

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 8 (1935)
Heft: III

Artikel: Bemerkungen zur Erklärung des Tanbergeffektes (Druck auf die Kathode einer Bogenentladung)
Autor: Lüdi, F.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-110532>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 19.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Bemerkungen zur Erklärung des Tanbergeffektes (Druck auf die Kathode einer Bogenentladung)

von F. Lüdi.

(21. III. 35.)

Inhalt: Es wird gezeigt, dass die Erklärung des Tanbergeffektes nach L. TONKS durch den Elektronendruck nicht das Richtige treffen kann.

Vor einiger Zeit erschien von LEWI TONKS¹⁾ eine Notiz über den Druck der Plasma-Elektronen auf die Kathode einer Bogenentladung. Er geht aus von der Gleichung

$$P = \frac{1}{3} n_0 m c^2 = n_0 k T \quad (1)$$

und setzt für n_0 einen Wert ein, den er aus der Formel für den positiven Ionenstrom

$$I_p = s_0 h_0 e n_0 (2 k T_e / m_p)^{1/2} \quad (2)$$

entnimmt. (2) ist in einer umfangreichen und gründlichen Arbeit von TONKS und LANGMUIR²⁾ abgeleitet (es bedeuten: s_0 , h_0 Zahlen von der Grössenordnung 1, e Elementarladung, n_0 Elektronendichte im Potentialmaximum, T_e Elektronentemperatur, m_p Masse des positiven Ions). Mit einer Elektronentemperatur $T_e = 5 \times 10^4$ °K und $I_p = 0,1 I$ (I totale Stromdichte) errechnet er für den Quecksilberbogen einen Druck von 61 dyn/A, der sogar noch grösser ist als der von KOBEL³⁾ (40 dyn/A) und der von TANBERG (17 dyn/A) gemessene. Durch diese elegante Berechnung scheint das Problem gelöst und auf bekannte Daten zurückgeführt zu sein. Die Zuhilfenahme eines speziellen Mechanismus⁴⁾ (Umsetzung der inneren Energie in kinetische Energie durch Stoss zweiter Art bei der Neutralisation von Mehrfachionen an der Kathodenoberfläche), wie er bis jetzt als einzig mögliche Erklärungsweise des Tanbergeffektes angesehen wurde⁵⁾, wäre demnach nicht notwendig. Da beim Zutreffen der prinzipiell ver-

¹⁾ L. TONKS, Phys. Rev. **46**, II, 278, 1934.

²⁾ L. TONKS und I. LANGMUIR, ebenda **24**, II, 876, 1929.

³⁾ E. KOBEL, ebenda **36**, Nr. 11, 1636, 1930.

⁴⁾ R. RISCH und F. LÜDI, Zeitschr. Phys. **75**, 812, 1932.

⁵⁾ R. MASON, Märzheft 1933, Trans. Act. of the Amer. Inst. of Electr. Ing.
Vgl. auch R. SEELIGER, Physik der Gasentladungen, 2. Auflage 1934, Seite 482.

schiedenen Erklärungsweise von TONKS auch die Bedeutung des erwähnten speziellen Mechanismus für eine Bogentheorie¹⁾ hin-fällig würde, erschien es uns angebracht, die Berechnung von TONKS auf ihre Gültigkeit für das Kathodengebiet etwas näher zu prüfen.

§ 1. Zuerst fragen wir, welche Konsequenzen eine so hohe Elektronendichte vor der Kathode zur Folge hätte. KOBEL misst nämlich für einen 30 A Hg-Bogen bei einer Stromdichte von 1700 A/cm^2 einen Druck von $8,3 \times 10^4 \text{ dyn/cm}^2$, welcher mit Gleichung (1) $T_e = 5 \times 10^4$, $k = 1,37 \times 10^{-16}$ zu einer Elektronenkonzentration von

$$n_0 = 1,4 \times 10^{16} \quad (3)$$

führt. Nun befinden sich im günstigsten Fall $7,3 \times 10^{16}$ Hg-Atome pro cm^3 vor der Kathode (bestimmt nach der Dampfdruckkurve für $t = 120^\circ \text{C}$, wobei die Temperatur nach COMPTON²⁾ aus der sekundlich verdampfenden Hg-Menge errechnet ist). Es müsste also eine nahezu 100%-Ionisation im Kathodenfleckgebiet vorkommen. Wenn nun auch die Konzentration der Quecksilberatome genügend gross wäre (allerdings bei der Annahme der Quecksilberdampf hätte dieselbe niedrige Temperatur wie die flüssige Basis der Kathode), um die hohe Elektronendichte durch Ionisation zu liefern, so kommen wir nun doch auf folgende Konsequenz, welche den Tatsachen nicht entsprechen dürfte. Für das Plasma, also in einiger Entfernung vom Kathodenfleck finden TONKS und LANGMUIR³⁾ aus Messungen bei einem 5 A-Bogen $8,10^{10}$ Elektronen im cm^3 . Wie aus der Tabelle hervorgeht, ist die Dichte nahezu proportional der Stromdichte. Für einen 30 A-Bogen (KOBEL's Wert bei ungefähr demselben Rohrdurchmesser) nehmen wir also für das Plasma $n_0 = 4,2 \times 10^{11}$. Dieselbe Grössenordnung hat auch DRUYVESTEYN⁴⁾ im Niedervoltbogen gemessen, während die Elektronendichte nach (3) derjenigen in einem Lichtbogen bei Atmosphärendruck gleichkäme⁵⁾. Da nun die Elektronen-Temperatur im Plasma nach derselben Tabelle III von der gleichen Grössenordnung ($2,5 \times 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$) wie die von TONKS im Kathodenfleck angenommene ist, so müsste gegen das Plasma hin ein ca. 10^5 facher Überdruck entstehen,

¹⁾ F. LÜDI, Zeitschr. Phys. **82**, 815, 1933.

²⁾ K. T. COMPTON Phys. Rev. **37**, 1077, 1931. ,

³⁾ loc. cit. Seite 897, Tabelle III.

⁴⁾ M. DRUYVESTEYN, Zeitschr. Phys. **64**, 795, 1930.

⁵⁾ R. MANNKOPFF ebenda, **86**, 161, 1933.

demzufolge ein starkes „Ausströmen“ von Elektronen ins Plasma stattfinden würde. Die so entstehende Stromdichte (wir betrachten hier immer die Stromdichten) berechnen wir aus

$$I = n_0 e u \quad (5)$$

wobei u die Ausströmungsgeschwindigkeit der Elektronen unter dem hohen Überdruck ist und nach den Gesetzen der Gasdynamik¹⁾ (Ausströmung ins Vakuum)

$$u = \sqrt{2 J c_p T_e} \quad (6)$$

berechnet wird (J Wärmeäquivalent $= 4,2 \times 10^7$ Erg/cal. c_p spez. Wärme für Gewichtseinheit $= 0,91 \times 10^4$ cal für das Elektronengas). Für $T_e = 5 \times 10^4$ erhalten wir $u = 1,95 \times 10^8$ cm/sek und zusammen mit (5) und (3)

$$I = 4,5 \times 10^5 \text{ A/cm}^2. \quad (7)$$

Wenn eine solche Elektronenstromdichte wirklich vorhanden wäre, müsste (da die totale Stromdichte von KOBEL zu $1,7 \times 10^3$ A/cm² bestimmt ist) ein „Kompensationsstrom“ (bestehend aus positiven Ionen in Richtung Kathode-Anode) von annähernd derselben Grösse wie (7) fliessen, was bei einer Kathodenfleckgrösse von $1,77 \times 10^{-2}$ cm² einen Materialverlust von

$$\frac{j^+}{e} m_p = 16 \text{ gr/sek}$$

bedingen würde. (!) gemessen sind $0,51 \times 10^{-3}$ gr/sek für einen Bogen von 30 A.

§ 2. Dies wären gewissermassen die „äusseren“ Gründe, die uns die Berechnung von TONKS bezweifeln lassen. Es gibt aber noch „innere“ Gründe, die uns glauben machen, die Formeln von TONKS und LANGMUIR, welche für das Plasma abgeleitet wurden, seien von TONKS in etwas zu schematischer Weise für das Kathodengebiet benützt worden, in welchem die Anwendung nicht mehr statthaft ist.

Gleichung (2) kommt von²⁾

$$I_p = h_0 e N = h_0 e n_0 \lambda a \quad (8)$$

(N pro Sek. erzeugte Ionenanzahl, λ Anzahl Ionen, welche in der Sek. von einem Elektron erzeugt werden, a Röhrenradius (in der

¹⁾ J. ACKERET, GEIGER-SCHEEL, HB. d. Phys., Bd. VII, S. 299.

²⁾ TONKS-LANGMUIR, loc. cit., Seite 897.

Arbeit von TONKS Kathodenraumdicke, da die Formeln nur für grosse Weglängen gelten); für $(a\lambda)$ ist in der Arbeit von TONKS-LANGMUIR der theoretische Wert

$$a\lambda = s_0(2kT_e/m_p)^{1/2} \quad (9)$$

abgeleitet¹⁾. Für den ebenen Fall und konstante Ionisierung über den ganzen Raum ($h_0 = 1$, $N = n_0\lambda = \text{const}$) ist (8) unmittelbar evident und auch für das Kathodengebiet gültig (vgl. Fig. 1). Da jedoch aus (8) mit (9) eine viel zu hohe Elektronendichte bestimmt wird, muss offenbar der Ausdruck (9) für das Kathodengebiet entsprechend zu klein sein.

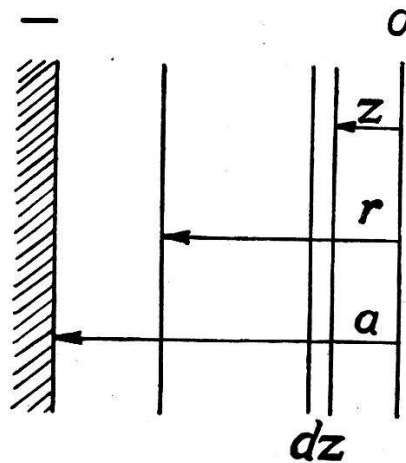


Fig. 1.

Nun wird a resp. $a\lambda$ folgendermassen bestimmt²⁾. Vorausgesetzt wird die Poisson'sche Beziehung:

$$\Delta_r^2 V - 4\pi e(n_e - n_p) = 0. \quad (10)$$

Für die Elektronendichte wird die Boltzmann'sche Verteilung $n_e = n_0 e^{\frac{eV}{kT}}$ angenommen. Die positive Ionendichte n_p an der Stelle r (Fig. 1) ist die Summe aller in den verschiedenen Abständen z vom Potentialmaximum und pro Zeiteinheit gebildeten Ionen (λn_e) dividiert durch die Geschwindigkeit v_z , welche sie von z bis r erhalten haben.

$$n_p = \int_0^r N dz / v_z.$$

Für den ebenen Fall und für konstante Ionenbildung $N = n_0\lambda$ (die andern Fälle, zylindrisch oder sphärisch, sowie Ionenbildung

¹⁾ ebenda Seite 893.

²⁾ ebenda Seite 883.

$N = n_e \lambda = n_0 e^{\frac{eV}{kT}}$, λ unterscheiden sich prinzipiell nicht von diesem einfachsten Fall, an dem das wesentliche übersichtlich hervortritt) wird aus (10) bei Einführung der neuen Variablen

$$\eta = -eV/kT \quad s = \alpha r \quad \text{resp.} \quad s_z = \alpha z \quad (11)$$

und bei gleichzeitiger Division durch $4\pi e n_0$:

$$(\alpha^2 k T e / 4 \pi e^2 n_0) \Delta_s^2 \eta + e^{-\eta} - \lambda \alpha^{-1} \int_0^s ds_z / v_z = 0. \quad (12)$$

Nun wird das erste Glied vernachlässigt, also *Quasineutralität* vorausgesetzt, was für das *Plasma* nachträglich gerechtfertigt wird. Für v_z wird

$$v_z = [2e(V_z - V)/m_p]^{1/2} = [2kT_e(\eta - \eta_z)/m_p]^{1/2}$$

gesetzt und der Parameter α so gewählt

$$\alpha = \lambda(m_p/2kT_e)^{1/2} \quad (13)$$

dass der Faktor des Integrals 1 wird. Aus der Differentialgleichung (10) entsteht so die Integralgleichung

$$e^{-\eta} - \int_0^s (\eta - \eta_z)^{-1/2} ds_z = 0. \quad (14)$$

Diese wird gelöst, indem der Integrand zuerst einer Transformation unterworfen wird ($\eta = \varrho^2$, $\eta_z = \varrho^2 \sin^2 \Theta$), hierauf s resp. s_z sowie $e^{-\eta}$ in Potenzreihen von ϱ dargestellt werden. Durch gliedweise Integration und Potenzenvergleich werden die Koeffizienten der Reihendarstellung von $s(\varrho)$ resp. $s(\eta)$ bestimmt.

$$s = \frac{1}{\pi/2} \eta^{1/2} (1 + g_1 \eta + g_2 \eta + \dots) \quad (15)$$

Diese Lösung führt nun für ein bestimmtes $\eta = \eta_0$ auf ein Maximum $s = s_0$ (negative Koeffizienten $g < 1$), so dass dort abgebrochen wird und der Wert s_0 dem Röhrenradius a (hier Kathodenraumdicke) zugeordnet wird.

§ 3. Aus dieser skizzierten Wiederholung der Ableitung von TONKS-LANGMUIR ist nun ersichtlich, dass λ resp. $a\lambda$ unter folgenden Annahmen bestimmt wird:

1. Boltzmann'sche Verteilung der Elektronendichte.
2. Ionenbildung $\lambda n_0 = J = \text{const}$ über das ganze Raumgebiet

($\lambda n_e = \lambda n_0 e^{\frac{eV}{kT}}$ gibt keine prinzipielle Änderung).

3. Erhaltung der Quasineutralität (Vernachlässigung von $A\Delta^2\eta$).
4. Durch diese Bedingungen stellt sich eine solche Potentialverteilung (Feld) ein, dass die positiven Ionen durch das Feld diejenige Geschwindigkeit v_p erhalten, welche die Iondichte in jedem Raumelement gerade auf die Grösse der dort herrschenden Elektronendichte verdünnt.
5. Da s_0 , η_0 durch die spezielle Rechnung (unabhängig von der Gasart) festgelegt, T_e und m_p für das Plasma innerhalb bestimmter Grenzen gegeben sind, kann $a\lambda$ in (9) nicht grössere Werte als ca. 10^4 – 10^5 annehmen, während $a\lambda$ nach (8) mindestens 100 mal grösser sein müsste, um eine vernünftige Elektronendichte nicht zu überschreiten.

Dass Gleichung (9) Werte für $a\lambda$ liefert, die durch den raschen Wegtransport der positiven Ionen begrenzt sind, erkennt man besonders, wenn in (9) die erste Näherung für s_0 aus (15) mit Berücksichtigung von (11) eingesetzt wird; man erhält

$$a\lambda = \frac{1}{\pi/2} (2 e V_0 / m_p)^{1/2} = \frac{1}{\pi/2} v_p$$

das erforderliche $a\lambda$ würde nach dieser Gleichung Ionengeschwindigkeiten, d. h. Potentialdifferenzen verlangen, die 10^4 mal grösser sind als die bekannten und welche mit dem Begriff der Quasineutralität nicht verträglich wären. Nun widerspricht aber weiter gerade die Annahme von Tonks (die den Tatsachen in bekannter Weise entsprechen dürfte)

$$I_p = 0,1 I$$

dieser Bedingung, denn der hohe, für I_p eingesetzte Wert führt nach (2) zu der hohen Elektronendichte von $n_0 = 10^{16}$, welche mit

$$I_e = \frac{1}{4} e n_0 \bar{v}_e \quad \bar{v}_e = \sqrt{\frac{8 k T_e}{\pi m}} \quad (\text{mittlere Temperaturgeschwindigkeit})$$

zu einer Elektronenstromdichte

$$I_e = 1,2 \times 10^5 \text{ A/cm}^2 \quad (I \text{ gemessen} = 1,7 \times 10^3 \text{ A/cm}^2)$$

führen müsste, damit Quasineutralität erhalten bleibt. (Dieser Wert stimmt mit (7) überein, wie es auch sein muss, da die Berechnung nur äusserlich verschieden ist.)

Es ist nun ersichtlich, dass bei Fallenlassen dieser Bedingung $a\lambda$ rechnerisch nicht auf die besprochene Weise begrenzt wird und sehr wohl einige Zehnerpotenzen grösser werden könnte, ohne die eben besprochenen Schwierigkeiten herbeizuführen. Die grosse

positive Raumladung im Kathodengebiet, die wohl als gesicherte Vorstellung bestehen dürfte, möchten wir gerade als Zeugnis für ein sehr viel grösseres $a\lambda$, als es nach (9) erhalten wird, ansehen.

Wir bemerken zum Schluss noch, dass der Elektronendruck, berechnet als Impuls der Stromdichte (unter der Annahme, der ganze Strom im Kathodenfleck würde durch Elektronen geführt), zu ca. 5% des gemessenen Effektes gefunden wurde¹⁾. Ebenso würde die Vorstellung von Tonks keinen Aufschluss geben über den Erwärmungseffekt einer Fahne gegenüber der Kathode, sowie den Druck auf diese (wobei der Lichtbogen die Fahne selbst nicht berührte)²⁾.

Physikalisches Laboratorium Brown, Boveri & Cie.,
Baden (Schweiz).

¹⁾ R. RISCH, *Helv. Phys. Acta* **4**, 122, 1931.

²⁾ W. E. BERKEY und R. C. MASON, *Phys. Rev.* **38**, 943, 1931.