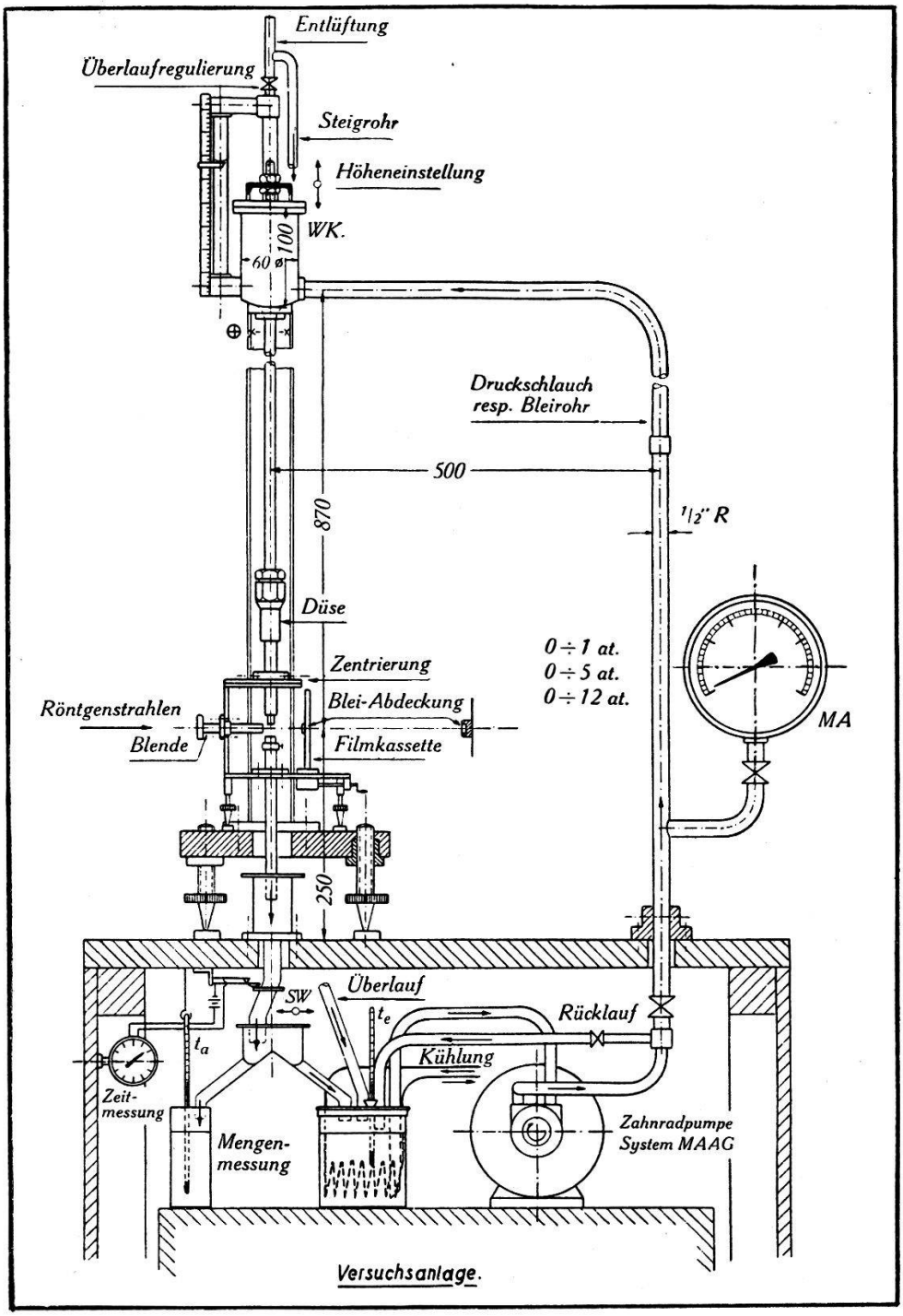

Fig. 36.

der Aufnahmeapparatur ist deshalb der im Modellversuch geeichte Aufbau von Oberwasserbehälter, Zuleitung, Düse und Glasrohr vertikal angeordnet (Fig. 36). Der Ausführungsmasstab war durch die Benützung vorhandener Rohrleitungen gegeben.

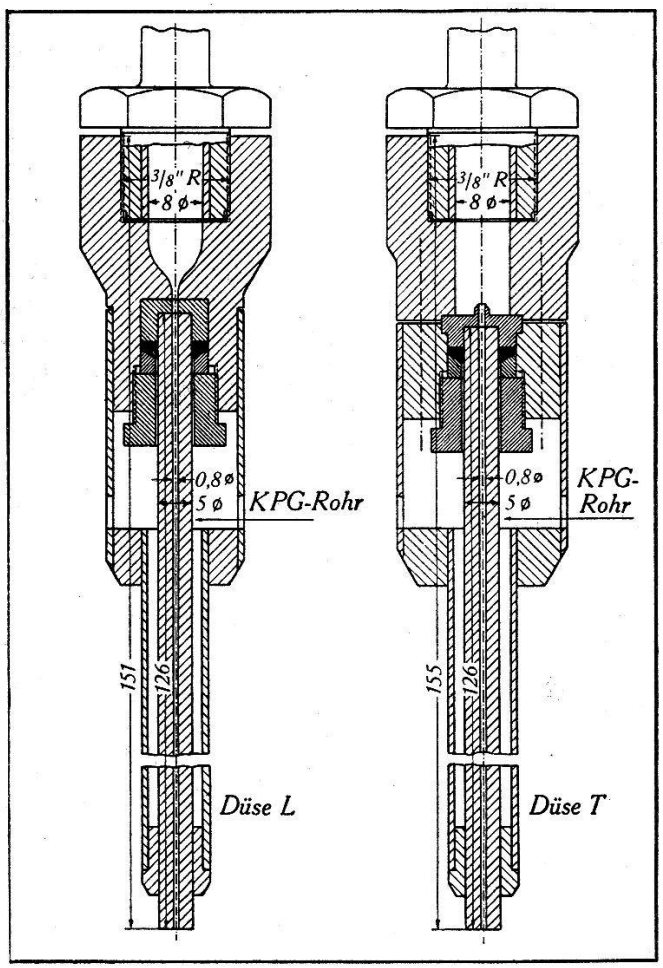

Fig. 37.

Ausführung : Modell = $D_A : D_M$

Es ist:

$D_A = 0{,}80$ cm Durchmesser des Zuleitungsrohres (Ausführung)
$D_M = 8{,}93$ cm Durchmesser des Zuleitungsrohres im Modell.

Somit:

$$A : M = \frac{0{,}80}{8{,}93} = 0{,}0896 : 1\,. \tag{15}$$

Damit ergeben sich für die Ausführung folgende Dimensionen:

Zuleitung: $D_A = 0{,}80$ cm, $L_A = 71{,}4$ cm Kupfer
Glasrohr: $d_A = 0{,}081$ cm, $l_A = 12{,}6$ cm Jenaer KPG-Rohr

Einlauf und Glaskapillare wurden nunmehr infolge der kleinen Abmessungen zu einem einzigen auswechselbaren Aggregat (Düse L

und T, Fig. 37) vereinigt. Die Düse L wurde mit einem Spezialbohrer hergestellt und ist auf ihrer Innenseite hochglanzpoliert um eine möglichst kleine relative Oberflächenrauhigkeit zu erhalten.

Durch eine Zahnradpumpe System MAAG (p_{max} ca. 12 at. bei Q ca. 1,5 l/Min.) wurde die zu untersuchende Flüssigkeit in einem geschlossenen Kreislauf dauernd umgewälzt, weshalb relativ kleine Stoffmengen ausreichten. Die Geschwindigkeit des austretenden Strahles konnte durch Veränderung der Fördermenge über einen Rücklauf- und einen Überlaufhahn auf jeden beliebigen Wert einreguliert werden. Während der Exposition einer Aufnahme wurde die Strömungsgeschwindigkeit, abgesehen von direkten

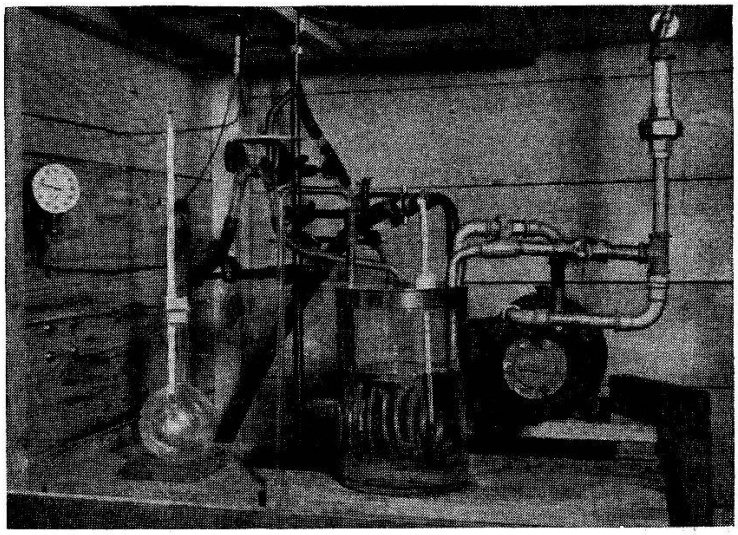

Fig. 38.
Teilansicht der Aufnahmeanlage mit Kreislauf der Versuchsflüssigkeit, Mengen- Zeit- und Temperaturmesseinrichtung.

Mengenmessungen, durch Druckbeobachtungen (Wasserstandsglas, Manometer) dauernd kontrolliert. Die Geschwindigkeits- und Temperaturmessung zur Bestimmung der Reynolds'schen Zahl erfolgte in derselben Weise wie beim Modell (Fig. 38).

Zur Regulierung der Temperatur der zirkulierenden Flüssigkeit, welche sich, infolge des grossen Druckverlustes und der geringen Vorratsmenge, mit der Zeit ziemlich stark erwärmte, diente eine an die Wasserleitung angeschlossene Kühlspirale.

Für die Untersuchung der Wasserströmung konnte die ganze Apparatur wesentlich vereinfacht werden, indem das Zirkulationssystem über eine Drosselstelle mit Nebenschlussfeinregulierung direkt aus dem städtischen Wassernetz ($p = 7$ at.) gespeist wurde.

Die Aufnahmekamera ist durch entsprechenden Umbau aus

der in der Good'schen Arbeit[29]) beschriebenen Laue-Kamera entwickelt worden (Fig. 39).

Bei dieser Kamera ist es beim Wechsel von Aufnahme und Strömungsform möglich, sowohl den Filmträger wie auch die Düse auszuwechseln, ohne Einfluss auf die Justierung der Kamera vor der Röhre, so dass bei der ganzen Aufnahmeserie das ausgeblendete Röntgenstrahlenbündel von derselben Stelle der Antikathode stammt. Der Primärstrahl tritt durch eine runde Blende in die Kamera und durchsetzt die zu untersuchende Flüssigkeit senkrecht zur Strömungsrichtung, ungefähr 3 bis 4 mm vom Düsenaus-

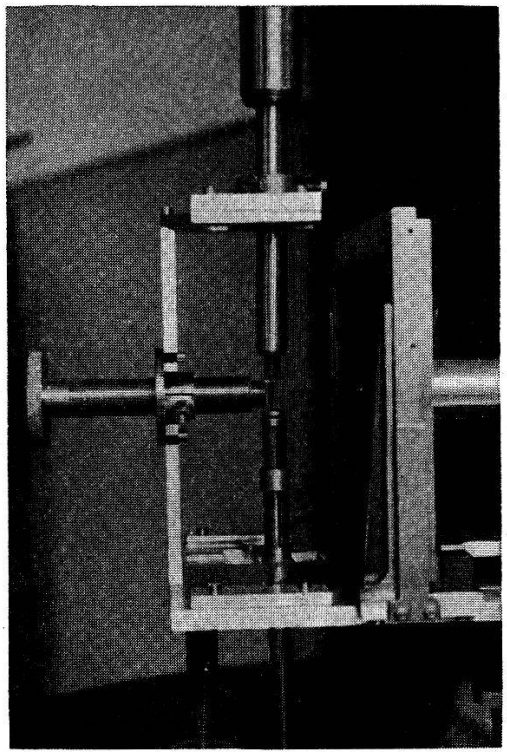

Fig. 39.
Kamera und Flüssigkeitsstrahl in Aufnahmebereitschaft (ohne Bleiabschirmung).

tritt entfernt. An dieser Stelle wurde der Strahldurchmesser mit einem Mikroskop (Vergr. ca. 45fach) optisch bestimmt und der Strahl gleichzeitig auf seine Güte untersucht (Fig. 40).

Bei Turbulenz konnte dagegen nur noch bei schwacher Vergrösserung eine scharfe Abbildung der Strahlränder erzielt werden. Durch passende Wahl des Druckes ist es nach anfänglichen Schwierigkeiten gelungen, an der durchstrahlten Stelle, sowohl bei laminarer wie auch bei turbulenter Strömung, den gleichen Durchmesser

$$\underline{d = 0{,}81 \text{ mm}}$$

zu erzeugen (max. Fehler ca. 1%).

Auf dem Filmträger wird der Primärstrahl durch eine Bleiabdeckung vollständig aufgefangen. Der Abstand von der Blende bis zum Strahl, sowie von der Blende bis zum Film wurde stets vermittels entsprechender Endmasse sorgfältig auf einen konstanten Wert eingestellt.

Um ein Strahlenbündel von sehr kleiner Divergenz zu erhalten, wurde die wirksame Blendenlänge möglichst gross gewählt. Die Austrittsöffnung der Blende trägt eine Kappe, welche die in der

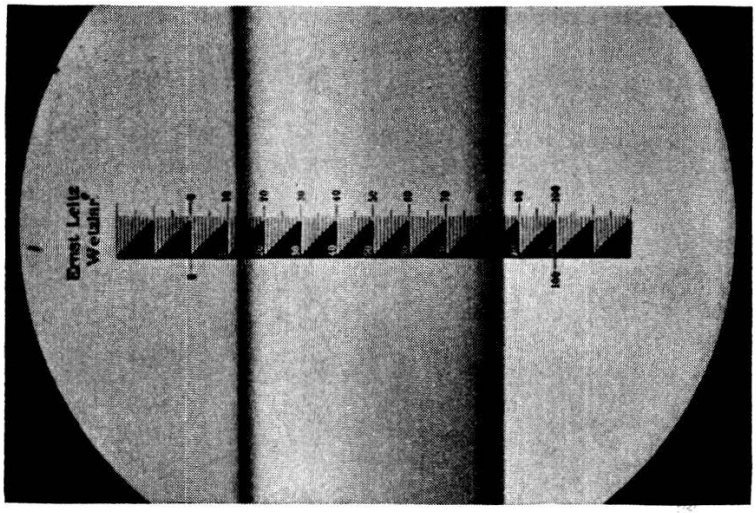

Fig. 40.

Freier Strahl bei laminarer Strömung $d = 0{,}81$ mm, Vergrösserung ca. 45fach.

Blende entstehende Streustrahlung auf einen engen Strahlenkegel begrenzt.

Die numerischen Daten sind in nachfolgendem Schema (Fig. 41) mit Tabelle zusammengestellt.

Als Strahlungsquelle diente eine von STAUB[30]) entwickelte und in der Werkstätte des Institutes hergestellte Glühkathoden-Röntgenröhre mit Kupferantikathode. Die Betriebsdaten der Röhre, welche mit intermittierender Gleichspannung, erzeugt durch einen Transformator mit Ventilröhrengleichrichtung, gespeist wurde, sind folgende:

H_2O -Aufnahmen:	$V_{eff} = 34000$ Volt	$i = 9{,}7$ MA
$C_6H_5 \cdot NO_2$-Aufnahmen:	$V_{eff} = 39000$ Volt	$i = 10{,}5$ MA

Das Arbeiten mit einer relativ niedrigen Spannung und die Verwendung einer Cu-Antikathode hat den Vorteil, dass der Anteil der Bremsstrahlung verhältnismässig gering wird. Ferner werden durch eine, der Blende vorgeschaltete, Nickelfolie von 0,012 mm Dicke, die Cu-K_β-Strahlung und die langwelligeren Strahlen des

Spektrums unterdrückt. Dadurch entsteht eine gefilterte, ziemlich gut monochromatische Strahlung ($\lambda_{Cu\text{-}K_\alpha} = 1{,}539$ Å).

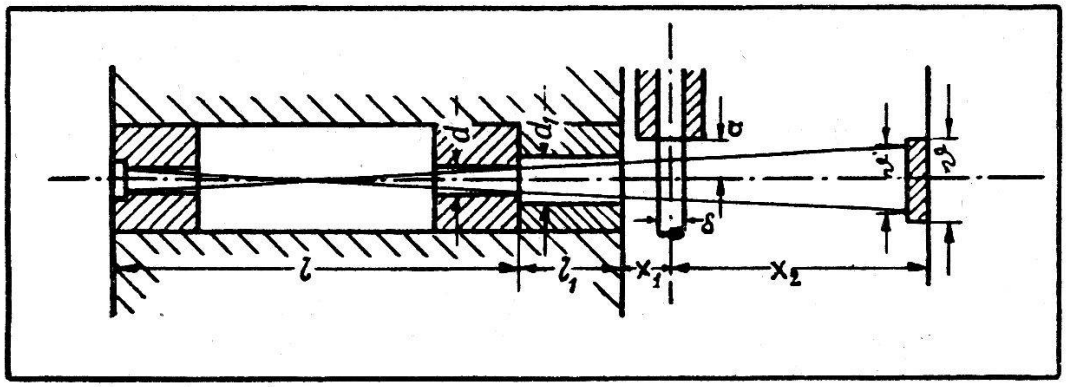

Fig. 41.

Tabelle 5.

Aufnahme-serie	Strahl δ	Blende d	Blende l	Kappe d_1	Kappe l_1	a	x_1	x_2	ϑ
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
H_2O	0,81	2,0	40	3,2	10	4,0	2,9	27,1	7,7
$C_6H_5NO_2$	0,81	1,0	65	1,4	10	3,5	2,9	27,1	4,7

Der Beleuchtungspunkt lag somit 4—5 Strahldurchmesser vom Austritt aus der Glaskapillare entfernt. Da bei dem freien Flüssigkeitsstrahl, infolge des plötzlichen Wegfalles der Randschubspannungen, die wandnahen Schichten nachbeschleunigt werden, wodurch ein Ausgleich des Geschwindigkeitsprofiles bewirkt wird, besteht die Möglichkeit, dass die Turbulenz in den Randzonen des Strahles an der Beobachtungsstelle schon bis zu einem gewissen Grade abgeklungen ist. Es wurde deshalb bei der Wasserströmung auch eine Aufnahmeserie in maximaler Nähe des Austrittes ($a = 1{,}5\ \delta$) hergestellt. Diese Röntgendiagramme zeigten jedoch gegenüber denjenigen bei obiger Anordnung keine Unterschiede in ihrem Streuverlauf.

Auf die Verwendung einer streng monochromatischen Strahlung, wie sie besonders von Meyer[31]) für derartige Untersuchungen gefordert wird, musste wegen den grossen Expositionszeiten, welche durch die notwendige Vorzerlegung der von der Röhre emittierten Gesamtstrahlung mittels eines Kristalls und dem damit verbundenen Energieverlust bedingt sind, verzichtet werden.

Die Belichtungszeiten betrugen bei der Wasserströmung 1—2 Stunden und für die Nitrobenzolströmung 3—6 Stunden.

Als photographisches Material wurden doppelseitig begossene Eastman X-Ray Filme (9×12 cm) mit hoher Empfindlichkeit ver-

wendet. Diese Filme besitzen ferner ein sehr feines Korn, was sich bei der Photometrierung vorteilhaft auswirkt. Durch eine Bleiabdeckung wurde bei jeder Aufnahme ein ca. 1 cm breiter Streifen für die Registrierung der Intensitätsmarken reserviert. Die Intensitätsskala wurde durch stufenweise Belichtung des Filmes im direkten Strahl, vermittels rotierender Sektoren, deren Verhältnis der Zentriwinkel bekannt ist, erzeugt.

Sämtliche Filme wurden bei gleicher Konzentration des Entwicklerbades (25 cm^3 Metholhydrochinon auf 80 cm^3 H_2O) und gleicher Temperatur ($t = 18^0$ C) während 5 Minuten entwickelt.

Die Untersuchung des freien Flüssigkeitsstrahles hat für die Röntgenanalyse den grossen Vorteil, dass infolge Wegfall der Gefässwände, das aufgenommene Interferenzbild nur von den an der Flüssigkeit gestreuten Röntgenstrahlen stammt. Es besteht nämlich immer die Möglichkeit, dass die Behälter zu eigenen Streubildern Anlass geben, die sich den gesuchten Erscheinungen überlagern. Der Anteil der Luftstreuung kann durch entsprechende Leeraufnahmen abgeschätzt werden. Andererseits treten jedoch in bezug auf die Strömungsverhältnisse einige Komplikationen auf, indem sich nicht nur kurz nach dem Austritt eine Kontraktion des Strahles einstellt, sondern sehr bald, durch Wirbelablösung in den Randzonen des Strahles, ein Austauschprozess zwischen der umgebenden Luft und dem Strahl einsetzt, welcher mit zunehmender Entfernung vom Austritt zu einem Breitenwachstum des Strahles führt. Beide Erscheinungen machten sich jedoch nur in einem ausserordentlich geringem Masse bemerkbar. Insbesondere war selbst bei der Aufnahme der turbulenten Strömung der freie Strahl nach 100 Durchmessern noch vollständig kompakt.

Zur Erzielung eines gleichmässigen, stabilen Flüssigkeitsstrahles ist ferner eine bestimmte Mindestgeschwindigkeit notwendig, da sonst starkes Flackern und Tropfenbildung einsetzt. Die Geschwindigkeitsvariation ist somit an gewisse Grenzen gebunden.

Je nach der Reynolds'schen Zahl und der untersuchten Flüssigkeit hatte die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher der freie Strahl den Röntgenstrahl am Beleuchtungspunkt durchquerte, folgenden Wert:

Wasserströmung:

Düse L, laminar	$\bar{c} = 126$ cm/sec	$\bar{Re} = 1039$
Düse T, turbulent	$\bar{c} = 1004$ cm/sec	$\bar{Re} = 6522$

Nitrobenzolströmung:

Düse L, laminar	$\bar{c} = 185$ cm/sec	$\bar{Re} = 894$
Düse T, turbulent	$\bar{c} = 1283$ cm/sec	$\bar{Re} = 6312$

Der sehr ruhige und gleichmässige turbulente Strahl unterschied sich in keiner Weise vom laminaren Strahl, er war nur durch seine weisslich matt werdende Oberfläche zu erkennen (Fig. 42). Bei der Düse L (lam.) war für die turbulente Strömung, infolge der notwendigen hohen Geschwindigkeiten, kein einwandfreier Strahl mehr möglich.

Die Strömungsapparatur wurde ungefähr eine Stunde vor Beginn einer Aufnahmeserie (2—3 Aufnahmen) in Betrieb gesetzt, um einen möglichst guten Beharrungszustand zu erhalten. Dabei konnte die Justierung des Strahles kontrolliert werden. Bei allen

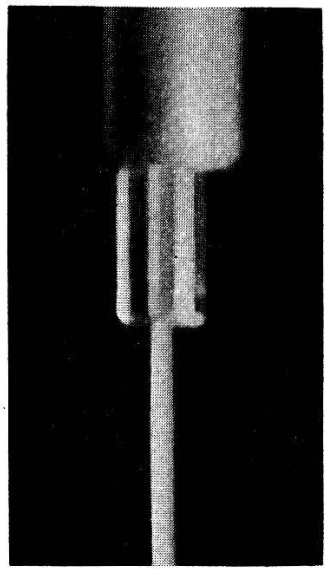

Fig. 42.

Aufnahmen wurde während der Exposition der Emissionsstrom der Röhre durch Regulierung der Glühfadenheizung auf einem bestimmten Wert konstant gehalten, dagegen konnten Spannungsschwankungen von maximal 1—2% nicht vermieden werden. Gleichzeitig mit der Röhrenüberwachung wurde für jede Aufnahme durch wiederholte Geschwindigkeits- und Temperaturmessungen die Reynolds'sche Zahl bestimmt. Die Gegenaufnahmen wurden entweder in unmittelbarer Folge oder am darauffolgenden Tage zu den gleichen Zeitpunkten (Belastungsdiagramm) hergestellt.

2. Auswertung der Röntgenaufnahmen von Wasser und Nitrobenzol bei laminarer und turbulenter Strömung.

Bei direkter Betrachtung der Filme konnte für beide Flüssigkeiten kein Unterschied zwischen den Streubildern bei beiden Strömungszuständen festgestellt werden. Nach einer Reihe von Probeaufnahmen wurden schliesslich von jedem Strömungszustand je 5 besonders sorgfältig hergestellte Aufnahmen ausgewählt

(Tab. 6 und 7) und die gestreuten Intensitäten durch Photometrierung der Filme mit dem Moll'schen Registriermikrophotometer bestimmt.

Wasser:

Tabelle 6.

Laminar				Turbulent				Exposition.
Aufn.	c	t	Re	Aufn.	c	t	Re	
Nr.	$\frac{cm}{sec}$	^{0} C	—	Nr.	$\frac{cm}{sec}$	^{0} C	—	h
36—2L	125	20,2	1007	38—2T	1002	11,3	6421	2
42—2L	129	20,8	1056	39—2T	1003	11,5	6462	2
43—1½L	127	21,6	1055	40—1½T	993	11,9	6467	1,5
44—1L	130	22,0	1101	41—1T	994	12,0	6480	1
49—1L	119	21,4	976	50—1T	1028	12,3	6780	1

Nitrobenzol:

Tabelle 7.

Laminar				Turbulent				Exposition.
Aufn.	c	t	Re	Aufn.	c	t	Re	
Nr.	$\frac{cm}{sec}$	^{0} C	—	Nr.	$\frac{cm}{sec}$	^{0} C	—	h
54—4L	186	17,1	853	59—4T	1282	20,9	6354	4
65—5½L	185	19,3	877	64—5½T	1284	20,5	6318	5,5
66—4L	187	19,7	903	68—4T	1281	20,4	6258	4
67—4L	184	20,9	912	69—4T	1280	20,6	6294	4
74—3L	183	20,5	925	71—3T	1288	20,6	6336	3

Gemessen wurde längs zweier, einen Winkel von 90^0 einschliessenden Durchmessern, senkrecht (AA) und parallel (BB) zum Strahl. Es wurde mit einer Registrierübersetzung von 1:7 gearbeitet.

Die photometrische Auswertung der Schwärzung der, über dem Grundschleier registrierten, Intensitätsmarken liefert den Zusammenhang zwischen dem Ausschlag des Galvanometerzeigers (α) und den auf den Film aufgefallenen Intensitäten. Mit Hilfe der so erhaltenen Intensitätskurve ($\alpha = f(I_{rel})$) kann nun die bei gleicher Photometereinstellung aufgenommene Registrierkurve auf relative Intensitäten umgezeichnet werden. Bei den Nitrobenzolaufnahmen, wo die absoluten Schwärzungen den Betrag 0,3 nicht übersteigen, erübrigt sich die Auswertung der Intensitätsmarken, da in diesem Falle Proportionalität zwischen photographischer Schwärzung und aufgefallener Röntgenstrahlenintensität besteht

(Koch[32]), so dass aus dem Verlauf der absoluten Schwärzungen direkt derjenige der Intensitäten erhalten wird. Es sei noch ergänzend bemerkt, dass die photographische Platte bei der Exposition im Röntgenlicht keinen Schwellenwert zeigt, im Gegensatz zu ihrem Verhalten bei gewöhnlichem Licht, wo die Schwärzungskurve einen Inflexionspunkt besitzt. Bis zu einer absoluten Schwärzung von 0,6 besteht exakte Proportionalität zwischen der Röntgenstrahlenintensität und der von ihr verursachten photographischen Schwärzung. Koch hat im Laufe seiner Untersuchungen[33]) diese lineare Beziehung sogar noch für grössere Schwärzungswerte bestätigt gefunden.

Die genaue Lage der Hauptmaxima wurde vermittels des von Koch[34]) angegebenen Verfahrens besonders festgelegt. Um die Intensitätsverteilungskurven bei verschiedenen Strömungszuständen miteinander vergleichen zu können, wurden bei allen Aufnahmen die Intensitäten der Hauptmaxima auf den gleichen Wert ($I_{max}=1$ gesetzt) gebracht. Die Intensitäten an den andern Orten ergeben sich dann aus der Intensitätskurve durch entsprechende Transformation des Abszissenmasstabes.

Die Streukurve der Flüssigkeit allein wurde erhalten durch Reduktion der Intensitätswerte um den Betrag der Luftstreuung, welcher aus den, unter möglichst gleichen Bedingungen hergestellten, korrespondierenden Leeraufnahmen bestimmt wurde.

Für die endgültigen, je einem bestimmten Strömungszustand zugeordneten Streukurven wurde der Mittelwert aus den beiden Bildhälften von je 5 Aufnahmen verwendet, wodurch Zufälligkeiten in der Auswertung schon weitgehend vermieden sind. Gelegentlich wurden zur Kontrolle auch Doppelregistrierungen vorgenommen, wobei sich die Registrierkurven stets genau identisch erwiesen.

Der photometrisch erhaltene mittlere Intensitätsverlauf in den Streubildern von Wasser und Nitrobenzol, bei laminarer und turbulenter Strömung, ist in den Figuren 43—46 in Funktion der Grösse $\frac{\sin \vartheta}{\lambda}$ dargestellt. Dabei bedeutet $2\,\vartheta = \varphi$ den halben Öffnungswinkel des Kegels, welchen die gestreuten Strahlen mit dem einfallenden Strahl als Axe bilden und λ die Wellenlänge der verwendeten Röntgenstrahlung. Im Wasserdiagramm (Fig. 43 und 44) tritt das erste und zugleich ausgesprochenste Interferenzmaximum bei einem Winkel $\varphi_{I} = 27{,}2^{0}$ auf, während ein zweites Maximum im äussern Abfall, bei einem Beugungswinkel von $\varphi_{II} = 41^{0}$ liegt. Die Nitrobenzolstreubilder (Fig. 45 und 46) zeigen dagegen zwei sehr nahe beieinander liegende Maxima von ungefähr gleicher Intensität

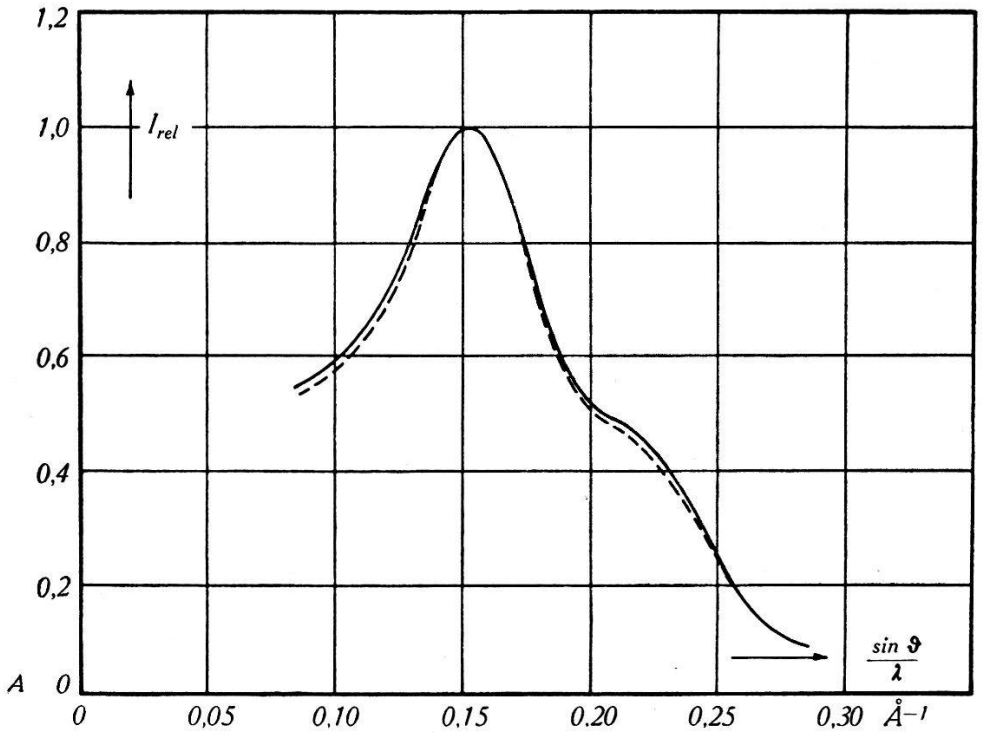

Fig. 43.

Relative Intensitäten in Richtung AA bei Wasser.

——— Strömung laminar Düse „L" $\bar{Re} = 1039$ $\bar{t} = 21{,}2^0$ C.

····· Strömung turbulent Düse „T" $\bar{Re} = 6522$ $\bar{t} = 11{,}8^0$ C.

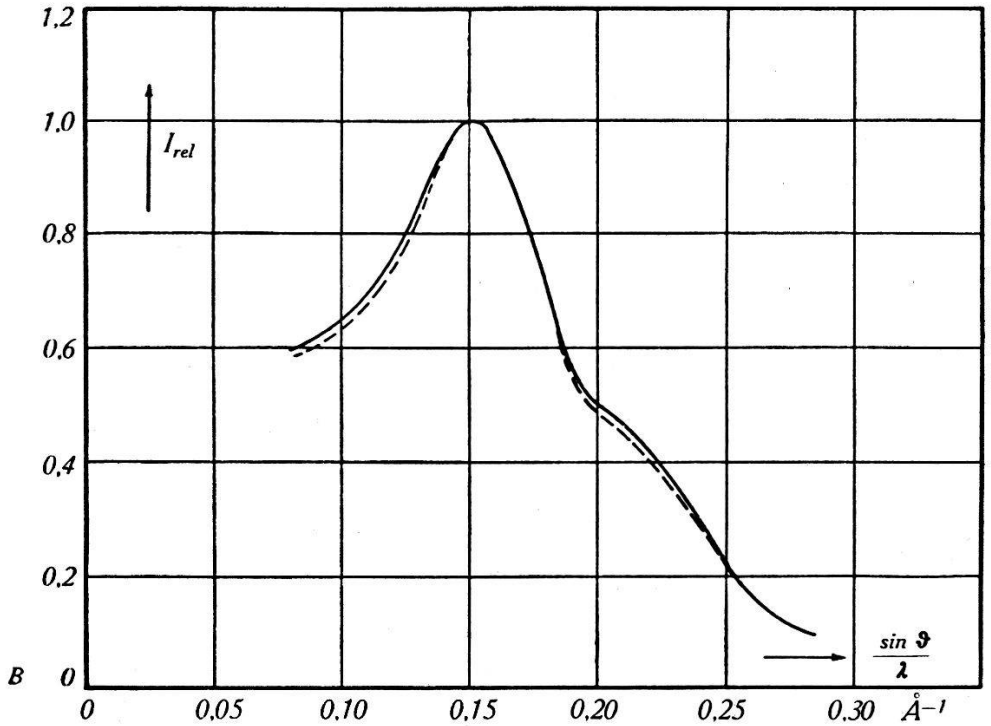

Fig. 44.

Relative Intensitäten in Richtung BB bei Wasser.

——— Strömung laminar Düse „L" $\bar{Re} = 1039$ $\bar{t} = 21{,}2^0$ C.

····· Strömung turbulent Düse „T" $\bar{Re} = 6522$ $\bar{t} = 11{,}8^0$ C.

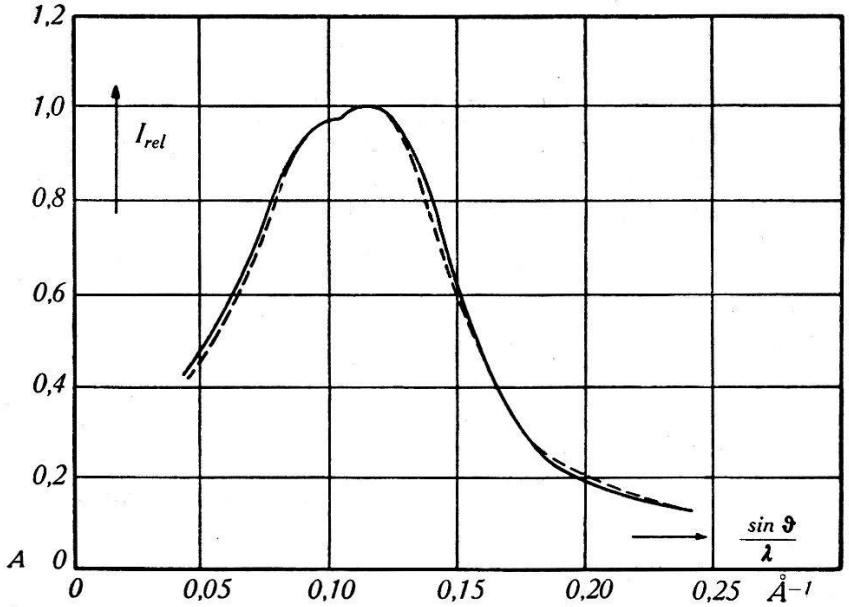

Fig. 45.

Relative Intensitäten in Richtung AA bei Nitrobenzol.

——— Strömung laminar Düse „L" $\bar{R}e = 894$ $\bar{t} = 19{,}5^0$ C.

····· Strömung turbulent Düse „T" $\bar{R}e = 6312$ $\bar{t} = 20{,}6^0$ C.

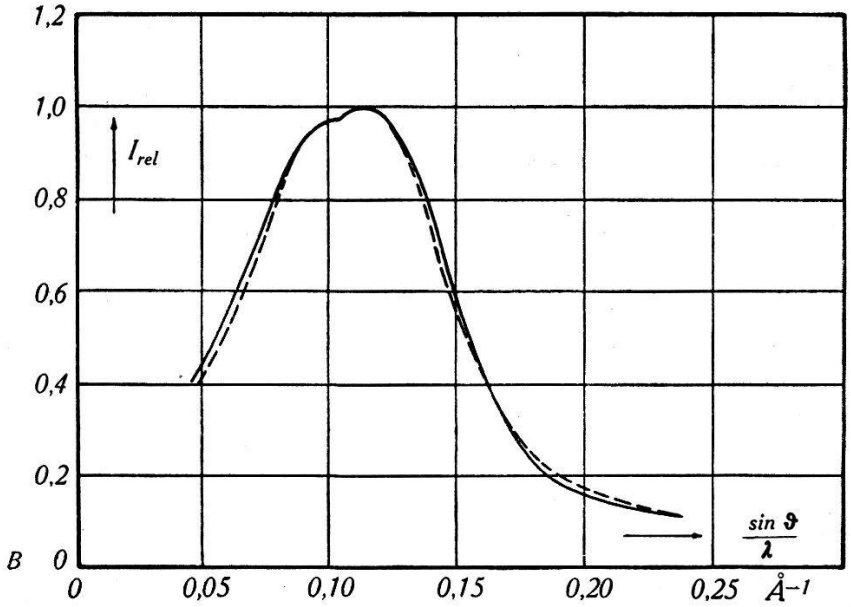

Fig. 46.

Relative Intensitäten in Richtung BB bei Nitrobenzol.

——— Strömung laminar Düse „L" $\bar{R}e = 894$ $\bar{t} = 19{,}5^0$ C.

····· Strömung turbulent Düse „T" $\bar{R}e = 6312$ $\bar{t} = 20{,}6^0$ C.

bei den Winkeln $\varphi_{I} = 18^{0}$ und $\varphi_{II} = 21^{0}$. Mit Hilfe der Bragg'schen Beziehung

$$d = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \varphi/2} \tag{16}$$

können nun den oben genannten Maxima folgende Identitätsperioden (d) zugeordnet werden:

Wasserströmung:	$d_{I} = 3{,}25$ Å	$d_{II} = 2{,}19$ Å
Nitrobenzolströmung:	$d_{I} = 4{,}91$ Å	$d_{II} = 4{,}23$ Å

Diese Werte stimmen gut überein mit denjenigen, welche Stewart[10]) für Wasser und Todd[12]) für Nitrobenzol fanden. Die Maxima traten, abgesehen von gelegentlichen sehr kleinen Verschiebungen (max. ca. 0,6%), die aber, sowohl wegen ihrem zufälligen Auftreten, wie auch grössenordnungsgemäss, auf die Schwankung des Abstandes Film-Streuzentrum zurückgeführt werden müssen, stets unter gleichen Winkeln auf.

3. Diskussion der Ergebnisse und Ausblick.

Die nach der photographisch-photometrischen Methode durchgeführten Messungen führen zu folgenden Ergebnissen:

1. Aus den, bei eindeutig determinierten Strömungszuständen hergestellten, zahlreichen Aufnahmen (ca. 35 Stück) geht mit aller Deutlichkeit hervor, dass im Röntgendiagramm von Wasser und Nitrobenzol, beim Wechsel der Strömungsform ein grosser, dem hydrodynamisch so bedeutsamen Unterschiede beider Strömungszustände entsprechender Effekt sicher nicht besteht.

2. Die untersuchten homogenen Flüssigkeiten ergeben stets vollständig ausgebildete Interferenzringe, die längs ihres Umfanges keine ungleichmässige Schwärzungsverteilung aufweisen, wie sie, nach Versuchen von Hess[35]), strömende Solen mit stäbchenförmigen, ultramikroskopischen Teilchen zeigen, wo bereits Texturen (Faserdiagramme) auftreten. Diese Faserdiagramme sprechen dort für eine Bevorzugung bestimmter Lagen durch einen gewissen Prozentsatz der Teilchen. In unserem Falle jedoch scheint der Strömungszustand auf die Moleküle oder Molekülgruppen keinen orientierenden Einfluss (z. B. Einstellung in eine bevorzugte Richtung bei Laminarströmung) auszuüben.

3. Es sind nun noch die Auswirkungen der Strömungsform auf eine existierende „cybotaxis" (Molekülgruppen-Anordnung nach Stewart und Morrow) zu untersuchen. Ein diesbezüglicher Einfluss müsste sich im Röntgendiagramm durch eine Verbreite-

rung, Intensitätsänderung oder eventuell sogar in einer Verlagerung der Maxima bemerkbar machen. Die Gegenüberstellung der, bei einwandfrei laminarer und turbulenter Strömung erhaltenen, mittleren Streukurven (Fig. 43—46) beider Flüssigkeiten zeigt in der Intensitätsverteilung nur äusserst kleine gegenseitige Unterschiede. Diese kleinen Änderungen im Intensitätsverlauf besitzen nun qualitativ eine weitgehende Ähnlichkeit mit denjenigen, welche durch eine Temperaturerhöhung bewirkt werden.

Der Einfluss einer Temperaturänderung auf das Röntgendiagramm des Wassers macht sich nach den eingehenden Untersuchungen von ONKEN[36]), MEYER[31]) und STEWART[10]), abgesehen von einer kleinen Verschiebung des Hauptmaximums (0,0014 Å/°C), in erster Linie in einer Intensitätsänderung des, im äussern Abfall des Hauptmaximums liegenden, an sich schon sehr flachen, zweiten Maximums bemerkbar. Nach STEWART[10]) verschwindet dieses Maximum mit steigender Temperatur vollkommen. Um den Einfluss zahlenmässig erfassen zu können, stellt MEYER[31]) die Grösse des zweiten Maximums als Differenzbetrag zwischen einem superponierten glatten Verlauf des äussern Abfalls des Hauptmaximums und dem wirklichen Verlauf der Streukurve dar. Er findet (bei gleicher Grösse des Hauptmaximums) bei 40° C für das zweite Maximum eine Reduktion dieses Differenzwertes auf $^2/_3$ des Betrages den er bei 3° C hatte.

Eine ähnliche Entwicklung, wenn auch nicht in so deutlichem Masse, zeigt sich in den Wasserstreubildern, indem der Übergang zur Turbulenz eine Verflachung des zweiten Maximums bewirkt. Bei den Aufnahmen der turbulenten Wasserströmung war, wegen des direkten Wasserbezuges aus dem städtischen Leitungsnetz, die Temperatur im Mittel 9,4° C niedriger als bei den laminaren Gegenaufnahmen. Berücksichtigt man diesen Umstand, so wird allerdings für das zweite Maximum die Differenz zwischen den beiden Streukurven etwas grösser. Im Gesamtverlauf des Hauptmaximums, in welchem nach den Stewart'schen Messungen[10]) mit steigender Temperatur eine Verbreiterung einsetzt, besteht jedoch keine Analogie mehr, da sich in unserem Falle eher die gegenteilige Entwicklung andeutet.

Für das Nitrobenzol sind von TODD[12]) entsprechende Untersuchungen über die Auswirkung der Temperatur auf das Röntgenstreubild durchgeführt worden.

Da bei den, in der vorliegenden Arbeit hergestellten Röntgenaufnahmen der Nitrobenzolströmung die Flüssigkeitstemperatur, infolge der gut regulierbaren Kühlung, im Mittel nur sehr wenig variierte, sind die geringen Unterschiede zwischen den Streukurven

der beiden Strömungszustände dem Wechsel der Strömungsform allein zuzuschreiben.

In Figur 47 sind die aus Figur 46 sich ergebenden Differenzen zwischen den mittleren Streukurven der laminaren und der turbulenten Strömung, dem von Todd gefundenen Effekt der Temperaturerhöhung auf das Röntgendiagramm von Nitrobenzol gegenübergestellt. Die beiden Kurven zeigen einen auffallenden Parallelismus in ihrem Verlauf. In seinen weiteren Untersuchungen stellte Todd ferner einen Zirkulationseffekt fest, welcher denselben Charakter hatte wie der Temperatureffekt. Auf Grund unserer Ergebnisse, welche auf bestimmten, absolut eindeutigen Strömungs-

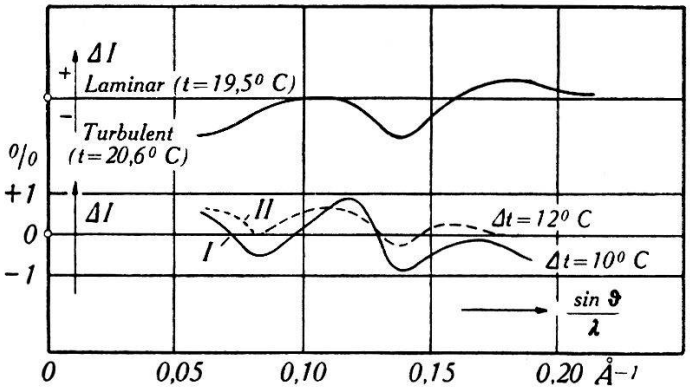

Fig. 47.

Strömungsform und Änderung in der Intensitätsverteilung bei Nitrobenzol.
I) Temperaturerhöhung von 16° auf 26° C, bez. auf 16° C } nach Todd
II) Temperaturerhöhung von 30° auf 42° C, bez. auf 30° C }

(Todd'sche Werte auf $\frac{\sin\vartheta}{\lambda}$; $\lambda = 0{,}709$ Å umgerechnet.)

zuständen basieren, liegt es nun nahe diesen Zirkulationseffekt auf die Turbulenz zurückzuführen.

Die Unterschiede zwischen den Streukurven der verschiedenen Aufnahmen, bei derselben Strömungsform, betragen trotz sehr sorgfältigem Arbeiten, je nach dem Streuwinkel, 1—3%. Diese Genauigkeit entspricht durchaus der, bei der photographisch-photometrischen Methode erreichbaren, maximalen Genauigkeit (Koch[37]). Die Abweichungen der mittleren Streukurven (Fig. 43 bis Fig. 46) für die beiden Strömungsformen sind von der Grössenordnung 2—4%. Leider sind die Streuungen der Einzelmessungen gerade so gross, dass sich die am stärksten vom Mittel entfernten Intensitätsverteilungskurven beider Strömungsformen gerade noch berühren. Es treten die gleichen Schwierigkeiten auf wie bei der Untersuchung des Temperatureffektes (Onken[36]).

Obschon die mittleren Streukurven etwas auseinander liegen, ist die durch Anordnung und Untersuchungsmethode bedingte Ge-

nauigkeit gerade nicht mehr hinreichend, um mit absoluter Bestimmtheit einen Einfluss der Strömungsform auf die Röntgenstreubilder von Wasser und Nitrobenzol festzustellen. *Wenn wir einerseits auch mit Sicherheit sagen können, dass beim Umschlag von der laminaren zur turbulenten Strömungsform keine grossen bedeutsamen Änderungen im quasikristallinen Aufbau der Flüssigkeiten eintreten, so ist es andererseits doch möglich, dass innerhalb unserer Messgenauigkeit kleine Änderungen der cybotactischen Gruppenanordnung stattgefunden haben.*

Über die Grösse eines solchen Einflusses kann man sich auf Grund der von SCHERRER[38]) für kristallinische Kolloidteilchen angegebenen Beziehung zwischen der Teilchengrösse (Λ) und der Halbwertsbreite (B) des unter dem Winkel (φ) gegen den einfallenden Strahl auftretenden Maximums, ein Bild machen.

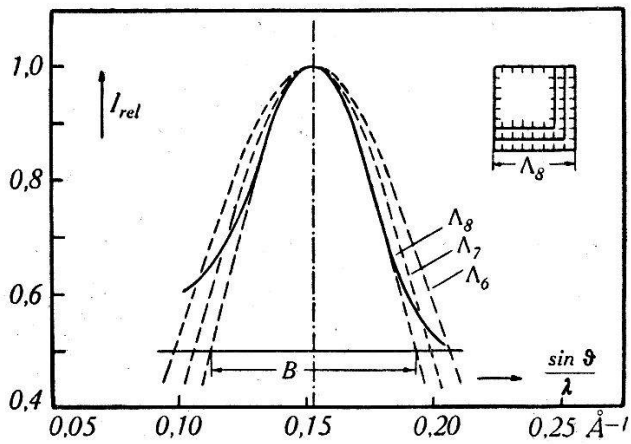

Fig. 48.

Einfluss der Kantenlänge eines würfelförmig gedachten Quasikriställchens auf die Form des Interferenzmaximums. (Alle Kurven auf gleiches $I_{max.}$ bezogen). ——— H_2O laminar (gleiche Kurve wie Fig. 43).

In Fig. 48 ist die Änderung in der Form des Interferenzmaximums ($I = I_{max} \cdot e^{-(K \cdot x)^2}$) bei verschiedenen Kantenlängen eines würfelförmig vorausgesetzten Kriställchens (endliche Präparatdicke nicht berücksichtigt) dargestellt. Die Indices bedeuten die Anzahl der Identitätsperioden (Moleküle) aus denen sich die totale Kantenlänge aufbauen soll. Würden nun in unserem Falle an einem zusammenhängenden Quasikriställchen von ca. 500 Molekülen (8 Moleküle pro Kantenlänge) Grösse, bei Turbulenz, die äussersten ein bis zwei Molekülschichten abgebaut ($\Lambda_8 \rightarrow \Lambda_7 \rightarrow \Lambda_6$), so wären die in Fig. 48 gezeichneten Änderungen in den Röntgenstreubildern zu erwarten. Für die, der Halbwertsbreite B entsprechenden Abszissenwerte (siehe Figur) von $\frac{\sin\vartheta}{\lambda}$ ergibt sich eine zugehörige In-

tensitätszunahme von 18% resp. 35%. Erfolgt der Abbau der äussersten Molekülschicht an einer aus 1000 Einzelmolekülen bestehenden Gruppe, so beträgt die Intensitätszunahme an den Stellen der Halbwertsbreite immer noch 14%. Man sieht also, dass schon eine geringe Verkleinerung der cybotactischen Bezirke (Abbau einer einzigen Molekülschicht) auf das Röntgendiagramm einen weit grössern Einfluss haben muss, als er von uns beobachtet wurde.

Die Breite der Maxima kann auch aufgefasst werden als hervorgerufen durch die Überlagerung von vielen relativ breiten Linien, herstammend von kleinen Einzelkriställchen, die verschieden anisotrop sind. Wenn nun die Turbulenz diese Anisotropie verstärken würde, so würde dies ebenfalls in den Röntgenstreubildern sichtbar. Auch hier ist nach unseren Ergebnissen der Effekt einer Deformation der Struktur sicher sehr klein.

Es folgt somit zweifellos, dass bei den untersuchten Substanzen ein eventuell vorhandener Einfluss der Turbulenz auf eine cybotactische Molekülgruppen-Anordnung bestimmt nur *ausserordentlich klein* sein kann und grössere Änderungen sicher auszuschliessen sind.

Wie schon in der Einleitung hervorgehoben wurde, sind nach den optischen Untersuchungen von Sadron[7]) an Flüssigkeiten, welche in strömendem Zustand Doppelbrechung zeigen (z. B. Nitrobenzol), die Einflüsse der Turbulenz auf die strömungsoptischen Eigenschaften, wie hier im Röntgengebiet, wenn überhaupt vorhanden, sehr klein, so dass auch Sadron sie nicht mit Sicherheit zu postulieren wagte. Dagegen ist bei kolloiden Lösungen die spezifische Einwirkung des Wechsels der Strömungsform auf die dynamo-optischen Eigenschaften der Lösungen nach Sadron sichergestellt.

Während sich somit im Bereiche der kolloiden Dimensionen die Änderung der Strömungsform deutlich bemerkbar macht, kann ein solcher Einfluss im unter-mikroskopischen Gebiet ($<$ ca. 100 Å) bis heute noch nicht mit absoluter Sicherheit festgestellt werden. Aus der vorliegenden Arbeit ergibt sich jedoch, dass ein solcher Einfluss, falls er existiert, sicher sehr gering sein muss. Sein endgültiger Nachweis kann nur durch eine noch wesentlich verfeinerte Messtechnik (streng monochromatische Strahlung usw.), welche gestattet, die zufälligen Fehlereinflüsse (Änderung der Strahlungszusammensetzung infolge Spannungsschwankungen, Stoffveränderungen usw.) weitgehend auszuschalten, herbeigeführt werden. Es ist ferner denkbar, dass bei geeigneter Stoffwahl der Unterschied

zwischen den beiden Streukurven deutlicher wird. Auf dieser Basis wäre es wünschbar, solche Untersuchungen weiterzuführen.

Es sei mir an dieser Stelle gestattet, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Paul Scherrer, für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit, sowie besonders für sein stetes förderndes Interesse während deren Ausführung meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Zürich, Institut für Experimentalphysik an der E. T. H.

III. Literaturverzeichnis.

1) O. Reynolds, Phil. Trans. Roy. Soc. Pap. II, Lond. (1883), S. 935.
2) H. Blasius, Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Nr. 131, Berlin (1913).
3) W. Nusselt, Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Nr. 89, Berlin (1910).
4) L. Prandtl, Zeitschr. f. a. M. M., Bd. 5, Berlin (1925), S. 136. — Verh. d. 2. int. Kongr. f. tech. Mech. Zürich (1927), S. 62.
5) H. Dryden, N. A. C. Rep. 562 (1936).
6) A. Fage und H. Townend, Proc. Roy. Soc. (A) 135, Lond. (1932), S. 656.
7) C. Sadron, Schweiz. Archiv, 3. Jahrg., Nr. 1, Solothurn (1937), S. 8.
8) Signer und Gross, Zeitschr. f. phys. Chem. 165 (1933), S. 161.
9) P. Debye, Fester Körper, Verl. Hirzel, Leip. (1938), S. 42.
10) G. Stewart, Phys. Rev. 37 (1931), S. 9.
11) R. Mercier, Helv. phys. Acta VII (1934), S. 476.
12) F. Todd, Phys. Rev. 44 (1933), S. 787.
13) J. Selman, Diss. Amsterdam (1932), S. 26 und S. 47.
14) J. Trillat, Zeitschr. f. Phys., Bd. 64 (1930), S. 191. — J. Thibaud und J. Trillat, Zeitschr. f. Phys., Bd. 61 (1930), S. 816.
15) J. Boussinesq, Comp. rend. Acad. Sc. 110 (1890), S. 1160, S. 1238, C. R. 113 (1891), S. 9 und S. 49.
16) L. Schiller, Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Nr. 248, Berlin (1922).
17) H. Latzko, Zeitschr. f. a. M. M., Bd. 1 (1921), S. 272.
18) H. Kirsten, Diss., Leipzig 1927.
19) J. Nikuradse, Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Nr. 356, Berlin (1932).
20) A. Müller, Mech. der Flüssigk., Fasc. I, Fribourg (1936), S. 87.
21) R. Gregorig, Diss. E. T. H. Zürich (1933), S. 21.
22) Landolt Börnstein, Physikalische Tabellen.
23) J. Poiseuille, Mém. prés. p. d. sav., Bd. 19, Paris (1846).
24) R. Hermann und Th. Burbach, Strömungswiderst. und Wärmeübergang in Röhren, Akad. Verl. Ges. Leipzig (1930).
25) G. Fuhrmann, Diss. Göttingen (1912), S. 44.
26) A. Miyadzu, Techn. Rep. Tôhoku, Sendai, Jap. XII, 2 (1937), S. 165.
27) V. Saph und Schoder, Trans. Am. Soc. civ. Eng. Pap. 51 (1903), S. 944.
28) P. Debye und P. Scherrer, Nachr. Kgl. Ges. Wiss. Göttingen (1916).

[29]) W. Good, Helv. phys. Acta III (1930), S. 205.
[30]) H. Staub, Helv. phys. Acta VII (1934), S. 3.
[31]) H. Meyer, Ann. der Physik, V, 5 (1930), S. 701.
[32]) W. Friederich und P. P. Koch, Ann. der Phys. IV, 45 (1914), S. 399.
[33]) P. P. Koch und R. Blunck, Ann. der Phys. IV, 77 (1925), S. 477.
[34]) P. P. Koch, Ann. der Physik, IV, 41 (1913), S. 115.
[35]) K. Hess und J. Gundermann, Ber. d. d. Chem. Ges. 70 (1937), S. 1800.
[36]) H. Onken, Diss. Hamburg 1928.
[37]) P. P. Koch, Ann. d. Physik IV, 30 (1909), S. 841.
[38]) P. Scherrer, Nachr. Kgl. Ges. Wiss. Göttingen (1918), S. 98 und in R. Zsigmondy, Kolloidchemie, III. Aufl., S. 404.

Erratum. Seite 174, 7. Zeile, lies physikalische Bedingung statt physische Bedingung.

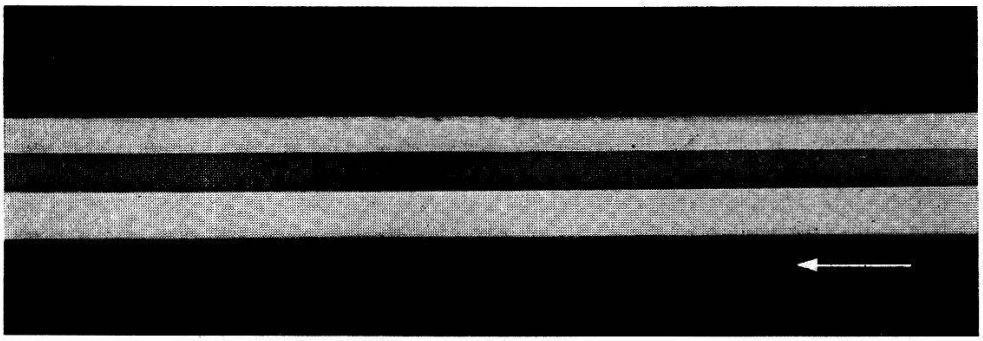

Fig. 6.

$c = 71{,}96$ cm/sec $t = 13{,}9^0$ C $Re = 5513$

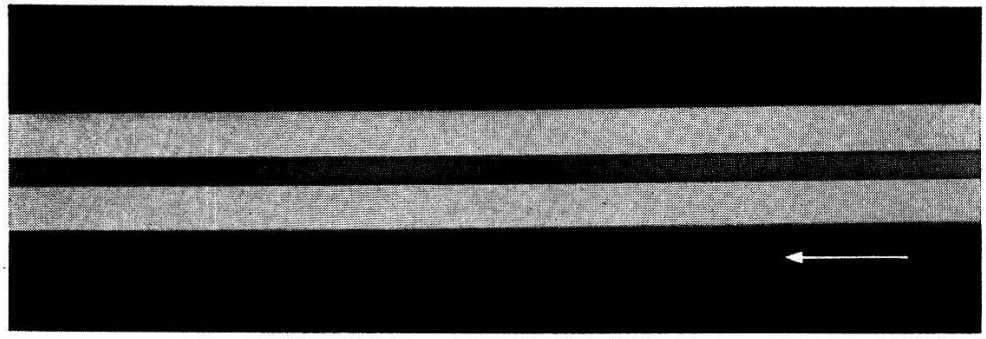

Fig. 7.

$c = 132{,}69$ cm/sec $t = 14{,}5^0$ C $Re = 10333$

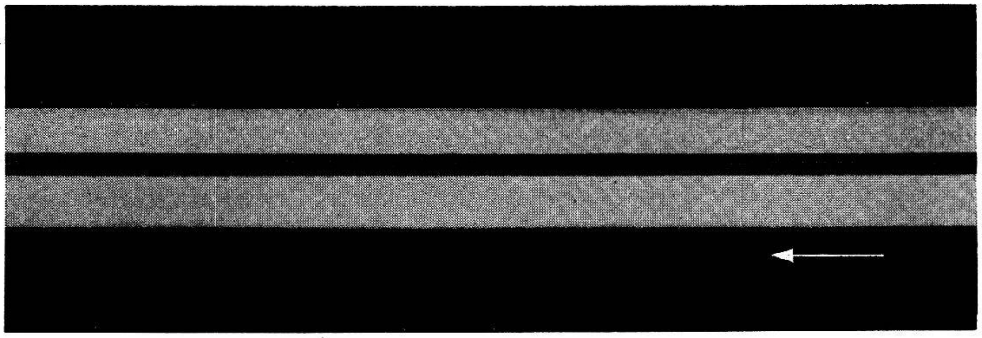

Fig. 8.

$c = 184{,}80$ cm/sec $t = 13{,}4^0$ C $Re = 13969$

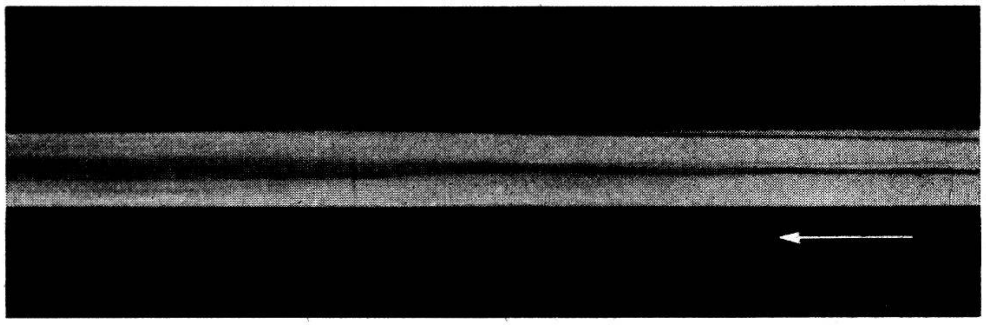

Fig. 9.

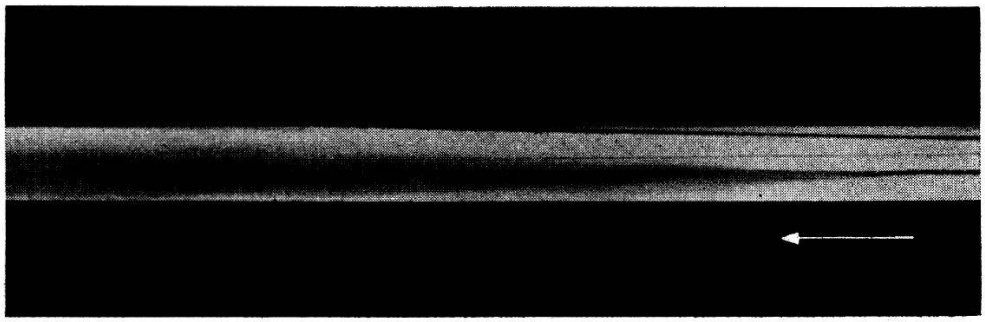

Fig. 10.

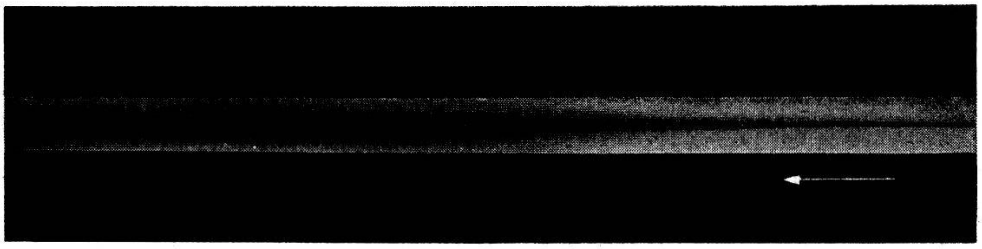

Fig. 11.

$c = 500{,}32$ cm/sec $t = 11{,}2^0$ C $Re = 35668$

(Aufnahme in $^1/_{500}$ sec)

(N. B. Am obern Bildrand ist der rote Qualitätsfaden des Glasrohres sichtbar.)

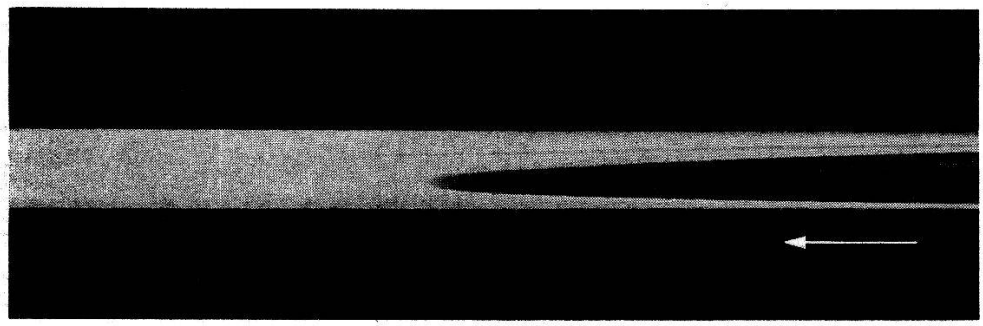

Fig. 12.

H_2O laminar: Geschwindigkeitsprofil

$c = 6{,}03$ cm/sec $t = 18{,}5^0$ C $Re = 520$

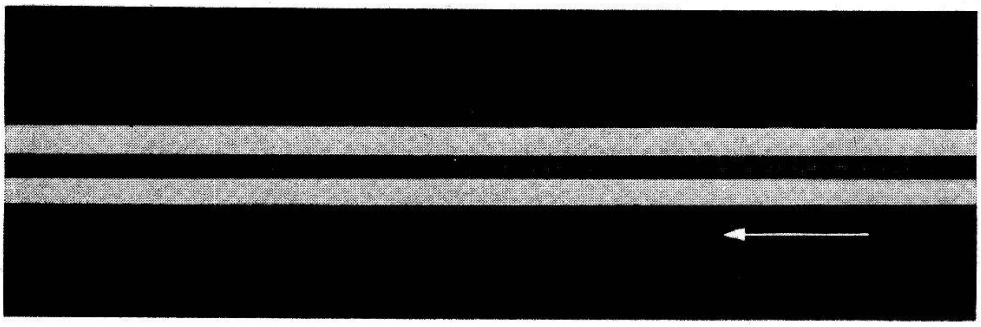

Fig. 13.

$c = 8{,}47$ cm/sec $t = 18{,}4^0$ C $Re = 730$

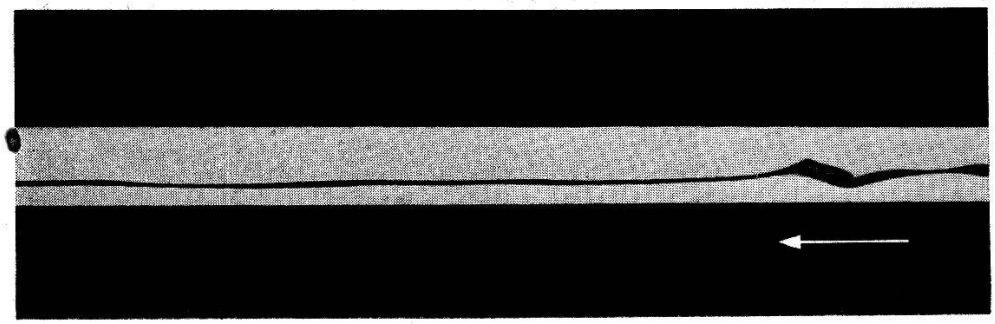

Fig. 14.

$c = 13{,}32$ cm/sec $t = 18{,}6^0$ C $Re = 1150$

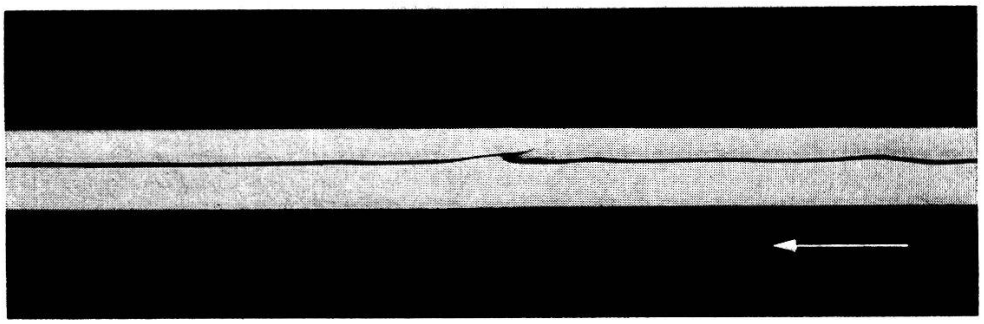

Fig. 15.

$c = 13{,}32$ cm/sec $t = 18{,}6^0$ C $Re = 1150$

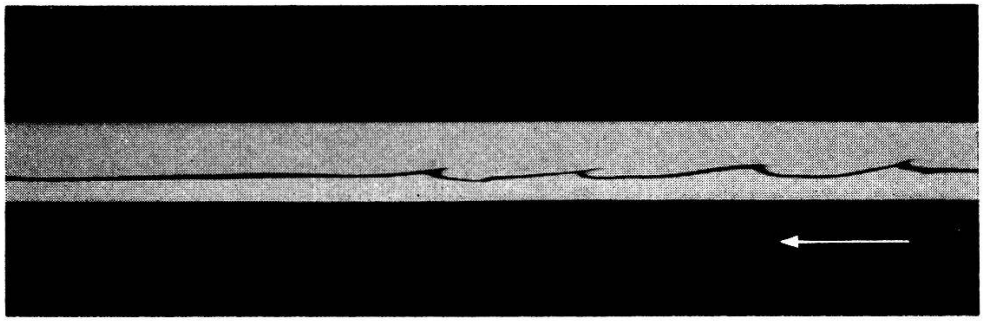

Fig. 16.

$c = 13{,}32$ cm/sec $t = 18{,}6^0$ C $Re = 1150$

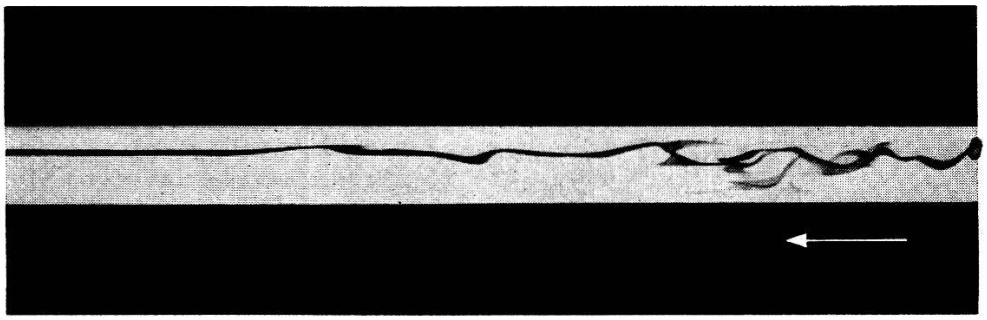

Fig. 17.

$c = 15{,}85$ cm/sec $t = 18{,}5^0$ C $Re = 1370$

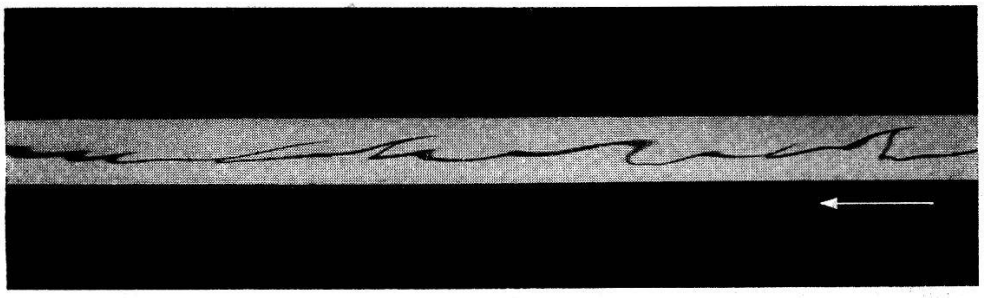

Fig. 18.

$c = 15{,}85$ cm/sec $t = 18{,}5^0$ C $Re = 1370$

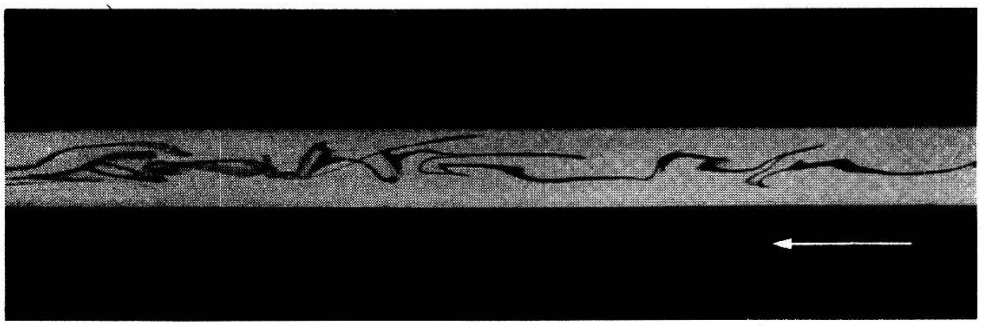

Fig. 19.

$c = 15{,}85$ cm/sec $t = 18{,}5^0$ C $Re = 1370$

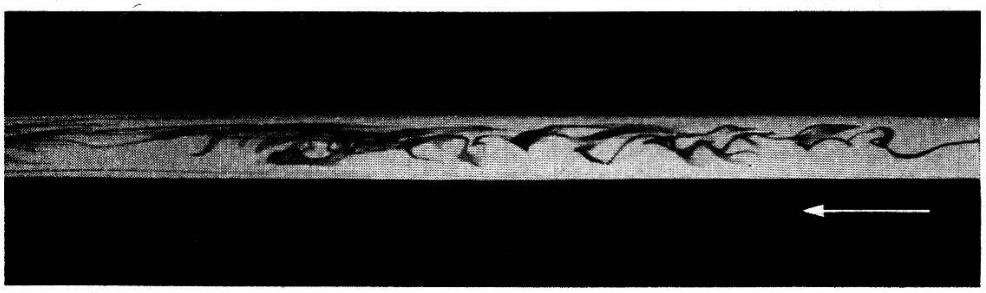

Fig. 20.

$c = 17{,}35$ cm/sec $t = 18{,}6^0$ C $Re = 1500$

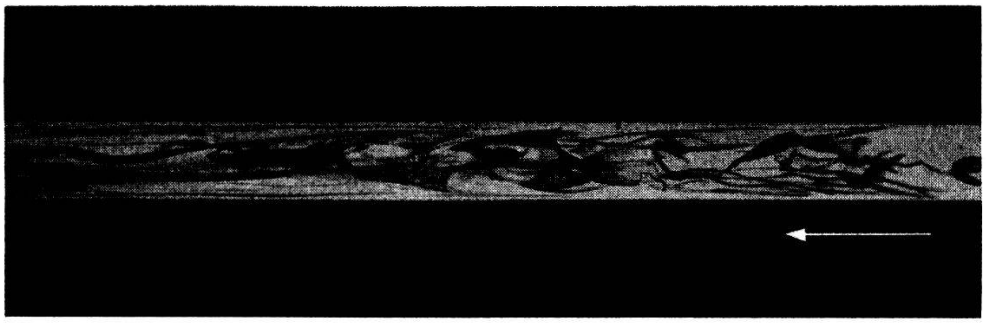

Fig. 21.

$c = 22{,}95$ cm/sec $t = 17{,}8^0$ C $Re = 1960$

Fig. 22.

$c = 28{,}35$ cm/sec $t = 17{,}8^0$ C $Re = 2400$

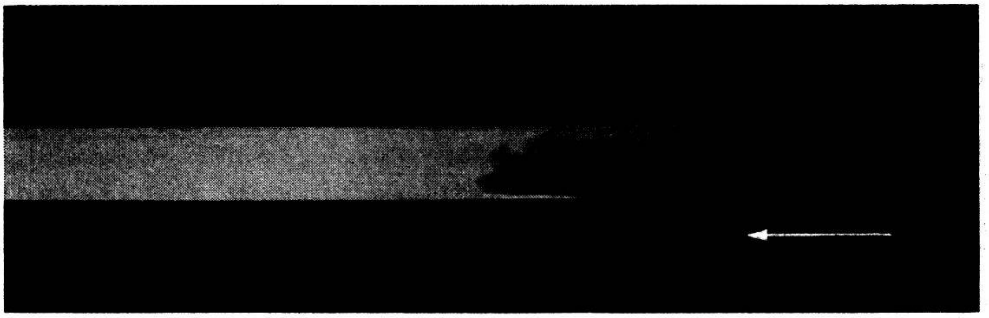

Fig. 23.

H_2O turbulent: Geschwindigkeitsprofil

$c = 41{,}30$ cm/sec $t = 17{,}8^0$ C $Re = 3500$

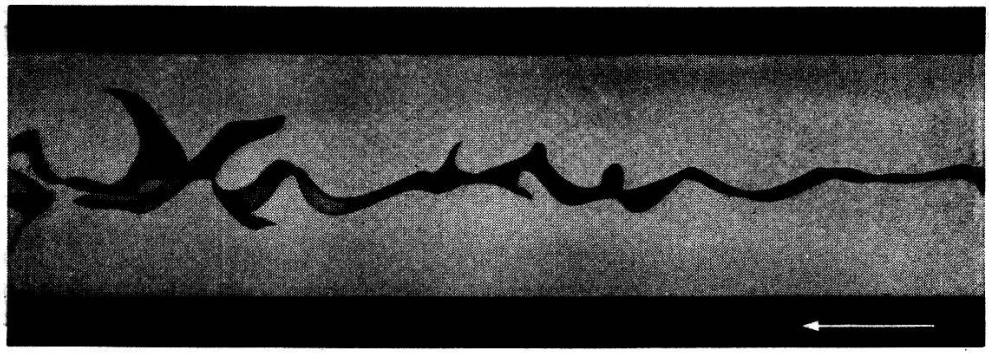

Fig. 24.

$c = 3{,}38$ cm/sec $t = 17{,}6^0$ C $Re = 1320$

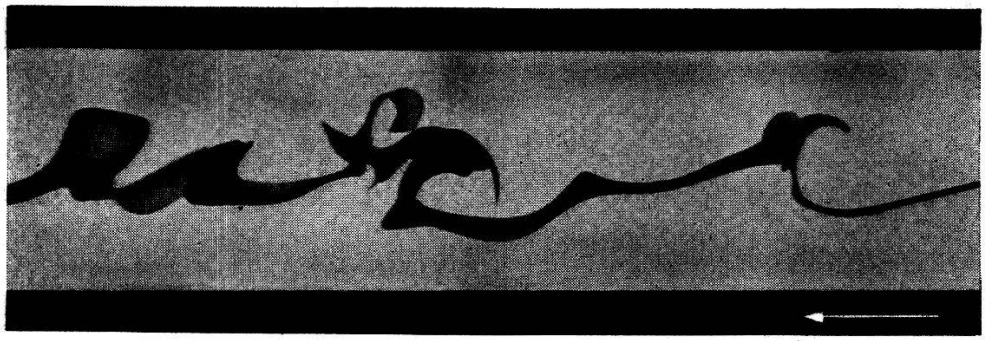

Fig. 25.

$c = 4{,}50$ cm/sec $t = 17{,}6^0$ C $Re = 1760$

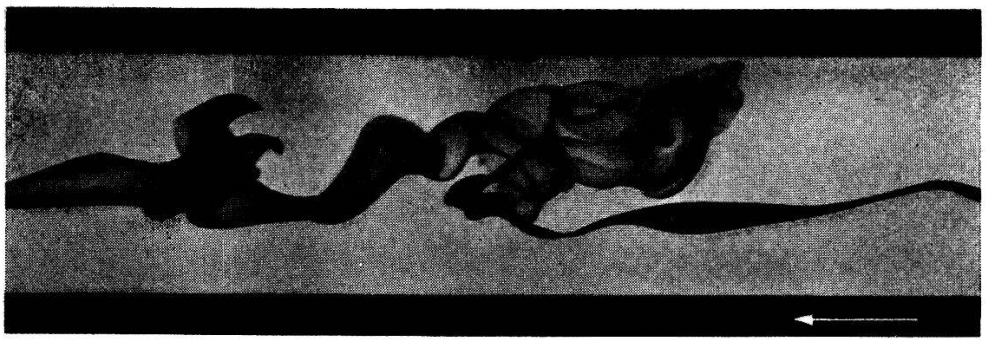

Fig. 26.

$c = 5{,}30$ cm/sec $t = 17{,}5^0$ C $Re = 2070$

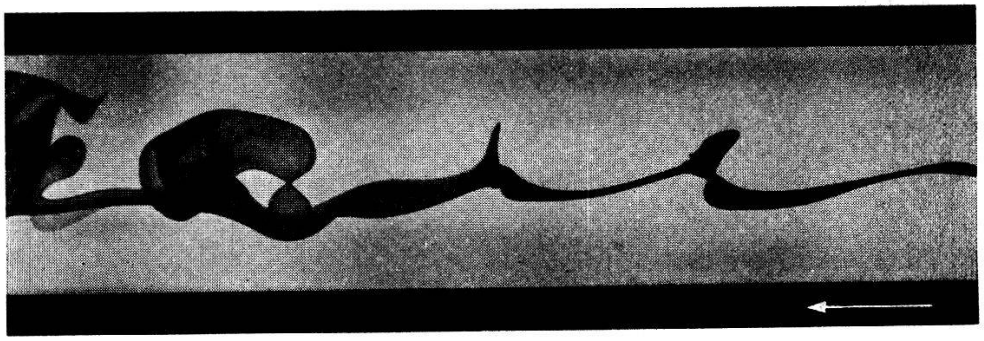

Fig. 27.

$c = 5{,}30$ cm/sec $t = 17{,}5^0$ C $Re = 2070$

Fig. 28.

$c = 6{,}52$ cm/sec $t = 17{,}1^0$ C $Re = 2520$

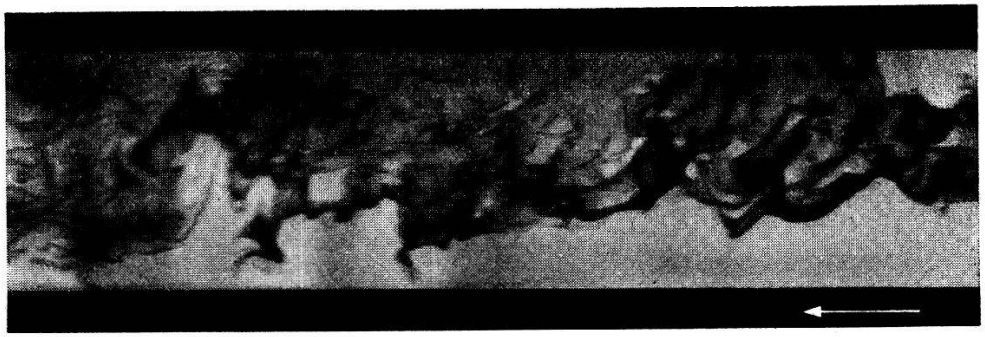

Fig. 29.

$c = 18{,}12$ cm/sec $t = 16{,}1^0$ C $Re = 6820$