Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 11 (1938)

Heft: VI

Artikel: Numerische Berechnung der Helligkeit des Himmels im Sonnenvertikal

Autor: Gruner, P. / Klee, Th.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-110865

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 27.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Numerische Berechnung der Helligkeit des Himmels im Sonnenvertikal

von P. Gruner und Th. Klee.

(1. IX. 38.)

I. Teil. Die Helligkeit während der Dämmerung.

1. Die Berechnung der Helligkeit der Atmosphäre aus der diffusen Lichtzerstreuung an den Luftmolekeln, auf Grund des Rayleigh'schen Gesetzes, kann für Zenitdistanzen Z der Sonne, die nicht grösser sind als ca. 75°, mit stark vereinfachten Annäherungen recht gut berechnet werden, vgl. die neueren Arbeiten von Knepple, Allen usw. Alle diese Formeln versagen, wenn Z in der Nähe von 90° ist: entweder muss eine mühsame, angenäherte numerische Integration vorgenommen werden (vgl. die Rechnungen von Kleinert, Ramanathan, Link u. a.), oder es müssen gewisse der Natur des Problems möglichst angepasste Kunstgriffe verwendet werden, um die Integrationen ausführen zu können. Solche Versuche sind vom Verfasser gemacht worden¹). Formeln der zweiten Arbeit scheinen nur für $Z \leq 90^{\circ}$, diejenigen der ersten dagegen nur für $Z \geqslant 90^{\circ}$, d. h. nach Sonnenuntergang bzw. vor Sonnenaufgang anwendbar zu sein, können aber auch um einige Grade weiter benützt werden.

Hier soll nur der zweite Fall behandelt werden: die früheren Gedankengänge werden kurz wiederholt und die Resultate in etwas abgeänderter Form gegeben, mit der Verbesserung des Fehlers, auf den in Helv. Phys. Act IX, S. 595 hingewiesen wurde.

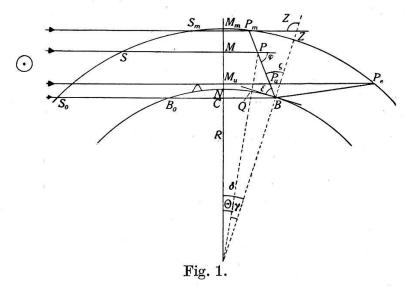
2. Es sei I_0 die Intensität des von der Sonne auf die Atmosphäre fallenden, unpolarisierten (monochromatischen), Parallelstrahlenbündels. Für einen Beobachter in B (Fig. 1) sei die Zenitdistanz dieser Strahlen $Z=90+\delta$; δ positiv gibt die Sonnentiefe unter dem Horizont an, wobei die Ausdehnung der Sonnenscheibe und die atmosphärische Refraktion nicht berücksichtigt wird. Es ist $0 \leq \delta \leq 2$. arc cos R/R+H; der letztere Wert gibt das theoretische Ende der astronomischen Dämmerung an. Der Beobachter blicke unter einem Höhenwinkel ε , bzw. einer Zenitdistanz $\zeta=90-\varepsilon$,

¹) P. Gruner, Helv. Phys. Acta V, 145—160, 1932; Helv. Phys. Acta IX, 595—601, 1936.

nach dem Himmel. Der Streuwinkel des Sonnenlichtes in die Blickrichtung sei $\varphi = Z - \zeta = \delta + \varepsilon$. R sei der Erdradius, einschliesslich einer evtl. Erhöhung des Beobachters, BZ = H die "Höhe der Atmosphäre", oberhalb welcher keine optische Zerstreuung mehr in Betracht kommt.

Aus Fig. 1 sind folgende geometrische Beziehungen ersichtlich:

$$\begin{split} S_0 C &= s_0 = + \sqrt{2RH + H^2 + R^2 \sin^2 \delta} \\ B_0 C &= CB = w_0 = + R \sin \delta \\ S_0 B &= b = s_0 + w_0 \\ B P_m &= L = + \sqrt{2RH + H^2 + R^2 \cos^2 \zeta} - R \cos \zeta \\ M_m P_m &= w_m = w_0 - L \cos \varphi \text{ (positiv so large } P_m \text{ rechts von } M_m \text{ liegt)} \\ M_m S_m &= s_m = |w_m| \text{ (immer positiv).} \end{split}$$



Für irgend einen Punkt P der Blickrichtung PP_m in der Höhe PQ=h über der Erdoberfläche gilt, unter Einbeziehung der Winkel $\Theta+\gamma=\delta$ und der Strecke NM=p:

$$MP = w = \frac{R \sin \zeta - (R+p) \sin (\zeta - \delta)}{\cos (\zeta - \delta)} \quad \text{(positiv so large P rechts von M liegt)}$$

tang
$$\Theta = \frac{w}{R+p}$$

$$PQ = h = p + w \tan \Theta/2.$$

Ist $NM_u = p_u$ die durch Berge, Wolken u. dgl. bestimmte Höhe, in der die untersten Sonnenstrahlen über die Erdoberfläche streifen (meist ist $p_u = 0$), so kann man daraus die zugehörigen Werte w_u , Θ_u , h_u berechnen; sie bestimmen die unterste Strecke $BP_u = L_u$ des Sehstrahles, der im Schatten liegt. Analog

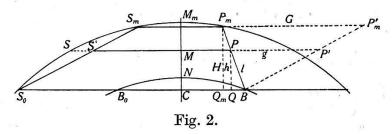
ergibt sich die Zenitdistanz ζ_e (negativ), unter der die geometrische Grenze des Erdschattens liegt: es muss dort $BP_e=L$ gerade im Schatten liegen. Hiefür wird, unter Vernachlässigung von p_u

$$\cos \Theta_e = rac{R + p_u}{R + H}$$
, $\gamma_e = \delta - \Theta_e$; $\cot \arg \zeta_e = rac{\cos \gamma_e - \cos \Theta_e}{\sin \gamma_e}$.

3. Die Atmosphäre sei in homogenen, konzentrischen Schichten angeordnet, deren Dichte, bzw. Molekelzahl n pro cm³, mit der Höhe abnimmt: $n = n_0 f(h)$, wobei f(0) = 1 ist und f(H) sich dem Werte Null nähern muss. Es sei $\Gamma(\varphi)$ der optische Zerstreuungskoeffizient einer Molekel für die betrachtete Wellenlänge, $\varkappa = \varkappa_0 f(h)$ der Auslöschungskoeffizient pro Längeneinheit in der Höhe h. Die bei P_m anvisierte Himmelsstelle erscheint dann, bei blosser Berücksichtigung der primären Zerstreuung und Auslöschung, mit einer Intensität (Beleuchtungsstärke):

$$I = I_0 \cdot \Gamma \int_{L_u}^{L} n \cdot e^{-\varkappa_0 \int_{B}^{P} f(h) \cdot dl - \varkappa_0 \int_{P}^{S} f(h) \cdot dx} \cdot dl, \qquad (1)$$

wenn BP = l und SP = x gesetzt wird (SM = s, MP = w, x = s + w).



Zur Ausrechnung dieses Integrals werden folgende Annahmen getroffen:

1. Für die Atmosphärendichte werde gesetzt

$$f(h)=e^{-\beta h},$$

wobei β so zu wählen ist, dass $e^{-\beta H}$ gegen Null geht. Dann wird $n=n_0 \ e^{-\beta h}$, $\varkappa=\varkappa_0 \ e^{-\beta h}$, und entsprechend an der untern Grenze P_u : $\varkappa_u=\varkappa_0 \ e^{-\beta h}u$, an der obern Grenze P_m : $\varkappa_m=\varkappa_0 \ e^{-\beta H}$, das gegen Null geht.

2. Die gekrümmten Atmosphärenschichten werden passend "gestreckt", siehe Fig. 2. Statt des gebogenen Gebietes BNB_0 $S_0SS_mP_mB$ wird als "Atmosphäre" mit horizontalen Schichten das Trapez $BS_0S'S_mP_mB$ mit einer Höhe $CM_m=Q_mP_m=H$ eingeführt. Dann wird $BP=l=L/H\cdot h$, und der nach P gelangende Sonnenstrahl SP wird durch S'P=x ersetzt; auf

diesem ist der ganzen Länge nach $f(h) = e^{-\beta h}$ konstant. Das Trapez in Fig. 2 wird zum Parallelogramm $S_0 S_m P_m' B S_0$ mit der Basis $S_0 B = b$ ergänzt; dann wird $P_m P_{m'} = G = b - (w_m + s_m)$. G wird negativ sobald P_m rechts von $P_{m'}$ ist; sobald P_m links von M_m liegt und also mit S_m zusammenfällt, wird G = b konstant. Setzt man PP' = g, so wird $x = b - g = b - G/H \cdot h$.

Die beiden Integrale im Exponenten von I ergeben:

$$\begin{split} &-\varkappa_{\mathbf{0}}\int\limits_{B}^{P}f\left(h\right)\,d\,l=+\varkappa_{\mathbf{0}}\,\frac{L}{H\,\beta}\left(e^{-\beta\,h}-1\right)\\ &-\varkappa_{\mathbf{0}}\int\limits_{B}^{S'}f\left(h\right)d\,x=-\varkappa\,b\,e^{-\beta\,h}+\varkappa_{\mathbf{0}}\,\frac{G}{H}\,h\,e^{-\beta\,h}. \end{split}$$

Die weitere Integration in (1) ist nur möglich, wenn in mehr oder weniger grober Annäherung $he^{-\beta h}$ konstant vorausgesetzt wird. Wir ersetzen diesen Ausdruck am einfachsten durch seinen Mittelwert über h=o bis h=H, nämlich = $1/\beta^2H$. Bei nicht zu extremen Werten von β ist dies statthaft. Formel (1) ergibt dann:

$$I = I_0 \Gamma n_0 \left(-\frac{L}{\beta H} \right) \cdot e^{-\frac{\varkappa_0}{\beta H} L} \cdot e^{+\frac{\varkappa_0}{\beta H} \frac{G}{\beta H}} \int_{h_u}^{H} e^{-\varkappa_0 \left(b - \frac{L}{\beta H} \right) e^{-\beta h}} \cdot d \left(e^{-\beta h} \right).$$

Mit der Abkürzung $B = \beta Hb - L$ wird

$$I = I_0 \left(\frac{n_0 \Gamma}{\varkappa_0} \right) \left(L e^{-\frac{\varkappa_0}{\beta H} L} \right) \left(\frac{1}{B} e^{+\frac{\varkappa_0}{\beta H} \frac{G}{\beta H}} \right) \left(e^{-\frac{\varkappa_m}{\beta H} B} - e^{-\frac{\varkappa_u}{\beta H} B} \right)$$
(2)

Wenn B nicht allzugross ist, ist $e^{-\frac{\kappa_m}{\beta H}B} = 1$ zu setzen.

4. Für die reine Atmosphäre ist, nach dem Rayleigh'schen Gesetz:

$$\frac{n_0 \Gamma}{\kappa_0} = \frac{3}{16 \pi} (1 + \cos^2 \varphi),$$

ferner

$$\varkappa = \frac{8 \pi^2 (r_0^2 - 1)^2}{3 \lambda_0^4 n_0^2} n,$$

wenn λ_0 die Wellenlänge des Lichtes, ν_0 der Brechungsexponent der Luft und n_0 die Avogadro'sche Zahl angibt.

Dieser Ausdruck (2) ist für Sonnentiefen $\delta = 0$ bis $\delta = 18^{\circ}$ und für alle Zenitdistanzen ζ in passenden Intervallen für 3 Farben, Rot, Grün und Blau, berechnet worden. Es wurden folgende Zahlen zu Grunde gelegt: R = 6370 km, H = 100 km, $\beta = 0.1$;

die Werte für \varkappa_0 wurden möglichst einfach gewählt und die ihnen zugehörigen Werte von λ_0 und J_0 berechnet. Zur Bestimmung der letzteren in optischen Helligkeiten wurden die Intensitäts-

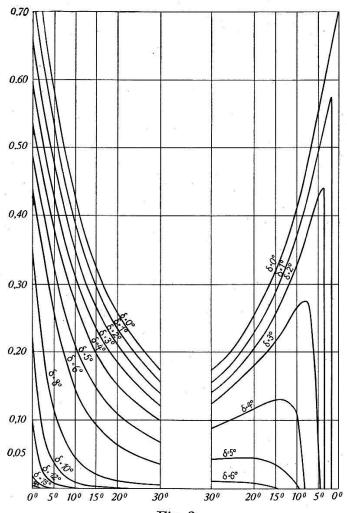


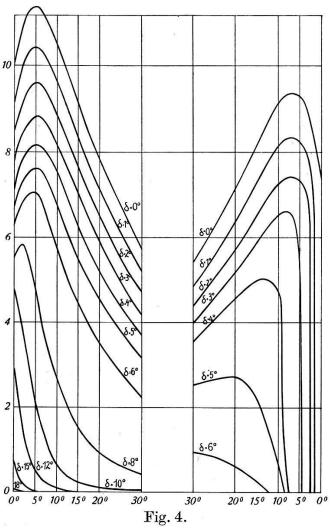
Fig. 3. Helligkeit im Rot.

werte des reinen Sonnenspektrums, wie sie in Tab. 72 von Linke's Meteorolog. Taschenbuch, II, S. 299, gegeben sind mit den entsprechenden Werten der Augenempfindlichkeitskurve multipliziert.

9 6	$ u_0 \text{ in km}^{-1} $	$\begin{array}{ c c c }\hline \lambda_0\\ \text{in } 10^{-5} \text{ cm}\\ \end{array}$	Intensität in cal. pro cm² und min.	Augen- kurve	${ m I_0} \ ({ m rund})$
Rot	0,005	6,765	46,0	2,13	100
Grün	0,015	5,140	59,0	58,7	3500
Blau	0,025	4,524	60,5	4,28	250

Die sehr langwierigen Rechnungen sind von Th. Klee ausgeführt worden; ihre Resultate sind in den nachfolgenden Tabellen und graphischen Darstellungen zusammengestellt.

5. Tabelle I gibt die direkt berechneten *Intensitäten* (nach Formel 2) in Abhängigkeit von der Höhe der anvisierten Himmelsstelle für Rot, Grün und Blau, für die Sonnentiefen $\delta = 0^{\circ}, 1^{\circ}...18^{\circ}$. Fig. 3—5 gibt dasselbe in graphischer Darstellung¹) für die Gebiete, die besonders interessant sind, nämlich für Höhen bis 30°. Der

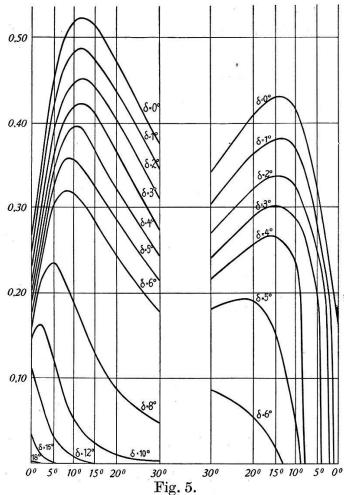


Helligkeit im Grün.

Gesamtverlauf für Grün, für den ganzen Sonnenvertikal, ist in Fig. 6 dargestellt. Um auch numerisch den Verlauf der Intensität mit variierender Höhe in den verschiedenen Farben bei den Sonnentiefen 0°—8° überblicken zu können, sind in Tabelle II die Intensitätsverhältnisse zu der jeweiligen Zenit-Intensität zusammengestellt. In Tabelle IId sind dann die Verhältnisse dieser Zenithelligkeiten selber angegeben. Zur Beurteilung der Färbung des Himmels und ihres Intensitätsgrades können die Intensitätsverhältnisse Rot/Grün oder Rot/Blau verwendet werden. Die-

¹) Zur genaueren Darstellung wurde noch eine Anzahl von Zwischenwerten berechnet, die in den Tabellen nicht angegeben sind.

selben sind in Tabelle III und IV aufgezeichnet und in Fig. 7 und 8 dargestellt, wiederum nur für das interessante Gebiet bis 30° Höhe. Durch einfache graphische Interpolation wurden die Zahlwerte an der geometrischen Erdschattengrenze berechnet und in Fig. 7 und 8 eingezeichnet.



Helligkeit im Blau.

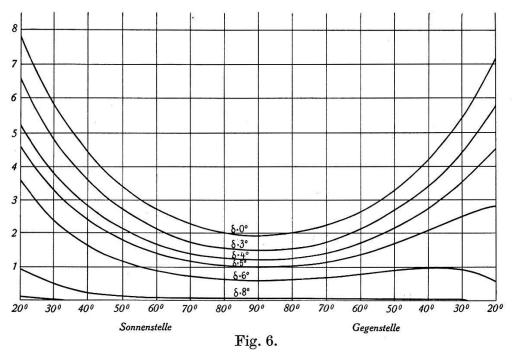
Die geometrische Grenze des Erdschattens für eine Atmosphäre von 100 km Höhe (wie sie hier willkürlich vorausgesetzt wurde) ist durch die nachfolgenden Werte von 180° — ε_e (siehe S. 515) gegeben:

 δ : 0° 1° 2° 3° 4° 5° 6° 8° 10° 10° 5′ 180— ε_e : 0° 1°3′ 2°15′ 3°38′ 5°17′ 7°25′ 10°17′ 22°9′ 84°44′ 90° und durch die Werte von ε_e auf der Sonnenseite, als Grenze des Dämmerungsscheines:

 $\delta: 12^{\circ} 15^{\circ} 18^{\circ} 20^{\circ}10'$ $\varepsilon_e: 24^{\circ} 7^{\circ}49' 2^{\circ}38' 0^{\circ}$

Zum Verständnis der Helligkeitswerte müssen für jede Farbe bestimmte Schwellenwerte bekannt sein, d. h. diejenigen Intensitätswerte, unterhalb derer die betreffende Helligkeit normalerweise dem Auge nicht mehr erkennbar ist. Es handelt sich dabei um subtile Grössen, über die schwerlich ganz bestimmte Aussagen gemacht werden können. Wir begnügen uns deshalb, zur allgemeinen, rohen Orientierung, mit willkürlich gewählten Zahlwerten, die sich den tatsächlichen Verhältnissen einigermassen anpassen. Wir setzen als Schwellenwerte für

Rot: 0,1; Grün: 0,5; Blau: 0,05; Rot/Grün: 0,04; Rot/Blau: 0,9.



Gesamtverlauf der Helligkeit im Grün.

6. Diskussion der Resultate.

Die mittlere Zone des Himmels, um den Zenit bis herunter zu Höhen über 30°, zeigt nach Fig. 6 nichts auffallendes im Grün, und auch nicht im Rot und Blau (vgl. Tabellen I). Die Zahlen der Tabellen II—IV zeigen einige merkwürdige Schwankungen, die aber sehr gering sind und wohl auf Rechnung der Unsicherheiten infolge der Approximationen unserer Theorie zu setzen sind. Bei Sonnentiefen von 0° — 5° sind die Intensitäten, sowie die Farbverhältnisse, in grober Annäherung symmetrisch um den Zenit, jedoch an der Gegenstelle eher etwas kleiner als an der Sonnenstelle. Die Minima der Intensität schwanken um den Zenit herum. Von $\delta = 6^{\circ}$ nehmen die Intensitäten an der Gegenstelle rasch ab, bis sie die geometrische Erdschattengrenze ($\delta = 10^{\circ}5'$) erreicht.

Interessanter sind die Himmelshelligkeiten vom Horizont aufwärts bis etwa 30° Höhe. Vorerst fällt sofort (Fig. 3—5) das verschiedene Verhalten von Rot gegenüber Grün und Blau an

der Sonnenstelle auf: Rot nimmt für alle δ mit zunehmender Höhe ab, Grün und Blau tun dies erst für grosse δ (10° bzw. 12°); sonst wachsen sie mit zunehmender Höhe bis zu einem Maximum, um dann rasch zu sinken. Bei geringen Sonnentiefen verweilt dieses Maximum bei etwa 5° Höhe im Grün und 10° Höhe im Blau; dann wandert es zu kleineren Höhen, bis es ganz verschwindet. — An der Gegenstelle zeigen alle Farben Maxima: im Rot

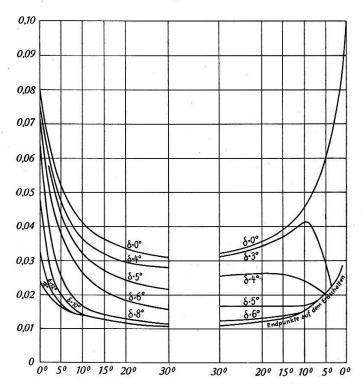


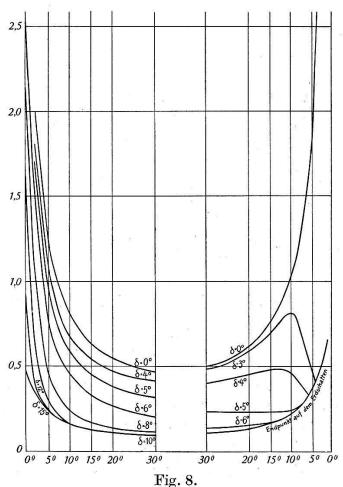
Fig. 7. Intensitätsverhältnis Rot/Grün.

steigt das (abnehmende) Maximum mit sinkender Sonne bis zu etwa 18° Höhe; im Grün verweilt es zunächst bei etwa 7°, ebenso im Blau bei etwa 14°, um nachher zu noch grösseren Höhen zu steigen, aber mit rasch abnehmender Intensität.

Der Verlauf der wirklichen, photometrischen Grenze des Erdschattens (bzw. des Dämmerungsscheines an der Sonnenstelle) ist gegeben durch die Schnittpunkte der Intensitätskurven mit der Schwellenwertgeraden (die in unsern Figuren nicht eingezeichnet ist). Bei unserer Wahl der Schwellenwerte folgt dafür ganz angenähert:

$\boldsymbol{\delta}$	10	20	30	4^{0}	5^{0}	60	80	10^{0}	12^{0}	15^{0}
Rot:	$1,5^{0}$	30	50	$9,5^{0}$			140	20	00	
Grün:	2^{o}	3^{0}	$4,5^{0}$	$7,5^{0}$	10^{o}	180	280	12^{0}	5^{0}	10
Blau:	$1,5^{0}$	$2,5^{0}$	$4,5^{0}$	70	10^{0}	18^{0}	30^{0}	110	$\mathbf{4^0}$	$\mathbf{0_0}$
			dschatt Geger						ingssch nnenst	

Die Zahlen zwischen Grün und Blau dürften etwa den Verlauf der Erdschattenbewegung bestimmen. Sie stimmen quantitativ nicht sehr gut mit den bekannten Beobachtungsresultaten; das ist aber zu erwarten, da es sich hier um Zahlen für die völlig reine Atmosphäre handelt; tatsächlich ist sie immer mehr oder weniger getrübt; auch ist zu beachten, dass unsere Theorie die mehrfache Diffusion des Lichtes nicht berücksichtigt. — Für das Ende der astronomischen Dämmerung, wenn Grün unter den Schwellenwert sinkt, ergeben unsere Zahlen eine Sonnentiefe von 16°—17°; doch hängt diese Zahl stark von den Schwellenwerten ab.



Intensitätsverhältnis Rot/Blau.

Die Rötungen des Abendhimmels (farbige Horizontalstreifen, Gegendämmerung — aber nicht Purpurlicht, das durch Trübungen bedingt ist) müssen grundsätzlich durch die Werte von Rot/Grün, bzw. Rot/Blau, gegeben sein. Tabellen III und IV und Fig. 7—8 zeigen ohne weiteres das Auftreten solcher Rotfärbungen. — An der Sonnenstelle nimmt das Farbenverhältnis mit der Höhe bei sinkender Sonne immer mehr ab, Rot/Blau rascher als Rot/Grün. Aus dem Schnitt mit der Schwellenwertgeraden ergibt sich, dass

diese Rotfärbung bis etwa 10° Höhe erkennbar sein dürfte, dass sie mit sinkender Sonne sinkt und bei $\delta = 10^{\circ}-12^{\circ}$ am Horizont verschwindet. Dies gibt ein gutes Bild der farbigen Horizontalstreifen in der reinen Atmosphäre. An der Gegenstelle ist die Gegendämmerung deutlich zu erkennen. Die Rotfärbung reicht beim Sonnenuntergang bis $12^{\circ}-14^{\circ}$ hoch; mit sinkender Sonne wird sie von unten vom aufsteigenden Erdschatten bedeckt; bei $\delta = 3^{\circ}$ bildet sie noch ein Farbband über ihm bis zu etwa 10° Höhe, dann erlischt sie rasch. Die wirklich beobachteten Gegendämmerungen sind vielfach höher, intensiver und länger dauernd, was wiederum auf die Trübungen der Atmosphäre hinweist.

Überblickt man die vorliegenden Zahlenwerte ohne Rücksicht auf die Schwellenwerte, so zeigen sich gewisse Eigentümlichkeiten und Unregelmässigkeiten, die Folgen unserer theoretischen Approximationen sind. Auf die kleinen Schwankungen in der Zenitgegend wurde schon hingewiesen. An der Gegenstelle ist eine Änderung des Charakters der Intensitätskurven von $\delta=4^{\circ}$ zu $\delta=6^{\circ}$ zu erkennen, besonders deutlich in Fig. 7 und 8: Von $\delta=1^{\circ}-4^{\circ}$ nehmen die Verhältnisse Rot/Grün und Rot/Blau vom Zenit weg bis zu einem Maximum zu, um dann rasch gegen die geometrische Erdschattengrenze zu sinken. Bei $\delta=6^{\circ}$ dagegen ist das Minimum etwas verschoben und es erfolgt dann ein Anstieg bis zur geometrischen Erdschattengrenze. Bei $\delta=5^{\circ}$ nimmt die Kurve eine Mittelstellung ein. Eine genauere Analyse der verschiedenen Faktoren der Formel (2) zeigt, wo unsere Approximationen störend einwirken.

7. Zusammenfassung.

Die in dieser Arbeit vorgelegten Rechnungsresultate können als einen brauchbaren Ansatz der theoretischen Berechnung der Helligkeit des reinen Himmels im Sonnenvertikal für Rot, Grün und Blau angesehen werden. Freilich fehlt noch die Berücksichtigung der mehrfachen Lichtzerstreuung in der Atmosphäre, doch wird deren Einfluss meistens nicht sehr gross sein.

Merkliche Abweichungen beobachteter Helligkeiten des Himmels von den hier vorliegenden dürfen also als Nachweis einer Trübung der Atmosphäre aufgefasst werden; sie geben die Möglichkeit, gewisse Anhaltspunkte über diese Trübung zu bekommen; namentlich wird sich dies aus der Photometrie des Purpurlichtes ergeben.

Tabelle Ia. Helligkeit des Himmels.

1 8 1	11			7							-							1		
	Blau	0,2080	2783	3629	4214	4118	3623	2751	1855	1319	0960	1338	1800	2445	2900	3015	2865	1879		
$\delta = 3^0$	Grün	7,78	8,50	8,85	8,11	7,04	5,84	4,17	2,695	1,884	1,367	1,958	2,72	3,96	5,18	5,91	6,51	4,55		
	Rot	0,5909	5255	4331	3155	2353	1841	1232	07662	05266	03806	05596	08052	1255	1813	2162	2650	1312	71	5:
	Blau	0,2232	2980	3882	4509	4410	4035	3126	2108	1502	1078	1489	2002	2732	3247	3386	3232	2459	105	
$\delta=2^0$	Grün	8,46	9,24	9,61	8,87	7,65	6,50	4,68	3,038	2,125	1,521	2,155	2,999	4,38	5,76	6,57	7,30	7,32		
	Rot	0,6516	5821	4790	3520	2677	2114	1421	08844	82090	04335	60890	09084	1422	2063	2569	3300	4289	38)	
2	Blau	0,2406	3204	4170	4846	4745	4350	3465	2415	1717	1218	1663	2238	3063	3654	3819	3646	2787	1907	
$\delta=1^{0}$	Grün	9,22	10,01	10,47	99,6	8,33	7,09	5,21	3,44	2,405	1,700	2,385	3,324	4,86	6,41	7,34	8,16	8,22	7,37	
288	Rot	0,7194	6408	5322	3907	2973	2350	1589	09984	06864	04829	06948	1002	1573	2291	2868	3707	4916	5776	a
	Blau	0,2604	3468	4509	5229	5136	4701	3753	2639	1914	1380	1862	2511	3448	4126	4318	4134	3175	2176	1478
$\delta=0^{0}$	Grün	10,1	11,01	11,42	10,54	60,6	7,75	5,70	3,797	2,692	1,909	2,640	3,685	5,45	7,16	8,22	9,16	9,26	8,33	7,19
	Rot	0,7956	2002	5880	4314	3285	2598	1762	1111	9940	0536	0762	1100	1733	2531	3175	4115	5482	6468	7104
Höhe	Horizont	00	23	5	10	15	20	30	45	09	06	09	45	30	20	15	10	5	23	0
(A)				Э	[[ət	suə	uuc	\overline{S}	g.					€	elle	sua	ege!	e e		

Tabelle Ib. Helligkeit des Himmels.

Höhe lübert $δ = 40$ $δ = 50$ $δ = 60$ Rot lübert Grün Blau Rot lübert Rot lü	1													
Horizont Horizont Rot Grün Blau Rot Grün Grün Blau Rot Grün Grün<		Höhe		$\delta = 4^0$			$\delta=5^{0}$			$\rho = 6^{\circ}$			$\delta = 8^{0}$	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		uber Horizont	Rot	Grün	Blau	Rot	Grün	Blau	Rot	Grün	Blau	Rot	Grün	Blau
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		00	0,5376	7,19	0,1953	0,4891	89,9	0,1842	0,4431	6,24	0,1749	0,3512	5,51	0,1598
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	€	67	4739	7.87	2611	4228	7,32	2466	3706	6,83	2342	2407	5,86	2135
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	elle	5	3839	8,19	3408	3373	7,62	3219	2617	7,04	3063	1231	4,855	2384
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	ots	10	2725	7,56	3957	2146	6,78	3563	1497	5,82	3171	04648	2,759	1900
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	uə	15	2005	6.289	3651	1498	5,56	3254	09468	4,54	2845	02202	1,576	1289°
30 1004 3,703 2432 06882 3,19 2153 03673 2,311 1772 00530 45 06114 2,388 1637 04093 2,085 1442 01938 1,350 1120 00216 60 04157 1,670 1165 02609 1,393 1022 01205 0,885 07683 00112 90 02975 1,227 0860 01800 1,014 0759 00772 0,598 05407 00012 60 04308 1,766 1210 02472 1,430 1066 00953 0,757 06942 00040 45 06054 2,453 1626 03295 1,916 1411 01151 9155 08352 00040 20 1184 4,54 2,592 04599 2,740 1926 00858 6502 05586 00047 15 1304 5,00 2675 03679 0,587 04407 0407 </td <td>uu</td> <td>20</td> <td>1538</td> <td>5,210</td> <td>3213</td> <td>1106</td> <td>4,56</td> <td>2856</td> <td>06550</td> <td>3,563</td> <td>2447</td> <td>01225</td> <td>0,9679</td> <td>08704</td>	uu	20	1538	5,210	3213	1106	4,56	2856	06550	3,563	2447	01225	0,9679	08704
45 06114 2,388 1637 04093 2,085 1442 01938 1,350 1120 00216 60 04157 1,670 1165 02609 1,393 1022 01205 0,885 07683 00112 90 02975 1,227 0860 01800 1,014 0759 00772 0,598 05407 00056 45 06054 2,453 1626 03295 1,916 1411 01151 9155 08942 00047 20 1184 4,54 2592 04599 2,740 1926 00858 6502 05586 15 1304 5,00 2675 03679 2,237 1569 00366 2640 02157 10 1123 4,65 2373 00979 0,4677 04907 0,4077 0,4077 0,6885 00040	os	30	1004	3,703	2432	06882	3,19	2153	03673	2,311	1772	00230	4653	04637
60 04157 1,670 1165 02609 1,393 1022 01205 0,885 07683 00112 90 02975 1,227 0860 01800 1,014 0759 00772 0,598 05407 00056 60 04308 1,766 1210 02472 1,430 1066 00953 0,757 06942 00047 45 06054 2,453 1626 03295 1,916 1411 01151 9155 08352 00040 30 08964 3,535 2199 04314 2,548 1827 01224 9618 08615 00040 20 1184 4,54 2592 04599 2,740 1926 00858 6502 05586 15 1304 5,00 2675 03679 0,587 0407 0,407 0407	!	45	06114	2,388	1637	04093	2,085	1442	01938	1,350	1120	00216	2019	02140
90 02975 1,227 0860 01800 1,014 0759 00772 0,598 05407 00056 60 04308 1,766 1210 02472 1,430 1066 00953 0,757 06942 00047 45 06054 2,453 1626 03295 1,916 1411 01151 9155 08352 00040 30 08964 3,535 2199 04314 2,548 1827 01224 9618 08615 00040 20 1184 4,54 2592 04599 2,740 1926 00858 6502 05586 15 1304 5,00 2675 03679 2,237 1569 00366 2640 02157 10 1123 4,65 2373 00979 0,587 0407 0407 0407		09	04157	1,670	1165	02609	1,393	1022	01205	0.885	07683	00112	1083	01181
60 04308 1,766 1210 02472 1,430 1066 00953 0,757 06942 00047 45 06054 2,453 1626 03295 1,916 1411 01151 9155 08352 00040 30 08964 3,535 2199 04314 2,548 1827 01224 9618 08615 00040 20 1184 4,54 2592 04599 2,740 1926 00858 6502 05586 15 1304 5,00 2675 03679 2,237 1569 00366 2640 02157 10 1123 4,65 2373 00979 0,587 0407 0407 0407		06	02975	1,227	0980	01800	1,014	0759	00772	0,598	05407	00056	0548	60900
45060542,4531626032951,9161411011519155083520004030089643,5352199043142,548182701224961808615000172011844,542592045992,7401926008586502055861513045,002675036792,2371569003662640021571011234,652373009790,5870407	€	09	04308	1,766	1210	02472	1,430	1066	00953	0,757	06942	00047	(10 11 0	00496
30 08964 3,535 2199 04314 2,548 1827 01224 9618 08615 00017 20 1184 4,54 2592 04599 2,740 1926 00858 6502 05586 15 1304 5,00 2675 03679 2,237 1569 00366 2640 02157 10 1123 4,65 2373 0,687 0,587 0407	lle	45	06054	2,453	1626	03295	1,916	1411	01151	9155	08352	00040		00404
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	ds.	30	08964	3,535	2199	04314	2,548	1827	01224	9618	08615	00017		00148
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	uə.	20	1184	4,54	2592	04599	2,740	1926	82800	6502	05586			
10 1123 4,65 2373 00979 0,587	gə	15	1304	5,00	2675	03679	2,237	1569	00366	2640	02157			
	e	10	1123	4,65	2373	00020	0,587	0407						

Tabelle Ic. Helligkeit des Himmels.

$egin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	١			୍ ପ ପୁ	1
Höhe Horizont $horizont$ Rot Grün Blau Blau			Blau	0,0027	
Höhe Horizont $horizont$ Rot Grün Blau Blau		$\delta = 18^{6}$	Grün	0,0560	
Höhe Horizont $horizont$ Rot Grün Blau Blau		2	Rot	0,00130	
Höhe über Horizont $\delta = 10^{\circ}$ $\delta = 12^{\circ}$ A = 12° A = 12° Horizont Horizont Horizont Rot Grün Grün Blau Rot Grün Blau Rot 0° 0,22650 4,79 0,1490 0,10278 3,11 0,113 0,01901 2 10938 3,855 1638 03566 1,595 08150 00019 5 04085 2,136 1280 00818 0,485 08150 000363 10 00883 0,6250 0502 00117 08605 00716 000363 15 00109 0946 00928 00004 00362 00169 00169 20 00109 0946 000928 00004 00362 000169 30 00003 000894 000928 0006 0006 00002 90 00000 00025 00003 00003 00003 00003			Blau		
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		$\delta=15^{0}$	Grün	0,764 182 02463	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	TIHIHICIS.		Rot		80
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	igacio des		Blau		
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	ic. iieii	$\delta=12^{0}$	Grün	3,11 1,595 0,485 08605 01866 00362	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	Labelle		Rot		
Höhe über Rot 0 0,22650 2 10938 5 04085 10 00883 15 000109 30 000109 30 000037 45 000009 60 000003			Blau	0,1490 1638 1280 0502 02217 00928 00362 00098	00003
Höhe über Horizont 00 0 2 2 5 5 10 15 20 30 45 60 90		$\delta=10^{0}$	Grün	4,79 3,855 2,136 0,6250 2428 0946 03442 00894	00025
H H	=		Rot	0,22650 10938 04085 00883 00301 00109 00037 00009	00000
Sonnenstelle		Höhe	uber Horizont	00 2 2 0 1 1 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	06
	12			Sonnenstelle	

Tabelle II a.

2	80	626,6	429,5	220,0	82,92	39,27	21,86	9,458	3,855	2,004	1	0,8438	0,7196	0,3029		10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 1			Ü	8
	90	57,42	48,02	33,91	19,18	12,27	8,488	4,760	2,511	1,562	1	1,235	1,492	1,586	1,111	0,474				
a.	50	27,17	23,49	18,74	11,92	8,323	6,147	3,823	2,274	1,450	1	1,373	1,830	2,397	2,555	2,044	0,544			Sav.
t-Intensität.	40	18,07	15,93	12,91	9,160	6,741	5,171	3,376	2,103	1,397	Т	1,448	2,035	3,013	3,979	4,382	3,773			
ltnis zur Zeni	30	15,52	13,81	11,37	8,291	6,183	4,837	3,238	2,013	1,384	ı	1,470	2,111	3,297	4,764	5,681	6,963	3,446		
Rot-Intensität im Verhältnis zur Zenit-Intensität.	20	15,03	13,42	11,05	8,118	6,175	4,877	3,277	2,040	1,402	1	1,453	2,095	3,280	4,758	5,926	7,612	068'6		
Rot-Intens	10	14,90	13,27	11,02	8,090	6,156	4,865	3,291	2,067	1,421	T	1,438	2,075	3,258	4,744	5,939	7,677	10,17	11,96	
	$\delta = 0^0$	14,85	13,25	10,97	8,052	6,131	4,849	3,289	2,073	1,430	1	1,422	2,053	3,234	4,725	5,926	7,681	10,23	12,07	13,26
	Höhe über Horizont	00	61	70	10	15	20	30	45	09	06	09	45	30	20	15	10	25	61	0
	2			əIIe	əşsı	uəu	uος	3	u.					€	ellə.	sue) Bə	9		

Tabelle II b.
Grün-Intensität im Verhältnis zur Zenit-Intensität.

08	100,5	107,0	88,58	50,35	28,76	17,66	8,491	3,684	1,976	н	0,8300	0,6874	0,2713		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		12000		
09	10,43	11,42	11,77	9,733	7,592	5,958	3,864	2,258	1,480	1	1,265	1,531	1,608	1,087	0,442	ST .	90		ø
50	6,587	7,223	7,518	6,690	5,486	4,499	3,147	2,067	1,374		1,411	1,890	2,514	2,703	2,208	0,579	5	8	
40	5,860	6,414	6,675	6,161	5,126	4,246	3,018	1,946	1,361	-	1,439	1,999	2,881	3,700	4,075	3,790			
30	5,691	6,219	6,474	5,933	5,150	4,272	3,050	1,971	1,378	1	1,432	1,990	2,897	3,798	4,310	4,760	3,329		
20	5,558	6,070	6,311	5,828	5,026	4,271	3,075	1,996	1,396	H	1,415	1,970	2,878	3,784	4,317	4,796	4,810		# 1 H
10	5,424	5,923	6,159	5,682	4,900	4,171	3,065	2,024	1,415	Г	1,403	1,955	2,859	3,771	4,318	4,800	4,835	4,335	e e e
$\delta=0^{0}$	5,291	5,767	5,982	5,521	4,762	4,060	2,986	1,989	1,410	-	1,383	1,930	2,839	3,751	4,303	4,798	4,855	4,364	3,766
Höhe über Horizont	00	61	īĊ	10	15	20	30	45	09	06	09	45	30	20	15	10	τĊ	23	0
			əĮ	ləte	suət	uuo	S	93				19	(elle	ısu	-gə	e e	8	- SG - 1

Tabelle II c. Blau-Intensität im Verhältnis zur Zenit-Intensität.

							euli-se													
08		26,24	35,06	39,15	31,20	21,17	14,29	7,614	3,514	1,939	1	0.8143	0,6627	0,2425		88.				
09		3,235	4,330	5,665	5,865	5,262	4,526	3,277	2,071	1,421	1	1,284	1,545	1,593	1,033	0,399			8	
50		2,427	3,249	4,241	4,694	4,296	3,763	2,836	1,900	1,346	I	1,405	1,859	2,407	2,536	2,067	0,5362	8	XX.	P
40		2,270	3,035	3,961	4,599	4,243	3,734	2,826	1,903	1,354		1,406	1,890	2,556	3,012	3,109	2,758			
20 30		2,166	2,892	3,780	4,389	4,289	3,773	2,866	1,932	1,374	T	1,394	1,875	2,547	3,021	3,141	2,984	1,957		
20		2,071	2,764	3,601	4,183	4,091	3,743	2,900	1,955	1,393	П	1,381	1,857	2,534	3,012	3,141	2,998	2,281		
10		1,975	2,630	3,424	3,979	3,896	3,571	2,845	1,983	1,410	1	1,365	1,837	2,515	3,000	3,135	2,994	2,288	1,566	
$\delta = 0^{0}$		1,887	2,513	3,267	3,789	3,722	3,407	2,720	1,912	1,377		1.349	1,820	2,499	2,990	3,129	2,996	2,301	1,577	1,071
Höhe über	Horizont	00	67	ŭ	10	15	20	30	45	09	06	09	45	30	20	15	10	5	67	0
×		,	() -	əşs	uə	ut	ιος	3				ţ	əIJ	948	sue	eg.	C		

Tabelle IId. Intensitätsverhältnisse im Zenit.

	$\delta = 0^{0}$	10	20	30	40	50	09	80
		A STATE OF THE STA				The state of the s		
Rot.	1	0.9014	0.8092	0.7103	0.5552	0.3359	0.1440	0.01046
	1 -	70000	0.1019	0,7180	0,8490	0 8300	0,3043	0.02614
Grun	-1	0,8800	0,1315	0,1100	0,0470	0,000	0,00±0	TOPO'O
Blan	T	0.8826	0.7812	0.6956	0.6235	0,5500	0.3928	0,04413

Für $\delta=0$ verhalten sich die Zenithelligkeiten in Rot: Grün: Blau = 0,02807:1:0,07229.

Tabelle III. Verhältnis der Rot/Grün Intensität.

180	0,02330	
15^{0}	0,02489 1992 1652	
120	0,03304 0,02489 0,02330 2236 1992 1924 1685 1652 1360 1219 1134	
100	0,04737 2848 1917 1412 1242 1156 1083 1033	1007
08	0,06379 4105 2535 1685 1397 1266 1139 1070	1022 1040 1068 1142
09	0,07106 5425 3712 2572 2090 1838 1590 1434	1262 1258 1273 1319 1385
50	0,07323 5782 4431 3165 2693 2422 2151 1966 1872	1776 1730 1718 1698 1676 1645 1670
40	0,07477 6022 4688 3604 3189 2950 2714 2560 2490	2425 2435 2474 2536 2606 2605 2411
30	0,07596 6177 4892 3861 3340 3152 2961 2852	2786 2958 3168 3497 3661 4070 2882
20	0,07706 6290 4978 3969 3502 3250 3030 2914	2850 2927 3027 3243 3582 3909 4526 5860
10	0,07796 6376 5087 4047 3570 3313 3054 2899 2850	2840 2915 3017 3232 3570 3907 4546 5982 7834
$\delta = 0^0$	0,07874 6445 5148 4094 3612 3352 3090 2925 2852	2886 2984 3196 3531 . 3866 4498 5921 7764 9882
Höhe über Horizont	0° 2 5 10 15 20 30 45	90 60 30 10 10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
	Sonnenstelle	Gegenstelle

Tabelle IV. Verhältnis der Rot/Blau Intensität.

- 11	T	<u> </u>
180	0,4791 3407	
150	0,5452 3497 2379	
120	0,9087 4379 2503 1632 1343 1156	
100	1,522 0,6707 3193 1757 1359 1178 1030 09399	08707
08	2,194 1,126 0,5162 0,2446 1708 1408 1143 1010	09207 09538 09970 1149
09	2,534 1,583 0,8546 4723 3327 2676 2073 1732	1427 1372 1379 1421 1536 1696
50	2,655 1,715 1,048 0,6025 4605 3873 3197 2838 2555	2318 2334 2361 2388 2344 2407
40	2,753 1,814 1,127 0,6888 5492 4788 4131 3737	3458 3560 3724 4077 4566 4876 4732
30	2,838 1,889 1,193 0,7490 5716 5082 4480 4127	3965 4181 4472 5130 6257 7171 9250 6979
20	2,919 1,949 1,233 0,7805 6074 5231 4545 4195	4021 4239 4536 5205 6352 7588 1,023 1,744
10	2,991 2,001 1,274 0,8062 6271 5400 4588 4133	3966 4178 4475 5137 6269 7510 1,017 1,763 3,022
$\delta = 0^0$	3,056 2,047 1,304 0,8249 6418 5528 4696 4208	3881 4093 4379 5025 6134 7354 9957 1,726 2,970 4,809
Höhe über Horizont	0° 10 15 20 30 45 60	90 60 45 30 20 115 10 0
	Sonnenstelle	Gegenstelle