

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 10 (1937)  
**Heft:** II

**Artikel:** Resonanzdispersion in ionisierten Gasen  
**Autor:** Sigrist, W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-110732>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Resonanzdispersion in ionisierten Gasen

von W. Sigrist.

(18. 12. 36.)

## Einleitung.

Untersuchungen über das Verhalten ionisierter Gase in sehr schnellen elektrischen Wechselfeldern bieten von verschiedenen Gesichtspunkten aus Interesse. Einerseits beruhen die geläufigen Vorstellungen über die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in der Erdatmosphäre auf ganz bestimmten, aber vorwiegend theoretisch begründeten Anschauungen über die Dielektrizitätskonstante und die Absorption eines ionisierten Gases, anderseits sind namentlich von H. GUTTON<sup>1)</sup> und C. GUTTON<sup>2)</sup> und andern<sup>3) — 6)</sup> gewisse Anomalien festgestellt worden, welche einen Verlauf von Dielektrizitätskonstante und Absorption entsprechend einer eigentlich anomalen Dispersion ergeben, und deren Erklärung bis jetzt noch Schwierigkeiten bereitete.

Im Gegensatz zu H. und C. GUTTON finden VAN DER POL<sup>7)</sup> APPLETON und CHILDS<sup>8)</sup> und andere<sup>9)</sup>, dass die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  der Eccles'schen Beziehung folgt

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \quad (1)$$

wo  $\omega$  die Frequenz des aufgedrückten elektrischen Wechselfeldes bedeutet und  $\omega_0^2$  gleichzusetzen ist

$$\omega_0^2 = \frac{4 \pi N e^2}{m}.$$

Darin ist  $N$  die Anzahl der Ladungsträger eines Vorzeichens im  $\text{cm}^3$ ,  $e$  die Ladung und  $m$  die Masse des Elektrons.

Eine dritte Gruppe von Experimentatoren<sup>10) 11)</sup> gelangt zu dem Ergebnis, dass  $\epsilon$  mit steigender Ionendichte zunimmt.

A. SZÉKELY<sup>12)</sup> misst die Dämpfung eines Schwingungskreises bei dem das Dielektrikum eines Teils der Schwingkreiskapazität durch Ionenplasma einer Gasentladung gebildet wird. Auch hier

sind die Resultate sehr verschieden. Teilweise wird ein Dämpfungsverlauf gefunden entsprechend einer Theorie, die keine Eigenschwingungen der Ladungsträger annimmt, teilweise ergeben sich ausgesprochene Dämpfungsmaxima, die durch ein resonanzartiges Anwachsen der Pendelbewegung der Ladungsträger erklärt werden.

Auch Messungen des Wechselstromwiderstandes eines gewöhnlichen Gleichstromlichtbogens zeigten, dass unter Umständen der Verlauf des Wechselstromwiderstandes bei veränderlicher Frequenz an bestimmten Stellen einen dispersionsartigen Charakter trägt<sup>13)</sup>.

Ausserdem sind unter die Resonanzerscheinungen ionisierter Gase vermutlich auch die von L. TONKS und J. LANGMUIR<sup>14)</sup> beobachteten selbsterregten Schwingungen zu rechnen. Falls die Frequenz dieser Schwingungen zusammenfällt mit der Resonanzfrequenz des fremderregten Ionenplasmas, ist es sehr wahrscheinlich, dass die beiden Vorgänge zum Teil gemeinsame Ursachen haben.

Die Fülle dieser Versuche mit so verschiedenen Resultaten und noch mehr der unbefriedigende Stand ihrer Deutung drängen als erstes die Frage nach der Realität der gemessenen Resultate auf bzw. nach den Fehlerquellen, die einen solchen Effekt vor täuschen können. Wenn sich die Messungen jedoch als zuverlässig erweisen, d. h. wenn es sich zeigt, dass die Ursache des anomalen Verhaltens der Dielektrizitätskonstante in Elektronen- oder Ionschwingungen zu suchen ist, so muss versucht werden, ob sich über die Art der quasi elastischen Bindung der elektrischen Träger eine feste Anschauung herausarbeiten lässt.

Daraus ergibt sich von selbst die Stelle, wo die experimentelle Arbeit einzusetzen hat. Die erste Frage nach der Realität der beobachteten Plasmaschwingungen kann nur mit neuen Versuchen gelöst werden, in denen möglichst alle Fehlerquellen ausgeschaltet sind, oder doch wenigstens berücksichtigt werden können. Aus diesem Bedürfnis heraus entwickelte sich die im Folgenden beschriebene Messanordnung, die sich an die bekannten Einrichtungen von C. GUTTON<sup>1)</sup> und L. TONKS<sup>2)</sup> anlehnt und dahin ausgearbeitet ist, dass sie gestattet, die Impedanz des Messkondensators nach Grösse und Phase zu messen. Je nachdem ob die ersten Versuche für oder gegen die Realität der beobachteten Dispersionskurven ausfallen, hat man sich im weiteren Verlauf der Arbeit mit dem Auffinden des Fehlers oder dann der Erklärung der Erscheinung zu befassen.

## I. Ermittlung der Dispersionskurve des Ionenplasmas in Argon.

### 1. Allgemeine Messanordnung.

#### a) Erzeugung und Ausmessung des Plasmas.

Fig. 1 zeigt das verwendete Messrohr. Die zu messende Kapazität ist in Form eines Plattenkondensators von  $3 \text{ cm}^2$  Fläche und 2 cm Plattenabstand im Innern eines Glaskolbens an einem durchgehenden Paralleldrahtsystem befestigt. Zwischen der Glühkathode *K* und der Anode *A* brennt ein Argon- oder Hg-Niedervoltbogen und zwar so, dass sich der ganze Kondensator in der

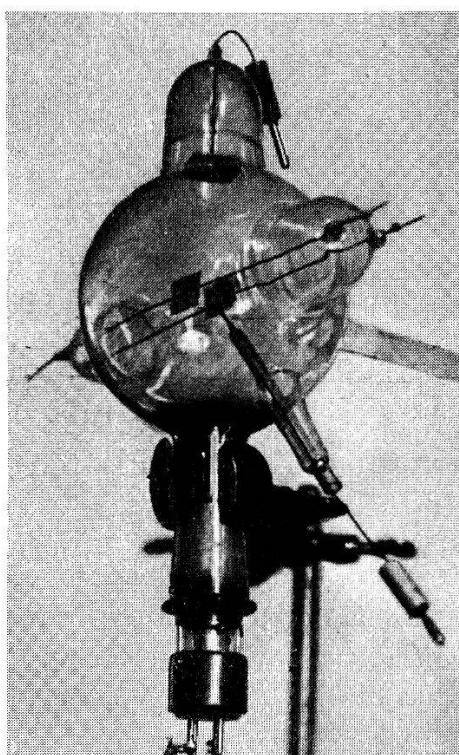


Fig. 1.

positiven Säule des Bogens befindet. Um die Argonfüllung überwachen zu können, ist das Rohr beständig über ein Ausfriergefäß, das mit einem Gemisch von fester Kohlensäure und Alkohol gekühlt ist, und über Abschlusshähne mit dem McLeod-Manometer und einer zweistufigen Hg-Diffusionspumpe verbunden. Die Ionendichte des Plasmas wird durch Variation der Heizung, d. h. durch Veränderung des Emissionsstromes reguliert. Zur Kontrolle und quantitativen Messung der Ionendichte ist zwischen den Kondensatorplatten eine Langmuir-Sonde von bekannten Dimensionen (Zylindersonde: Länge 4,5 mm, Durchmesser 0,1 mm, Oberfläche  $1,413 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2$ ) eingebaut.

Die Messung mit dieser Sonde wird nach bekannten Methoden ausgeführt, wie sie an verschiedenen Stellen beschrieben worden ist<sup>15)</sup> <sup>16)</sup>. Aus der gemessenen Sondencharakteristik bzw. der ihrem geradlinigem Teile entsprechenden Steilheit  $S$  in Amp/V berechnet sich die Ionendichte  $N$  gemäss der Beziehung

$$N = \frac{\pi \sqrt{S}}{\sqrt{2 \frac{e}{m} f e}} = 3,32 \cdot 10^{11} \frac{\sqrt{S}}{f}. \quad (2)$$

Nachdem für eine Messreihe, nach Aufnahme einer vollständigen Strom-Spannungskurve der Sonde das gerade Stück derselben bekannt ist, lässt sich für die späteren Messungen die Charakteristik durch zwei Punkte derselben ersetzen. Eine gewisse Unsicherheit, die in dieser Vereinfachung liegt, muss zugunsten einer rascheren Messfolge zugelassen werden, da es sehr schwierig ist, die Entladung des Niedervoltbogens nach Ionendichte und vor allem nach Potentialverteilung konstant zu halten. Schon kleine Mengen von Verunreinigungen vermögen den inneren Aufbau der Entladung erheblich zu stören. Da sich die Sonde in der Mitte zwischen den beiden Platten des Messkondensators befindet, so entspricht die gemessene Ionendichte ungefähr dem Maximum der Ionendichte des wirksamen Plasmastückes. Der Verlauf der Ionenkonzentration in der Nähe der Platten ist nicht bekannt.

### b) Hochfrequenz-Schaltung.

Ferner ist bei der Messung der Ionendichte darauf zu achten, dass während der Sondenmessung das Wechselfeld ausgeschaltet ist, da die zusätzliche Pendelbewegung der Elektronen die Raumladungsverhältnisse der Sonde und damit auch das Resultat der Messung zu stören vermag. Die gesamte Messanordnung ist in Fig. 2 schematisch dargestellt. Die Schaltung der Glühkathode, der Anode und der Sonde mit den dazugehörenden Instrumenten ist ohne weiteres verständlich. Der Messkondensator ist mit einem Paralleldrahtsystem verbunden. Dieses ist durch zwei Kurzschlussbrücken abgeschlossen, von denen die eine genau um  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge vom Messkondensator entfernt ist, während die andere beweglich angeordnet ist und durch Änderung ihres Abstandes  $l$  vom Messkondensator eine Abstimmung der Anordnung gestattet. Da die Strom-Spannungsverteilung auf dem unveränderlichen Teile des Paralleldrahtsystems unabhängig ist von der Art der veränderlichen Grössen der Anordnung (Kondensator und zweites Paralleldrahtsystemstück), ist die Ankopplung des Generators, die

sich in der Nähe der festen Kurzschlussbrücke befindet, ebenfalls konstant. Der Generator ist ein Gegentaktgenerator in Huth-Kühnschaltung, für Wellen von 4—10 m Wellenlänge. Die zur Verfügung stehende Energie ist so gross und die Ankopplung so lose, dass eine Verstimming des Messkreises keine merkliche Rückwirkung verursacht. Um den Generator nicht zu nahe am Messkreis aufzustellen zu müssen, ist deren gegenseitige Verbindung

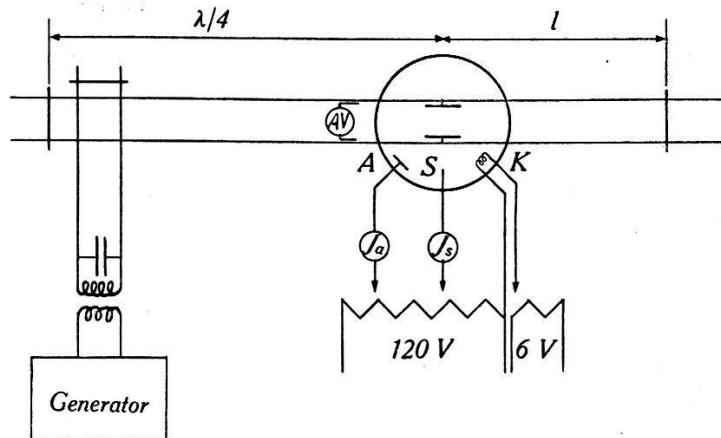


Fig. 2.  
Messenordnung.

durch eine abgestimmte Paralleldrahtleitung hergestellt. Zur Spannungsmessung wurde ein Audion-Röhrenvoltmeter  $AV$  verwendet, und zwar in der Konstruktion, wie sie von DICK<sup>17)</sup> ausgearbeitet und beschrieben wurde. Dieser Spannungsindikator ist ebenfalls auf der unveränderlichen Seite der Paralleldrahtleitung und zwar in unmittelbarer Nähe des Messkondensators angeordnet.

## 2. Das Paralleldrahtsystem als Messinstrument zur Impedanzmessung.

### a) Berechnung von Wirk- und Blindwiderstand des Plasmas durch Analyse der Resonanzkurve.

Mit dieser Anordnung ist es möglich, den Wechselstromwiderstand  $R_x$  des sich im Ionenplasma befindenden Kondensators zu bestimmen, und zwar nach Wirkkomponente  $\beta$  und Blindkomponente  $\alpha$ , indem man die Resonanzkurve des Messparallel drahtsystems ausmisst. Am einfachsten gestaltet sich die Auswertung der Messung, wenn man einmal den zum Resonanzmaximum gehörenden Wert von  $l$  misst ( $l_1$ ) und zweitens denjenigen, der zu einer Spannung gehört, die  $\sqrt{2}$  mal kleiner ist als die Resonanzspannung ( $l_2$ ). Die Grundlage zur Berechnung der Grösse  $R_x$  aus diesen beiden Längenmessungen bietet folgendes Schema, das die wesentlichen Teile der Messanordnung herausgreift (Fig. 3).  $R_l$ ,  $R_0$  und  $R$  bedeuten darin jedesmal den entsprechenden Ersatz-

widerstand, der den ganzen rechts vom Trennungsstrich liegenden Teil der Apparatur von links aus gesehen ersetzen kann. Man berechnet stufenweise  $R_l$ ,  $R_0$  und zum Schluss  $R$ .

$$R_l = jz \operatorname{tg} \alpha l$$

ist die Impedanz des Leitungsstückes von der Länge  $l$  und kurzgeschlossenem Ende, unter Vernachlässigung der Eigendämpfung. Darin bedeutet  $a = 2\pi/\lambda$  und  $z$  der Wellenwiderstand der Leitung.  $R_x = \beta + j\alpha$  ist die Impedanz des Messkondensators. Die Parallelschaltung dieser beiden Impedanzen ergibt:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_l} = \frac{1}{\beta + j\alpha} + \frac{1}{jz \operatorname{tg} \alpha l}. \quad (3)$$

Der Widerstand  $R_0$  kann aufgefasst werden als Abschlusswiderstand einer Paralleldrahtleitung von der Länge  $\lambda/4$ .  $R$  lässt sich

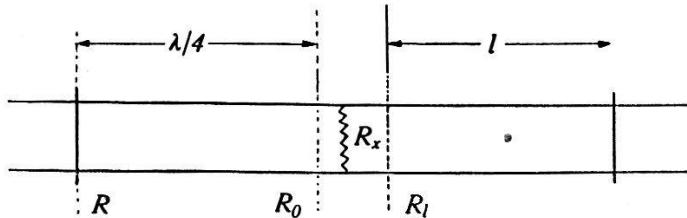


Fig. 3.

darnach auf Grund geläufiger Betrachtungen (18) der allgemeinen Kabeltheorie berechnen. Es bedeutet der Widerstand einer Leitung mit dem Abschlusswiderstand  $R_0$  und ergibt sich bei der Vernachlässigung der Eigendämpfung allgemein zu:

$$R_{\text{Anfang}} = \frac{jz \operatorname{tg} \frac{2\pi l}{\lambda} + R_{\text{Ende}}}{j R_{\text{Ende}} \operatorname{tg} \frac{2\pi l}{\lambda} + z} \cdot z. \quad (4)$$

In unserm speziellen Falle ist zu setzen:

$$R_{\text{Ende}} = R_0; \quad R_{\text{Anfang}} = R; \quad l = \lambda/4$$

und damit wird

$$R = \frac{z^2}{R_0}. \quad (4a)$$

Für  $1/R_0$  wird der Wert aus Gleichung (3) eingesetzt in Gleichung (4a), womit man für  $R$  erhält:

$$R = z^2 \left( \frac{1}{\beta + j\alpha} + \frac{1}{jz \operatorname{tg} \alpha l} \right). \quad (5)$$

Diese Gleichung stellt einen komplexen Widerstand dar, der nach der Trennung in seine beiden Komponenten die Form annimmt

$$R = z^2 \left[ \frac{\beta}{\beta^2 + \alpha^2} \right] - j z^2 \left[ \frac{\alpha}{\beta^2 + \alpha^2} + \frac{1}{z \operatorname{tg} \alpha l} \right]. \quad (6)$$

Unter der Voraussetzung, dass die induzierte Spannung konstant ist, wird der Strom im Messkreis ein Maximum für den Fall, wo  $R$  einen minimalen Wert annimmt. Dies tritt beim Verschwinden der imaginären Komponente des Widerstandes ein und stellt die Resonanzbedingung für das gesamte System dar. Die entsprechende Länge von  $l$  sei mit  $l_1$  bezeichnet und berechnet sich aus der Formel:

$$-\frac{\alpha}{\beta^2 + \alpha^2} = +\frac{1}{z \operatorname{tg} \alpha l_1} \quad (7a)$$

$$\beta^2 + \alpha^2 = -\alpha z \operatorname{tg} \alpha l_1 \quad (7b)$$

$$-\alpha = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{z \operatorname{tg} \alpha l_1}. \quad (7c)$$

Den um den  $\sqrt{2}$  mal kleineren Strom erhält man bei einem  $\sqrt{2}$  mal grösseren Widerstand  $R\sqrt{2}$ . In diesem Falle wird die reelle Komponente von  $R$  gleich gross wie die imaginäre. Die zu diesem Werte von  $l$  gehörende Brückenstellung sei mit  $l_2$  bezeichnet. Aus dieser Überlegung erhält man die zweite zur Bestimmung von  $\beta$  und  $\alpha$  notwendige Beziehung.

$$\frac{\beta}{\beta^2 + \alpha^2} = +\frac{\alpha}{\beta^2 + \alpha^2} + \frac{1}{z \operatorname{tg} \alpha l_2} \quad (8a)$$

$$\beta = \alpha + \frac{\beta^2 + \alpha^2}{z \operatorname{tg} \alpha l_2}. \quad (8b)$$

Die Gleichungen (7) und (8) lassen sich nach  $\beta$  und  $\alpha$  auflösen.

$$\beta = -\alpha \left[ \frac{\operatorname{tg} \alpha l_1}{\operatorname{tg} \alpha l_2} - 1 \right], \quad (9)$$

daraus den Wert für  $\beta^2$  eingesetzt in Gleichung (7c)

$$-\alpha = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{z \operatorname{tg} \alpha l_1} = \frac{\alpha^2 + \alpha^2 \left[ \frac{\operatorname{tg} \alpha l_1}{\operatorname{tg} \alpha l_2} - 1 \right]^2}{z \operatorname{tg} \alpha l_1} \quad (10)$$

und aufgelöst nach  $\alpha$  gibt:

$$-\alpha = \frac{z \operatorname{tg} al_1}{\left[ \frac{\operatorname{tg} al_1}{\operatorname{tg} al_2} - 1 \right]^2 + 1}, \quad (11)$$

aus (9) erhält man ferner direkt:

$$\beta = -\alpha \left[ \frac{\operatorname{tg} al_1}{\operatorname{tg} al_2} - 1 \right]. \quad (12)$$

Da  $\operatorname{tg} al_1$  und  $\operatorname{tg} al_2$  sehr gross werden, sobald  $l$  einen Wert in der Nähe von  $\lambda/4$  annimmt, rechnet man sich die Formel besser dermassen um, dass darin die reziproken Werte von  $\operatorname{tg} al_1$ , d. h.  $\operatorname{cotg} al_1$  vorkommen. Damit werden die Formeln für  $\alpha$  und  $\beta$ :

$$-\alpha = \frac{z}{\left[ \left( \frac{\operatorname{cotg} al_2}{\operatorname{cotg} al_1} - 1 \right)^2 + 1 \right] \operatorname{cotg} al_1} \quad (11a)$$

$$\beta = \alpha \left[ \frac{\operatorname{cotg} al_2}{\operatorname{cotg} al_1} - 1 \right]. \quad (12a)$$

*b) Berechnung von Wirk- und Blindwiderstand des Plasmas durch Vergleich zweier Resonanzkurven.*

Liegen nun solche besondere Versuchsbedingungen (Frequenz, Ionendichte) vor, dass das Ionenplasma in seiner Resonanzgegend erregt wird, so stellt sich eine erhebliche Dämpfung ein. Der  $\sqrt{2}$ -Wert der Systemresonanzkurve lässt sich nicht mehr genau bestimmen und man ist gezwungen, bei der Messung anders vorzugehen. Bei konstanter induzierter Spannung stellt die Resonanzspannung ein Mass dar für die Dämpfung des Systems. Kennt man von einer ersten Messung die Resonanzspannung und die Dämpfung, oder was dasselbe ist  $\beta$  und  $\alpha$  (da die Eigendämpfung des Paralleldrahtsystems vernachlässigt ist) und von der zweiten Messung die Resonanzspannung und die dazu gehörende Länge  $l_1$ , so ist es möglich, durch Kombination beider Messungen auch  $\beta$  und  $\alpha$  der zweiten Messung zu finden. In den folgenden Rechnungen bedeuten:  $E_I I_I \alpha_I \beta_I$  bzw.  $E_{II} I_{II} \alpha_{II} \beta_{II}$  induzierte Emk., Resonanzstrom, Blind- und Wirkkomponente von  $R$ , die zu der ersten bzw. zweiten Messung gehören. Darin sind  $E_I = E_{II} = E$  konstant,  $\alpha_I$  und  $\beta_I$  sind bekannt,  $\alpha_{II}$  und  $\beta_{II}$  sind die gesuchten Größen.  $\operatorname{tg} al_{II}$  ist gegeben durch die Stellung der Kurzschlussbrücke in der Resonanzlage bei der Messung II. Der Betriebszustand ist bei beiden Messungen

vollkommene Resonanz des Gesamtsystems, d. h. für beide Messungen gilt, dass der resultierende Widerstand  $R$  nach Gleichung (3) ein Minimum sein muss. Dies ist der Fall, wenn die imaginäre Komponente zu Null wird. Es kann also für beide Messungen mit den entsprechenden Indices angesetzt werden  $R = z^2 \left( \frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \right)$  (aus Gl. 6) und daraus der Resonanzstrom berechnet werden.

$$I_{\max I} = \frac{E}{z^2} \frac{(\beta_I^2 + \alpha_I^2)}{\beta_I} \quad (13a)$$

$$I_{\max II} = \frac{E}{z^2} \frac{(\beta_{II}^2 + \alpha_{II}^2)}{\beta_{II}} \quad (13b)$$

und daraus:

$$\frac{\beta_{II}}{\beta_{II}^2 + \alpha_{II}^2} = \frac{I_{\max I}}{I_{\max II}} \frac{\beta_I}{(\beta_I^2 + \alpha_I^2)}. \quad (14)$$

Rechts vom Gleichheitszeichen stehen alles bekannte Größen. Setzt man zur Vereinfachung:

$$\frac{I_{\max I}}{I_{\max II}} \frac{\beta_I}{(\beta_I^2 + \alpha_I^2)} = A \quad (15)$$

so wird Gleichung (14)

$$A = \frac{\beta_{II}}{\beta_{II}^2 + \alpha_{II}^2}. \quad (16)$$

Aus der Überlegung heraus, dass im Resonanzfalle die imaginäre Komponente des Widerstandes gleich Null wird, kann man nach Gleichung (7) schreiben:

$$-\frac{\alpha_{II}}{\beta_{II}^2 + \alpha_{II}^2} = \frac{1}{z \operatorname{tg} a l_{II}}. \quad (17)$$

Aus Gleichung (16) und (17)  $\beta_{II}^2 + \alpha_{II}^2$  eliminiert, gibt:

$$\beta_{II} = -\alpha_{II} z \operatorname{tg} a l_{II} A.$$

Setzt man diesen Wert für  $\beta_{II}$  in Gleichung (17) ein, so erhält man:

$$\alpha_{II}^2 + A^2 \alpha_{II}^2 z^2 \operatorname{tg}^2 a l_{II} = -\alpha_{II} z \operatorname{tg} a l_{II} \quad (18)$$

und daraus:

$$\alpha_{II} = -\frac{z \operatorname{tg} a l_{II}}{1 + A^2 z^2 \operatorname{tg} a l_{II}}. \quad (19)$$

Dieser Wert für  $\alpha_{II}$  wird in Gleichung (16) eingesetzt. Bei Auflösung nach  $\beta_{II}$  ergibt sich:

$$\beta_{II} = \frac{Az^2 \operatorname{tg}^2 al_{1II}}{1 + A^2 z^2 \operatorname{tg}^2 al_{1II}} \quad (20)$$

Entsprechend den Überlegungen auf Seite 9 rechnet man für Beträge von  $l$ , welche in der Nähe von  $\lambda/4$  liegen, diese Gleichungen zweckmässiger in eine Form um, in welcher nur die reziproken Werte von  $\operatorname{tg} al_1$  usw. vorkommen. Damit wird

$$\alpha_{II} = - \frac{z}{\operatorname{cotg} al_{1II}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{A^2 z^2}{\operatorname{cotg}^2 al_{1II}}} \quad (19a)$$

$$\beta_{II} = \frac{A^2 z^2}{\operatorname{cotg}^2 al_{1II}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{A^2 z^2}{\operatorname{cotg}^2 al_{1II}}} \quad (20a)$$

In diesen Gleichungen ist enthalten, dass auch für den Fall grosser Dämpfung sämtliche Bestimmungsstücke des gesuchten Impedanzvektors berechnet werden können.

Der Wellenwiderstand der Leitung, der in die Berechnung der Impedanzen eingeht, wird am besten aus den geometrischen Daten des Paralleldrahtsystems bestimmt. Er ist gegeben durch die Beziehung

$$z = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

Darin bedeutet  $L_1$  die Induktivität der Leitung pro cm und  $C_1$  die Kapazität der Leitung pro cm. Die Induktivität der Leitung pro cm beträgt

$$L_1 = 4 \mu \ln \left[ \frac{d + \sqrt{d^2 + b^2}}{b} \right] \text{ cm/cm.}$$

Darin ist  $2d$  der Abstand der beiden Drähte ( $d = 1 \text{ cm}$ ) und  $b$  der Radius derselben ( $b = 0,0375 \text{ cm}$ ). Mit diesem Wert berechnet sich die Induktivität  $L_1$  zu  $15,9 \text{ cm pro cm}$  oder  $15,9 \times 10^{-9} \text{ Henry}$ , und ferner die Kapazität der Leitung pro cm als

$$C_1 = \frac{1}{c^2 L_1}$$

( $c = \text{Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle im Vacuum}$ ) zu

$C = 7,0 \times 10^{-23} \text{ sec}^2/\text{cm}^2 = 7,0 \times 10^{-14} \text{ Farad}$ . Der Wellenwiderstand der Leitung wird nun:

$$z = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = 465 \Omega.$$

Damit sind die notwendigen Grundlagen zusammengestellt, die zeigen, in welcher Weise es möglich ist, mit der oben beschriebenen Versuchsanordnung aus den Resonanzkurven des Paralleldrahtsystems den Wechselstromwiderstand des Messkondensators und damit auch des Ionenplasmas nach Grösse und Phase zu berechnen.

### 3. Durchführung der Versuche.

#### a) Gang der Messung.

Am einfachsten gestaltet sich die Durchführung der Versuche, wenn bei Konstanthaltung aller übrigen Grössen die Ionendichte durch Variation der Emission der Kathode verändert wird. Man erhält damit die Impedanz des Kondensators als Funktion der Ionendichte. Für jeden einzelnen Messpunkt müssen zur Bestimmung der Ionendichte mindestens zwei Punkte des geraden Teiles der quadratischen Sondencharakteristik gemessen werden. Ferner ist zu bestimmen  $l_1$  für die Resonanzlage. Zugleich misst man die dazu gehörige Spannung am Rohrvoltmeter, errechnet sich den  $1/\sqrt{2}$ fachen Wert davon und verstimmt das System bzw. verschiebt die bewegliche Brücke so lange, bis am Voltmeter diese Spannung herrscht.  $l_2$  ist die dazu gehörende Länge von  $l$ . Da das Audionvoltmeter für kleine Spannungen sehr unempfindlich wird, muss notwendigerweise die Resonanzspannung mindestens so gross sein, dass der  $1/\sqrt{2}$ fache Wert derselben noch über dem Schwellwert des Audions liegt. Ist dies bei grosser Dämpfung, besonders in der Nähe der Plasmaresonanz nicht mehr der Fall, so muss nach der zweiten Methode gerechnet werden, bei der das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Resonanzspannungen verwendet wird.

#### b) Messresultate.

In der folgenden Tabelle 1 ist eine kurze Zusammenstellung einer Messreihe angeführt. Die aus den Messwerten berechneten und in der Tabelle aufgeführten Werte für  $\alpha$  und  $\beta$  ergeben geometrisch addiert den komplexen Widerstand  $R_x$  des Kondensators in Ohm. Etwas übersichtlicher ist der Anteil der einzelnen Schaltelemente zu erkennen, wenn man nicht mit dem Wider-

stände  $R_x$ , sondern mit dem reziproken Werte, dem Strom- oder Admittanzvektor  $1/R_x$  rechnet. Von besonderem Interesse ist nun die Admittanz des Plasmas. Diese erhält man, indem man von dem gemessenen Admittanzvektor die Admittanz des Messkon-

Tabelle 1.

N	$l_1$ mm	$l_2$ mm	$T_{\text{res}}$	$\alpha$	$\beta$
0,00	894	886	114	768	21,5
3,05	912	896	114	880	34,4
3,46	955	900	114	900	223
3,46	960	880	81	920	223
4,14	990		47	1000	387
7,15	780		15	580	406
11,6	660		35	438	100
15,7	630		36	410	85
17,8	590		47	374	52
20,6	570		56	346	39,5

densators bei der Ionendichte 0 subtrahiert. In Fig. (4) sind für einen Messwert die Vektoren  $1/R_x$ ;  $1/R_{x_0}$  und  $1/R_x - 1/R_{x_0}$

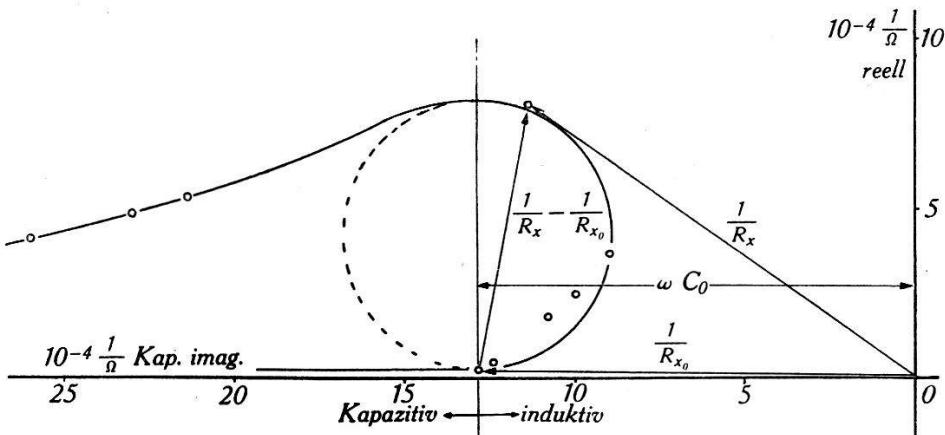


Fig. 4.

Admittanzdiagramm des Messkondensators mit Plasma (Argon).

aufgetragen. Für die übrigen Messpunkte sind nur die Lagen der Spitzen des Vektors  $1/R_x - 1/R_{x_0}$  eingezeichnet. Die Admittanz des Plasmas ist bei kleinen Ionendichten induktiv und wächst mit der Ionendichte, bis sie nach einem raschen Phasenwechsel bei weiterer Steigerung der Ionendichte kapazitiv bleibt. Die Verbindungslien der Endpunkte dieser Vektoren bedeutet das Admittanzdiagramm des Plasmas. Während es bei kleiner Ionendichte fast genau ein Kreis ist, weichen die Messungen für grosse Ionen-

dichten vollständig von der Idealform eines Impedanzdiagramms für den Schwingungskreis ab. Fig. 5 zeigt die beiden Komponenten des gleichen Admittanzdiagramms getrennt in Funktion der Ionendichte aufgezeichnet. Wenn man von der Unstimmigkeit der Ionendichte bei grossen Ionendichten absieht, so entspricht dies Verhalten genau den elektrischen Eigenschaften eines Serieresonanzkreises und bedeutet seinem physikalischen Sinne nach, dass im Ionenplasma des Niedervoltbogens quasi elastisch gebundene Träger vorhanden sein müssen, welchen eine bestimmte Eigenfrequenz zugeschrieben werden kann oder dass in dem mit

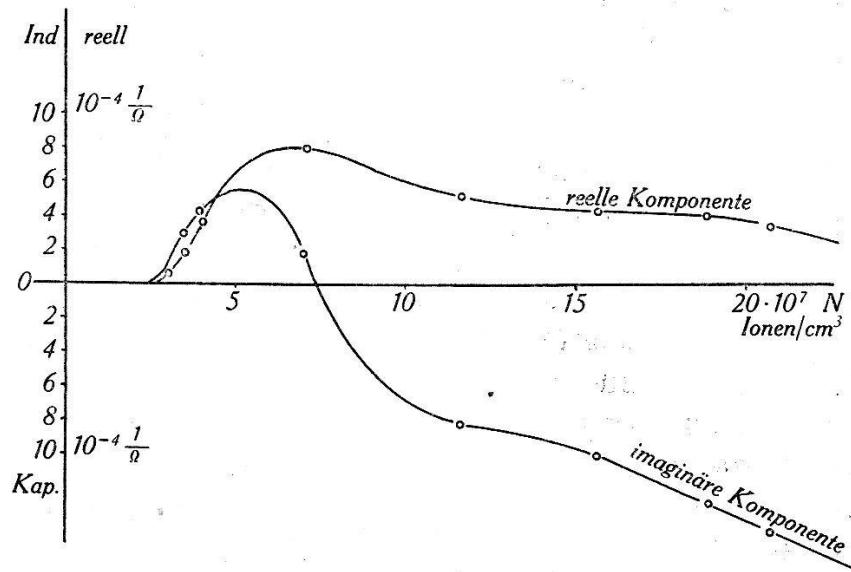


Fig. 5.  
Leitfähigkeit des Plasmas.  
(Argon, Druck  $4 \cdot 10^{-2}$  mm Hg, Frequenz  $310^7$ /sec.)

Ionenplasma erfüllten Raume periodische Ausgleichsvorgänge zwischen zwei Energieformen vor sich gehen können. Diese Erscheinung bildet gerade den wesentlichen Gegenstand unserer Untersuchung. Ob die quasi-elastische Bindung ihre Ursache in den Feldern einzelner Ionen hat (Mikrofelder) oder in Effekten, wie sie durch die mittlere Verschiebung der Ladungsträger als Ganzes gegeneinander entstehen können (Makrofelder), ist aus obigen Versuchen noch nicht zu entscheiden.

### c) Diskussion der Messresultate.

Dieser Versuch bestätigt, was GUTTON und LANGMUIR und TONKS bereits gefunden haben. Ihre Resultate ergeben sich also als reell. Ebenso stimmt die zu einer bestimmten Wellenlänge gehörende Ionendichte wenigstens größenordnungsmässig mit den von ihnen ermittelten Werten überein.

Der nächste Schritt zur Klärung der Frage nach der Natur der Resonanzerscheinung besteht in der Bestimmung der Art der schwingenden Ladungsträger. In Frage kommen vor allem positive Ionen oder freie Elektronen. Tatsächlich werden in dem elektrischen Felde sowohl Ionen wie Elektronen beschleunigt und führen demnach auch beide Pendelbewegungen aus. Aus der gewöhnlichen Bewegungsgleichung der Ladungsträger, in welcher nur das aufgedrückte elektrische Feld berücksichtigt ist, folgt, dass der Weg der Ladungsträger, unter der Voraussetzung gleicher Ladung aller Teilchen, mit der Wurzel aus der Masse des Trägers abnimmt. Daraus würde sich ergeben, dass der Weg der Elektronen einige hundertmal grösser ist als der der positiven Ionen. Man kann also in erster Annäherung die positiven Ionen als ruhend und nur die Elektronen als bewegt annehmen. Ein einfacher Versuch, der schon verschiedene Male ausgeführt wurde<sup>1)</sup> <sup>19)</sup>, zeigt, dass tatsächlich auch im Falle der Plasma-Resonanzerscheinung die Elektronen die Träger sind, welchen der Ladungstransport zuzuschreiben ist. Der Versuch besteht darin, dass senkrecht zum elektrischen Feld ein Magnetfeld angelegt wird und man so durch die zusätzliche rotierende Bewegung der Elektronen eine Aufteilung der Dispersionskurve erhält (Zeemann-Effekt). Aus der Intensität des Magnetfeldes und dem Abstande der beiden Resonanzstellen lässt sich die Masse der Ladungsträger bestimmen. Das Resultat dieser Messung führt immer angenähert auf die Masse eines Elektrons.

Nachdem unsere erste Frage nach der Realität der gemessenen Dispersionskurven und deren Deutung als Elektroneneigenschwingung im positiven Sinne beantwortet werden muss, rückt die Frage nach der Art der quasi-elastischen Bindung in den Vordergrund. Zu ihrer Beantwortung sind neue Versuche notwendig, die darüber Aufschluss geben, von welchen äusseren Grössen die Bindung oder was dasselbe aussagt, die Resonanzionendichte abhängt. Unter den nächstliegenden Variablen: Druck, Gas und Schwingungsamplitude, scheint eine Variation der letzteren für die Klärung der grundlegenden Frage, ob Makro- oder Mikrobindung vorliegt, von besonderem Interesse zu sein. Ist nämlich das Elektron durch das Feld einzelner Ionen gebunden, so lässt sich bei zunehmender Schwingungsamplitude dann eine Unregelmässigkeit erwarten, wenn der totale Weg der Elektronen grösser wird als der Abstand zweier Ionen und das Elektron in den Bereich des Nachbarions und damit in ein Mikrofeld von veränderter Richtung gelangt.

## II. Die Amplitudenabhängigkeit der Resonanzdispersion und Folgerungen aus derselben.

### 1. Messungen.

#### a) Resonanzionendichte in Funktion der angelegten Wechselspannung.

Diese Versuche wurden mit einer den neuen Anforderungen besser angepassten Anordnung ausgeführt. Da für die Bestimmung der Resonanzionendichte nur die Kenntnis des Schwingungsmaximums notwendig ist und diese zusammenfällt mit dem Dämpfungsmaximum des schwingenden Systems, verwendet man zweckmässiger an Stelle eines Paralleldrahtsystems der früher beschriebenen Anordnung, das sehr empfindlich ist auf Kapazitätsänderungen des Messkondensators, einen gewöhnlichen Schwingungskreis, der eine Kapazität besitzt, welche gross ist im Vergleich zur Messkapazität. Schaltet man letztere parallel zum Schwingungskreiskondensator, so veranlasst ihre Änderung, wie das Experiment zeigt, keinerlei merkliche Verstimmung des Kreises. Dagegen wird die Resonanzspannung durch die zusätzliche Dämpfung des Messkondensators der im Resonanzfall einen Kondensator mit sehr verlustreichem Dielektrikum darstellt, stark heruntergedrückt.

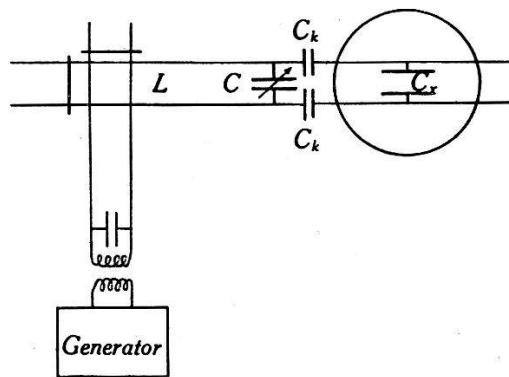


Fig. 6.

Fig. 6 zeigt das Schema der verwendeten Anordnung. Das Stück Paralleldrahtsystem  $L$  stellt die Induktivität dar,  $C$  ist der Schwingkreiskondensator,  $C_k$  sind kleine Luftkondensatoren mit einer Kapazität von 1,4 cm, die als Kopplungskondensatoren dienen.  $C_x$  ist der Kondensator des Entladungsrohres. Die Spannung wird mit dem Audionvoltmeter an  $C$  gemessen. Die Kopplungskondensatoren sind eingeführt worden, um die gemessene Spannung des Schwingkondensators so zu unterteilen, dass nur ein Bruchteil derselben (ungefähr  $1/10$ ) am Messkondensator liegt. Auf diese Weise ist es möglich, die Spannung am Messkondensator von 0,1 bis 15 Volt zu variieren, obwohl das Audion nur bis 1 Volt herunter zu messen gestattet. Ausserdem hat man noch

den Vorteil, dass bei loser Kopplung die Resonanz schärfer wird. Das Ganze stellt einen einfachen Schwingungskreis dar, wobei  $C_k$  und  $C_x$  zusammen eine Parallelkapazität zu  $C$  bilden. Die Ankopplung des Generators ist die gleiche geblieben wie in der früheren Messanordnung. Die Messung der Abhängigkeit der Resonanzionendichte von beliebigen Variablen gestaltet sich nun sehr einfach. Man stellt bei der Ionendichte 0 den Schwingkreis für eine bestimmte Welle des Generators auf Resonanz ein, reguliert die Kopplung so, dass man am Audion die gewünschte Spannung hat. Lässt man nun die Ionendichte kontinuierlich von 0 zu immer grösseren Werten zunehmen, so ändert sich die gemessene Resonanzspannung nach Art einer umgekehrten Resonanzkurve mit einem scharfen Minimum wie aus Fig. 7 ersichtlich

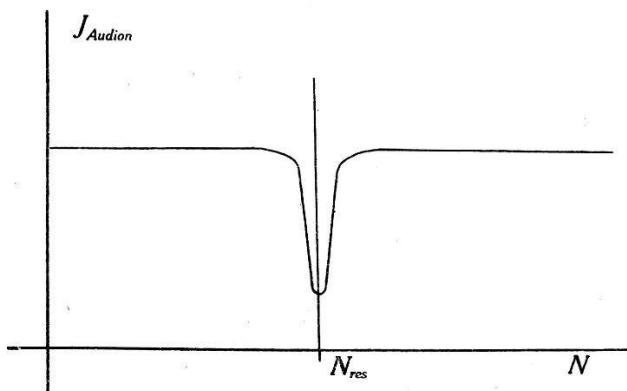


Fig. 7.

ist. Dieses Minimum liegt an der Stelle des gesuchten Schwingungsmaximums der Elektronen. Mit Hilfe der Sonde lässt sich die Grösse der betreffenden Ionendichte zahlenmässig feststellen.

Die Versuche bewiesen, dass tatsächlich eine Änderung der Resonanzionendichte mit Vergrösserung der induzierten Spannung eintritt. Fig. 8 zeigt die Resonanzionendichte für verschiedene Spannungen gemessen am Schwingkondensator  $C$ . Parameter ist in diesen Messungen der Gasdruck. Eine Amplitudenabhängigkeit gemäss Fig. 8 ist immer vorhanden, obwohl nicht überall in der gleichen Weise und vor allen Dingen nicht so wie sie für eine Mikrobindung der Elektronen zu erwarten wäre. An Stelle einer Unstetigkeit findet man eine ziemlich regelmässig mit Spannung zunehmende Ionendichte. Diese Art von Amplitudenabhängigkeit lässt sich leichter erklären, wenn man annimmt, dass die quasi-elastische Bindung eine Makrobindung sei. Auf Grund der Anschauungen von LANGMUIR und TONKS über den Mechanismus der Plasmaschwingungen wird man zu folgender Vorstellung über die Amplitudenabhängigkeit geführt:

Die Grösse der elastischen Kraft, welche die Elektronen scheinbar an eine Ruhelage bindet, ist bestimmt durch den Betrag der freien Ladung an den durch die Kondensatorplatten gegebenen Grenzflächen des Plasmas. Für eine bestimmte Ablenkung der Elektronen wächst die freie Ladung mit der Ionendichte. Andererseits ist es aber auch ohne weiteres anschaulich, dass der Fall eintreten kann, wo ein Teil der Elektronen durch die Kondensatorplatten abgefangen wird, und dadurch die totale

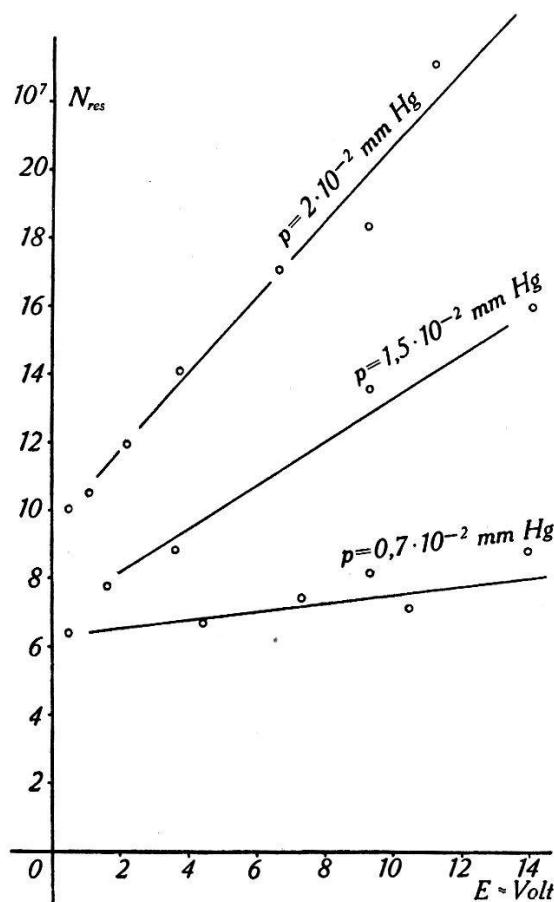
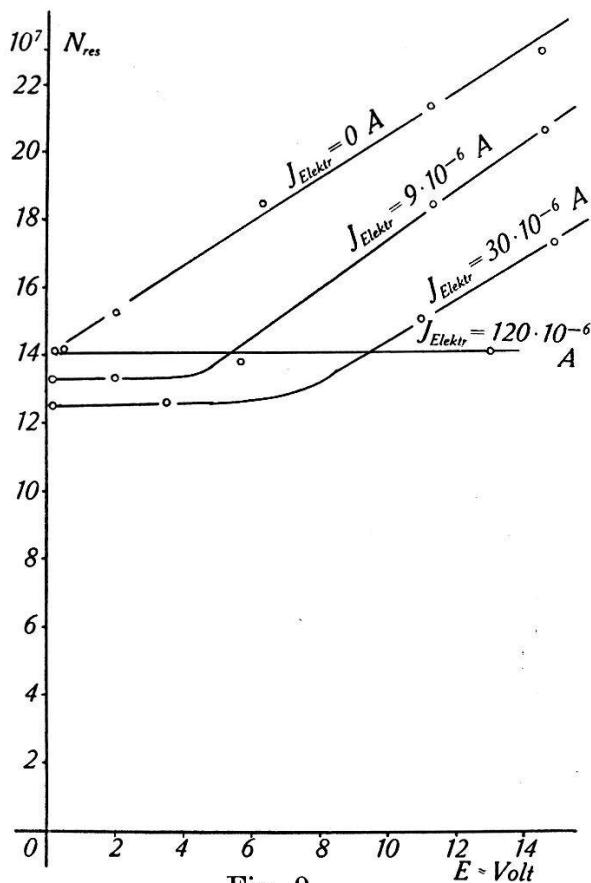


Fig. 8.  
Amplitudencharakteristik, Gasdruck Parameter.  
(Argon, Frequenz  $3 \cdot 10^7/\text{sec.}$ )

wirksame Raumladung kleiner wird. Dieser Verkleinerung der Raumladung entspricht eine Verminderung der bindenden Kraft und damit eine Vergrösserung der Resonanzwellenlänge. Ebenso verständlich ist es, dass die Anzahl der abgefangenen Elektronen mit wachsender Schwingungsamplitude derselben grösser wird, was gleichbedeutend ist mit einer Vergrösserung der Resonanzwellenlänge. Dieses Verhalten entspricht vollständig der beobachteten Amplitudenabhängigkeit.

*b) Amplitudenabhängigkeit bei negativen Kondensatorplatten.*

Dass es sich tatsächlich um eine ähnliche Erscheinung handeln muss, zeigt ein weiterer Versuch, bei dem die Kondensatorplatten gegenüber dem Plasma auf negatives Potential gebracht werden. Diese werden damit für die Entladung zu Sonden und verhalten sich in der Tat wie Langmuir'sche Plansonden. Die Elektronen werden abgestossen, die Ionen angezogen und fliessen als Ionenstrom zur Elektrode. Diese umgibt sich mit einer Schicht, die im wesentlichen nur positive Ionen enthält. Im Gleichge-



Amplitudencharakteristik bei negativen Elektroden.  
(Argon, Druck  $4 \cdot 10^{-2}$  mm Hg, Frequenz  $310^7/\text{sec.}$ )

wichtszustände neutralisieren diese die negative Ladung der Elektroden so, dass an der Grenze zwischen der positiven Raumladungsschicht und dem Plasma wieder das Potential des übrigen Plasmas erreicht ist. Für den vorliegenden speziellen Fall gewinnen damit die Elektronen die Möglichkeit, im Wechselfelde eine gewisse Pendelbewegung auszuführen, ohne dass sie dabei in ihrer Bewegung durch die Elektroden gestört werden, da sie zuerst die positive Raumladungsschicht durchdringen müssen. Das Resultat dieser Messung ist vollständig entsprechend den Erwartungen ausgefallen. Fig. 9 zeigt den Verlauf der Ampli-

tudenabhängigkeit für verschieden grosse Bremsspannungen der Kondensatorplatten. Die Wirkung des Bremsfeldes ist offensichtlich. Bei einer bestimmten Gegenspannung kann das Wechselfeld so lange gesteigert werden, ohne dass eine Zunahme der Resonanzionendichte eintritt, bis die Elektronen bei der Pendelbewegung die positive Raumladungsschicht durchdrungen haben und schliesslich bei weiterer Steigerung des Wechselfeldes mehr und mehr Elektronen abgefangen werden. Die Grenze der Wechselspannung, bei welcher die ersten Elektronen abgefangen werden, ist in der Amplitudencharakteristik durch einen Knick gekennzeichnet, bei dem die Resonanz-Ionendichte von einem bisher konstanten Werte zu einem langsam wachsenden übergeht. Dieser Knick verschiebt sich mit wachsender Gegenspannung zu immer grösser werdenden Wechselspannungen. In der Figur ist an Stelle der Gegenspannung der Elektrodenstrom aufgetragen, der ein Mass für dieselbe ist.

## 2. Folgerungen.

### a) Erklärung der Amplitudenabhängigkeit bei verschiedenem Drucke.

Nach den vorhergehenden Überlegungen bestätigt dieses Messresultat unmittelbar die Annahme, dass die Ursache der quasi-elastischen Bindung in einem Makrofelde zu suchen ist. Bei Mikrobindung könnte ein Abfangen von Elektronen wohl irgendwelche Störungen verursachen, aber kaum eine Verschiebung der Resonanzfrequenz hervorbringen. Die Verschiedenartigkeit der Amplitudenabhängigkeit ist in dieser allgemeinen Annahme einer Makrobindung jedoch nicht gelöst.

Zum Verständnis des ausgesprochen verschiedenen Amplitudenverlaufes bei veränderlichem Gasdruck muss mitberücksichtigt werden, dass nach den Untersuchungen von LANGMUIR<sup>15)</sup> die Elektronentemperatur mit fallendem Drucke steigt. Bedenkt man ferner, dass gerade die Elektronentemperatur es ist, die die Raumladungs- und Potentialverhältnisse am Plasmarande bestimmt, so wird klar, wie der Gasdruck den Verlauf der Amplitudenabhängigkeit beeinflussen kann. Die Erklärung der Erscheinung ist: Die isoliert angeordneten Kondensatorplatten werden durch die mit grosser kinetischer Energie auf die Platten fliegenden Elektronen negativ aufgeladen. Die Spannungsdifferenz zwischen Elektrode und Plasma beträgt nach von ENGEL und STEENBECK<sup>16)</sup>

$$U_{\text{Elektrode isoliert}} = \frac{kT}{e} \ln \frac{v^-}{v^+}$$

$k$  = Bolzmann'sche Konstante,  $T$  = absolute Temperatur,  $v^-$ ,  $v^+$  = Geschwindigkeit der negativen bzw. der positiven Ladungsträger. Wie bei der negativ geladenen Sonde befindet sich auch hier vor der Elektrode eine positive Raumladungszone. Während aber bei stark negativer Sonde diese Zone fast ausschliesslich positive Ionen enthält, sind hier auch in diesem Raumladungsgebiete immer Elektronen vorhanden und zwar nimmt mit Annäherung an die Elektrode die Anzahl Elektronen, welche zufolge ihrer kinetischen Energie gegen das negative Feld der Elektrode anlaufen können, entsprechend der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung ab, bis sie an der Elektrode einen bestimmten Grenzwert erreicht hat. Danach verkleinert sich für steigende Temperatur sowohl die Dichte als auch die Dichteänderung und damit natürlich auch die Summe aller Elektronen im Raum zwischen der Elektrode und einer Ebene, welche einen Abstand von der Elektrode gleich dem Pendelwege der Elektronen besitzt. Da diese Summe wenigstens qualitativ der Anzahl Elektronen entspricht, die abgefangen werden können und diese die Verkleinerung der Resonanzwellenlänge verursachen, ist es auch verständlich, dass die Amplitudenabhängigkeit mit fallendem Gasdruck (steigende Elektronentemperatur) schwächer wird. Auf Grund dieser Beobachtung ist es möglich, sich von dem Einflusse der Elektronentemperatur der besonders beim Vergleich verschiedener Gase unsicher ist, dadurch frei zu machen, dass man mit sehr kleinen Spannungen am Messkondensator arbeitet. Auf diese Weise erhält man auf einfache Art trotz Variation der übrigen Bestimmungsgrössen vergleichbare Messungen.

*b) Resonanzionendichte in verschiedenen Gasen.*

Die weiteren Versuche befassen sich mit dem Einfluss, den Gasart und Frequenz auf die Resonanzionendichte ausüben. Dabei ist vor allen Dingen zu bemerken, dass zweifellos Verunreinigungen im Entladungsrohr eine sehr wesentliche Rolle spielen. Es ist fast regelmässig beobachtet worden, dass nach Neufüllung des Entladungsgefäßes sich die Resonanzionendichte im Verlaufe einer Stunde bis zu 100% änderte, obwohl alle messbaren Bedingungen der Versuchsanordnung gleich geblieben waren. Die beobachtete Änderung der Resonanzionendichte bestand meistens in einer Vergrösserung derselben. Diese Erscheinung gestaltet einen genauen Vergleich von verschiedenen Gasen illusorisch, da der Einfluss der Verunreinigung nicht leicht quantitativ berücksichtigt werden kann. Aus diesem Grunde lassen sich aus den

Versuchen, welche Aufschluss geben sollen über den Einfluss der Gasart, nur sehr unbestimmte Aussagen machen. Verglichen wurden die drei Gase: Wasserstoff, Argon und Quecksilber, bei einem Druck von  $4,5 \cdot 10^{-2}$  mm Hg und einer Frequenz von  $2,8 \cdot 10^7$  1/sec. Das Resultat zeigt, dass der Unterschied der Resonanzionendichte trotz der stark verschiedenen Atomgewichte innerhalb der Differenzen liegt, die man auch bei ein und demselben Gase erhalten kann. Es ergab sich folgende Resonanzionendichte für die drei Gase:

$$\begin{aligned} \text{Wasserstoff } N &= 9,5 \cdot 10^7 \text{ Ionen/cm}^3 \\ \text{Argon } N &= 6,7 \cdot 10^7 \text{ " } \\ \text{Quecksilber } N &= 2,9 \cdot 10^7 \text{ " } \end{aligned}$$

Daraus kann allerdings nur mit Vorbehalten der Schluss gezogen werden, dass die Resonanzfrequenz kaum wesentlich abhängig von der Art des Gases sei (vgl. auch Kap. III<sub>3</sub>).

*c) Frequenzabhängigkeit der Resonanzionendichte.*

Wiederum etwas zuverlässiger ist die Messung der Frequenzabhängigkeit der Resonanzionendichte. Wenn man nämlich darauf achtet, dass während der Zeit einer Messreihe die Resonanzlage für eine bestimmte Frequenz konstant bleibt, so kann man annehmen, der Einfluss der Verunreinigungen sei so weit eliminiert, dass er wenigstens den Verlauf der Frequenzabhängigkeitsskurve nicht stört. Die Messung führt zu dem Ergebnis, dass die Resonanzfrequenz genau quadratisch mit der Ionendichte steigt, wie es die Langmuir'sche Beziehung

$$\omega^2 = \frac{4 \pi N e^2}{m}$$

verlangt.

Ein Vergleich der absoluten Grössen der mit der Sonde gemessenen und der nach obiger Formel berechneten Ionendichte zeigt, dass die gemessenen Werte unter allen Umständen grösser sind als die gerechneten, d. h. die auftretenden Plasma-Resonanzfrequenzen sind langsamer als nach der Langmuir'schen Formel unter Zugrundelegung eines mit Sondemessungen bestimmten  $N$  zu erwarten wäre. Der Unterschied entspricht einem Faktor 2 bis 6. Die eigentümliche Tatsache, dass dieser Unterschied immer eindeutig in der gleichen Richtung liegt, lässt mit grosser Wahrscheinlichkeit vermuten, dass es sich hier nicht bloss um eine Streuung der Messwerte handeln kann, sondern der Grund der Abweichung ein systematischer sein muss. Sei es, dass er in der

Messung der Ionendichte liegt, was nicht ohne weiteres angenommen werden kann, oder aber dass es unzulässig ist, die obige einfache Formel der Plasmaschwingungen auf den vorliegenden experimentellen Fall anzuwenden. Wenn dem so ist, muss eine eingehende theoretische Betrachtung des Problems auch die Lösung dieser Unregelmässigkeit enthalten.

### III. Theoretische Betrachtungen.

#### 1. Forderungen des Experimentes.

##### a) Kondensator mit homogenem Plasma.

Das experimentelle Ergebnis der vorliegenden Arbeit besteht in der Feststellung einer wirklichen Resonanzdispersion, d. h. die Ladungsträger des Dielektrikums besitzen eine bestimmte Eigenfrequenz. Ferner ist nachgewiesen, dass die quasi-elastische Bindung der schwingenden Ladungsträger im Makrofelde zu suchen ist. Damit sind die Bedingungen, welchen das Feld  $\mathfrak{E}_1$  im Innern des Plasmas zu genügen hat, eindeutig bestimmt. Dasselbe muss eine Komponente besitzen, welche von der Verlagerung  $\xi$  der Träger abhängig ist, und zwar mit wachsendem  $\xi$  zunimmt und solche Richtung besitzt, dass sie die Verlagerung zu verkleinern sucht, mit andern Worten dem Ansatz genügt

$$\mathfrak{E}_1 = -\text{Konstante} \cdot \xi. \quad (21)$$

Damit ergibt sich der entsprechende Anteil der Kraft  $K$  auf ein Elektron zu

$$K = e \cdot \mathfrak{E}_1 = -\text{Konstante} \cdot \xi e. \quad (22)$$

Überprüft man nun unsere Versuchsanordnung im Hinblick auf diese Forderung, so ist leicht einzusehen, dass letztere unter der Annahme konstanter Ionendichte nicht zu erfüllen ist. Das Bestimmende beim Plattenkondensator ist die von aussen aufgedrückte Spannungsdifferenz  $V$  der Platten. Bei gleichmässiger Verteilung des Ionenplasmas im Kondensatorzwischenraum errechnet sich die innere Feldstärke zu  $\mathfrak{E}_1 = V/d$ , wobei  $d$  der Abstand der Kondensatorplatten ist. Es kann somit keine Eigenschwingung zustande kommen.

##### b) Freies homogenes Plasma.

Dagegen führt ein Vergleich mit der Anordnung, wie sie zur Erklärung der Plasmaschwingungen z. B. von LANGMUIR und TONKS herangezogen wird, auf einen wesentlichen Unterschied.

Hier wird einfach ein begrenztes Volumen angenommen, das mit Ionenplasma erfüllt ist. Befindet sich dieses in einem homogenen elektrischen Felde von der Feldstärke  $\mathfrak{E}_0$ , so wandern die positiven und negativen Ladungsträger nach entgegengesetzten Richtungen, so dass sich an den Endflächen des Volumens freie Ladungen bilden, die ihrerseits ein Feld von der Grösse

$$\mathfrak{E} = 4 \pi N e \xi$$

und entgegengesetzter Richtung erzeugen. Das resultierende Feld im Innern des Plasmas ist somit  $\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{E}_0 - 4 \pi N e \xi$  und weist die verlangte Abhängigkeit von der Verlagerung  $\xi$  der Ladungsträger auf.  $4 \pi N e^2$  ist die elastische Konstante. Daraus folgt unmittelbar, durch Lösung der Bewegungsgleichung, die Eigenfrequenz  $\omega_0$  der Ladungsträger mit der Masse  $m$  und der Ladung  $e$  zu:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4 \pi N e^2}{m}}.$$

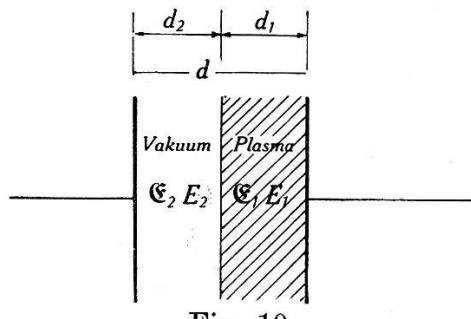


Fig. 10.

### c) Geschichtetes Plasma.

Zusammenfassend führt die Anwendung dieser Betrachtungen auf unsren experimentellen Fall zum Schlusse, dass die Annahme einer homogenen Verteilung der Ionendichte im Plasma nicht richtig sein kann. Um die Möglichkeit einer Eigenschwingung zu gewährleisten, ist man gezwungen, die Konzentration im Innern des Kondensators ungleichmässig verteilt anzunehmen. Dies entspricht auch einer bekannten Tatsache, dass die Ionenkonzentration im Innern der Entladung grösser ist als in der Nähe der Gefässwand.

Um die Verhältnisse bei ungleichmässig verteilter Ionenkonzentration verfolgen zu können, soll der einfachste Fall eines Mediums bestehend aus zwei parallelen Schichten untersucht werden, von denen die eine erfüllt ist von Plasma mit  $N$  Ionen pro  $\text{cm}^3$  und in der andern vollkommenes Vakuum herrscht. (Fig. 10.) Eine einfache Betrachtung der inneren Feldstärken

und der damit verknüpften Elektronenbewegung zeigt, dass die Elektronen im geschichteten Medium tatsächlich eine Pendelbewegung ausführen. Gegeben ist in diesem Falle die Spannungsdifferenz der Elektroden  $V$ . Diese muss gleich sein der Summe der Spannungen für die beiden Schichten:

$$V = \mathfrak{E}_1 d_1 + \mathfrak{E}_2 d_2 \quad (22)$$

Ist  $\mathfrak{D}$  die dielektrische Verschiebung, die durch den ganzen Kondensator konstant ist, so ist  $\mathfrak{E}_2 = 4\pi\sigma = \mathfrak{D}$  und

$$\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{D} - 4\pi Ne\xi = \mathfrak{E}_2 - 4\pi Ne\xi. \quad (23)$$

Eliminiert man aus den beiden Gleichungen (22) und (23)  $\mathfrak{E}_2$ , so erhält man:

$$\mathfrak{E}_1 = V/d - 4\pi Ne\xi d_2/d \quad (24)$$

oder wenn man für  $V/d = \mathfrak{E}_0$  setzt:

$$\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{E}_0 - 4\pi Ne\xi d_2/d. \quad (25)$$

Damit ist alles wesentliche gegeben. Der geschichtete Plattenkondensator bildet, wie zu erwarten war, ein Zwischenglied zwischen der oben erwähnten Annahme von LANGMUIR und TONKS, bei der die Platten gewissermassen unendlich weit auseinander liegen und damit  $d_2/d = 1$  wird, und dem vollständig mit Plasma erfüllten Kondensator, wo  $d_2/d = 0$  wird und somit keine quasi elastische Bindung mehr auftreten kann. Im geschichteten Kondensator ist die quasi elastische Konstante  $4\pi Ne^2 d_2/d$ , woraus sich unmittelbar die Resonanzfrequenz  $\omega_0$  zu

$$\sqrt{\frac{4\pi Ne^2}{m} \frac{d_2}{d}}$$

berechnen lässt.

## 2. Physikalische Deutung der Plasmaresonanz durch Schichtung.

### a) Dielektrizitätskonstante des geschichteten Plasmas.

Eine genauere Betrachtung des Verlaufes der resultierenden Dielektrizitätskonstante des ganzen Kondensators gibt Aufschluss über die physikalischen Vorgänge der gesamten Erscheinung. Die Kapazität und damit auch die Dielektrizitätskonstante des Kondensators mit geschichtetem Medium berechnet sich aus:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma F}{\mathfrak{E}_0 d} \quad \text{oder da} \quad C_0 = \frac{F}{4\pi d}$$

ist auch

$$C = C_0 \frac{4\pi\sigma}{\mathfrak{E}_0} = C_0 \frac{\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{E}_0} = C_0 \varepsilon \quad (26)$$

worin  $\varepsilon$  die gesuchte resultierende Dielektrizitätskonstante bedeutet. Durch Eliminieren von  $\mathfrak{E}_1$  aus den Gleichungen (22) und (23) erhält man für  $\mathfrak{E}_2$ :

$$\mathfrak{E}_2 = \mathfrak{E}_0 + 4 \pi N e \xi d_1 / d \quad (27)$$

und damit wird

$$\varepsilon = 1 + \frac{4 \pi N e \xi}{\mathfrak{E}_0} \frac{d_1}{d}. \quad (28)$$

Die Ablenkung der Elektronen  $\xi$  aus ihrer mittleren Ruhelage muss aus der Bewegungsgleichung berechnet werden. Die Kräfte denen die Elektronen unterliegen, sind gleich der Ladung  $e$  mal der Feldstärke  $\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{E}_0 - 4 \pi N e \xi d_2 / d$ . Da die am Kondensator angelegte Spannung  $V$  in unserem Fall eine reine Sinusspannung mit der Kreisfrequenz  $\omega$  ist, ist  $\mathfrak{E}_0$  zu ersetzen durch  $\mathfrak{E}_0 \sin \omega t$ . Damit schreibt sich die Bewegungsgleichung des Elektrons

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = e \left( \mathfrak{E}_0 \sin \omega t - 4 \pi N e \xi \frac{d_2}{d} \right).$$

Dies ist nichts anderes als die bekannte Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung eines fremd erregten und quasi-elastisch gebundenen Elektrons. Ihre Lösung lautet

$$\xi = \frac{e \mathfrak{E}_0}{4 \pi N e^2 \frac{d_2}{d} - m \omega^2} \sin \omega t. \quad (29)$$

Setzt man die so gefundene Ablenkung des Elektrons in die Gleichung für die Dielektrizitätskonstante ein, so wird:

$$\varepsilon = 1 + \frac{4 \pi N e^2 \frac{d_1}{d}}{4 \pi N e^2 \frac{d_2}{d} - m \omega^2}. \quad (30)$$

Aus der Formel für den Ausschlag  $\xi$  der Elektronenpendelung ist mit aller Deutlichkeit ersichtlich, dass man es hier mit einer Resonanzerscheinung im eigentlichen Sinne des Wortes zu tun hat. Die Elektronenwege werden in der Resonanzlage bei

$$\omega = \sqrt{\frac{4 \pi N e^2}{m} \frac{d^2}{d}}$$

unendlich, da in der Ableitung die Dämpfung vernachlässigt wurde. Der Energieaustausch findet in unserem Falle, nicht wie bei einem rein elektrischen Schwingungskreise zwischen elektrischer

und magnetischer Energie statt, sondern wir haben hier eine mechanisch-elektrische Energiependelung vor uns. Der magnetische Energiespeicher ist hier ersetzt durch die kinetische Energie der bewegten Elektronen und die elektrische Energie ist in dem Zusatzfelde enthalten, das die aus ihrer neutralen Lage um den Betrag  $\xi$  verschobenen Elektronenladungen erzeugen. Mit anderen Worten: da die positiven Ionen im Plasma als ruhend angesehen werden können, erfahren die im positiven oder negativen Sinn von der Trennungsfläche weg bewegten Elektronen eine quasielastische Kraft, welche bestrebt ist, sie gegen die Trennungsfläche, d. h. zu ihrer stabilen Ruhelage zurückzuführen. Dem entspricht eine potentielle Bindungsenergie. Das Vorhandensein eines Unterschiedes in der Verteilung der Ionendichte und damit einer Schichtung, ist also eine grundlegende physikalische Voraussetzung für die Möglichkeit des Schwingungsmechanismus. Nur auf solche Weise kann im Innern des Ionenplasmas die beträchtliche Blindenenergie in der Gegend der Resonanz aufgespeichert werden. Dabei können die Felder von  $\mathfrak{E}_1$  und  $\mathfrak{E}_2$ , wie die Formeln zeigen

$$\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{E}_0 + 4 \pi N e \xi \frac{d_2}{d} \quad \mathfrak{E}_2 = \mathfrak{E}_0 - 4 \pi N e \xi \frac{d_2}{d}$$

für grosse  $\xi$  sogar entgegengesetzte Richtung erhalten. Obwohl die Integration der Feldstärken durch den Kondensator hindurch immer die aufgedrückte Spannung  $V$  ergibt, so ist es dennoch möglich, dass im Innern sehr beträchtliche Spannungsdifferenzen herrschen und somit auch die in den Feldern enthaltenen Energiebeträge theoretisch beliebige Werte annehmen können.

### b) Elektrisches Ersatzschema.

Das elektrische Ersatzschema eines solchen Kondensators lässt sich sehr leicht aufstellen, wenn man statt mit  $\epsilon$  mit der wirklichen Kapazität oder besser mit der Admittanz  $\omega C$  der ganzen Anordnung rechnet.

$$\omega C = \epsilon C_0 \cdot \omega.$$

Wenn man für  $\epsilon$  den entsprechenden obigen Wert einsetzt, so ergibt sich

$$\omega C = \omega C_0 + \frac{1}{\frac{1}{\omega C_0 \frac{d_1}{d_2}} - \omega \frac{m}{4 \pi N e^2 C_0 \frac{d_1}{d}}} \quad (31)$$

In dieser Form ist die Analogie mit einem gewöhnlichen elektri-

schen Schwingungskreise leicht zu erkennen. Ersetzt man  $C_0 d_1/d_2$  durch  $C_e$  und

$$\frac{m}{4 \pi N e^2 C_0 \frac{d_1}{d}}$$

durch  $L_e$ , so erhält man

$$\omega C = \omega C_0 - \frac{1}{\omega L_e - \frac{1}{\omega C_e}}. \quad (31a)$$

Dies ist genau die Admittanz eines Serienkreises mit der Induktivität  $L_e$  und der Kapazität  $C_e$ , dem noch eine Kapazität  $C_0$  parallel geschaltet ist. Fig. 11 stellt damit das elektrische Ersatzschema des Plasmakondensators dar.  $L_e$  und  $C_e$  sind die zwei Glieder, die zusammen das Plasma ersetzen und  $C_0$  ist die Kapazität des Messkondensators ohne Plasma.

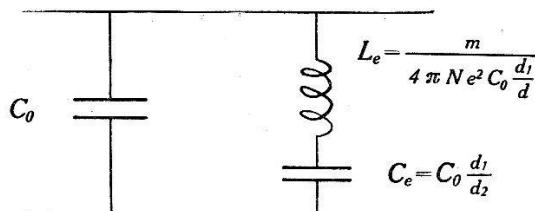


Fig. 11.

Entsprechend ihren Elementen besitzt diese Anordnung zwei Resonanzstellen. Einmal ist es möglich, dass der Serienkreis bestehend aus  $L_e$  und  $C_e$  in seiner Eigenschwingung erregt wird und  $C_0$  Belastungskapazität ist. Die Resonanzfrequenz des Kreises liegt an der Stelle, wo  $\omega L_e - 1/\omega C_e = 0$  ist. Daraus berechnet sich dieselbe zu

$$\omega_{01}^2 = \frac{4 \pi N e^2}{m} \frac{d_2}{d}. \quad (32)$$

Sie fällt begreiflicherweise zusammen mit der Frequenz, bei der die schon an früherer Stelle berechnete Schwingungsamplitude des Elektrons maximal ist. Zweitens ist es aber auch möglich, dass die Parallelkapazität  $C_0$  mit dem Serienkreis in Resonanz kommt, sofern er induktiv ist. Dies ist eine Parallelresonanz für die im Resonanzfall der Strom zu Null wird. Da  $\omega C$  der Stromvektor ist, kann die zweite Resonanzstelle dadurch berechnet werden, dass der Wert für in Gleichung (31a) gleich Null gesetzt wird. Damit wird diese Gleichung

$$\omega C_0 \left( \omega L_e - \frac{1}{\omega C_e} \right) - 1 = 0.$$

Durch Auflösen nach  $\omega^2$  erhält man  $\omega_{0_2}^2 = (1 + C_e/C_0) \omega_0^2$ , oder wenn man für  $\omega_{0_1}^2$  den Wert

$$\frac{4\pi Ne^2}{m} \frac{d_2}{d}$$

und für  $C_e$  den Wert  $C_0 d_1/d_2$  eingesetzt wird

$$\omega_{0_2}^2 = \frac{4\pi Ne^2}{m} . \quad (33)$$

c) *Theoretische Dispersionskurve.*

Der Verlauf der aus Gleichung (31) bzw. (31a) sich ergebenden Dispersionskurve ist folgender. Für  $N=0$  wird der Nenner in der Gleichung für  $\omega C$  unendlich und  $\omega C = \omega C_0$ . Das entspricht der Kapazität des Messkondensators ohne Plasma. Entsprechend der Parallelresonanzstelle wird für

$$N_{0_2} = \frac{m \omega^2}{4\pi e^2}$$

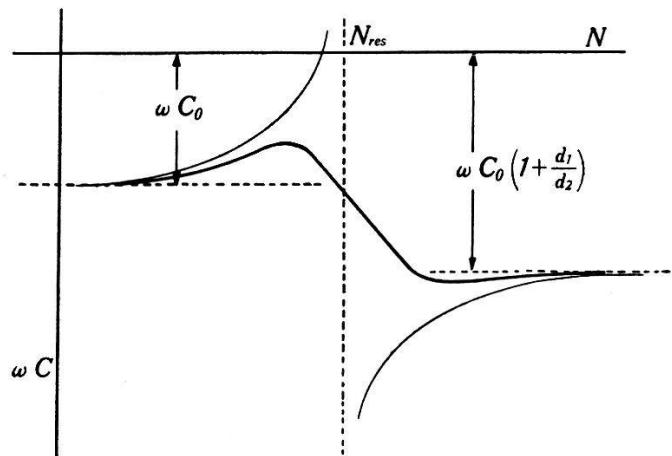


Fig. 12.

der Wert von  $\omega C = 0$ . Für weiter wachsendes  $N$  wird  $\omega C$  negativ und wächst mit  $N$ , bis es bei Annäherung an die zweite Resonanzstelle für

$$N_{0_1} = \frac{m \omega^2}{4\pi e^2} \frac{d}{d_2}$$

negativ unendlich wird. Dort findet nun ein Sprung auf einen positiv unendlichen Wert statt und weiterhin strebt die Admittanz schliesslich für eine unendlich grosse Ionendichte asymptotisch dem Grenzwert  $\omega C = \omega C_0 + \omega C_0 d_1/d_2$  zu. Fig. 12 zeigt die so gerechnete Dispersionskurve. Unter Berücksichtigung der Dämp-

fung, welche ihren Grund zum Teil darin hat, dass die Elektronen sich nicht vollständig frei bewegen können, sondern auf ihrer Bahn auf Gasmoleküle und die äusseren Begrenzungen aufstossen können, gelangt man zu einer Dispersionskurve, die abgesehen von dem Verschwinden der Unendlichkeitsstellen einen durchaus ähnlichen Verlauf wie die soeben beschriebene zeigt. In Fig. 12 ist auch diese zweite Dispersionskurve eingezeichnet.

### 3. Vergleich mit den Messungen.

#### a) Dispersionskurve.

Ein Vergleich mit den in Fig. 5a dargestellten Messungen zeigt nun eine nahezu vollkommene Übereinstimmung der Messung mit dem Ergebnis der theoretischen Überlegungen. Bei grossen Ionendichten ist eine Abweichung der beiden Kurven vorhanden, indem die Theorie verlangt, dass die Admittanz assymp-totisch auf einen bestimmten Grenzwert zulaufe, während das Experiment das Bestreben zu einer kontinuierlichen Vergrösserung der Kapazität mit zunehmender Ionendichte zeigt. Diese Unstimmigkeit lässt sich jedoch leicht lösen, wenn man bedenkt, dass die Rechnung die Voraussetzung zur Grundlage hat, dass ein bestimmter Teil des Kondensators frei von Plasma sei. Es ist nun aber sehr wahrscheinlich, dass die Veränderung der Ionendichte eine Störung im Aufbau der Entladung hervorbringt und damit auch die Verteilung des Plasmas im Kondensator geändert wird. Aus dem Experiment geht nun hervor, dass bei grossen Ionendichten der die Plasmaverteilung beschreibende Faktor  $d_2/d$  grösser wird, d. h. dass mit zunehmender Ionendichte mehr und mehr auch der gesamte Raum des Kondensators homogen mit Plasma erfüllt wird.

#### b) Frequenzabhängigkeit.

Auch die übrigen Versuchsresultate stimmen mit dieser Anschauung überein. Die Theorie verlangt entsprechend der Gleichung

$$\omega = \sqrt{\frac{4\pi Ne^2}{m} \frac{d_2}{d}} = \text{Konstante } \sqrt{N}$$

einen quadratischen Anstieg der Resonanzfrequenz mit zunehmender Ionendichte, was mit der Beobachtung übereinstimmt.

#### c) Einfluss des Gases.

Ferner ist in der Formel keine Aussage über die Natur des Gases gemacht, woraus hervorgeht, dass die Erscheinung unab-

hängig von der besonderen Art des Gases sein müsse. Auch diese Behauptung deckt sich mit den schon früher mitgeteilten Beobachtungen. Allerdings ist dabei zu berücksichtigen, dass diese Behauptung nur in erster Annäherung richtig ist, da in der Ableitung der Formel für die Kapazität des Plasmakondensators nur der Anteil der Elektronen berücksichtigt ist und demnach das Resultat auch nur so lange Gültigkeit besitzt, als die Ionenbewegung im Vergleich zur Pendelbewegung der Elektronen vernachlässigt werden kann.

*d) Einfluss der Entladungsform.*

Auch der oft beobachtete besonders starke Einfluss der Verunreinigungen ist nun erklärlich. Wie aus der Ableitung hervorgeht und im Schlussresultat ersichtlich ist, ist das Verhältnis der Ausdehnung der beiden Schichten wesentlich mitbestimmend für die Resonanzfrequenz. Dieser Faktor  $d_2/d$  ist durch die Art der Plasmaverteilung gegeben, d.h. soviel, als dass die geometrischen Verhältnisse im Aufbau der Gasentladung die Resonanzfrequenz beeinflussen. Dass aber Ausdehnung und Form der positiven Säule eines Niedervoltbogens von Verunreinigungen abhängig sein können, ist ohne weiteres zuzugeben. Aus demselben Grunde sind auch Vergleiche von Messungen, welche bei verschiedenen Gasen ausgeführt werden nur mit äussersten Vorbehalten zulässig. Ja, sogar bei ein und demselben Gase ist es möglich, dass, wie schon früher erwähnt, mit der Änderung der Ionendichte die Art der Plasmaverteilung sich verschieben kann.

**4. Allgemeines Schema der Dispersionsformel.**

Die im obigen eingeschlagene eingehende Betrachtungsweise die auf Grund der Berechnung von innerer Feldstärke und Elektronenweg die Gesamtwirkung des Plasmas im Messkondensator herleitet, ist vor allen Dingen geeignet, das physikalische Geschehen des Vorganges in seinen Einzelheiten anschaulich zu erklären. Selbstverständlich ist es aber auch möglich, mehr formal, dafür aber direkter, zu dem gleichen Resultate zu gelangen, wenn man die beiden Schichten für sich als seriegeschaltete Einzelkapazitäten auffasst mit den Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_2 = 1$  und  $\epsilon_1 = 1 - \omega_0^2/\omega^2$ . Der letztere Ausdruck entspricht der bekannten Formel von ECCLES (Gl. 1). Für die gesamte Kapazität folgt dann:

$$C = \frac{F}{4 \pi \left( \frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} \right)} = C_0 \frac{d}{\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2}}. \quad (34)$$

Die resultierenden Dielektrizitätskonstante des ganzen Kondensators beträgt also:

$$\varepsilon = \frac{d}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}} \quad (35)$$

bzw. unter Einsetzung obiger Werte für  $E_1$  und  $E_2$

$$\varepsilon = \frac{d}{d_2 + \frac{d_1}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}} = 1 + \frac{\omega_0^2 d_1}{\omega_0^2 d_2 - \omega^2 d} \quad (36)$$

und da

$$\omega_0^2 = \frac{4 \pi N e^2}{m}$$

ist, erhält man schliesslich:

$$\varepsilon = 1 + \frac{4 \pi N e^2 \frac{d_1}{d}}{4 \pi N e^2 \frac{d_2}{d} - m \omega^2} \quad (37)$$

Dieses Resultat entspricht genau dem früheren Werte, der nach der ausführlichen Rechnung gefunden wurde. Im Falle einer komplizierteren Plasmaverteilung z. B. einer kontinuierlich veränderlichen Ionendichte ist die einzelne Schicht als unendlich dünn anzusehen und die resultierende Dielektrizitätskonstante durch Integration über alle Elementarschichten zu finden. Dies führt zu dem Ausdrucke:

$$\varepsilon_{\text{res}} = \frac{d}{\int_0^d \frac{dx}{\varepsilon x}} = \frac{d}{\int_0^d \frac{dx}{1 - \frac{\omega_{N_x}^2}{\omega^2}}}$$

worin

$$\omega_{N_x} = \frac{4 \pi N_x e^2}{m}$$

eine Funktion von  $x$  ist, wenn  $x$  die Koordinate in Richtung des Feldes und  $N_x$  die Ionendichte an der Stelle  $x$  bedeutet. Die Dielektrizitätskonstante eines geschichteten Ionenplasmas kann also in Abhängigkeit von der Frequenz jeden beliebigen positiven oder negativen Wert annehmen.

### 5. Anwendung auf Dispersion mit Dämpfung.

Bei Berücksichtigung der Dämpfung ist die Dielektrizitätskonstante des ionisierten Gases komplex anzusetzen, also:

$$\varepsilon_1 = p + js \quad (39)$$

wobei nach SZÉKELY<sup>12)</sup> für den Fall einer Verweilzeit  $T$  der Elektronen im Wechselfelde, die gross ist im Vergleiche mit der Periodendauer des Wechselfeldes gilt:

$$s = \frac{Ne^2}{m\omega^2} \frac{1}{T} = \frac{\omega_0^2}{4\pi\omega_x T} \quad (40)$$

$$p = 1 - \frac{4\pi Ne^2}{m\omega^2} = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}. \quad (41)$$

Bei bekannter Ionendichte und Inhomogenität der Gasentladung müsste sich an Hand dieser Ausdrücke die reelle und imaginäre Komponente der resultierenden Dielektrizitätskonstante voraus berechnen lassen, und ein Vergleich dieser Werte mit den experimentell ermittelten Beträgen müsste einen Schluss zulassen über die Richtigkeit der für die Dämpfung bzw. die obige Komponente  $s$  aufgestellten Formel. Da dieser Vergleich aber nicht nur wegen der mangelnden Kenntnis der Inhomogenität unsicher ist, sondern sich auch wegen der Kompliziertheit der mathematischen Ausdrücke ganz unübersichtlich gestaltet, sei hiervon abgesehen.

## IV. Anwendungen.

### 1. Betrachtungen über die Wellenausbreitung in der Ionosphäre.

Verschiedene Forscher haben versucht, die Plasmaresonanzerscheinungen für die Erklärung der besonderen Erscheinungen bei der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in der Ionosphäre heranzuziehen<sup>1) 2) 19) 22)</sup>.

Die Plasmaresonanz ist nun aber ein ausgesprochener Inhomogenitätseffekt, wobei die Inhomogenität in der Richtung der elektrischen Feldstärke erfolgen muss und bei einem Wellenphänomen sich über Gebiete erstrecken muss, welche die Abmessungen einer Wellenlänge nicht übersteigen. Es ist sehr schwer, wenn nicht ausgeschlossen, sich eine entsprechende Struktur der Ionosphäre vorzustellen, welche ein einigermassen einheitliches Reflexionsphänomen zustande bringt. Da anderseits die Brechungsverhältnisse der Radiowellen und insbesondere ihre Total-

reflexion und die Langzeit-Echos durch die Annahme horizontaler Schichtungen wohl hinreichend erklärt werden können 23, 24, 25, sehen wir keine Veranlassung an der Annahme bestimmter Resonanzerscheinungen in der Ionosphäre und deren Einfluss auf die Ausbreitung der Radiowellen festzuhalten. Im Gegenteil: die Resonanzdispersion im Ionenplasma erweist sich, wie das Experiment uns einwandfrei zu zeigen scheint, als ausgesprochener „Gefässeffekt“, herrührend von der Abnahme der Ionendichte am Rande räumlich begrenzter Gasentladungen. Sie ist daher im besonderen bedeutungsvoll bei den Erscheinungen der Entladungen in technischen Apparaten wie Edelgas- und Metalldampfgleichrichtern, Metalldampflampen usw., nicht aber in der sehr ausgedehnten Ionosphäre.

## 2. Selbsterregung der Plasmaschwingungen.

Dass in abgeschlossenen Entladungsgefäßen eine Selbsterregung der Plasmaschwingungen eintreten kann, scheint durchaus möglich, wenn man erwägt, dass eine Energielieferung an die Schwingungen vermöge fallender Charakteristiken gerade in Gasentladungen besonders leicht vorstellbar ist. Die Einzelheiten wären natürlich von Fall zu Fall zu untersuchen, aber die Annahme scheint uns durchaus begründet, dass die von LANGMUIR und TONKS<sup>3)</sup> und <sup>4)</sup> untersuchten Plasmaschwingungen nichts anderes sind, als die selbsterregten, zuerst von GUTTON beobachteten Eigenschwingungen des inhomogenen Ionenplasmas.

## Zusammenfassung.

Aus vorhergehenden Ausführungen ergibt sich somit folgendes:

1. Die von verschiedenen Autoren beobachtete Resonanzdispersion von ionisierten Gasen ist eine eigentliche Elektronenresonanz.
2. Meine Versuche über die Amplitudenabhängigkeit der Resonanzionendichte zeigen eindeutig, dass die quasielastische Bindung der Elektronen eine Makrobindung ist im Sinne der von LANGMUIR entwickelten Ansichten über Plasmaschwingungen.
3. Die oberwähnten Erscheinungen lassen sich nur erklären bei inhomogener Verteilung der Ionendichte längs dem elektrischen Feldvektor. Unter dieser Annahme ist eine erschöpfende Deutung der Erscheinungen der Resonanzdispersion möglich.

Die Voraussetzung der inhomogenen Verteilung der Ionen-dichte trifft bei Gasentladungen zu, ist aber nicht erfüllt in der Ionosphäre. Die behandelte Resonanzdispersion kann somit nicht herangezogen werden für die Erklärung der Reflexion elektromagnetischer Wellen in der Ionosphäre.

Für wertvolle Winke und Ratschläge schulde ich Herrn Professor Dr. F. TANK meinen aufrichtigen Dank. Ganz besonders bleibe ich ihm für die stets wohlwollende und tatkräftige Bereitschaft dauernd verpflichtet.

### Literatur.

- 1) H. GUTTON, Annales de Physique **13**, 62, 1930.
- 2) C. GUTTON, Annales de Physique **14**, 5, 1930.
- 3) L. TONKS, Phys. Rew. **37**, 1458, 1931.
- 4) L. TONKS, Phys. Rew. **38**, 1219, 1931.
- 5) O. BETZ, Annalen der Physik **15**, 321, 1932.
- 6) H. KLUMB, Physikalische Zeitschrift **33**, 445, 1932.
- 7) B. VAN DER POL, Diss. Utrecht 1920.
- 8) E. V. APPELTON und E. C. CHILDS, Phil. Mag. **10**, 969, 1930.
- 9) BERGMANN und DÜRING, Physik. Zeitschrift **30**, 206, 1929.
- 10) A. SZEKELY, Annalen der Physik **3**, 112, 1929.
- 11) T. V. JONESCU und C. MIHUL, Compt. rend. **192**, 343, 1931.
- 12) A. SZEKELY, Annalen der Physik **20**, 279, 1934.
- 13) E. GERBER, Annalen der Physik **20**, 529, 1934.
- 14) L. TONKS und J. LANGMUIR, Phys. Rev. **33**, 195, 1929.
- 15) J. LANGMUIR, Zeitschrift für Physik **46**, 271, 1928.
- 16) ENGEL und STEENBECK, Elektrische Gasentladungen II, Seite 29.
- 17) M. DICK, Diss. E.T.H. E.N.T. **13**, Sonderheft Seite 6, 1936.
- 18) WALLOT, Theorie der Schwachstromtechnik Seite 157.
- 19) H. GUTTON, Compt. Rend. **188**, 385, 1929.
- 20) M. C. GUTTON, Onde électrique **12**, Nr. 134, S. 61, 1933.
- 21) M. C. GUTTON, Onde électrique **13**, Nr. 156, S. 485, 1934.
- 22) Union Radioscientifique internat. Bd. IV, Seite 140 und 148.
- 23) FUCHS, Hochfrequenztechnik und Elektroakustik **45**, 111, 1935.
- 24) FUCHS, Hochfrequenztechnik und Elektroakustik **44**, 163, 1934.
- 25) FÖRSTERLING und LASSEN, Hochfrequenztechnik und Elektroakustik **42**, 158, 1933.