Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 9 (1936)
Heft: VIII

Artikel: Theorie der Löschgittersteuerung in Gasentladungen
Autor: Lüdi, F.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-110655

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 18.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Theorie der Löschgittersteuerung in Gasentladungen

von **F. Lüdi.**

(Mitteilung aus dem physikalischen Laboratorium der
A. G. Brown, Boveri & Cie., Baden, Schweiz.)

(18. VII. 36.)

Inhalt: In § 1 wird eine Vorstellung für den Löschvorgang in einer Quecksilberdampf-Gleichstrombogenentladung, welche durch speziell konstruierte „Löschgitter" mittels negativer Spannungen verlustlos unterbrochen werden kann, entwickelt. Die quantitative Durchführung, eine Ausdehnung der SCHOTTKY'schen Theorie der positiven Säule auf den nichtstationären Fall, enthält sowohl die SCHOTTKY'sche Beziehung zwischen Neubildung der Ladungsträger und dem Rohrradius für kleine Weglängen wie auch die TONKS-LANGMUIR'sche Beziehung für grosse Weglängen als Spezialfall. In § 5 wird die Löschzeit berechnet und mit der experimentell bestimmten (10^{-4} sec) grössenordnungsmässig übereinstimmend gefunden. Ferner wird die Beziehung zwischen einzustellender Dampfdichte und Gitterlochdurchmesser aufgestellt und mit dem Experiment verglichen.

Einleitung.

Herrn E. KOBEL ist es vor einiger Zeit gelungen, durch Versuche, die im Physikalischen Laboratorium der A.-G. Brown, Boveri & Cie. gemacht wurden, Gleichströme in Quecksilberdampfentladungen bis zu 100 Ampères und mehr an einer Anode mittels speziell konstruiertem Gitter mit Spannungen (Grössenordnung $\pm$ 100 Volt) in taktmässiger Aufeinanderfolge zu zünden und zu löschen[1]). Die technische Bedeutung dieser Tatsache, welche entgegen früherer Behauptungen in der Literatur realisiert werden konnte, lässt es gerechtfertigt erscheinen, eine weitergehende theoretische Deutung des Löschvorganges zu versuchen. Zwar hat schon KOBEL in seiner Arbeit eine solche zu geben versucht und in der Störung der Quasineutralität durch das negative Gitter das Wesentliche gesehen. Wir wollen diese qualitativen Vorstellungen näher präzisieren und sehen, wie weit sich eine den einzelnen Experimenten angemessene Theorie aufstellen lässt. Bei der Kompliziertheit der Gasentladungsphysik müssen auch hier weitgehende Vereinfachungen in der Problemstellung getroffen werden und es ist daher angebracht, in einem ersten Paragraphen verschiedene Gesichtspunkte zu vergleichen, um dann denjenigen näher zu verfolgen, welcher den Tatsachen am meisten entspricht.

---

[1]) E. KOBEL, Bulletin S. E. V. Jahrgang XXIV, Seite 41, 1933.

§ 1. Problemstellung.

Das Gitter um die Anode ist als topfförmiger Körper gebildet, in dessen Boden die Gitterlöcher gebohrt sind. Sie haben einen Durchmesser von ca. 1 bis 3 mm und sind etwa 10 mm von der Stirnseite der Anode entfernt. Seitlich befinden sich keine Gitterlöcher. Fig. 1. Die naheliegendste Vorstellung zur Erklärung des Löschvorganges wäre nun die, dass bei Anlegen der negativen Gitterspannung bei positiv bleibender Anode durch den positiven Ionenstrom auf das Gitter ein so grosser Dunkelraum entsteht, dass die Löcher „zugemacht" werden und die Verhinderung des weiteren Elektroneneintritts in die Gitterlöcher durch das abstossende Feld, welches ja im Dunkelraum vorhanden ist, zustande

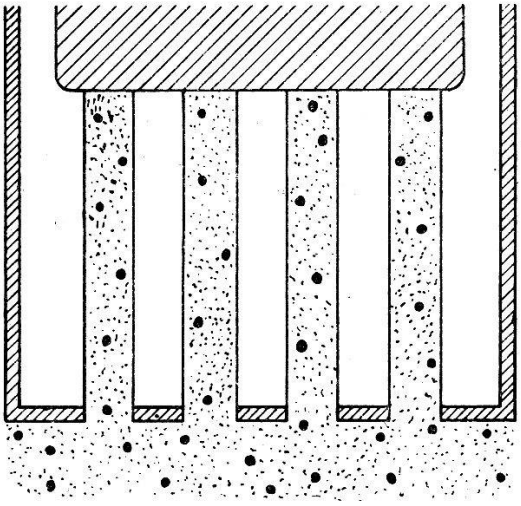

Fig. 1.

kommt. Doch kommt diese Anschauung nicht in Betracht, denn die Dunkelraumdicke macht selbst bei so kleinen Löchern, wie Kobel durch Messungen des positiven Gitterstromes in Funktion der negativen Gitterspannung und Berechnung aus dem Langmuir'schen Raumladegesetz feststellte, nur ca. 10% des Lochdurchmessers aus. Darüber greift aber das elektrische Feld in erster Näherung nicht hinaus. Die eintretende Unstabilität der elektrischen Entladung muss also in erster Linie auf den Verlust an positiven Ionen zurückgeführt werden, wodurch die Quasineutralität gestört wird. Nun könnte man weiter denken, dass das elektrische Feld im ersten Moment beim Anlegen der negativen Spannung an das Gitter noch nicht durch die positive Raumladeschicht abgeschirmt ist und deshalb eine für positive Ionen auf grössere Distanzen anziehende Wirkung hat. Dazu ist jedoch zu bemerken, dass die negative Gitterspannung nicht plötzlich in

ihrem Maximalwert angelegt wird, sondern dass diese meist nach einer Sinuskurve[1]) (50 Per.) allmählich (im Vergleich zur Löschzeit $\sim 10^{-4}$ Sek.) ansteigt und der Dunkelraum schon bei kleinen Spannungen genügend Zeit zur Ausbildung hat, wodurch die negative Spannung dauernd abgeschirmt bleibt. Die plötzlich eintretende Löschung bei einem bestimmten negativen Spannungswert muss also ihre Erklärung in einer anderen Ursache finden. Wollen wir auch noch einen möglichen schwachen Feldeingriff über den Dunkelraum in das Plasma hinein in Betracht ziehen, so wäre doch dieser Effekt schwer abzuschätzen. Die Tatsache, dass es über einer bestimmten Lochgrösse ($\varnothing = 8$ mm) trotz grossen negativen Gitterspannungen (— 300 Volt) und sehr kleiner Hg-Dampfdichte (entsprechend 15° C) nicht mehr möglich ist, den Bogen zu löschen, lässt es als sehr unwahrscheinlich erscheinen, dass das elektrische Feld in einer Stärke über den Dunkelraum hinausgreift, die grösser ist als das in bekannter Weise in jeder Bogenentladung vorhandene radiale Potentialgefälle; ein solches existiert auch in einer Entladung, in der die freie Weglänge gross im Vergleich zum Rohrdurchmesser ist. Die starke Abhängigkeit der Löschfähigkeit vom Lochdurchmesser lässt uns nun vermuten, dass der Löschvorgang im Zusammenhang mit der Ausbildung der Dunkelraumdicke und deren Grösse im Verhältnis zum Lochdurchmesser steht. Zu dieser Vorstellung werden wir geführt durch eine Beobachtung, welche schon in Fig. 1 angedeutet ist. Auf einer Anode, die dauernd während einigen Stunden nur Gleichstrom führte, auf die also nur Elektronen auftrafen, waren nachher bei Zerlegung der Apparatur sehr deutlich die Gitterlöcher nach Lage und Grösse durch Zerstäubung des Anodenmaterials sichtbar abgezeichnet. Das würde also heissen, dass durch das Löschgitter die Entladung vor der Anode in eine grosse Zahl von Kanälen aufgeteilt wird, welche den Bogenstrom führen. Bei den relativ kleinen Dampfdichten, wie sie Kobel als Bedingung für das gute Funktionieren der Steuerung erkannte, ist dies verständlich, da die Elektronen im Raum zwischen Anode und Gitter, den wir den Löschraum nennen wollen, nur wenige Zusammenstösse mit den Gasmolekülen erfahren und daher selten aus ihrer durch das Längsfeld zwischen Anode und Gitter bestimmten Bahn abgelenkt werden. Durch das Gitter wird nun erstens der Löschraum von einer positiven Ionenüberschwemmung aus der Bogenentladung geschützt; die positiven Ionen, die im Löschraum zur Aufrechterhaltung der Quasineutralität und somit des kleinen Bogen-

[1]) Siehe die Oszillogramme in Kobel's Arbeit loc. cit.

abfalls nötig sind, werden von den Elektronen auf ihrem Weg in den Kanälen erzeugt. Infolge des geringen Verhältnisses von Ionengeschwindigkeit zu Elektronengeschwindigkeit braucht es zur Neutralisierung der negativen Raumladung nur eine kleine Neubildung positiver Ionen (grosse Punkte in Fig. 1). Dass kein Überschuss an Ladungsträgern im Löschraum vorhanden ist, zeigt sich schon dadurch, dass der Bogenabfall durch die Löschgitter um ca. 5 Volt erhöht wird. Zweitens wird durch die Aufteilung der Entladung in viele Kanäle die begrenzende Oberfläche des Plasmas stark vergrössert. Unsere Vorstellung geht dann dahin, dass die positiven Ionen durch die „Kanalwände" in den plasmafreien Raum diffundieren, wo sie vom negativen Gitterpotential (welches nicht in das Plasma dringt) auf das Gitter gezogen und dort neutralisiert werden. Was bedeutet unter diesen Umständen das Anlegen eines negativen Gitterpotentials und wodurch ist der sehr bestimmte Wert zur Löschung charakterisiert? Diese Frage lässt uns die Theorie der positiven Säule, wie sie zuerst von SCHOTTKY[1]) und später von TONKS und LANGMUIR[2]) in allgemeiner Form und auf anderer Basis gegeben wurde (dort wird auch der Fall für Weglänge gross gegen Rohrdurchmesser behandelt) beantworten. Danach existiert in der positiven Säule einer Gasentladung stets ein kleines radiales Potentialgefälle, welches die Ladungsträger seitlich an die Rohrwand zieht, wo sie rekombiniert werden. Das Wichtige an dieser Vorstellung ist nun nicht, dass sich dieses Gefälle in Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser so einstellt, dass gerade so viele Ladungsträger nach der Seite hin verschwinden, wie in der Säule gebildet werden, sondern, *dass dieses weitgehend unabhängig vom Rohrdurchmesser ist* und nur durch die Elektronentemperatur bestimmt wird, und dass *die Neubildung* der Ladungsträger vom Rohrdurchmesser abhängig wird, da sich Verlust zu Neubildung wie Oberfläche zu Volumen verhält. Für zylindrische Volumen wächst daher die Oberfläche im Verhältnis zum Volumen mit abnehmendem Radius wie $1/r$. Darin liegt die Erklärung des zunehmenden Längsgradienten (welcher für die Neubildung verantwortlich ist) mit abnehmendem Radius. Wir sehen daraus auch, dass die Elektronentemperatur mit abnehmendem Radius und damit das radiale Potential eher zu- statt abnimmt, da bei steigendem Längsgradienten den Elektronen mehr Energie zugeführt wird. Der Zusammenhang zwischen sekundlicher Neubildung λ, dem Röhrenradius a und der Elek-

[1]) W. SCHOTTKY, Phys. Z. S. 25, Seite 342 und 635, 1924.

[2]) L. TONKS und I. LANGMUIR, Physical Review Vol. 34, S. 876, 1929.

tronentemperatur T_e ist für Weglänge gross gegen Rohrdurchmesser nach TONKS-LANGMUIR gegeben durch:

$$a\lambda = s_0 \, (2\, k\, T_e/m_p)^{1/2} \qquad (1)\,^{1)}$$

(s_0 reine Zahl, Grössenordnung 1, k BOLTZMANN'sche Konstante, m_p Masse des positiven Ions.) Wir fassen jetzt unsere Kanäle einzeln als solche positive Säulen, in denen die freie Weglänge gross ist im Vergleich zum Kanaldurchmesser, auf. Wenn wir annehmen, dass λ nur bis zu einem Grenzwert $\lambda_{\max}$ (begrenzt durch die Zusammenstösse) wachsen kann, so finden wir einen kritischen Radius $a_{\text{kritisch}} = R_0$, bei dem gerade Gleichung (1) noch erfüllt ist. Wenn der Radius noch kleiner wird, so bricht die Entladung, da mehr Ionen abfliessen als neue gebildet werden, in sich zusammen. Die Verkleinerung des Radius des Plasmakanals geschieht durch die Dunkelraumdicke in Abhängigkeit von der negativen Gitterspannung. Auch diese Vorstellung wird durch das Experiment gestützt. Die grosse Abhängigkeit der Dampfdichte vom Lochdurchmesser (grosse Löcher, kleine Dampfdichte) heisst dann

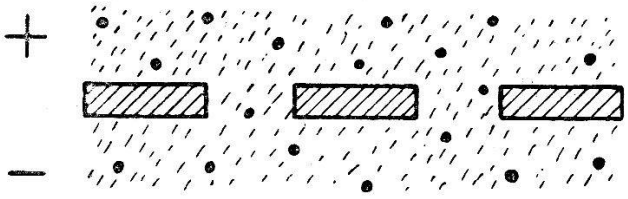

Fig. 2.

nichts anderes, als dass die Einstellung der Dampfdichte ein λ erlaubt, das so nahe dem Grenzwert $\lambda_{\max}$ ist, dass der Kanalradius durch die Dunkelraumdicke auf den kritischen Wert verkleinert werden kann. λ steigt zuerst noch bei Anlegen der negativen Gitterspannung auf den Wert $\lambda_{\max}$, was sich in unveröffentlichten Oszillogrammen durch Erhöhung des Bogenabfalles ausdrückt, der erst beim Löschen plötzlich auf die volle Anodenspannung springt.

Es sei bemerkt, dass das Bild der Kanäle über den Gitterlöchern wesentlich ist. KOBEL konnte zeigen, dass ein Gitter mit demselben Lochdurchmesser und derselben Lochhöhe, welches in die positive Säule weiter weg von der Anode gebracht wurde, sich jedoch über den ganzen Rohrquerschnitt erstreckte, unter keinen Bedingungen imstande war, die Entladung zu löschen. Das ist nach unserer Vorstellung verständlich, denn hier kommen vom Plasma auf der Rückseite des Gitters, wo die Kanäle wieder

[1]) loc. cit. Gleichung 46.

verwischt sind, durch das Längsfeld auch positive Ionen in die Löcher, welche dadurch überschwemmt werden (Fig. 2); es ist so, als wenn in Fig. 1 die Anode einen Überschuss an positiven Ionen in die Kanäle schicken würde. Solange sich Kanäle ausbilden können, spielt ihre Länge, d. h. der Abstand Gitter—Anode, wie aus obigen Überlegungen hervorgeht, praktisch keine Rolle; auch dieser Punkt ist durch das Experiment gestützt.

Wir besprechen nun noch die Wirkungen, die der Entzug von positiven Ionen haben kann. Wir unterscheiden zwei Möglichkeiten:

a) 1. Die positiven Ionen diffundieren in die Räume zwischen den Kanälen und gehen verloren durch Wegziehung an das Gitter.

2. Dadurch kommen weniger Ionen in die Gitterlöcher und „lösen" dort weniger Elektronen aus (Umkehrung des Zündmechanismus nach Klemperer und Steenbeck[1]).

3. Dies tritt ein, wenn die seitliche Wegdiffusion grösser als die Neubildung wird.

4. Es ist dann für die r-te Auslösung

$$n = n_0 (N\gamma)^r \ (1-\alpha)^r \tag{2}$$

d. h. n_0 Elektronen gehen zuerst vom Gitterloch im stationären Zustand pro Sekunde aus; diese erzeugen auf dem Weg zur Anode $n_0 N$ Ionenpaare (N die von einem Elektron auf dem Weg erzeugte Paarzahl), davon geht der Bruchteil α durch seitliche Diffusion verloren, so dass nur noch $n_0 N - \alpha n_0 N$ Ionen an das Gitterloch ankommen, welche insgesamt $n_0 N (1-\alpha) \gamma$ Elektronen auslösen u.s.f. Für das r-te Mal ergibt sich Gleichung (2). γ bedeutet auch hier einen Ausbeutefaktor, der im Gegensatz zum Ausbeutefaktor an der Kathode einer Glimmentladung (nach Seliger) infolge seiner raumladekompensierenden Wirkung $\gg 1$ ist. Es ist $(N\gamma) = 1$, da für den stationären Zustand die von einem Elektron erzeugten Ionen gerade wieder ein Elektron auslösen. Wenn also $\alpha > 0$ wird, so strebt n nach einer genügenden Zahl r von Laufzeiten gegen Null.

b) 1. Gleich wie bei a).

2. Durch Wegdiffusion wird die Quasineutralität gestört, wodurch der Widerstand des Plasmas wächst und deshalb der Strom raumladebegrenzt wird.

3. Gleich wie bei a).

---

[1]) H. Klemperer und M. Steenbeck, Zeitschr. f. techn. Phys. XIV 341, 1933.

Es ist ersichtlich, dass bei beiden Vorstellungen der Verlust an positiven Ionen massgebend ist, gleichgültig wie nachher die Auswirkung verläuft. Die Aufgabe wird es also sein, den zeitlichen Verlauf dieses Abklingvorganges quantitativ zu erfassen. Wir legen die Auffassung b) den weiteren Betrachtungen zugrunde, da sie uns der Aufgabe näher zu kommen scheint, werden aber sehen, dass Punkt 2 noch näher zu präzisieren ist, um dem Problem die lösbare Form zu geben.

§ 2. Aufstellung und Diskussion der Differentialgleichung.

Wir folgen hier der SCHOTTKY'schen Methode, da sie uns in der Handhabung für diese Frage einfacher als die TONKS-LANGMUIR'sche erscheint. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, dass SCHOTTKY seine Theorie für dichte Gase abgeleitet hat, während wir hier eine solche für dünne Gase brauchen; aber wir werden sehen, dass durch eine weitere sinngemässe Interpretation des SCHOTTKY'schen Diffusionskoeffizienten auch der TONKS-LANGMUIR'sche Fall grosser Weglängen in dieser Behandlung enthalten

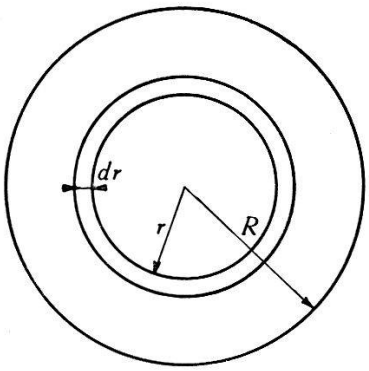

Fig. 3.

ist. Wir betrachten also den Querschnitt eines Plasmakanals Fig. 3 und stellen die Kontinuitätsgleichung auf (das Ganze gilt z. B. für die Kanallänge 1). SCHOTTKY betrachtet den stationären Fall, für welchen gilt

$$\operatorname{div} \mathfrak{R} - N = 0$$

Wir haben den nichtstationären Fall zu betrachten und müssen statt dessen von der allgemeinen Kontinuitätsgleichung ausgehen.

$$-\frac{\partial n_p}{\partial t} = \operatorname{div} \mathfrak{R} - N \tag{3}$$

welche in Zylinderkoordinaten heisst:

$$-\frac{\partial n_p}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial (r\mathfrak{K})}{\partial r} - N. \tag{4}$$

n_p ist die Ionendichte zur Zeit t an der Stelle r (Fig. 3), $\mathfrak{K}$ die radiale Ionenstromdichte und N die pro Sekunde erzeugte Ionendichte. Bevor wir weiter gehen, müssen wir Punkt b) 2 näher diskutieren. Dieser ist nicht so zu verstehen, dass nur die positiven Ionen weggenommen werden, während die Elektronen, welche infolge ihrer grossen Beweglichkeit den Hauptteil des Stromtransportes ausmachen, in ihrer Zahl erhalten bleiben. Das würde infolge der Poisson'schen Gleichung zu Potentialen führen, welche das verfügbare Anodenpotential weit überschreiten; das Anodenpotential φ muss der Poisson'schen Gleichung

$$\Delta \varphi = -4\pi e (n_p - n_e) \tag{5}$$

genügen. Da die Stromdichten in den Kanälen im stationären Fall bis zu 3 A/cm² gehen, muss der Überschuss der Elektronendichte n_e gegen die Ionendichte n_p selbst beim Löschvorgang bis hinab zu Stromdichten von 10^{-4} A verschwindend klein sein[1]), d. h. es kann $n_p = n_e = n$ gesetzt werden. Die Elektronen (und damit der Bogenstrom $I = n_e \cdot e \cdot v$) nehmen also in gleicher Zahl ab, wie die Ionen, was praktisch Erhaltung der Quasineutralität bis zum Ende des Löschvorganges bedeutet. Also: zuerst Störung der Quasineutralität durch den Entzug von positiven Ionen; die Störung kann aber infolge der Poisson'schen Gleichung nur äusserst gering sein, d. h. Erhaltung der Quasineutralität bei gleichzeitiger Elektronenabnahme und damit Verschwinden des Bogenstromes. Nun können wir die Differentialgleichung (4) schreiben, wenn wir auch hier mit Schottky die Neubildung $N = \lambda n$ proportional der Elektronendichte n setzen:

$$-\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial (r\mathfrak{K})}{\partial r} - \lambda n. \tag{6}$$

Damit wir auch hier eine Differentialgleichung in n bekommen, müssen wir versuchen, $\mathfrak{K}$ als Funktion von n zu erhalten. Schottky macht dies, indem er $\mathfrak{K}$ als ambipolaren Diffusionsstrom

$$\mathfrak{K} = -D \cdot \operatorname{grad} n \tag{7}$$

ansetzt, wobei D der effektive oder ambipolare Diffusionskoeffi-

[1]) W. Schottky, loc. cit. Seite 636.

zient bedeutet, der verschieden vom thermischen ist. Wir müssen sehen, ob Gleichung (7) formell auch für grosse Weglängen gilt. Wir gehen deshalb auf die SCHOTTKY'sche Ableitung etwas näher ein. Danach wird der positive Wandstrom $\mathfrak{K}^+$ durch den reinen thermischen Diffusionsstrom $\mathfrak{K}_d^+$ und den elektrischen Feldstrom $\mathfrak{K}_e^+$ ausgedrückt.

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{K}^+ = \mathfrak{K}_d^+ + \mathfrak{K}_e^+ \\ &\text{analog der negative Wandstrom} \\ &\mathfrak{K}^- = \mathfrak{K}_d^- + \mathfrak{K}_e^- \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

die elektrischen Ströme hervorgerufen durch das radiale elektrische Feld verhalten sich wie ihre Beweglichkeiten (mit umgekehrtem Vorzeichen)

$$\mathfrak{K}_e^+/\mathfrak{K}_e^- = -\frac{k^+}{k^-}. \tag{9}$$

Für den unipolaren Wandstrom bei stark negativ aufgeladenen Wänden (entsprechend unserem Fall, wo die „Kanalwände" durch das Gitter negativ aufgeladen werden) ist $\mathfrak{K}^- = 0$ also $\mathfrak{K}_d^- = -\mathfrak{K}_e^-$ also kann $\mathfrak{K}_e^+$ mit (9) auch durch den reinen Elektronendiffusionsstrom ausgedrückt werden

$$\mathfrak{K}_e^+ = -\mathfrak{K}_e^- = \frac{k_+}{k^-}\,\mathfrak{K}_d^- \tag{10}$$

und damit

$$\mathfrak{K}^+ = \mathfrak{K}_d^+ + \frac{k^+}{k^-}\,\mathfrak{K}_d^- \tag{11}$$

da aber $\mathfrak{K}_d^+ \ll \mathfrak{K}_e^+$ (dies ist bei TONKS-LANGMUIR, Seite 887, näher begründet; da das radiale Potential ~ 1 bis 3 Volt ist, so ist auch noch bei grossen Weglängen $\mathfrak{K}_d^+ \ll \mathfrak{K}_e^+$) folgt weiter

$$\mathfrak{K}^+ = \frac{k^+}{k^-}\,\mathfrak{K}_d^-. \tag{12}$$

Der Elektronendiffusionsstrom ist durch das Elektronenkonzentrationsgefälle und durch den thermischen Elektronendiffusionskoeffizient D^- bestimmt

$$\mathfrak{K}_d^- = -D^- \operatorname{grad} n$$

also

$$\mathfrak{K}^+ = -D \operatorname{grad} n \quad \left(D = \frac{k^+}{k^-}\,D^-\right). \tag{13}$$

Der ambipolare Fall unterscheidet sich nur unwesentlich vom obigen, es ist statt $\mathfrak{K}^- = 0$ $\mathfrak{K}^- = \mathfrak{K}^+ = \mathfrak{K}$ zu setzen; bei Vernachlässigung von $\mathfrak{K}_d^+$ gegen $\mathfrak{K}_e^+$ tritt derselbe Ausdruck (13) auf, d. h. durch die negative Aufladung der Wände wird ein gewisser positiver Sättigungsstrom nicht überschritten. Hierin sehen wir die nähere Begründung, dass das Feld nicht in das Plasma eingreift (vgl. § 1). Aus dem Gang der Rechnung ist weiter ersichtlich, dass auch in unserem Fall grosser Weglängen noch ein effektiver Diffusionskoeffizient definierbar ist, wenn das Verhältnis der Beweglichkeiten in (9) durch das Verhältnis der Geschwindigkeiten ersetzt wird.

Das Verhältnis der elektrischen Wandströme ist ja durch das Verhältnis der Geschwindigkeiten bestimmt, gleiche Teilchendichte vorausgesetzt. Nun ist die durch das Feld E erzeugte Geschwindigkeit u unter Voraussetzung, dass die Geschwindigkeitszunahme pro Weglänge klein gegen die thermische Geschwindigkeit ist

$$u = \tfrac{1}{2} \frac{eE}{m} t$$

für die Beschleunigungszeit t ist $t = l/\bar{v}$ zu setzen (l mittlere Weglänge, $\bar{v}$ thermische Geschwindigkeit) also

$$u = \tfrac{1}{2} \frac{el}{mv} E = kE \tag{14}$$

wobei k die Beweglichkeit ist[1]).

Ist dagegen die Weglänge grösser als der Rohrdurchmesser, so sind die Teilchen dem freien Fall unterworfen und ihre Geschwindigkeit wird

$$u = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \tag{15}$$

und das Verhältnis dieser Geschwindigkeiten für verschiedene Massen ist statt dem Verhältnis der Beweglichkeiten (14) in (9) einzusetzen. Wir sehen, der thermische Diffusionskoeffizient der positiven Ionen spielt auch hier keine Rolle, diese werden eben durch die vorauseilenden Elektronen nachgezogen. Wesentlich dagegen ist, dass auch in diesem Falle ein thermischer Diffusionskoeffizient der Elektronen existiert. Nun sollen aber die Elektronen auch in stark verdünnten Gasen, wie in der Einleitung der Tonks-Langmuir'schen Arbeit betont wird, eine Temperaturgeschwindig-

[1]) H. Knoll, F. Ollendorf und R. Rompe, Gasentladungstabellen. Verl. Julius Springer, Berlin 1935.

keit (entsprechend T^-) besitzen und der BOLTZMANN'schen Verteilung gehorchen; dies schliesst nach unserer Auffassung aber auch die Diffusion von höheren Konzentrationen zu geringeren ein, also die Existenz eines Elektronendiffusionskoeffizienten. In der üblichen Definition

$$D^- = \tfrac{1}{3}\, l\, \bar{v}^-$$

ist allerdings der Begriff der Weglänge etwas dunkel, möglicherweise ist sie im Sinne GÁBOR's[1]) als Relaxationsstrecke zu deuten. Aus dem Vergleich mit dem Vorhergesagten über den unipolaren Wandstrom ist ersichtlich, dass auch für grosse Weglängen l bei negativ geladenen „Wänden" ein Sättigungsstrom auftritt, der nicht von der negativen Aufladung der Wand abhängt, d. h. das Feld greift auch hier nicht in den Kanal ein. Durch das Feld wird lediglich die Konzentrationsverteilung der Elektronen so geändert, dass der Feldstrom $\mathfrak{K}_e^-$ gleich dem Diffusionsstrom $\mathfrak{K}_d^-$ mit umgekehrtem Vorzeichen bleibt. Wir können jetzt also auch für verdünnte Gase die radiale Stromdichte in Fig. 3 durch Gleichung (7) ausdrücken, wobei aber

$$D = \frac{u^+}{u^-} \cdot D^- \tag{16}$$

zu setzen ist. Zur Vereinfachung werden wir für das Folgende D räumlich konstant annehmen, also das Verhältnis von mittleren Geschwindigkeiten bilden. Ebenso müssen wir, um das Problem lösbar zu machen, D auch zeitlich konstant annehmen; dies ist durch die Erläuterungen über die Erhaltung der Quasineutralität weitgehend ermöglicht, da sich bei Abnahme des Stromes an den inneren elektrischen Verhältnissen nicht viel ändert. Beide Annahmen werden durch die Resultate gerechtfertigt.

Die Differentialgleichung (6) lautet jetzt mit diesen Festsetzungen:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(D\,\frac{\partial n}{\partial r}\cdot r\right) + \lambda n. \tag{17}$$

Wir sehen, ohne das linke Glied ist sie identisch mit der SCHOTTKY'schen Gleichung mit Besselfunktionen als Lösung, und ohne das Glied in λ ist sie mit der Wärmegleichung identisch.

---

[1]) D. GÁBOR, Phys. Z.S. **34**, S. 38, 1933.

§ 3. Lösung der Differentialgleichung.[1])

Gleichung (17) ist zu integrieren unter folgenden Bedingungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ \text{Für } t=0 \text{ ist } n=n_0(r) \text{ beliebig vorgesehen,} \\ 2.\ \text{Für } r=R \text{ ist } D\dfrac{\partial n}{\partial r}+F\cdot n=0 \text{ für alle Zeiten} \end{array}\right\} \quad (18)$$

(es fliesst von innen auf die Oberfläche ein der Diffusionsstrom $-D\dfrac{\partial n}{\partial r}$, nach aussen ab $F\cdot n$, F Geschwindigkeit der Ionen senkrecht auf die Oberfläche).

Das Vorhandensein von t in Gleichung (17) macht folgenden Ansatz für das Partikulärintegral möglich

$$n = c\cdot e^{\omega t}\cdot y(r) \tag{19}$$

wo ω ein noch freier Parameter ist. Es wird

$$\omega y = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(D\frac{dy}{dr}\cdot r\right)+\lambda y = D\left(\frac{d^2y}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dy}{dr}\right)+\lambda y$$

oder

$$\frac{d^2y}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dy}{dr}+k^2y=0, \qquad \frac{\lambda-\omega}{D}=k^2.\ ^{2)} \tag{20}$$

Diese Differentialgleichung stimmt mit der SCHOTTKY'schen in der Form überein, die einzige bei $r=0$ beschränkte Lösung dieser Gleichung ist die Bessel'sche Funktion nullter Ordnung:

$$y = J_0(kr) \tag{21}$$

Sie muss noch der Randbedingung genügen:

$$D\frac{dy}{dr}\Big/_{r=R}+F\cdot y(R)=0=D\frac{dJ_0(kr)}{dr}\Big/_{r=R}+F\cdot J_0(kR)$$

Es gilt aber für die Ableitung der Besselfunktion

$$\frac{dJ_0}{dx}=-J_1(x)$$

also

$$-DkJ_1(kR)+FJ_0(kR)=0$$

oder

$$\frac{J_0(kR)}{J_1(kR)}=\frac{D}{F\cdot R}\cdot kR. \tag{22}$$

---

[1]) Die Rechnung dieses Paragraphen einschliesslich der wesentlichen Randbedingung (18) verdanke ich der Hilfe von Herrn Dr. KARL SCHNETZLER aus Heidelberg. Ich möchte ihm aber an dieser Stelle auch für weitere kritische Diskussionen auf brieflichem Weg aufs beste danken.

[2]) Nicht zu verwechseln mit dem Boltzmann'schen k.

Nun ist von der Differentialgleichung $\Delta u + k^2 u = 0$ mit der Randbedingung $\frac{du}{dr} + \sigma u = 0, \sigma > 0$ bekannt, dass sie keine komplexen oder negativen Eigenwerte hat (siehe z. B. COURANT-HILBERT, Kap. VI, § 1). k^2 ist also positiv, d. h. k reell. Man kann also die Eigenwerte k_i graphisch finden, indem man die Kurven

$$y = \frac{J_0(x)}{J_1(x)} \quad \text{und} \quad y = \frac{D}{F \cdot R} x, \quad (x = kR) \tag{23}$$

zeichnet und ihre Schnittpunkte x_i bestimmt. Der i-te Eigenwert ist dann $k_i = \frac{x_i}{R}$.

Nun ist $J_0(x)$ weitgehend ähnlich dem gewöhnlichen cosinus
ebenso ist $J_1(x)$ „ „ „ „ sinus
also $\frac{J_0(x)}{J_1(x)}$ „ „ „ „ cotangens.

Ferner ist zu bemerken, dass wir das Kurvenbild nur bis zur ersten Nullstelle von J_0 verfolgen müssen, da J_0 von da ab negativ wird, die Teilchendichte n (Gleichung (19)) aber nicht negativ werden kann. Damit beschränken wir uns auf den ersten, physikalisch sinnvollen Eigenwert $k_1 = k$, es ist weiter $x_1 = -x_{-1}$ $k_1 = -k_{-1}$; da $J_0(x)$ eine gerade Funktion ist, sind die zu k_1 und k_{-1} gehörigen Eigenfunktionen identisch, man kann sich also auf $+k_{+1}$ beschränken. Das Kurvenbild sieht also ungefähr folgendermassen aus. Fig. 4:

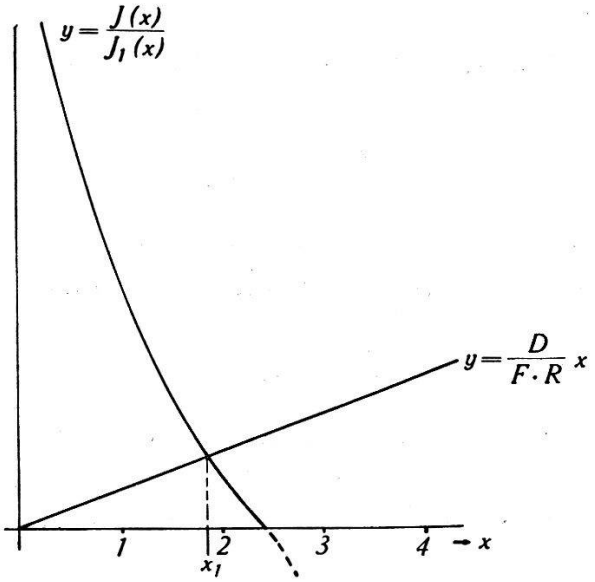

Fig. 4.

Die Lösung (19) lautet also

$$n = C \cdot e^{\omega t} J_0(kr) \tag{24}$$
$$\omega = \lambda - Dk^2$$

*

sobald $\omega < 0$ wird, bricht die Entladung zusammen, dann ist

$$\tau = \frac{1}{-\omega} \tag{25}$$

die Relaxationszeit. Gleichung (22) ist die Bestimmungsgleichung für k in Abhängigkeit vom Radius und damit auch die Gleichung für den kritischen Radius R_0, da für R_0 ω in (24) Null wird, d. h. die Entladung gerade noch stabil ist.

§ 4. Diskussion der Lösung.

Wir betrachten zwei Grenzfälle, die sich leicht diskutieren lassen. Aus der Fig. 4 sehen wir, dass für $D \gg F \cdot R$ durch die Gerade „kleine x abgeschnitten" werden; dann ist $J_0(x)$ in (22) $\sim \cos x \sim 1$, $J_1(x) \sim \sin x \sim x$, also wird (22)

$$\frac{1}{x} = \frac{D}{F \cdot R} \cdot x$$

oder mit $x = kR$

$$k^2 = \frac{F}{DR}$$

und damit

$$\tau = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\lambda - \frac{F}{R}}. \tag{26}$$

Wir sehen, für den kritischen Radius R_0 für den gilt

$$\lambda_{\max} = \frac{F}{R_0} \tag{27}$$

wird $\omega = 0$ und $\tau = \infty$, d. h. die Entladung ist stabil. Wenn $R < R_0$ wird $\omega < 0$, die Entladung bricht zusammen. Die Beziehung (27)

$$\lambda_{\max} \cdot R_0 = F$$

ist mit der Tonks-Langmuir'schen (1) für grosse Weglängen identisch, da $F = v_p$ die Geschwindigkeit der Ionen in der Tonks-Langmuir'schen Bezeichnung ist; denn es gilt:

$$v_p = \sqrt{2\,k\,T_e/m_p}$$

was man direkt einsehen kann, wenn man bedenkt, dass die Elektronentemperatur T_e ein radiales Potential gemäss $k\,T_e = e\,V$ erzeugt, welches den positiven Ionen obige Geschwindigkeit

erteilt[1]). Für $R > R_0$ entfernt man sich vom kritischen Wert λ_{max} zu kleineren λ, wo natürlich die Entladung stabil bleibt, da genügend Ionen erzeugt werden, um die Verluste zu decken. Die TONKS-LANGMUIR'sche Gleichung folgt also hier als Spezialfall unserer allgemeinen Formel für $D \gg F \cdot R$. Wir zeigen, dass im zweiten Grenzfall $D \ll F \cdot R$ die SCHOTTKY'sche Beziehung zwischen Radius und Neubildung folgt. Für diesen schneidet die Gerade in Fig. 4 grosse Argumente x ab. Für grosse x kann J_0 in der Nähe der ersten Nullstelle (2,4) folgendermassen dargestellt werden:

$$J_0(x) \sim \cos x \sim \sin(2{,}4 - x) \sim 2{,}4 - x$$
$$J_1(x) \sim \sin x \sim \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

also wird Gleichung (22)

$$\frac{2{,}4 - x}{1} = \frac{D}{F \cdot R} \cdot x$$

oder $x = 2{,}4$ mit Voraussetzung $D \ll F \cdot R$ und damit

$$k^2 = \left(\frac{2{,}4}{R}\right)^2$$

also wird

$$\tau = \frac{1}{\lambda - D\left(\frac{2{,}4}{R}\right)^2}. \tag{28}$$

Die Stabilität der Gasentladung verlangt $\omega = 0$, also

$$\lambda = D \cdot \left(\frac{2{,}4}{R}\right)^2. \tag{29}$$

Die Verkleinerung des Radius verlangt auch hier ein Grösserwerden von λ; jedoch liegt hier λ_{max} sehr hoch und kaum erreichbar, da, wie wir noch sehen werden, diesem Fall kleine Weglängen entsprechen, wo also genügend Zusammenstösse stattfinden, um die Neubildung dem kleiner werdenden Radius anzupassen. Gleichung (29) ist nun mit der SCHOTTKY'schen Beziehung zwischen der Neubildung λ und dem Radius R für kleine Weglängen identisch[2]).

$$R\sqrt{\frac{\lambda}{D}} = 2{,}4.$$

---

[1]) Genauere Begründung siehe F. LÜDI, Helv. Phys. Acta, Vol. VIII, Fasc. Tertius, 277, 1935.

[2]) loc. cit. Seite 638, Gl. 10.

§ 5. Bestimmung des Verhältnisses $\frac{D}{F \cdot R}$ für grosse und kleine Weglängen.

Wir müssen noch zeigen, dass bei grossen Weglängen $D \gg F \cdot R$ und bei kleinen Weglängen $D \ll F \cdot R$ ist. Für grosse Weglängen berechnen wir D aus dem Verhältnis der mittleren Geschwindigkeiten (15) für verschiedene Massen. Dabei nehmen wir für den Elektronendiffusionskoeffizienten die Gültigkeit des gewöhnlichen Ausdruckes an, trotzdem man dagegen Bedenken einwenden kann. Es wird also Gleichung (16)

$$D = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\,eV}{m^+}}}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\,eV}{m^-}}} \cdot \tfrac{1}{3}\, l\,\bar{v}^- = \tfrac{1}{3}\, l\,\bar{v}^- \sqrt{\frac{m^-}{m^+}} \tag{30}$$

setzen wir noch für

$$\bar{v}^- = \sqrt{\frac{3\,k\,T^-}{m^-}} \tag{31}$$

so kommt

$$D = \tfrac{1}{3}\, l \sqrt{\frac{3\,k\,T^-}{m^+}}$$

andererseits setzen wir für F auch eine mittlere Geschwindigkeit, da nicht alle Ionen aus der Mitte kommen.

$$F = \tfrac{1}{2} \sqrt{\frac{2\,k\,T^-}{m^+}} \tag{32}$$

sodass also

$$\frac{D}{F \cdot R} \approx \frac{l}{R} \tag{33}$$

wird. Wir sehen, wenn die Weglänge ca. 5 bis 10 mal grösser als der Radius ist, so ist die Entwicklung nach kleinen x, welche zum Tonks-Langmuir'schen Ausdruck für den kritischen Radius führte, gerechtfertigt.

Für kleine Weglängen ist D aus (13) mit (14) und (31)

$$D = \tfrac{1}{3}\, l \sqrt{\frac{3\,k\,T^-}{m^+}} \sqrt{\frac{T^-}{T^+}} \tag{34}$$

unter der vereinfachenden Annahme, dass die Weglängen für Elektronen und Ionen gleichgesetzt werden. Da die elektrische

Ionengeschwindigkeit in dichten Gasen klein gegenüber der thermischen ist, so ist F am Rand durch die thermische Geschwindigkeit bestimmt. Wir setzen sie gleich der halben mittleren thermischen, da nicht alle Ionen senkrecht von innen auf die Wand fallen.

$$F = \tfrac{1}{2}\,\bar{v}^+ = \tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{3\,k\,T^+}{m^+}}\,. \tag{35}$$

Trotzdem ist natürlich im Innern der gerichtete elektrische Strom grösser als der thermische, weil sich die hohen thermischen Geschwindigkeiten allseitig kompensieren und nur ein geringer Überschuss als Diffusionsstrom zur Geltung kommt. Am Rand jedoch fehlt die kompensierende Wirkung der allseitig gerichteten thermischen Geschwindigkeiten, da nach Voraussetzung keine Ionen zurück ins Plasma kommen, weil sie vom Feld oder von der Wand abgefangen werden. Wir haben es also dort mit dem sogenannten „Ausströmungsstrom" zu tun. Beim Diffusionsproblem kann bekanntlich die Ausströmungsgeschwindigkeit nicht (oder nur wenig) grösser als die thermische sein. Wir bekommen schliesslich aus (34) und (35) für

$$\frac{D}{F\cdot R} \approx \frac{l}{R}\,\frac{T^-}{T^+}\,. \tag{36}$$

Wir können noch fragen, wann die Voraussetzung elektrische Geschwindigkeit u^+ klein gegen thermische $\bar{v}^+$ ist. Die Feldgeschwindigkeit ist nach (14) und dem entsprechenden Ausdruck (31) für die positiven Teilchen:

$$u^+ = \tfrac{1}{2}\,e\,l\sqrt{\frac{1}{m^+ k\,T^+}}\cdot E\,.$$

Für E setzen wir V/R als Mittelwert, und weiter für das radiale Potential $e\,V \sim k\,T^-$ also

$$u^+ = \tfrac{1}{2}\,l\sqrt{\frac{1}{m^+ k\,T^+}}\cdot k\,T^-$$

und damit das Verhältnis zur thermischen Geschwindigkeit

$$\bar{v}^+ = \sqrt{\frac{3\,k\,T^+}{m^+}}$$

$$\frac{u^+}{v^+} = \frac{\tfrac{1}{2}\,l\sqrt{\frac{1}{m^+ k\,T^+}}\,k\,T^-}{\sqrt{\frac{3\,k\,T^+}{m^+}}} \approx \frac{l}{R}\,\frac{T^-}{T^+} \tag{37}$$

also denselben Ausdruck wie für $D/F \cdot R$. Wir können sagen, dass für kleine Weglängen im Vergleich zum Rohrradius und kleines Verhältnis für Elektronentemperatur zur Ionentemperatur die Voraussetzung ($D \ll F \cdot R$), welche zur SCHOTTKY'schen Beziehung (29) führte, erfüllt ist. Numerisch ist das Verhältnis T^-/T^+ schon bei Drücken von ca. 0,1 mm auf ~ 10 gesunken, so dass bei diesen Drücken und Rohrradien, die einige 30 Weglängen umfassen, die SCHOTTKY'schen Formeln gelten.

§ 5. Vergleich der Resultate mit den Experimenten.

Aus Gleichung (26) können wir die Löschzeit abschätzen. F berechnet sich aus (32) für Quecksilber-Ionen in einer Entladung in kleinen Dampfdrücken, deren Elektronentemperatur $\sim 30{,}000^0$ Kelvin ist[1]), zu $F \sim 0{,}8 \cdot 10^5$ cm/sek. Damit die Entladung stabil brennt, muss ω in (26) gleich Null sein, also

$$R_0 \cdot \lambda_{\max} = 0{,}8 \cdot 10^5.$$

Für einen kritischen Radius $R_0 \sim 2$ mm, für welchen bei den Experimenten von KOBEL gelöscht wurde, wird also $\lambda_{\max} \sim 4 \cdot 10^5$ TONKS und LANGMUIR finden in einer Quecksilberdampfentladung, unter ähnlichen Bedingungen wie oben, bei $15{,}5^0$ C und einem Rohrradius von 1,6 cm, wo die Entladung stabil war, für $\lambda \sim 7 \cdot 10^4$ (Tabelle I, Seite 893); dieser Wert ist also noch erheblich von $\lambda_{\max}$ entfernt. Wird nun der Radius durch die Dunkelraumdicke nur um ein Hundertstel unter den kritischen R_0 verkleinert, so wird τ in (26) für einen kritischen Lochradius von 2 mm

$$\tau = \frac{0{,}99 \cdot R_0}{(0{,}99 - 1)\, 0{,}8 \cdot 10^5} \sim 2 \cdot 10^{-4}\,\text{sek}$$

mit noch kleiner werdendem Radius wird die Relaxationszeit noch kleiner; so dass wir also sagen können, dass die Dunkelraumdicke bei zunehmender negativer Spannung den Gitterlochradius auf den kritischen Wert verkleinert, währenddessen die Entladung noch stabil bleibt und sich die Verkleinerung des Lochdurchmessers nur in einer kleinen Erhöhung des Bogenabfalles ausdrückt, dass dann aber bei nur ganz kleiner Unterschreitung des kritischen Wertes die Entladung plötzlich zusammenbricht. Damit finden die Oszillogramme in der Arbeit von KOBEL (siehe besonders

[1]) TONKS-LANGMUIR, loc. cit. Seite 893, Tabelle II.

Fig. 3—4 und 5 mit der scharf bestimmten Löschspannung) ihre zwanglose Erklärung. Auch die berechnete Löschzeit von $\sim 10^{-4}$ Sekunden stimmt grössenordnungsmässig mit den auf Kathodenstrahloszillogrammen experimentell gefundenen überein. Wir geben hier ein solches von Kobel aufgenom- menes Kathodenstrahloszillogramm des Löschvorganges wieder, Fig. 5.

Auf diesem Oszillogramm wurde die Anodenspannung bei einer 50periodigen Löschung mit einer Braun'schen Röhre oszillographiert. Da die Zeitablenkung durch ein Kippgerät geschieht, so ist beim Rückweg des Kathodenstrahles der zeitliche Vorgang

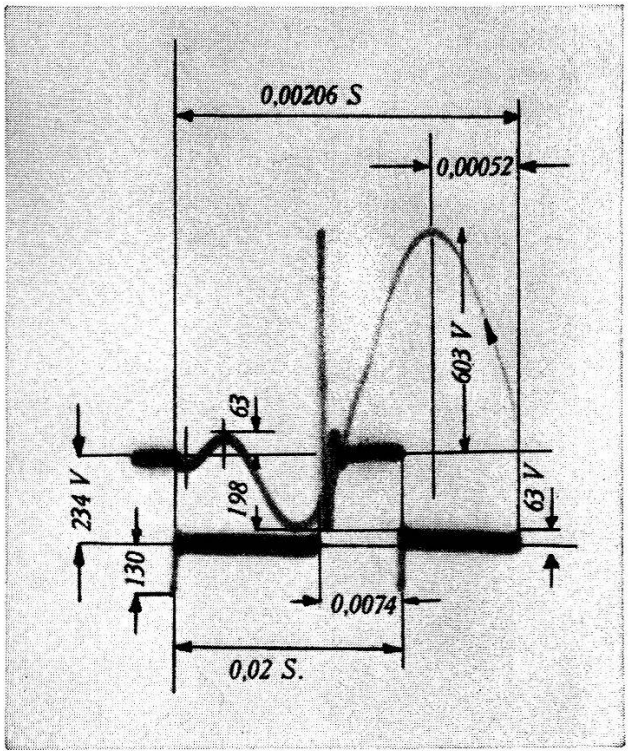

Fig. 5.

stärker auseinandergezogen. An ihm können wir den Löschvorgang von rechts aussen nach links verfolgen (Kurvenpfeil). Die Spannung steigt vom Spannungsabfall (63 Volt) über die Anodenspannung (234 Volt) auf 603 Volt. Diese Überspannung entsteht durch die Induktivität des äusseren Stromkreises bei der plötzlichen Unterbrechung des Stromes, welche nicht von den Bestimmungsstücken des äusseren Stromkreises abhängt, sondern nur durch die inneren physikalischen Verhältnisse der Entladung bestimmt ist. Dort, wo die Spannung das Maximum erreicht hat, ist der Löschvorgang beendet; der weitere zeitliche Verlauf der Spannungskurve ist durch die Entladung des eingeschalteten Kondensators bestimmt.

Wir sehen, die Löschzeiten sind entsprechend dem Mechanismus der Ionenbewegungen von viel niedrigerer Grössenordnung als die Zündzeiten einer Glimmentladung (10^{-8} Sek. und weniger), entsprechend den bekannten Versuchen von Rogowsky und der Theorie und von Hippel und Frank, welche die viel schnellere Elektronenbewegung dafür verantwortlich machen. Wir können nun weiter nach der Abhängigkeit der Dampfdichte im Entladungsgefäss vom Gitterlochdurchmesser fragen. Kobel hat verschiedene Lochdurchmesser, von 1 bis 8 mm, untersucht und gefunden, dass die Dampfdichte stark variieren musste, um eine einwandfreie Steuerung zu ermöglichen. Auch hat sich gezeigt, dass bei ein und demselben Lochdurchmesser die Dampfdichte nicht stark verändert werden durfte (ca. entsprechend $\pm 8^0$ C), um gutes Funktionieren der Steuerung zu ermöglichen. Auch diese Tatsachen können wir gut verstehen. Mit Änderung der Dampfdichte ändert sich λ_{max}. Die Dunkelraumdicke muss sich also ebenfalls ändern. Nun ist aber die Änderung der Dunkelraumdicke nur klein, bei negativen Spannungen bis zu -300 Volt nur einige Zehntelmillimeter. Grössere negative Spannungen können nicht verwendet werden, da sonst leicht Rückzündungen am Gitter selbst auftreten, wodurch seine Löschfähigkeit zerstört wird. Bei den kleinen Drücken, die in Quecksilberdampfentladungen vorkommen, ist die Ionisierung λ in erster Linie durch die Zusammenstösse der Elektronen mit den Hg-Atomen bestimmt. Wir dürfen daher λ_{max} annähernd proportional der Dampfdichte δ setzen $\lambda_{max} = c \cdot \delta$, damit folgt aus (27), dass

$$\delta \cdot R_0 = \frac{F}{C} = \text{konst.} \tag{38}$$

innerhalb weiter Grenzen konstant sein soll, da die Elektronentemperatur und damit F bei gleichen Strömen und nicht zu grossen Dampfdichten ebenfalls weitgehend konstant ist. Für kleine Weglängen (grosse Dampfdichten) hätten wir nach der Schottky'schen Formel (29) quadratische Abhängigkeit der Dampfdichte vom Radius. Wir stellen in der folgenden Tabelle die bei verschiedenem Lochdurchmesser und verschiedener Dampfdichte gemessenen Resultate zusammen; dabei ist die Dunkelraumdicke d, welche aus dem Lochradius R den kritischen Radius $R_0 = R - d$ bestimmt, aus Messungen des positiven Ionenstromes aus dem Langmuir'schen Raumladegesetz berechnet.

Die ersten drei Zeilen sind Auswertungen der Oszillogramme Fig. 3, 4 und 5 in der Arbeit von Kobel; sie gehören zum selben

Lochdurchmesser; variiert wurde die Dampfdichte und die Gitterspannung. Die drei folgenden Zeilen entsprechen unveröffentlichten Messungen von KOBEL an Gittern mit verschiedenem Lochdurchmesser bei verschiedener Dampfdichte und verschiedener Gitterspannung. Bei der grossen Variation des Lochdurchmessers (von 1 bis 1 : 10) und in Anbetracht der Experimente mit verschiedenen Gittern bei verschiedenen Bedingungen kann die Übereinstimmung der gemessenen Resultate mit der Forderung der Theorie nicht als schlecht bezeichnet werden (man vergleiche die zweite und die sechste Zeile, eine relativ gute Übereinstimmung

Tabelle 1.

Temperatur °C	Hg-Dampfdruck δ mm	Negative Gitterspannung Volt	$R-d=R_0$ mm	$R_0 \cdot \delta$
25	0,002	0	0,45–0 = 0,45	0,0009
46	0,010	60	0,45–0,08 = 0,37	0,0037
61	0,029	280	0,45–0,27 = 0,18	0,0052
46	0,010	250	0,8 –0,25 = 0,55	0,0055
35	0,0045	250	1,25–0,25 = 1,00	0,0045
15	0,00085	300	4,0 –0,27 = 3,73	0,0032

bei ganz verschiedenen Daten). Die erste Zeile weicht allerdings beträchtlich vom Mittelwert ab. Doch diese Abweichung können wir gut verstehen. Bei dieser kleinen Dampfdichte war der kritische Radius schon grösser als der Lochradius, so dass das Gitter zur Aufrechterhaltung der Entladung schwach positiv sein musste; dadurch bleiben die positiven Ionen dem Löschraum erhalten. Aber auch die Abweichungen der dritten, vierten und fünften Zeile von der zweiten und sechsten Zeile sind zu verstehen. Die Tatsache, dass Gleichung (38) dort relativ gut erfüllt ist, wo die Dunkelraumdicke klein im Vergleich zum Gitterlochradius ist (zweite und sechste Zeile der Tabelle I), deutet darauf hin, dass für ebene Verhältnisse die Berechnung der Dunkelraumdicke nach dem LANGMUIR'schen Raumladegesetz zu kleine Werte liefert; das ist auch verständlich. Man sollte sich zur Berechnung der Dunkelraumdicke auf den zylindrischen Fall stützen (siehe etwa H. BARKHAUSEN, Elektronenröhren, Bd. 1, S. 39, oder ausführlicher I. LANGMUIR, Phys. Rev. 1913, II, 458), bei dem eine stärkere Abhängigkeit der Dunkelraumdicke von der Spannung zu erwarten wäre; jedoch hätte man den Fall zweier konzentrischer

Zylinder zu berücksichtigen, den die Ladungsträger emittierenden (hier der Glimmsaum) und den äusseren, die Ladungsträger auffangenden Zylinder. Der Abstand zwischen den beiden Zylindern respektive das Verhältnis ihrer Radien geht neben dem Radius des äusseren Zylinders als transzendente Funktion in die Raumladungsgleichung ein und es ist deshalb nicht möglich, die Gleichung nach dem Radius des inneren Zylinders aufzulösen, der mit dem gegebenen Lochradius die Dunkelraumdicke bestimmen würde. Ausserdem ist noch zu bedenken, dass die Dunkelraumdicke infolge des Vorhandenseins von Diffusionselektronen etwas grösser sein

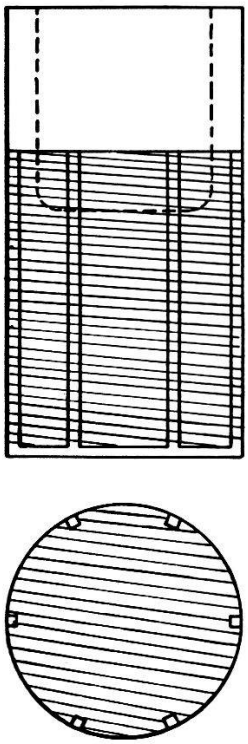

Fig. 6.

dürfte, als die nach dem Raumladegesetz für nur eine Sorte von geladenen Teilchen bestimmte Dicke, also ganz im Sinn der Abweichungen in Tabelle I.

Endlich sei noch ein Versuch erwähnt, der unsere Vorstellung über den Löschvorgang, wobei das Bild der Plasmakanäle wesentlich ist, besonders deutlich unterstreicht. Kobel liess ein Gitter anfertigen, das aus Maschen, die durch Aufwicklung von 0,25 mm Nickeldraht auf ein Gerüst im Abstand von 0,65 mm hergestellt war. Trotzdem die Maschenweite von derselben Grösse wie die kleinen Gitterlöcher war, konnte mit diesem Gitter nicht gelöscht werden, obwohl bei Anlegen der Gitterspannung eine Erhöhung des Bogenabfalles bemerkbar war. Bei dieser Anordnung konnten sich keine Kanäle ausbilden, da diese kreuz und quer verliefen,

und ausserdem der Abstand zwischen den einzelnen Plasmaschichten infolge der geringen Drahtdicke zu klein war.

Zum Schluss ist es mir eine angenehme Pflicht, auch Herrn E. Kobel für die Besprechung seiner aufschlussreichen Experimente bestens zu danken.

Die Arbeit ist zwar hier in Zürich am Institut für technische Physik der E.T.H. beendet, aber sie wurde zum grössten Teil in Baden ausgeführt.