

Über die Prinzipien der Physik

von W. Scherrer, Bern.

(17. II. 38.)

Einleitung. Die vorliegenden Ausführungen gelten dem Problem der Vereinigung von Relativitätstheorie und Quantentheorie. Zuerst folgen einige Bemerkungen grundsätzlicher und methodischer Natur (§ 1). Hierauf werden einige der wichtigsten Prinzipien kurz besprochen. Dabei zeigen sich Lücken, zu deren Behebung Vorschläge gemacht werden (§§ 2—4). Schliesslich wird noch ein spezieller Ansatz für die Wechselwirkung mehrerer Teilchen angegeben (§ 5).

§ 1. Grundsätzliches.

Der Fortschritt der theoretischen Physik besteht darin, dass es ihr gelingt, gestützt auf die mathematische Methode, immer weitere Tatsachenkomplexe mit Hilfe relativ weniger Grundannahmen zu beherrschen. Diese Grundannahmen spielen logisch die Rolle von Axiomen.

Die reine Mathematik ist in der Auswahl der Axiome frei und muss sich gerade zwecks Erforschung aller Möglichkeiten diese Freiheit vorbehalten.

Im Gegensatz dazu gibt es, wenn man von der Aufzählung logisch äquivalenter Strukturen absieht, nur *eine* Physik und daher, prinzipiell gesprochen, nur *ein* physikalisches Axiomensystem. In diesem Sinne ist es zweckmässig, dass die Grundannahmen der Physik nicht Axiome, sondern Prinzipien genannt werden.

Die Ermittlung der Prinzipien der Physik bildet also eine Aufgabe, welche erst dann zur Ruhe kommen kann, falls einmal die Grenzen unserer Naturerkenntnis erreicht sein sollten. Auch wenn man die Frage nach der Vollständigkeit und Unabhängigkeit der benutzten Prinzipien noch beiseite lässt, bildet jedes einzelne Prinzip für sich ein Problem, dessen Formulierung nie als endgültig betrachtet werden kann. Jedes Prinzip hat zwei Seiten: einen Kern und eine Schale. Der Kern wird in der Regel gebildet von einer sehr allgemeinen Erfahrungstatsache, und mit der Schale meinen wir natürlich die dem jeweiligen Stande der Wissenschaft entsprechende Formulierung. So erlaubt zum Beispiel die Relativitätstheorie den Kern des Relativitätsprinzips da-

durch zu erhalten, dass sie seine alte Schale — die Galileitransformation — durch eine neue — die Lorentztransformation — ersetzt.

Diese Überlegungen zeigen, dass ein ganz bestimmter Bezirk der Physik der rein theoretischen Forschung vorbehalten bleiben muss. Dahin gehören vor allem folgende Fragen:

a) Die Vollständigkeit der Prinzipien.

Man muss darauf Bedacht nehmen, dass wirklich alle zur Deduktion physikalischer Sätze notwendigen Grundsätze angegeben werden, auch wenn sie noch so unscheinbar sind.

b) Die gegenseitige logische Abhängigkeit respektive Widerspruchslösigkeit der Prinzipien.

Wenn man an die Schwierigkeiten bei der entsprechenden Aufgabe in der reinen Mathematik denkt, wird man in diesem Punkt vielleicht zu einem gewissen Pessimismus neigen. Falls man aber in bezug auf die reinliche Trennung zwischen Logik und Anschauung nicht zu einseitig ist, kann man der logischen Widerspruchslösigkeit die heuristisch wertvolle Forderung der geometrisch anschaulichen Lückenlosigkeit des physikalischen Weltbildes gegenüberstellen. Gerade in der Frage des kontinuierlichen Anschlusses der Relativitätstheorie an die klassische Mechanik ist diese Forderung von Interesse. Während zum Beispiel für das Einkörperproblem dieser Anschluss als gelungen bezeichnet werden kann, ist das beim Zweikörperproblem durchaus nicht der Fall. Das ist merkwürdig, weil das Einkörperproblem genau genommen eine Fiktion darstellt. Die grundlegenden Sätze der Mechanik kommen erst beim Zweikörperproblem zur vollen Geltung und gerade hier lässt uns die Relativitätstheorie im Stich. Man hat also damit zu rechnen, dass das Zweikörperproblem von der prinzipiellen Seite her in Angriff genommen werden muss.

c) Die innere Vervollkommnung der Theorie.

Diese schwer zu analysierende Zielsetzung hängt natürlich mit a) und b) zusammen. Darüber hinaus enthält sie die Forderung der steigenden Anpassung an die Erfahrung. Dass in dieser Beziehung auch von der rein spekulativen Seite immer wieder wichtige Beiträge geliefert werden, ist eine bekannte Tatsache. Als instruktives Beispiel erwähne ich die Hamilton'sche Dynamik, die ja lange Zeit als äquivalente Darstellung zur klassischen

Dynamik keine besondere Beachtung fand. Materiell schien sie nichts Neues zu bieten. Sie gewährte aber — mit KLEIN zu sprechen — „intellektuelle Befriedigung“. Da sie sich in neuester Zeit für die Fassung der Quantengesetze als geradezu prädestiniert erwiesen hat, kommt man zum Schluss, dass innerhalb der Theoriebildung auch ästhetische Maßstäbe wirksam sein können.

§ 2. Zur klassischen Dynamik.

Bezeichnet man mit x_1, \dots, x_n die generalisierten Koordinaten, mit p_1, \dots, p_n die zugehörigen Impulse und mit t die Zeit eines konservativen, dynamischen Systems, so erhält man die eine oder die andere der beiden schon oben erwähnten verschiedenen Darstellungen der Dynamik, je nachdem man sich auf die Lagrangefunktion $L(x_1 \dots x_n, \dot{x}_1 \dots \dot{x}_n)$ oder die Hamiltonfunktion $H(x_1 \dots x_n, p_1 \dots p_n)$ stützt. Die formale Äquivalenz der beiden Darstellungen kann durch folgende Gleichungstabelle zum Ausdruck gebracht werden:

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}; \quad H = \dot{x}_\lambda \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_\lambda} - L \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} = \dot{p}_i + \frac{\partial H}{\partial x_i} \quad (2)$$

$$L = p_\lambda \frac{\partial H}{\partial p_\lambda} - H; \quad \dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}. \quad (3)$$

Ist L vorgegeben, so ermittelt man aus (1) die p_i und H und erhält dann (2) und (3) als Folgerungen. Geht man umgekehrt von H aus, so liefert (3) die \dot{x}_i und L , während (1) und (2) sich als Folgerungen ergeben.

Die formale Symmetrie erscheint gestört bei nichtkonservativen Systemen, wo also die Zeit explizite auftritt. Doch lässt sie sich mit Hilfe der Theorie der Berührungstransformationen wieder herstellen, indem man die Zeit als Koordinate auffasst, ihr einen „Impuls“ q zuordnet und einen neuen Bahnparameter s einführt. Dieser „Impuls“ q stellt die Energie dar und tritt in der Hamilton'schen Funktion linear auf.

Für diese Asymmetrie gibt die Theorie der Berührungstransformationen eine Aufklärung. Man denke sich im Sinne der geometrisch-optischen Interpretation von HAMILTON eine „Primärwelle“ aus Systemen, denen die gleiche Zeitkoordinate zukommt. Eine derartige Menge von Systemen heisse „in koexistierender

Phase“ befindlich. Dann gilt der Satz: Die Energie tritt in der Hamilton’schen Funktion dann und nur dann linear auf, falls die den Ablauf beherrschende infinitesimale Berührungstransformation Systeme in koexistierender Phase in ebensolche Systeme überführt. In diesem Sinne kann man sagen, dass die klassische Dynamik einem „*Prinzip der koexistierenden Phasen*“ gehorcht.

§ 3. Zur Quantentheorie.

Es genügt hier festzustellen, dass die Hamilton’sche Theorie durch die Quantengesetze auf doppelte Weise bestätigt wurde. Punktdynamisch ergab sie die Bohr’schen Stabilitätsvorschriften in vollendeter Gestalt. Beim Ausbau zur Wellenmechanik gelang es auch, der in ihr liegenden Analogie zur Optik wenigstens teilweise eine physikalische Deutung zu geben. Man wird also heute nicht zögern, der Hamilton’schen Dynamik den Vorzug zu geben. Wenn man dabei ganz konsequent bleiben will, ergibt sich eine rein begriffliche Hemmung. Den einfachsten Ausgangspunkt für die Begründung der Mechanik bildet wohl das Hamiltonprinzip, wonach der Übergang eines Systems aus einem Zustand A in einen Zustand B so erfolgt, dass das Integral

$$S = \int_A^B L dt$$

ein Minimum liefert. An dieser Stelle ist also der Begriff der Lagrangefunktion unentbehrlich. Vom Standpunkt der formalen Vollkommenheit wäre ein Ansatz zu bevorzugen, bei dem die Hamiltonfunktion H die Rolle von L übernehmen könnte.

§ 4. Zur speziellen Relativitätstheorie.

Um das Relativitätsprinzip für die Elektrodynamik aufrecht zu erhalten, war sie gezwungen, die Zeit als Koordinate aufzufassen und an Stelle der Galileittransformationen diejenigen linearen und homogenen Transformationen der „Weltkoordinaten“ x, y, z, t treten zu lassen, welche den Ausdruck

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 \quad (5)$$

invariant lassen. Daraus ergab sich die fundamentale Erkenntnis, dass die physikalische Raumzeitwelt von einer Geometrie beherrscht wird, welche die auf den pythagoräischen Lehrsatz

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad (6)$$

gegründete Euklidische Geometrie als Spezialfall enthält.

Trotz verschiedenen eindrucksvollen Bestätigungen der Relativitätstheorie zeigen sich eigentümliche Hemmungen, die in ihr liegende Bereicherung der Geometrie zur vollen Geltung zu bringen. Im folgenden sollen deshalb einige dieser Schwierigkeiten besprochen und Vorschläge zu ihrer Behebung gemacht werden.

1. Der *einzelne Korpuskel* muss in erster Näherung dargestellt werden als Weltlinie, denn Atome sind unter gewissen Umständen zweifellos dauerhafte Gebilde. Den Begriff der Weltlinie in die Grundlagen aufnehmen bedeutet aber eine grosse Komplikation. Das einfachste Element der Geometrie ist der Punkt. Alles, was man mit Linien darstellen kann, kann man auch mit Punkten erreichen, nicht aber umgekehrt. Auch logisch betrachtet, liegt das Wesen des Atombegriffs nicht in einer zu ermittelnden Struktur, sondern in seiner Grenzfunktion. Das „Atom“ ist das Unteilbare, aus dem alles Übrige zusammengesetzt werden muss. Natürlich erhebt sich damit die unter Umständen sehr schwierige Aufgabe, die Existenz von Korpuskeln in dem Umfange herzuleiten, wie sie durch die Erfahrung gesichert erscheint.

2. Betrachten wir nun *zwei Korpuskel*. Da uns die direkte Erfahrung keinen Anhaltspunkt hinsichtlich der Mikrokausalität geben kann, bleibt nichts anderes übrig, als die Beschreibung der Wechselwirkung an die klassische Dynamik anzuknüpfen. Man muss also ausgehen vom Prinzip der koexistierenden Phasen und gerät natürlich sofort in Konflikt mit der Relativierung der Gleichzeitigkeit. Hier scheint nun das Prinzip von MAUPERTUIS-JAKOBI in der optischen Interpretation von Hamilton einen Ausweg anzudeuten. Für diesen Fall ist nämlich die unabhängige Variable gar nicht die Zeit, sondern die Wirkung. Man kann also versuchen, das Prinzip der koexistierenden Phasen umzubiegen in ein „*Prinzip der korrespondierenden Phasen*“. Damit soll gemeint sein, dass man in den beiden Bahnen diejenigen Punkte aufeinander bezieht, welche demselben Werte des „Wirkungsparameters“ entsprechen. Dabei muss natürlich das zugehörige Potential eine Funktion der zugeordneten invarianten Distanz sein.

Bei dieser Auffassung sind dann die Bahnpaare durch den Anfangszustand (Weltstellen und Vierergeschwindigkeiten) eindeutig bestimmt und damit stösst man auf eine weitere Schwierigkeit. Man kann den Anfangszustand des einen Korpuskels unverändert lassen, den andern aber in seiner Bahn an eine andere Stelle schieben. Auch wenn man die an dieser Stelle vorgeschriebene Geschwindigkeit wählt, resultiert dennoch ein im allgemeinen vom ersten verschiedenes Bahnpaar. Diese Schwierigkeit kann nur überwunden werden, indem man im Sinne der Wellenmechanik

die einzelnen Bahnpaare ersetzt durch ganze ein und derselben „Totalenergie“ entsprechende Büschel.

3. Noch ein Wort zur *Retardierung*. Die wellenmechanische Zusammenfassung vieler Bahnen bringt gewissermassen jeden Weltpunkt mit jedem andern in Beziehung, wodurch implizite ein Retardierungseffekt gegeben ist. Überhaupt erscheint so der ganze dynamische Vorgang nicht als wörtlich zu nehmende Wechselwirkung über bestimmte Distanzen, sondern eher als ein symmetrischer Ausgleich in einer „Staubwolke“ von Weltpunktpaaren.

§ 5. Ein spezieller Ansatz.

Die Lagrangefunktion eines geladenen Teilchens im elektromagnetischen Feld kann geschrieben werden in der Form

$$L = \frac{1}{2} m c^2 \dot{x}_k \dot{x}_k + \bar{e} \varphi_k \dot{x}_k \quad (7)$$

falls man als Parameter s die Länge auf der Weltlinie des Teilchens wählt. Wird das Feld durch einen unendlich schweren Kern erzeugt, so kann man das Vektorpotential (φ_i) ersetzen durch (φs_i) , wo φ das skalare Potential und (s_i) die Richtung der geradlinigen Bahn des Kerns darstellt. Der Versuch liegt nun nahe, die Bahnrichtung des Kerns (s_i) durch seine Vierergeschwindigkeit (\dot{y}_i) zu ersetzen und das skalare Potential φ beizubehalten. Indem wir noch setzen $\bar{e} \varphi = \Phi$ gelangen wir in sinngemässer Erweiterung zu folgender Lagrange-Funktion für zwei Teilchen mit den „Massen“ M und m

$$L = \frac{1}{2} M c^2 \dot{y}_k \dot{y}_k + \frac{1}{2} m c^2 \dot{x}_k \dot{x}_k + \Phi \dot{y}_k \dot{x}_k \quad (8)$$

Bei diesem Ansatz lassen sich alle als wünschenswert bezeichneten Forderungen zur Geltung bringen. Seine Ausdehnung auf mehr Teilchen ist ohne weiteres ersichtlich. Die unter § 4 angegebene Tabelle ergibt sofort den Übergang zur Hamiltonfunktion und zwar folgt speziell $H = L$. Das Potential Φ erscheint als die der „gemischten kinetischen Energie“ der beiden Teilchen zugeordnete Masse. Falls der Ansatz Aussichten bietet, wäre eine wohl wünschenswerte Angleichung der Elektrodynamik an die klassische Dynamik erreicht. Eine erste Orientierung hat gezeigt, dass es auf diesem Wege im Prinzip möglich ist, eine wesentliche Lücke der speziellen Relativitätstheorie (die Unveränderlichkeit der Ruhmasse) auszufüllen.