**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta

**Band:** 7 (1934)

**Heft:** II

**Artikel:** Die Beweglichkeit kleiner Selenkugeln in Luft bei grossen Geschwindigkeiten

**Autor:** Berkowitsch, Abraham S.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-110361

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 04.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Die Beweglichkeit kleiner Selenkugeln in Luft bei grossen Geschwindigkeiten

von **Abraham S. Berkowitsch.**

(19. XII. 33.)

*Zusammenfassung.* 1. Durch Entladen einer hochaufgeladenen Kapazität über einen Millikan-Kondensator und einen parallel geschalteten Widerstand, wurde ein ausgeschwebtes Teilchen (Se) einem starken elektrischen Feld unterworfen und ihm so für kurze Zeit eine grosse Geschwindigkeit erteilt. Es wurde gezeigt, dass auch dann noch das einfache Bewegungsgesetz $v = b \cdot K$ besteht, wobei die Beweglichkeit $b$ bei dieser ungleichförmigen Bewegung innerhalb 1% mit der Beweglichkeit $B$ bei langsamer, gleichförmiger Bewegung übereinstimmt.

2. Für Selenteilchen in Luft von $7—15 \cdot 10^{-5}$ cm Radius ergibt sich, dass auch bei grossen Geschwindigkeiten noch das Millikan'sche Fallgesetz mit

$$b = \frac{l}{6\pi\mu a}\left(1 + A'\frac{l}{a}\right)$$

anzuwenden ist, wo $A'$ selbst eine Funktion von $l/a$ von der Form $A' = A + Be^{-C\,a\,l}$ ist. Der Mittelwert von $A$ wird aus 13 Messreihen gefunden zu $A = 0{,}875 \pm 0{,}035$.

Yang[1]) hat gezeigt, dass kleine Kugeln von etwa $10^{-4}$ cm Radius, die im Millikan-Kondensator unter der Wirkung einer sinusförmigen elektrischen Kraft Schwingungen ausführen, und dabei Maximalgeschwindigkeiten bis zu 40 cm/sec annehmen, noch dem Kraftgesetz folgen, das für ein in einem Gase fallendes Partikel gilt:

$$v = K \cdot b.$$

Hierin bedeutet $v$ die Momentangeschwindigkeit des Teilchens, $b$ seine Beweglichkeit und $K$ die treibende Kraft. Für frei fallende Teilchen ist $K$ konstant und gleich dem Gewicht der Kugel; in dem von Yang untersuchten Fall der beschleunigten Bewegung ist $K$ die um den Trägheitswiderstand verminderte äussere Kraft, $K' = K + m \cdot \frac{dv}{dt}$. Die Berücksichtigung des Trägheitswiderstandes bedingte bei Yang eine zwar nur kleine, aber doch endliche Phasenverschiebung zwischen der äussern Kraft und der Geschwindigkeit, während das Verhältnis der Maximalwerte $v_{max} : K'_{max} = b$ sich als konstant erwies. Dieses Verhältnis wurde experimentell aus der Amplitude der Schwingung bestimmt. Eine Diskrepanz

[1]) Yü Chen Yang, Ann. d. Phys. **76**, 333, 1925.

jedoch blieb bestehen, die nicht befriedigend erklärt werden konnte. Während die Konstanz der Beweglichkeit $b$ nachgewiesen wurde, war der Zahlenwert von $b$ im Mittel um etwa 2% grösser als der Wert der Beweglichkeit $B$, den man nach dem Stokes'schen Gesetz für langsam fallende Teilchen findet. Die Abweichung lag ausserhalb der Grenzen eines möglichen Messfehlers, war also reell, sie liess sich jedoch nicht theoretisch erklären. Nun lag die experimentelle Schwierigkeit in der von Yang befolgten Methode darin, dass die elektrische Spannung, die die Kraftwirkung auf das Teilchen ausübte, rein sinusförmig sein musste, eine Forderung, die für hohe Spannungen nicht leicht zu erfüllen ist. Es sollte darum mit einer gänzlich verschiedenen Methode, die diese Schwierigkeit umgeht, die Beweglichkeit eines sehr schnell bewegten Teilchens noch einmal mit der Beweglichkeit bei geringer Geschwindigkeit verglichen werden. Gleichzeitig sollte geprüft werden, ob das Stokes-Cunningham-Millikan'sche Fallgesetz, das die Geschwindigkeit eines Teilchens als Funktion des Druckes angibt, auch für grosse Geschwindigkeiten gültig bleibt.

## § 1. Methode.

Sehr grosse Momentangeschwindigkeiten lassen sich einem Teilchen auf folgende Weise erteilen. Eine hoch aufgeladene Kapazität wird, nachdem ein Teilchen im Millikan-Kondensator durch das passende Haltepotential ausgeschwebt worden ist, über den Millikan-Kondensator und über einen parallel dazu gelegten grossen Widerstand zur Erde abgeleitet. Es herrscht dann im Kondensator während einer kurzen Zeit (in unserem Falle von der Grössenordnung einiger 100stel Sekunden) ein exponentiell abklingendes hohes Feld. Das Teilchen bekommt einen Stoss und verschiebt sich um eine gewisse Strecke $s$, die gemessen wird.

## § 2. Theorie.

Fig. 1 zeigt das Schema der Schaltung, die bei den Versuchen angewandt wurde. $C_1$ ist die zu entladende Kapazität, $C_2$ der Millikan-Kondensator, $R_2$ der Ableitwiderstand. Die Selbstinduktion $L_1$ mit dem Ohm'schen Widerstand $R_1$ wurde nur bei einem kleinen Teil der Versuche benutzt, während meist $R_1 = L_1 \approx 0$ war, und $C_1$ dann direkt über den Schalter $S$ mit $C_2$ verbunden wurde. An der Stelle $R_3$ lag die Spannungsquelle für das Haltepotential, die für den Entladevorgang nur als Wider-

stand in Betracht kommt. Es ist nicht nötig, auch in den Leiterstücken $a$ und $b$ noch Selbstinduktionen zu berücksichtigen, da sie auf das Resultat, die Grösse der Verschiebung $s$, ohne Einfluss sind und die Rechnung dadurch unnötig kompliziert wird (vgl. z. B. Tabelle 7). $i_i$ und $V_i$ sind Strom und Spannung in den einzelnen Leiterstücken.

### *a) Die Entladung.*

Der Entladungsvorgang spielt sich nach den folgenden Gleichungen ab.

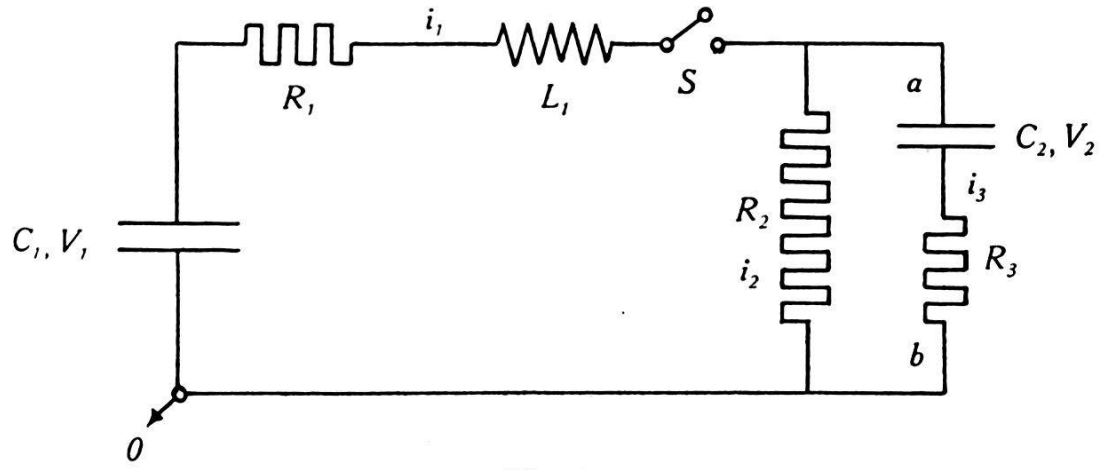


Fig. 1.

Nach den Kirchhoff'schen Regeln muss gelten:

$$i_1 = i_2 + i_3\,; \quad i_3 = C_2 \cdot \frac{dV_2}{dt}\,; \quad i_1 = -C_1 \cdot \frac{dV_1}{dt}\,. \tag{1}$$

$$V_2 = i_2 R_2 - i_3 R_3 = -C_1 R_2 \cdot \frac{dV_1}{dt} - (R_2 + R_3) \cdot C_2 \cdot \frac{dV_2}{dt}\,. \tag{2}$$

$$V_1 = i_1 R_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + i_2 R_2\,. \tag{3}$$

Aus (1)—(3) folgt nach einigen Umordnungen:

$$V_1 = \frac{d^2 V_2}{dt^2} \cdot \frac{C_2 L_1 (R_2 + R_3)}{R_2} + \frac{dV_2}{dt} \frac{L_1 + C_2 (R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)}{R_2}$$
$$+ V_2 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2}\,. \tag{4}$$

Gl. (4) differenziert und in (2) eingesetzt ergibt:

$$\frac{d^3 V_2}{dt^3} + \frac{d^2 V_2}{dt^2} \cdot \frac{L_1 + C_2(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)}{C_2 L_1 \cdot (R_2 + R_3)} + \frac{d V_2}{d t} \cdot$$

$$\frac{C_1(R_1 + R_2) + C_2 \cdot (R_2 + R_3)}{C_1 C_2 L_1 (R_2 + R_3)} + V_2 \cdot \frac{1}{C_1 C_2 L_1 (R_2 + R_3)} = 0 \quad (5)$$

oder durch Einführung leicht ersichtlicher Abkürzungen:

$$\frac{d^3 V_2}{dt^3} + f \cdot \frac{d^2 V_2}{dt^2} + g \cdot \frac{d V_2}{dt} + h \cdot V_2 = 0 . \quad (6)$$

Als Partikulärintegral dieser Differentialgleichung dritter Ordnung setzen wir an: $V_2 = e^{\gamma t}$. Dieser Ansatz führt zur Bestimmungsgleichung für $\gamma$:

$$\gamma^3 + f \gamma^2 + g \gamma + h = 0 \quad (7)$$

mit den 3 Wurzeln

$$\gamma_1 = \alpha + \beta - \frac{f}{3} ; \quad \gamma_{2,3} = -\frac{\alpha + \beta}{2} \pm i \cdot \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \sqrt{3} - \frac{f}{3} , \quad (7a)$$

wo

$$\alpha = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} ; \; \beta = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

und

$$p = g - \frac{f^2}{3} ; \; q = h + \frac{2}{27} f^3 - \frac{f \cdot g}{3} .$$

Die Diskriminante $\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3$ ist $> 0$, also liegt der casus reducibilis vor.

Das allgemeine Integral lautet:

$$V_2 = A_1 e^{\gamma_1 t} + A_2 e^{\gamma_2 t} + A_3 e^{\gamma_3 t} . \quad (8)$$

Die Konstanten $A_{1,2,3}$ ergeben sich aus den folgenden Grenzbedingungen:

I: für $t = 0$ ist $V_2 = 0$, d. h.

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 ;$$

II: für $t = 0$ ist das magnetische Feld in der Selbstinduktion $= 0$.

Hieraus und aus Bedingung I folgt, dass für $t = 0$ gilt:

$$i_1 = i_2 = i_3 = 0 \text{ oder } \frac{d V_2}{d t} = 0,$$

also

$$A_1 \gamma_1 + A_2 \gamma_2 + A_3 \gamma_3 = 0;$$

III: für $t = 0$ ist $V_1 = V_0$ (Anfangsspannung). Darum wird nach (4)

$$A_1 \gamma_1^2 + A_2 \gamma_2^2 + A_3 \gamma_3^2 = V_0 \cdot \frac{R_2}{C_2 L_1 (R_2 + R_3)}.$$

Aus I, II und III folgt:

$$A_1 = V_0 \cdot \frac{R_2}{C_2 L_1 (R_2 + R_3)} \cdot \frac{1}{\gamma_1 - \gamma_2} \cdot \frac{1}{\gamma_1 - \gamma_3}. \tag{8a}$$

$$A_2 = V_0 \cdot \frac{R_2}{C_2 L_1 (R_2 + R_3)} \cdot \frac{1}{\gamma_2 - \gamma_1} \cdot \frac{1}{\gamma_2 - \gamma_3}. \tag{8b}$$

$$A_3 = V_0 \cdot \frac{R_2}{C_2 L_1 (R_2 + R_3)} \cdot \frac{1}{\gamma_3 - \gamma_1} \cdot \frac{1}{\gamma_3 - \gamma_2}. \tag{8c}$$

Gl. (8) lässt sich in reeller und darum übersichtlicher Form so schreiben:

$$V_2 = A_1 e^{\gamma_1 t} + e^{\delta t} B_2 \cos (\varepsilon t + \varphi) \tag{9}$$

Hierin ist:

$$A_1 = \frac{V_0}{3} \cdot \frac{R_2}{C_2 L_1 (R_2 + R_3)} \cdot \frac{1}{\alpha^2 + \alpha \beta + \beta^2}. \tag{9a}$$

$$\gamma_1 = \alpha + \beta - \frac{f}{3}. \tag{9b}$$

$$\delta = -\frac{\alpha + \beta}{2} - \frac{f}{3}. \tag{9c}$$

$$\begin{aligned} B_2 &= -A_1 \cdot \frac{2}{\alpha - \beta} \cdot \sqrt{\alpha^2 + \alpha \beta + \beta^2} \\ &= -\frac{2 V_0}{3} \cdot \frac{R_2}{C_2 L_1 (R_2 + R_3)} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2 + \alpha \beta + \beta^2}}{\alpha^3 - \beta^3}. \end{aligned} \tag{9d}$$

$$\varepsilon = (\alpha - \beta) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}. \tag{9e}$$

$$tg\, \varphi = -\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} \cdot \sqrt{3}. \tag{9f}$$

$V_2$ als Funktion der Zeit lässt sich also darstellen als eine exponentiell abfallende Kurve mit überlagerter, ebenfalls exponentiell abklingender Schwingung. Je nach den Werten von $L_1$, von den Widerständen und von den Kapazitäten kann die überlagerte Schwingung ganz unwesentlich sein oder aber den Maximalwert von $V_2$ bis fast zum doppelten Betrag steigern. Die Frequenz der Schwingungen ist für die bei uns in Betracht kommenden Konstanten $R$, $C$ und $L$ von der Grössenordnung $10^4$ bis $10^6$ pro sec, die Abklingungszeit beträgt etwa $10^{-2}$ bis $10^{-4}$ sec.

Besteht $L_1$ ausschliesslich aus Selbstinduktion der Zuführungsdrähte, so begeht man keinen grossen Fehler, wenn man $L_1 = 0$ setzt. Man erhält dann aus Gleichung (5) eine Differentialgleichung zweiter Ordnung, deren Lösung lautet:

$$V_2 = A_1 \cdot e^{\gamma_1 t} + A_2 \cdot e^{\gamma_2 t} .$$

Die Grenzbedingungen lauten wieder: für $t = 0$ ist $V_2 = 0$ und $V_1 = V_0$. Aus Gleichung (4) ergibt sich dann:

$$V_2 = V_0 \frac{e^{\gamma_1 t} - e^{\gamma_2 t}}{C_2(\gamma_1 - \gamma_2)} \cdot \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} . \tag{10}$$

Hierin ist:

$$\gamma_{1,2} = -\frac{k}{2} \pm \sqrt{\frac{k^2}{4} - h}$$

$$k = \frac{C_1(R_1 + R_2) + C_2(R_2 + R_3)}{C_1 C_2(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)}$$

$$h = \frac{1}{C_1 C_2(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)} .$$

Da $k^2 > 4h$, so lässt sich $V_2$ als Differenz zweier Exponentialkurven darstellen, $V_2$ steigt von Null zu einem Maximalwert $< V_0$ an, um dann exponentiell abzuklingen.

### *b) Die Verschiebung.*

Für ein Teilchen, das im Kondensator schwebend, einem Feld $\mathfrak{E} = \frac{V_2}{300\,d}$ ($V_2$ in Volt) unterworfen wird, gilt die Bewegungsgleichung:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{1}{b} \cdot v = \frac{q \cdot V_2}{300\,d} = \frac{q}{300\,d} \cdot (A_1 e^{\gamma_1 t} + A_2 e^{\gamma_2 t} + A_3 e^{\gamma_3 t}). \tag{11}$$

Hierin ist $q$ die Ladung des Teilchens, $v$ seine momentane Geschwindigkeit, $d$ der Abstand der Platten im Millikan-Kondensator und $b$ die Beweglichkeit bei ungleichförmiger Bewegung; $m$ ist die hydrodynamische Masse des Teilchens, die ausser der um den Luftauftrieb verminderten Masse auch der mitbewegten Luft Rechnung tragen sollte. Nun ist der Luftauftrieb verschwindend klein gegen die Masse des Teilchens und darf deshalb vernachlässigt werden. Eher könnten die mitgerissenen Luftmassen in Betracht kommen, doch existiert bisher noch kein theoretischer Ansatz, wie bei dieser sehr ungleichförmigen Bewegung die Korrektion anzubringen wäre. Ausserdem zeigen uns unsere Messresultate, dass der durch diese Vernachlässigung bedingte Fehler sicherlich kleiner ist, als unserer Messgenauigkeit entspricht. Wir haben also im folgenden für $m$ stets nur die wirkliche Masse eingesetzt.

Wir schreiben Gl. (11) in der Form:

$$\frac{dv}{dt} + a_1 v + a_2 = 0, \text{ wo } a_1 = \frac{1}{mb} \tag{12}$$

und

$$a_2 = \frac{-q}{300\, dm} \left(A_1 e^{\gamma_1 t} + A_2 e^{\gamma_2 t} + A_3 e^{\gamma_3 t}\right)$$

ist. Das Integral der Gleichung lautet, falls für $t = 0$ auch $v = 0$ sein soll:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{qb}{300\, d} \cdot \sum_{i=1}^{3} \frac{A_i}{m\, b\, \gamma_i + 1} \cdot \left(e^{\gamma_i t} - e^{-\frac{t}{m\, b}}\right). \tag{13}$$

Wir berechnen zunächst die gesamte Verschiebung $s$ des Teilchens, während der vollen Entladungszeit. Es ergibt sich, da sowohl $\gamma_1$ als auch die reellen Teile von $\gamma_2$ und $\gamma_3$ negativ sind,

$$s_\infty = -\frac{q\, b}{300\, d} \cdot \left(\frac{A_1}{\gamma_1} + \frac{A_2}{\gamma_2} + \frac{A_3}{\gamma_3}\right), \tag{14}$$

und bei Einsetzen der Werte für die $A$ und $\gamma$ (Gl. 7a, 8a, 8b und 8c):

$$s_\infty = V_0 \cdot \frac{q}{300\, d} \cdot b \cdot R_2 C_1. \tag{14a}$$

Man erhält das interessante Resultat, dass $s_\infty$ sowohl von $m$ als auch von $L_1$, $R_1$, $R_3$ und $C_2$ unabhängig ist. $s_\infty$ hängt allein von dem Anfangspotential der Kapazität $C_1$, der Ladung des Teilchens, seiner Beweglichkeit und dem Produkt $R_2 C_1$ ab. Da

$R_2 C_1$ eine Zeit darstellt, lässt sich auch sagen, $s_\infty$ ist der Weg, den ein Teilchen von der Beweglichkeit $b$ zurücklegen würde, wenn es trägheitslos einer während der Zeit $R_2 C_1$ wirkenden Kraft $\frac{V_0 q}{300\, d}$ folgte. Wir werden die Gültigkeit dieser Gleichung zu prüfen haben.

Es braucht nicht besonders betont zu werden, dass $V_2$ nach Gleichung (10) eingesetzt, zu dem gleichen Resultat führt.

Wenn wir im folgenden

$$\bar{v} = \frac{s_\infty}{R_2 C_1} = \frac{q\, V_0\, b}{300\, d}$$

als die mittlere Geschwindigkeit einführen, so haben wir zu untersuchen, wie sich die wirkliche Maximalgeschwindigkeit $v_{\max}$ zu $\bar{v}$ verhält. Sehen wir zunächst von Selbstinduktionen im Kreis ab, betrachten wir also den schwingungsfreien Entladungsvorgang, so wird

$$v = \frac{q\, b}{300\, d} V_0 \frac{R_2}{C_2} \frac{1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \frac{1}{\gamma_1 - \gamma_2} \left[ \quad * \quad \right] \tag{15}$$

$$* = \frac{e^{\gamma_1 t} - e^{-\frac{t}{m b}}}{m\, b\, \gamma_1 + 1} - \frac{e^{\gamma_2 t} - e^{-\frac{t}{m b}}}{m b \gamma_2 + 1}$$

und speziell, wenn $R_1 = 0$, $R_3 \ll R_2$, $C_2 \ll C_1$ und $\gamma_1 - \gamma_2 \approx \frac{1}{C_2 R_3}$:

$$v = \bar{v} \left[ \frac{e^{\gamma_1 t} - e^{-\frac{t}{m b}}}{m\, b\, \gamma_1 + 1} - \frac{e^{\gamma_2 t} - e^{-\frac{t}{m b}}}{m\, b\, \gamma_2 + 1} \right]. \tag{15a}$$

Der Klammerausdruck kann nie $> 1$ werden, kann aber bei günstiger Wahl der Widerstände und Kapazitäten den Wert 1 sehr nahe erreichen.

Um die Verhältnisse leichter zu übersehen, sind in der Tabelle 1 die Rechenresultate angegeben, wie sie sich bei zwei von uns angewandten Versuchsanordnungen (Fall I und Fall II) ergaben. Die Apparatkonstanten des Falles I entsprechen ziemlich genau denjenigen, die bei den späteren Versuchen fast ausschliesslich zur Anwendung kamen.

Die Rechnung wurde ausgeführt für:
einen Radius des kugelförmig angenommenen Teilchens: $a = 10^{-4}$ cm; die Dichte des Materials der Kugel (Selen): $\sigma = 4.26$; die innere Reibung der Luft: $\mu = 1.824 \cdot 10^{-4}$ ($\mu$ wird gebraucht zur Berechnung von $b$ nach Stokes).

Die Apparatkonstanten sind:

| Fall I: | Fall II: |
|---|---|
| $R_1 = 0$ | $R_1 = 10^7\ \Omega$ |
| $C_1 = 6{,}81 \cdot 10^{-9}\ F$ | sonst wie bei I. |
| $C_2 = 2{,}78 \cdot 10^{-12}\ F$ | |
| $R_3 = 2 \cdot 10^3\ \Omega$ | |
| $R_2 = 1{,}5 \cdot 10^6\ \Omega$ | |

Die erste Vertikalreihe der Tabelle 1 enthält die Zeit, die zweite das dazugehörige $V_2/V_0$, berechnet nach Gl. (10). Es bedeutet $V_2/V_0$ die am Millikan-Kondensator anliegende Spannung, ausgedrückt in Einheiten des Anfangspotentials der Kapazität $C_1$. Es ist also $V_2/V_0$ proportional der auf das Teilchen im Millikan-Kondensator wirkenden äussern Kraft. Die dritte Vertikalreihe enthält $v/\bar{v}$, berechnet nach Gl. (15), d. h. die Geschwindigkeit des Teilchens in Einheiten der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v} = \frac{s_\infty}{R_2 C_1} = \frac{q V_0 b}{300\,\mathrm{d}}$. Die vierte und fünfte Vertikalreihe enthalten dieselben Grössen für den Fall II.

**Tabelle 1.**

| $t$ sec | Fall I | | Fall II | |
|---|---|---|---|---|
| | $\frac{V_2}{V_0}$ | $\frac{v}{\bar{v}}$ | $\frac{V_2}{V_0}$ | $\frac{v}{\bar{v}}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $8{,}2 \cdot 10^{-8}$ | ~1 } max | 0,0009 | 0,127 | — |
| $3{,}6 \cdot 10^{-5}$ | ~1 | — | 0,130 } max | 0,060 |
| $1 \cdot 10^{-4}$ | 0,99 | 0,85 | 0,130 | 0,110 |
| $2 \cdot 10^{-4}$ | — | 0,96 | — | 0,127 |
| $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ | — | 0,97 | — | — |
| $3 \cdot 10^{-4}$ | 0,97 | 0,97 } max | 0,130 | 0,129 |
| $3{,}5 \cdot 10^{-4}$ | — | 0,97 | — | — |
| $4 \cdot 10^{-4}$ | — | — | — | 0,129 } max |
| $5 \cdot 10^{-4}$ | 0,9 | 0,95 | 0,129 | 0,129 |
| $1 \cdot 10^{-3}$ | 0,91 | 0,91 | 0,129 | 0,129 |
| $5 \cdot 10^{-3}$ | 0,61 | 0,61 | 0,122 | 0,122 |
| $1 \cdot 10^{-2}$ | 0,37 | 0,37 | 0,115 | 0,115 |
| $2 \cdot 10^{-2}$ | 0,14 | 0,14 | 0,101 | 0,101 |
| $3 \cdot 10^{-2}$ | 0,053 | 0,053 | 0,089 | 0,089 |
| $4 \cdot 10^{-2}$ | 0,02 | 0,02 | 0,078 | 0,078 |
| $5 \cdot 10^{-2}$ | 0,007 | 0,007 | 0,069 | 0,069 |
| $1 \cdot 10^{-1}$ | 0,00006 | 0,00006 | — | — |
| $6 \cdot 10^{-1}$ | — | — | 0,00006 | 0,00006 |

Aus den Zahlen der Tabelle 1 ist zu ersehen, dass der Maximalwert der Teilchengeschwindigkeit zu einer späteren Zeit erreicht wird als der Maximalwert der äusseren Kraft. Das Teilchen kann vermöge seiner Trägheit sehr schnellen Änderungen der Kraft nicht folgen, die Relaxationszeit ist etwas grösser als das Produkt $m\,b$, in den berechneten Beispielen etwa $3 \cdot 10^{-4}$ sec.

Wir sehen jetzt auch, dass die schnellen Schwingungen mit Frequenzen von der Grössenordnung $10^6$ pro sec, die bei der Kondensatorentladung auftreten, falls Selbstinduktion im Kreise liegt, die Teilchen nicht merklich beeinflussen können; das Teilchen ist zu träge, um den im Vergleich zur Relaxationszeit schnellen Änderungen zu folgen.

Im folgenden werden wir, wenn die Versuchsbedingungen denen des Falles I der Tabelle 1 ähneln, $\bar{v}$ als den Maximalwert der Geschwindigkeit des Teilchens ansprechen. Der wirkliche Maximalwert ist dann, wie die Tabelle ergibt, nur um einige wenige Prozente (etwa 3%) kleiner.

Setzt man in Gleichung (14a) für $b$ die Beweglichkeit $B$ bei der *gleichförmigen* Fallbewegung ein:

$$B = \frac{v}{m \cdot g} = \frac{v \cdot 300 \cdot d}{P\,q},$$

wo $v$ die Fallgeschwindigkeit des Teilchens, $P$ sein Schwebe- oder Haltepotential, $q$ die Ladung ist, so erhält man:

$$s_\infty = \frac{q \cdot V_0}{300\,d} \cdot b \cdot R_2 C_1 = \frac{q \cdot V_0}{300\,d} \cdot R_2 C_1 \cdot \frac{v \cdot 300\,d}{P \cdot q}$$
$$= V_0 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot \frac{v}{P}. \qquad (16)$$

Diese Formel gestattet eine direkte Berechnung von $s_\infty$, da alle in (16) vorkommenden Grössen messbar sind, und es kann dann bei Übereinstimmung von $s_{\text{ber}}$ (berechnet) und $s_{\text{beob}}$ (beobachtet) auf die Gleichheit der beiden Beweglichkeiten $b$ und $B$ geschlossen werden.

## § 3. Versuchsanordnung.

Die Anordnung war die übliche[1]). Deshalb möge hier eine kurze Beschreibung (vgl. Fig. 2) genügen. Die Eisenplatten des Millikan-Kondensators hatten einen Durchmesser von 9 cm und einen Abstand von 2,028 cm. Die untere Platte war als Doppel-

[1]) M. Olsufjew, Helv. Phys. Acta **1**, 558 ff., 1928. Yang, l. c. S. 340 ff. S. Taubes, Ann. d. Phys. **76**, 640 ff., 1925.

platte ausgebildet und besass an der Peripherie ihrer zweiten oberen Platte eine Reihe von Löchern von 2 mm ⌀, die obere Deckplatte hatte in der Mitte ein feines Loch von 0,2 mm ⌀. Durch diese Anordnung konnte eine pneumatische Zentrierung des Teilchens bewirkt werden[1]). Der Millikan-Kondensator war an eine Rundpumpvorrichtung angeschlossen, die es ermöglichte

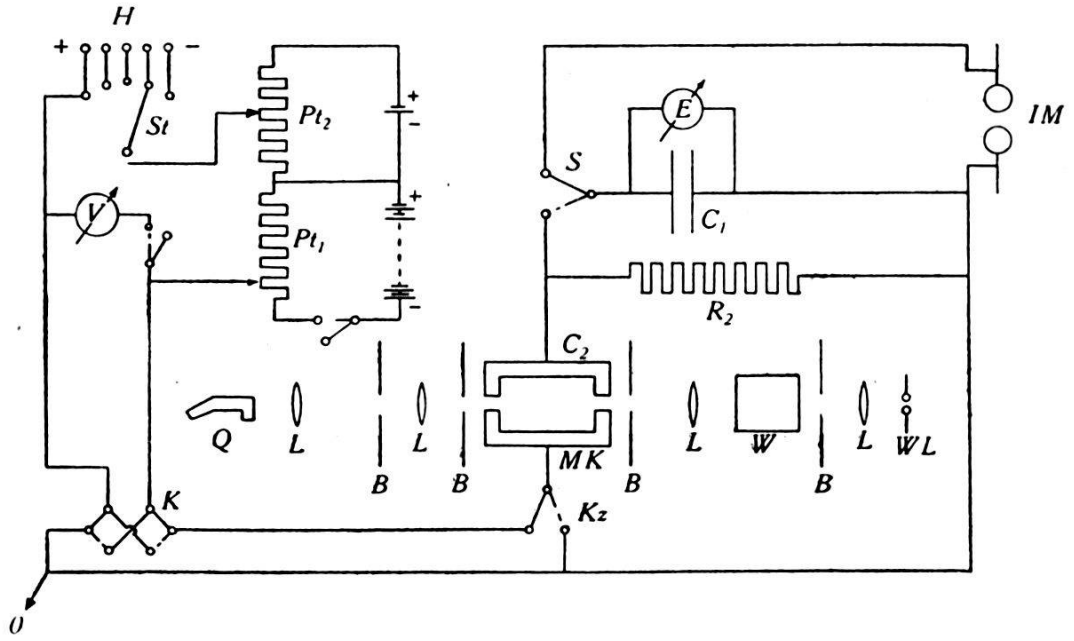


Fig. 2. Schaltungsschema.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $L$ | = Linsen | $W$ | = Wassertrog |
| $B$ | = Blenden | $Pt_1$ und $Pt_2$ | = Potentiometer |
| $MK$ | = Millikan-Kondensator | $St$ | = Stufenschalter |
| $WL$ | = Wolfram-Bogenlampe | $H$ | = Hochspannungsbatterien |
| $IM$ | = Influenzmaschine | $K$ | = Kommutator |
| $C_1$ | = Kondensator | $Kz$ | = Kurzschlussschalter |
| $V$ | = Voltmeter | $Q$ | = Quecksilberbogenlampe |
| $R_2$ | = Ableitwiderstand | $S$ | = Schalter |
| | | $E$ | = *Braun'sches* Elektrometer |

immer die gleiche in $P_2O_5$ Röhren und Flaschen getrocknete Luft zu benutzen. Unterhalb des Kondensators befand sich in einem Pyrexglasrohr das zu verdampfende rote amorphe Selenpulver von der Dichte $\sigma = 4{,}26$. Über dem Kondensator war eine feine Kapillare von einigen Zehntelmillimeter ⌀ angebracht, mit Hilfe derer das Teilchen, wenn es sich nach längerer Beobachtungsdauer durch eine seitliche Bewegung verschoben hatte, in die Mitte gezogen werden konnte; dieses geschah, indem man etwas Luft vom Millikan-Kondensator in den oberen Teil der Glasapparatur zog, in dem vorher ein kleiner Unterdruck hergestellt worden war. Die Kapillare diente auch dazu, den Millikan-Konden-

[2]) R. Bär und F. Luchsinger, Phys. Zs. **22**, 225, 1921.

sator bei Anwesenheit des Teilchens langsam auszupumpen, wenn kleinere Drucke im Kondensator hergestellt werden mussten. Aus dem gleichen Grunde war auch unter dem Kondensator eine feine Kapillare angebracht, welche für ein langsames Einströmen der Luft beim Wiederherstellen grösserer Drucke sorgte. An einem offenen und an einem geschlossenen Manometer wurden die hergestellten Drucke abgelesen, die höheren Drucke am langen, offenen Manometer und die niedrigen am kurzen, geschlossenen.

Als Beleuchtungsquelle diente am Anfang der Versuche eine kleine Kohlenbogenlampe (100 V, 4—5 A), nachher aber eine Philips-Wolfram-Bogenlampe (220 V, 2,5 A). Die Wolframlampe hat den Vorteil, dass die Wärmestrahlung bedeutend geringer ist, ferner dass man eine örtlich und zeitlich konstante Lichtquelle hat, was eine viel feinere Ausblendung und ein Experimentieren ohne Unterbrechung (wie sie z. B. das Auswechseln der Kohlen bei der Kohlenbogenlampe bedingt) zulässt[1]). Die Lichtstrahlen passierten ein Gefäss mit $CuSO_4$-Lösung und einen längeren Wassertrog, die die Wärmestrahlung absorbierten. Mit Hilfe der Linsen $L$ und Blenden $B$ wurde nur der mittlere Teil des Strahlenbündels ausgeblendet, so dass möglichst wenig Licht die Platten streifte. Die Aufladung der Teilchen geschah mit Hilfe der Quarzquecksilberlampe $Q$ (100 V, 2,5 A). Mit Hilfe von Quarzlinsen $L$ und Blenden $B$ wurde sie in der Mitte des Kondensators abgebildet. Es wurde dafür gesorgt, dass die ultravioletten Strahlen die Kondensatorplatten möglichst nicht streiften, weil dadurch die photoelektrische Endaufladung des Teilchens verhindert wird. Es werden sonst nämlich Elektronen aus den Platten oder aus dem an dem Boden sich anlagernden Selen ausgelöst, welche das positiv geladene Teilchen teilweise entladen[2]). Da versucht wurde, möglichst hohe Geschwindigkeiten zu erzielen, wurde für eine hohe Aufladung des Teilchens gesorgt. Zu diesem Zwecke war nach dem Vorgang von Yang und Olsufjew während der Bestrahlung mit der Quarzlampe eine hohe Wechselspannung (ca. 3000 V) an den Millikan-Kondensator angelegt[3]). Manche Teilchen waren auch schon ohne ultraviolette Bestrahlung von Anfang an stark negativ oder positiv geladen.

Die Teilchen wurden senkrecht zu den beiden Beleuchtungsrichtungen durch ein kurzbrennweitiges Fernrohr (Vergrösserung

---

[1]) Die Intensität der Wolframlampe ist aber geringer als die der Kohlenbogenlampe. Deshalb musste dann mit grössern Teilchen ($10^{-4}$ cm Radius) gearbeitet werden.

[2]) M. Olsufjew, Helv. Phys. Acta, Vol. I, S. 565, 1928.

[3]) Yang, l. c. — Olsufjew, l. c.

etwa 12fach linear) beobachtet. Das Fernrohr hatte zur Hoch- und Tiefverstellung eine Mikrometerschraube mit Trommel und Nonius, so dass die Tausendstelmillimeter direkt abgelesen werden konnten. Die Mikrometerschraube wurde mit einem Zeiss'schen Objektmikrometer geeicht und für richtig befunden. In der Okularebene des Fernrohres befanden sich zwei mit je einem feinen Strich versehene Glasplatten. Die eine konnte nur zusammen mit dem ganzen Fernrohr gehoben bzw. gesenkt werden; die andere war für sich beweglich. Die Verschiebung $s$ des Teilchens wurde dann so gemessen, dass, nachdem das Teilchen ausgeschwebt war, der Strich der festen Platte durch Drehung der Mikrometerschraube mit dem Teilchen zur Koinzidenz gebracht und darauf die Stellung des Fernrohrs abgelesen wurde. Nach der Verschiebung wurde das Fernrohr so lange gehoben oder gesenkt, bis der Strich mit dem Teilchen wieder zur Koinzidenz kam und dann die Endstellung des Fernrohres wieder abgelesen. Die Differenz der beiden Ablesungen gab die Verschiebung $s$ an. Bei der Messung der Fallgeschwindigkeiten wurde folgendermassen verfahren: Das Teilchen durchfiel im Gesichtsfeld des Fernrohres die Strecke zwischen den beiden Okularstrichen, nachdem diese in passenden Abstand voneinander gebracht worden waren. Die Auswertung dieser Okularstrecke in wirklichen Fallraum, ausgedrückt in cm, geschah mit Hilfe eines Zeiss'schen Objektmikrometers, das vermittels eines Komparators geeicht und für richtig befunden worden war.

Die Fallzeiten wurden zuerst mit einer guten Stoppuhr gemessen, nachher aber mit einem Chronographen. Die Uhr des Chronographen wurde mit einer astronomischen Uhr geeicht. Die Zeitstreifen wurden anfänglich mit dem Komparator ausgewertet, nachher aber mit einer Messplatte, welche mit dem Komparator geeicht war, und bis auf ½% genau zu messen gestattete. Die Sekunde auf den Chronographenstreifen entsprach einer Strecke von 9,70 mm.

Als Spannungsquelle für das Haltepotential dienten vier Hochspannungsbatterien $H$, welche mit Hilfe des Stufenschalters $St$ nach Belieben eingeschaltet werden konnten. In Serie zu ihnen lagen zwei hintereinander geschaltete Potentiometer $Pt.$ 1 und $Pt.$ 2. $Pt.$ 1 wurde von einer Akkumulatorenbatterie (50 V), $Pt.$ 2 von einem Akkumulator (2 V) gespeist. Die Akkumulatorenbatterie von $Pt.$ 1 war durch zwei Schiebewiderstände (1900 $\Omega$ und 1400 $\Omega$), der 2-V-Akkumulator durch einen 100-$\Omega$-Schiebewiderstand von grosser Länge (36 cm) geschlossen, so dass eine gute Feinregulierung des Haltepotentials möglich war. Der

Kommutator $K$ gestattete das Feld im Kondensator nach Bedarf zu kommutieren. Mit Hilfe des Schalters $Kz$ wurde die untere Platte des Kondensators bei Messungen der Fallgeschwindigkeit des Teilchens geerdet. Wie aus der Figur 2 zu ersehen ist, lag der eine Pol der Haltepotential-Spannungsquelle direkt an der unteren Platte des Millikan-Kondensators, der andere war durch den Ableitwiderstand $R_2$ mit der oberen Platte verbunden. Zum Ablesen des Haltepotentials wurde ein Präzisionsvoltmeter $V$ benützt. Dieses war mit dem Kompensationsapparat geeicht, sein innerer Widerstand betrug 1000 $\Omega$. Dem Voltmeter waren gewöhnlich noch 20,000 $\Omega$ vorgeschaltet. Die Ablesegenauigkeit betrug in dieser Anordnung $^1/_{20}$ Volt. Bei kleinen Haltepotentialen wurde der Vorschaltwiderstand verringert.

Als Entladekapazität $C_1$ diente bei einem Teil der Versuche eine Luftkapazität (zwei zusammengesetzte Plattenkondensatoren) von $5{,}74 \cdot 10^{-9}$ $F$, bei einem andern Teil zwei Minos-Kapazitäten von $6{,}81 \cdot 10^{-9}$ $F$. Die Minos-Kapazitäten wurden wegen ihres grösseren Wertes, ihrer besseren Isolation und wegen ihrer grösseren Durchschlagsspannung gebraucht. Die Luftkapazität konnte nur bis etwas unter 3000 V aufgeladen werden. Die Kapazität von $C_1$, zusammen mit dem Braun'schen Elektrometer $E$ und dem Einschalter $S$, welche dauernd mit $C_1$ verbunden waren, wurden nach zwei Methoden gemessen:

1. Wechselstrommethode in der Wheatstonebrücke;
2. Entladungsmethode, indem die Kapazität auf eine solche Spannung geladen wurde, dass bei ihrer Entladung durch ein ballistisches Galvanometer der gleiche Ausschlag entstand, wie bei der Entladung eines Normalglimmerkondensators, welcher auf eine seiner Kapazität entsprechenden Spannung aufgeladen worden war. Die Kapazitäten verhalten sich dann umgekehrt wie die Spannungen.

Bei der Luftkapazität stimmten die beiden Methoden bis auf 1% überein, bei den Minos-Kapazitäten differierten sie um 2%. In beiden Fällen ergab die Entladungsmethode den grösseren Wert. Bei den entscheidenden Versuchen wurde stets die Luftkapazität benutzt. Die Aufladung erfolgte mit einer Influenzmaschine $I.\ M.$

Das Braun'sche Elektrometer $E$ wurde mit Hilfe einer Hochspannungs-Dynamomaschine und eines Präzisionsvoltmeters mit Vorschaltwiderstand geeicht.

Der Ableitwiderstand $R_2$ bestand aus 6 Drahtwiderständen. Diese wurden in Summe zu $1{,}501 \cdot 10^6$ $\Omega$ bestimmt; es mussten hochohmige Drahtwiderstände genommen werden, da die sonst

gebräuchlichen Silitwiderstände Spannungsabhängigkeit aufweisen. In Fällen, in denen mit konstanter Spannung gearbeitet wurde und sehr hochohmige Widerstände notwendig waren, ohne dass es aber auf ihren genauen Wert ankam, wurde aus Mangel an Drahtwiderständen auch mit Graphitwiderständen gearbeitet.

## § 4. Gang eines Versuches.

Nachdem in dem Millikan-Kondensator und in der Glasapparatur über ihm ein kleiner Unterdruck hergestellt worden war, wurde mit dem Bunsenbrenner das das Selen enthaltende Rohr stark erhitzt und etwas mehr als eine Minute gewartet, damit sich grössere Teilchen im heissen Dampfe bilden konnten. Dann wurde die Selenwolke durch rasches einmaliges Herumdrehen eines Hahnes (damit nicht allzuviel Teilchen in den Kondensator gelangten) in den Millikan-Kondensator von unten nach oben gezogen, während die Quarzlampe den Kondensator durchstrahlte. Es gelangten dennoch immer viele Teilchen in den Kondensator, und es musste gewartet werden, bis das ausgewählte Teilchen von den andern isoliert war. Es wurde darauf geachtet, dass das ausgewählte Teilchen kein Flimmern zeigte, da es dann sicher nicht kugelförmig hätte sein können[1]). Nachdem das Teilchen allein im Gesichtsfeld blieb und auch die genügende Aufladung erhalten hatte, bzw. schon besass, wurde mit den Messungen begonnen.

Das Haltepotential wurde auf folgende Weise direkt bestimmt: Zuerst wurde das Haltepotential nur ungefähr zwischen zwei Spannungen, von denen die eine noch erkennbar zu gross, die andere noch zu klein war, eingeengt. Dann wurde das Haltepotential so einreguliert, dass während einer kurzen Zeit das Teilchen an der gleichen Stelle im Gesichtsfeld blieb und nachher wegen seiner Brown'schen Bewegung mit der gleichen Wahrscheinlichkeit stieg oder fiel. Diese Spannung wurde als Haltepotential $P$ angenommen. Auf diese Weise konnte das Haltepotential sehr genau und sehr gut reproduzierbar bestimmt werden. Ein für beliebig lange Zeit exaktes Ausschweben des Teilchens ist wegen seiner Brown'schen Bewegung unmöglich. Mit dem so ausgeschwebten Teilchen wurde der Strich auf der festen Platte im Fernrohrokular zur Koinzidenz gebracht, die Stellung des Fernrohres an der Mikrometerschraube abgelesen, und darauf die hochaufgeladene Kapazität, nachdem sie von der Influenzmaschine getrennt worden

[1]) S. auch: Mattauch, Zs. f. Phys. **37**, 813, 1926.

war, an den Millikan-Kondensator angelegt. Das Teilchen verschob sich sprunghaft um eine gewisse Strecke im Gesichtsfeld und blieb nachher ruhig stehen. Seine neue Stellung wurde ebenfalls am Fernrohr abgelesen und so die Verschiebung $s$ gemessen. Die beiden Einstellungen erfolgten rasch hintereinander (ca. 5 sec), damit das Teilchen nach der Entladung des Kondensators, welche schon im Bruchteil einer Sekunde vollständig beendet ist, bis zur zweiten Einstellung sich nicht mehr merkbar verschieben konnte. Nach der Verschiebung wurde das Teilchen wieder in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht und die Messung 5—7 mal wiederholt. Vor jeder Messung wurde das Haltepotential von neuem einreguliert. Zwischen den Messungen von $s$ wurde noch mehrmals die Fallgeschwindigkeit $v$ gemessen, wobei das Teilchen eine Strecke von ca. 1½ mm 10—20mal durchfiel. War das Teilchen zu schwer, so dass die beobachteten Fallzeiten zu kurz und daher zu ungenau gemessen werden konnten, so wurde die Steiggeschwindigkeit $v_s$ im elektrischen Felde gemessen und daraus die Fallgeschwindigkeit nach der Formel $\frac{v}{v_s} = \frac{P}{\Delta P}$, in der $v_s$ die Steiggeschwindigkeit bei der am Millikan-Kondensator anliegenden Spannung $P + \Delta P$ ist, berechnet. Mehrmals wurden auch beide Grössen $v$ und $v_s$ gleichzeitig gemessen. Wenn keine Luftströmungen im Kondensator vorhanden sind und das Teilchen kugelförmig ist, so müsste $v$, berechnet aus $v_s$, mit dem direkt gemessenen $v$ übereinstimmen. Zum Teil war diese Übereinstimmung vorhanden, zum Teil differierten beide Werte um einige Prozent.

## § 5. Prüfung der Theorie.

Nach Gleichung (16) ist

$$s_\infty = V_0 R_2 C_1 \frac{v}{P}.$$

Die Formel wurde zunächst so auf ihre Gültigkeit geprüft, dass man eine der Grössen auf der rechten Seite der Gleichung variierte, während die andern konstant gehalten wurden. Da man es wegen kleiner Massen- und Ladungsänderungen der Teilchen nicht immer in der Hand hat, $v$ und $P$ konstant zu halten, so wurde die beobachtete Verschiebung $s_\infty$, falls nötig, rechnerisch auf gleiches $\frac{v}{P}$ korrigiert. Oder es wurden auch Mittelwerte von $v$ und $P$ aus der Anfangs- und Endmessung in die Formel eingesetzt.

Die Prüfung der Proportionalität von $s_\infty$ mit $R_2$ wurde in folgender Weise vorgenommen: ein und dasselbe Teilchen wurde nacheinander verschoben, wenn ein Widerstand $R_{\mathrm{I}}$, zwei Widerstände $R_{\mathrm{I}} + R_{\mathrm{II}}$ in Serie, dann $R_{\mathrm{II}}$ allein, und schliesslich zur Kontrolle wieder $R_{\mathrm{I}}$ im Stromkreis lagen. Verglichen wurde das aus der Summe von $s_{R_{\mathrm{I}}}$ und $s_{R_{\mathrm{II}}}$ berechnete $s_{R_{\mathrm{I}} + R_{\mathrm{II}}}$ mit dem direkt beobachteten $s_{R_{\mathrm{I}} + R_{\mathrm{II}}}$. Beide sollten gleich gross sein. In analoger Weise wurde die Proportionalität von $s$ mit der Kapazität $C_1$ geprüft. Die Konstanz von $\frac{s}{V_0}$ wurde gemessen, indem ein Teilchen bei mehreren verschieden grossen Anfangsspannungen $V_0$ der Kapazität $C_1$ verschoben wurde. Desgleichen konnte durch Änderung des Druckes im Millikan-Kondensator während des Versuches die Proportionalität von $s$ mit $v$ festgestellt werden. Schliesslich wurden ursprünglich negativ geladene Teilchen durch Bestrahlung mit dem Quecksilberbogen teilweise entladen und so die Konstanz von $s \cdot P$ geprüft. Nach der Theorie sollte ferner $s$ unabhängig von $R_1$, $R_3$, $C_2$, $L_1$ und $L_2$ sein; auch das wurde untersucht und bestätigt.

Die Resultate für einige beliebig herausgegriffene Teilchen mögen das Gesagte in Tabelle 2—7 beleuchten. Unter $s_{\mathrm{kor}}$ sind, wenn nötig, die auf gleiches $v$ und $P$ korrigierten Verschiebungen angegeben.

**Tabelle 2.**

Proportionalität von $s$ mit $V_0$.

| Nr. | $V_0$ Volt | $s \cdot 10^3$ cm | $s_{\mathrm{kor}}$ | $\frac{s}{V_0} \cdot 10^7$ | kor. | $P$ Volt | $v \cdot 10^2$ cm $\cdot$ sec$^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 1000 | 40,06 | — | 400,6 | — | +33,0 | — |
| | 2000 | 79,38 | — | 396,9 | — | +33,0 | — |
| | 3000 | 120,9 | — | 403,0 | — | +33,0 | — |
| 33 | 2000 | 66,7 | — | 333,5 | — | −55,0 | 17,9 |
| | 4000 | 135,2 | — | 338,0 | — | −55,0 | — |
| | 6000 | 200,7 | — | 334,5 | — | −54,5 | — |
| | 8000[1]) | 261,8 | 262,3 | 327,3 | 327,9 | −54,2 | 17,6 |

[1]) Bei $V_0 = 8000$ war die Isolation von $C_1$ nicht mehr gut, daher vielleicht der kleine Wert von $s/V_0$.

**Tabelle 3.**

Proportionalität von $s$ mit $C_1$

| Nr. | $C_1 \cdot 10^9$ F | $s \cdot 10^3$ cm | $s_{kor}$ | $s_{C_I + C_{II}} \cdot 10^3$ ber. | kor. | gem. | kor. | $P$ Volt | $v \cdot 10^2$ cm · sec$^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 21 | $C_I$ = 2,95 | 45,73 | — | — | — | — | — | −42,23 | — |
| | $C_{II}$ = 2,80 | 44,08 | — | — | — | — | — | −42,00 | — |
| | $C_I + C_{II}$ = 5,75 | 89,88 | — | 90,50 | — | 89,88 | - | −41,40 | — |
| | $C_I$ = 2,95 | 47,12 | — | — | — | — | — | −41,16 | 10,9 |
| 28 | $C_I$ = 2,95 | 164,4 | — | — | — | — | — | −26,87 | 4,82 |
| | $C_I + C_{II}$ = 5,75 | 315,1 | 319,7 | 320,5 | 323,8 | 315,1 | 319,7 | −26,75 | 4,73 |
| | $C_{II}$ = 2,80 | 156,1 | 159,4 | — | — | — | — | −26,20 | 4,60 |

**Tabelle 4.**

Proportionalität von $s$ mit $R_2$

| Nr. | $R \cdot 10^{-6}$ $\Omega$ | $s \cdot 10^3$ cm | $s_{kor}$ | $s_{R_I + R_{II}} \cdot 10^3$ ber. | kor. | gem. | kor. | $P$ Volt | $v \cdot 10^2$ cm · sec$^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19 | $R_I$ = 1,54 | 44,94 | — | — | — | — | — | −10,38 | — |
| | $R_I + R_{II}$ = 2,79 | 86,25 | — | 86,50 | — | 86,25 | - | −10,09 | 2,13 |
| | $R_{II}$ = 1,25 | 40,86 | — | — | — | — | — | − 9,57 | — |
| | $R_I$ = 1,54 | 46,34 | — | — | — | — | — | − 9,08 | 1,95 |
| 28 | $R_I$ = 1,50 | 31,74 | — | — | — | — | — | −28,80 | 5,00 |
| | $R_I + R_{II}$ = 15,3 | 319,2 | 318,3 | 317,9 | 314,6 | 319,2 | 318,3 | −28,56 | 4,98 |
| | $R_{II}$ = 13,8 | 286,2 | 282,9 | — | — | — | — | −27,82 | 5,02 |

**Tabelle 5.**

Proportionalität von $s$ mit $v$

| Nr. | $v \cdot 10^2$ cm · sec$^{-1}$ | $s \cdot 10^3$ cm | $\frac{s}{v} \cdot 10^2$ | kor. | $P$ Volt |
|---|---|---|---|---|---|
| 50 | 5,373 | 98,40 | 182,9 | 182,9 | − 16,56 |
| | 5,72 | 104,5 | 182,7 | 183,8 | − 16,66 |
| | 5,93 | 108,5 | 182,9 | 184,0 | − 16,66 |
| | 6,21 | 113,1 | 182,3 | 183,4 | − 16,66 |
| | 6,716 | 122,1 | 181,9 | 183,0 | − 16,66 |
| | 7,234 | 130,4 | 180,2 | 179,0 | − 16,46 |
| | 8,44 | 155,4 | 184,2 | 178,7 | − 16,06 |

**Tabelle 6.**

Proportionalität von $s$ mit $\frac{1}{P}$

| Nr. | $P_{\text{Volt}}$ | $s \cdot 10^3$ cm | $s \cdot P \cdot 10^2$ | kor. | $v \cdot 10^2$ cm · sec$^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 12 | – 32,7 | 39,58 | 129,2 | — | 4,70 |
| | – 55,0 | 23,45 | 129,0 | — | 4,75 |
| 28 | – 18,92 | 281,7 | 533,0 | — | 2,95 |
| | – 36,7 | 144,0 | 529,0 | 530,3 | 2,94 |
| | – 59,4 | 86,65 | 514,8 | 535,0 | 2,84 |
| | – 91,0 | 54,70 | 497,8 | 528,4 | 2,78 |

**Tabelle 7.**

Unabhängigkeit von $L_1$, $L_2$, $R_1$[1])

| Nr. | $R_1$ $\Omega$ | $L_1$ in Henry | $L_2$ in Henry | $s \cdot 10^3$ cm |
|---|---|---|---|---|
| 31 | 0 | — | — | 153,1 |
| | sehr gross | — | — | 154,2 |
| | — | 0 | | 63,6 |
| | — | 5 | — | 64,6 |
| | — | — | 0 | 67,8 |
| | — | — | 6 | 67,1 |

Wie aus den Tabellen 2—7 zu ersehen ist, wird die Theorie in bezug auf die notwendigen Proportionalitäten gut bestätigt. Besonders auffallend ist die vollständige Unabhängigkeit der Verschiebung $s$ von den in der Formel nicht vorkommenden übrigen Grössen, genau wie es die Theorie verlangt. So wurde bei dem Teilchen Nr. 31 $R_1$ von 0 auf fast Unendlich gesteigert; dies wurde dadurch erreicht, dass an der Kontaktstelle des Einschalters $S$ ein Stückchen Papier eingeschoben wurde. Die Entladungszeit wurde dadurch so gesteigert, dass man direkt mit dem Auge die Bewegung des Teilchens verfolgen konnte. Die Verschiebung blieb jedoch dieselbe.

Zu Tabelle 4, Teilchen Nr. 28, soll noch folgendes bemerkt werden: Aus der Abnahme von $P$ muss auf eine Verdampfung des Teilchens geschlossen werden, da bei der grossen Aufladung

[1]) Auch die Grösse von $C_2$ und $R_3$ haben auf $s$ keinen Einfluss, wie es die Theorie verlangt.

des Teilchens (viele hundert Elektronen) eine Ladungszunahme sehr unwahrscheinlich ist. Die Messung der Fallgeschwindigkeiten ergab aber eine Massenkonstanz. Da nun aber das Haltepotential viel genauer als die Fallgeschwindigkeit gemessen werden kann, so wurde eine Massenabnahme $\Delta m \sim \Delta P$ angenommen und danach $s$ korrigiert[1]).

Die Tabellen zeigen also, dass die Gleichung (16) insofern gültig ist, als $s_\infty$ jedem der einzelnen Faktoren auf der rechten Seite von (16) proportional ist. Es bleibt noch neben der Proportionalität die Gleichheit zu beweisen, die dann bedeutet, dass der Zahlenwert der Beweglichkeit $b$, bei dieser schnellen und ungleichförmigen Bewegung, gleich demjenigen der Beweglichkeit $B$ ist, wie er bei langsamer Bewegung aus dem Stokes'schen Gesetz abgeleitet wird. Es muss also der nach (16) berechnete Wert von $s$ ($s_{\text{ber}}$) mit dem beobachteten $s_{\text{beob}}$ übereinstimmen.

Bei den nun folgenden Versuchen, die die Messung des Verhältnisses $s_{\text{ber}} : s_{\text{beob}}$ zum Ziele hatten, wurde der grösseren Genauigkeit halber ausschliesslich mit Drahtwiderständen und Luftkapazitäten gearbeitet und die Zeiten mit dem Chronographen bestimmt. Für jedes Teilchen wurde ausser der Verschiebung $s$ im Felde auch die Geschwindigkeit des freien Falls $v$ gemessen, und zwar teils direkt, teils — bei zu schweren Teilchen — berechnet aus der Steiggeschwindigkeit $v_s$ in einem elektrischen Gegenfeld. Tab. 8 zeigt das Resultat für 11 Teilchen.

Die Apparatkonstanten bei den Versuchen der Tabelle 8 sind:

$$R_2 = 1{,}501 \cdot 10^6 \text{ Ohm}$$
$$C_1 = 5{,}740 \cdot 10^{-9} \text{ Farad}$$
$$V_0 = 2{,}505 \cdot 10^3 \text{ Volt}$$
$$R_2 \cdot C_1 \cdot V_0 = 21{,}58$$

---

[1]) Nennt man den Radius des Teilchens $a$, so ist nach dem Stokes-Cunningham'schen Fallgesetz angenähert (exakt für $l = 0$, wenn $l$ die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle bedeutet) $v$ proportional $a^2$. Da aber $P$ proportional $a^3$ ist, so ist $v/P$ proportional $1/a$. Es ergibt sich daher die Korrektionsformel (unter der Annahme konstanter Dichte $\sigma$) zu:

$$s_{\text{kor}} = s_{\text{beob}} \frac{a - \Delta a}{a},$$

wobei $\Delta a$ die durch das Verdampfen des Teilchens bedingte Änderung seines Radius ist. Eine einfache Umrechnung ergibt:

$$s_{\text{kor}} = s_{\text{beob}} - s_{\text{beob}} \frac{P_0 - P_1}{3 \cdot P_0}.$$

Dabei bedeutet $P_1$ das für $S_{\text{beob}}$ gemessene Haltepotential, $P_0$ dasjenige Haltepotential, auf welches korrigiert werden soll.

**Tabelle 8.**

Verhältnis der beiden Beweglichkeiten $B$, $b$.

| Nr. | $P_{\text{Volt}}$ | $v \cdot 10^2 \text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ | $s_{\text{gem}} \cdot 10^3 \text{cm}$ | $s_{\text{ber}} \cdot 10^3 \text{cm}$ | $\frac{s_{\text{ber}}}{s_{\text{gem}}} = \frac{B}{b}$ | $\bar{v} \text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 23 | − 14,88 | 3,37 | 48,20 | 48,70 | 1,010 | 5,59 |
| 25 | − 10,30 | 1,50 | 31,33 | 31,40 | 1,002 | 3,63 |
| 35 | + 15,05 | 5,99 | 83,12 | 85,75 | 1,030 | 9,65 |
| 36 | + 8,34 | 1,238 | 32,36 | 32,00 | 0,989 | 3,75 |
| 37 | + 4,28 | 3,50 | 176,4 | 176,4 | 1,000 | 20,45 |
| 38 | + 10,76 | 2,556 | 55,19 | 51,12 | 0,927 | 6,40 |
| 39 | + 14,30 | 8,36 | 127,0 | 126,0 | 0,993 | 14,72 |
| 40 | + 13,83 | 9,74 | 146,8 | 151,5 | 1,032 | 17,01 |
| 41 | + 26,42 | 10,56 | 88,45 | 86,10 | 0,975 | 10,28 |
| 42 | + 11,83 | 3,90 | 71,41 | 71,00 | 0,995 | 8,28 |
| 43 | + 16,18 | 7,355 | 100,4 | 98,08 | 0,976 | 11,6 |
| | | | | | 0,994 ± 0,009 | |

Tabelle 8 zeigt, dass die Beweglichkeit eines Teilchens bei dieser, durch die Kondensatorentladung hervorgerufenen, sehr ungleichförmigen Bewegung und bei Maximalgeschwindigkeiten $\bar{v}$ bis zu 20 cm/sec derjenigen ($B$) des langsam und mit konstanter Geschwindigkeit fallenden Teilchens innerhalb 1% gleich ist. Hierbei ist bei den einzelnen Versuchsreihen kein systematischer Gang des Verhältnisses $B : b$ mit der Geschwindigkeit $\bar{v}$ zu konstatieren, der angegebene Mittelwert erstreckt sich also über den vollen Geschwindigkeitsbereich. Die Diskrepanz, die bei Yangs Versuchen noch störte, ist verschwunden. Yang hatte, wie oben erwähnt, Selenpartikel von etwa gleicher Grösse sinusförmige Pendelschwingungen ausführen lassen und dabei im Bereich von Maximalgeschwindigkeiten von etwa 3—7 cm/sec systematisch $b$ um etwa 2% grösser als $B$ gefunden.

Ausserdem zeigt es sich, dass wir innerhalb unserer Messgenauigkeit berechtigt waren, die Masse des Teilchens noch als die gleiche wie bei freifallendem Körper einzusetzen, ohne die eventuell mitgerissenen Luftmassen zu berücksichtigen.

## § 6. Das Fallgesetz.

Nachdem das Experiment die Gleichheit der beiden Beweglichkeiten $b$ und $B$ ergeben hat, ist es selbstverständlich, dass auch das Fallgesetz, d. h. die Beweglichkeit als Funktion des Gasdruckes, sich aus den von uns verwendeten ungleichförmigen

Bewegungen genau gleich ergeben muss, wie es MILLIKAN bei kleinen gleichförmigen Geschwindigkeiten gefunden hat[1]). Die experimentelle Untersuchung des Fallgesetzes nach unserer Methode der Kondensatorentladung bietet aber den grossen Vorteil, dass man weit grössere Geschwindigkeiten der Teilchen benutzen kann als dies Millikan bei seiner Methode möglich war, so dass das Fallgesetz in einem grösseren Geschwindigkeitsbereich untersucht werden kann.

Bezeichnen wir mit $l$ die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle, mit $a$ den Radius des kugelförmig angenommenen Teilchens, so lässt sich das Fallgesetz auf folgende Weise ableiten:

Es war in unseren Versuchen nach Gl. (14a)

$$s = \frac{q V_0}{300\, d} R_2 C_1 \cdot b.$$

$b$, die Beweglichkeit des Teilchens, wird eine Funktion des Gasdruckes oder, besser gesagt, eine Funktion von $\frac{l}{a}$ sein. Wir setzen daher an:

$$b = b_0 f\left(\frac{l}{a}\right).$$

$f\left(\frac{l}{a}\right)$ ist die unbekannte Funktion, welche bestimmt werden soll. Gl. (14a) wird

$$s = \frac{q V_0}{300\, d} R_2 C_1 b_0 f\left(\frac{l}{a}\right). \tag{17}$$

Da man nun aus dem Stokes'schen Gesetz weiss, dass für sehr hohen Druck ($l = 0$) die Funktion $f\left(\frac{l}{a}\right) = 1$ wird, so wird die Verschiebung $s_0$ eines Teilchens bei hohem Gasdrucke sein:

$$s_0 = \frac{q V_0}{300\, d} R_2 C_1 b_0 . \tag{18}$$

Durch Division von Gl. (17) und (18) erhält man

$$\frac{s}{s_0} = f\left(\frac{l}{a}\right)$$

die gesuchte Funktion. Trägt man die experimentell bei verschiedenen Drucken gefundenen Werte von $s$ graphisch als Funktion von $l$ auf, so lässt sich der Wert von $s_0$ für $l = 0$ aus der Kurve extrapolieren.

---

[1]) R. A. MILLIKAN, Phys. Rev. **22**, 1, 1923.

Um den Teilchenradius $a$ zu finden, schreiben wir, da für unendlich grosse Drucke das Stokes'sche Gesetz gültig ist:

$$b_0 = B = \frac{1}{6\pi\,\mu a}$$

und

$$s_0 = \frac{q}{300\,d}\,V_0 R_2 C_1 \frac{1}{6\pi\,\mu a}\,.$$

Mit der Bedingungsgleichung für das Ausschweben des Teilchens ($P$ Haltepotential):

$$\frac{q\,P}{300\,d} = mg$$

und nach Einsetzen der Masse

$$m = \frac{4}{3}\,\pi\,a^3\,\sigma$$

erhält man:

$$s_0 = \frac{2}{9}\,\frac{\sigma g\,V_0 R_2 C_1}{\mu P}\cdot a^2$$

oder

$$a^2 = \frac{9}{2}\,\frac{\mu}{V_0 R_2 C_1\,\sigma\,g}\cdot P\,s_0\,. \tag{19}$$

Die numerischen Daten sind für
den Koeffizienten der inneren Reibung von Luft $\mu = 1{,}824\cdot 10^{-4}$

bei $t = 23^0$ C;

die Dichte des Selens $\sigma = 4{,}26$.

Somit wird:

$$a^2 = 1{,}964\cdot 10^{-7}\,\frac{P\,s_0}{R_2 C_1 V_0}\,. \tag{19a}$$

Damit kann man $s/s_0$ als Funktion von $l/a$ für jedes Teilchen angeben. Nachdem dies für die verschiedenen Teilchen gemacht war, wurden alle $s/s_0$ als Funktion von $l/a$ gemeinsam aufgetragen. Streuen die Punkte um eine gemeinsame Kurve, so ist man berechtigt, von einem allgemeinen Fallgesetz zu sprechen. Aus dem Verlauf der Kurve kann das Fallgesetz auch direkt bestimmt werden. Voraussetzung ist die Massen- und Ladungskonstanz des Teilchens bei den verschiedenen Drucken, was durch besondere Versuche geprüft werden muss[1]).

[1]) S. auch: Mattauch, Zs. f. Phys. **32**, 444, 1925.

## § 7. Ausführung der Versuche.

Nachdem bei Atmosphärendruck die verschiedenen $s$ und die Fallgeschwindigkeit $v$ gemessen worden sind, wurde der Druck in der Apparatur über dem Millikan-Kondensator mit einer Toeplerpumpe erniedrigt. Durch geringes Öffnen eines Kapillarhahnes und durch Regulierung mit einem passenden, der Gasströmung entgegengesetzten elektrischen Felde, welches verhindert, dass das Teilchen aus dem Kondensator mit der Luftströmung herausgezogen wird[1]), wurde der Druck im Millikan-Kondensator mit dem im Unterdruckraum langsam ausgeglichen, bis der gewünschte Druck im Millikan-Kondensator erreicht war. Nach Herstellung des Druckes wurde 8—10 Minuten gewartet, damit sich die Luft im Millikan-Kondensator beruhige und erst dann mit den Messungen begonnen. Die Fallgeschwindigkeit wurde nicht mehr gemessen, damit im Millikan-Kondensator möglichst immer ein elektrisches Feld vorhanden war; denn in diesem Falle ist die Wahrscheinlichkeit für eine Umladung des Teilchens sehr klein. Auf diese Weise wurde $s$ bei 6—8 verschiedenen Drucken in einem grösseren Druckintervall gemessen. Zuletzt wurde noch versucht, im Millikan-Kondensator wieder Atmosphärendruck herzustellen.

Da die Drucke im Millikan-Kondensator und in dem unteren Teil der Apparatur (dem Überdruckraum) sehr stark voneinander abweichen, so ist es fast unmöglich, ein beinahe verloren gegangenes Teilchen durch Druckregulierung wieder in das Gesichtsfeld zu ziehen. Gelang es aber, das Teilchen bis zur Wiederherstellung von Atmosphärendruck zu halten, so wurden sowohl $P$ und $v$, als auch einige Werte von $s$ erneut gemessen.

Auf die Konstanz der Masse des Teilchens lässt sich schliessen, wenn die beiden gemessenen Fallgeschwindigkeiten $v_1$ und $v_2$ zu Anfang und am Ende der Versuchsreihe bei demselben Druck die gleichen sind.

Die Konstanz der Ladung $q$ ist aus der Konstanz des Haltepotentials nach $mg = \frac{q \cdot P}{300\, d}$ nur gewährleistet, falls sich die Masse des Teilchens während des Versuches nicht ändert. Um eventuelle Änderungen von $q$ unabhängig von Massenänderungen kontrollieren zu können, kann man folgendermassen vorgehen, wobei aber die Voraussetzung gemacht werden muss, dass die Dichte $\sigma$ des Teilchens konstant bleibt.

---

[1]) Edgar Meyer und W. Gerlach, Ann. d. Phys. **47**, 227, 1915.

Das Fallgesetz in der Millikan'schen Fassung[1]) lautet:

$$mg = \frac{4\pi}{3} a^3 \sigma g = 6\pi \mu a v \cdot (1 + A' l/a)^{-1}. \tag{20}$$

Hierin ist die Funktion $A'$ ein wenig vom Druck abhängig.

Es wird nun, wenn $v_1$ die Fallgeschwindigkeit am Anfang der Versuchsreihe, $v_2$ die am Schlusse, aber bei demselben Druck, bedeutet:

$$v_1 = \frac{2}{9} \frac{\sigma g}{\mu} a^2{}_1 \cdot (1 + A' l/a_1)$$

$$v_2 = \frac{2}{9} \frac{\sigma g}{\mu} a^2{}_2 \cdot (1 + A' l/a_2).$$

Also

$$\frac{v_1{}^3}{v_2{}^3} = \frac{a_1{}^6}{a_2{}^6} \cdot \left(\frac{1 + A' l/a_1}{1 + A' l/a_2}\right)^3.$$

Anderseits folgt aus

$$\frac{q P}{300 d} = \frac{4\pi}{3} a^3 \sigma g,$$

wenn $P_1$ das Haltepotential am Anfang, $P_2$ dasjenige am Ende des Versuches bedeutet:

$$\frac{a_1{}^6}{a_2{}^6} = \frac{(q_1 P_1)^2}{(q_2 P_2)^2},$$

also

$$\frac{q_1^2 P_1^2}{q_2^2 P_2^2} = \frac{v_1^3}{v_2^3} \frac{(1 + A' l/a_2)^3}{(1 + A' l/a_1)^3}. \tag{21}$$

Setzt man in dieser Gleichung $a_2 = a_1 - \Delta a$ und berücksichtigt, dass $\frac{\Delta a}{a}$ sicher $\ll 1$ ist, so kann man auch schreiben:

$$\frac{q_1^2 P_1^2}{q_2^2 P_2^2} = \frac{v_1^3}{v_2^3} \left[\frac{1 + A' l/a_1 \left(1 + \frac{\Delta a}{a_1}\right)}{1 + A' l/a_1}\right]^3 = \frac{v_1^3}{v_2^3} \left[1 + A' l/a_1 \frac{\frac{\Delta a}{a_1}}{1 + A' \frac{l}{a_1}}\right]^3.$$

Nun ist $A' l/a_1$ für Teilchen von etwa $10^{-4}$ cm Radius bei Atmosphärendruck der Grössenordnung nach $10^{-1}$, der zweite

[1]) R. A. Millikan, l. c.

Summand in der Klammer also sicher vernachlässigbar klein. Man erhält also

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{P_2}{P_1} \sqrt{\frac{v_1^3}{v_2^3}} \,. \tag{22}$$

Führt man in Gl. (22) für die *Zunahme* der Ladung $\Delta q$ ein, so wird

$$\frac{q_1}{q_1 + \Delta q} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta q}{q_1}} = \frac{P_2}{P_1} \sqrt{\frac{v_1^3}{v_2^3}}$$

oder, wenn man nach Potenzen von $\Delta q/q_1$ entwickelt:

$$\frac{\Delta q}{q_1} = 1 - \frac{P_2}{P_1} \sqrt{\frac{v_1^3}{v_2^3}} \,. \tag{22a}$$

Diese Gleichung gestattet, die Ladungskonstanz zu kontrollieren, ohne dass eine Massenkonstanz vorausgesetzt werden musste.

Nennt man die *Zunahme* des Radius $\Delta a$, so ergibt sich leicht aus dem Stokes'schen Gesetz bei hohem Druck:

$$\frac{\Delta a}{a_1} = 1 - \sqrt{\frac{v_1}{v_2}} \,,$$

oder für die *Zunahme* der Masse $\Delta m$:

$$\frac{\Delta m}{m_1} = 3 \frac{\Delta a}{a_1} \,. \tag{23}$$

Bei der Berechnung von $\Delta q/q_1$, $\Delta a/a_1$, und $\Delta m/m_1$ ist die stillschweigende Voraussetzung gemacht, dass sich die Dichte des Teilchens *nicht* ändert.

Von den 15 Teilchen der endgültigen Versuche konnten vier auch nach der Rückkehr zum Atmosphärendruck beobachtet werden. In Tabelle 9 sind für diese 4 Teilchen die Fallgeschwindigkeiten $v_1$ und $v_2$ bei Atmosphärendruck am Anfang und am Ende des Versuches angegeben. Unter $P_1$ sind die Haltepotentiale am Anfang der Versuchsreihe (Atmosphärendruck), unter $P_2$ die Haltepotentiale am Ende der Versuchsreihe (kleinster verwendeter Druck) angegeben. Ferner sind die nach Gleichung (22a) und (23) berechneten *Zunahmen* der Ladung und der Masse in Prozenten aufgeführt.

**Tabelle 9.**

| Nr. | $v_1 \cdot 10^2$ cm · sec$^{-1}$ | $v_2 \cdot 10^2$ cm · sec$^{-1}$ | $P_1$ (Volt) | $P_2$ (Volt) | $\frac{\Delta q}{q_1}$ in % | $\frac{\Delta m}{m_1}$ in % |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 62 | 5,572 | 5,612 | +15,81 | +15,92 | +0,38 | −1,1 |
| 63 | 2,398 | 2,348 | +23,17 | +23,59 | −5,1 | +3,3 |
| 76 | 4,733 | 4,700 | +27,75 | +27,86 | −1,5 | −1,1 |
| 77 | 5,303 | 5,403 | +24,80 | +25,12 | +4,2 | +2,8 |

Nach Tabelle 9 ist bei diesen vier Teilchen die Massenänderung und daher auch die Änderung der Radien $\left(\frac{\Delta a}{a_1} = \frac{1}{3}\frac{\Delta m}{m_1}\right)$ nur klein. Es ist anzunehmen, dass die Massenänderung auch bei den übrigen Teilchen nur gering war, trotzdem dies nicht durch Kontrollversuche bestätigt werden konnte. Jedenfalls zeigte ganz allgemein das Haltepotential einen typischen Gang: mit abnehmendem Druck nahm das Haltepotential zunächst schwach zu, um dann bei kleineren Drucken konstant zu bleiben. Nun kann, wie schon erwähnt, während der Zeit, in der der Millikan-Kondensator unter vermindertem Druck steht, keine Bestimmung der Fallgeschwindigkeit gemacht werden, und die während dieser Zeit beobachtete Änderung von $P$ kann sowohl auf Massen-, wie auf Ladungsänderungen zurückgeführt werden. Da aber in die Gleichung für die Verschiebung $s$ nicht die gesamte Masse, sondern nur der Radius neben der Ladung $q$ eingeht, so wurde im folgenden bei Änderung von $P$ die Masse als konstant angenommen und der Unterschied von $P$ allein auf veränderliches $q$ zurückgeführt.

In Tabelle 10 ist der Gang des Haltepotentials für die 15 ausgewerteten Teilchen nebst den bei den Messungen verwendeten Drucken angegeben.

Die bei den einzelnen Drucken gemessenen Verschiebungen $s$ werden in folgender Weise korrigiert: Es sei $s$ die gemessene Verschiebung, das Teilchen werde dabei vom Haltepotential $P'$ getragen, während zu Anfang des Versuches $P$ eingestellt war. Die Änderung $\Delta P = P - P'$ wird einer Ladungsänderung $-\Delta q$ zugeschrieben, und $s_{\text{korr}}$ bedeutet diejenige Strecke, um die das Teilchen sich verschoben hätte, falls es noch seine volle Anfangsladung besessen hätte. $\Delta s = s_{\text{korr}} - s$ ist also proportional $\Delta q$.

In Fig. 3 sind als Beispiel die Messungen an Teilchen Nr. 79 dargestellt. Es sind die korrigierten Werte der Verschiebung $s_{\text{korr}}$ als Funktion der mittleren freien Weglängen $l$ von Luft aufgetragen. Man sieht, dass die Messpunkte gut auf einer schwach gekrümmten Kurve liegen und den Wert $s_0$ für $l = 0$ recht sicher

**Tabelle 10.**

| Nr. | $p_{cm}$ | $P_{Volt}$ | Nr. | $p_{cm}$ | $P_{Volt}$ | Nr. | $p_{cm}$ | $P_{Volt}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 57 | 72,30 | − 29,17 | 63 | 71,86 | + 23,17 | 79 | 72,91 | + 30,05 |
| | 32,50 | 29,47 | | 30,37 | 23,48 | | 32,57 | 30,15 |
| | 17,80 | 29,74 | | 12,80 | 23,63 | | 14,17 | 30,35 |
| | 5,34 | 30,17 | | 5,40 | 23,56 | | 6,78 | 30,25 |
| | 3,15 | 30,17 | | 3,19 | 23,57 | | 3,78 | 30,35 |
| | 2,37 | 30,17 | | 2,47 | 23,59 | | 2,45 | 30,35 |
| | 1,63 | 30,22 | | zurück: | | | | |
| | | | | 72,40 | 23,52 | | | |
| 58 | 72,63 | − 12,07 | 67 | 72,38 | + 21,31 | 80 | 72,85 | + 39,5 |
| | 35,60 | 12,07 | | 34,10 | 21,52 | | 33,24 | 39,8 |
| | 11,83 | 12,12 | | 12,28 | 21,57 | | 14,40 | 40,4 |
| | 11,02 | 12,14 | | 6,81 | 21,65 | | 6,60 | 40,4 |
| | 4,50 | 12,24 | | 4,20 | 21,67 | | 3,38 | 40,4 |
| | | | | 2,44 | 21,69 | | 1,92 | 40,4 |
| | | | | | | | 1,52 | 40,4 |
| 59 | 71,91 | − 24,52 | 72 | 72,18 | + 10,68 | 81 | 72,76 | + 37,6 |
| | 31,64 | 24,66 | | 36,79 | 10,76 | | 32,51 | 37,6 |
| | 13,04 | 24,72 | | 13,94 | 10,78 | | 14,15 | 37,6 |
| | 6,10 | 24,78 | | 7,40 | 10,84 | | 6,45 | 37,6 |
| | 3,50 | 25,00 | | 4,90 | 10,86 | | 3,16 | 37,7 |
| | 2,02 | 25,01 | | 3,23 | 10,87 | | 1,90 | 37,8 |
| | 1,49 | 25,05 | | | | | | |
| 60 | 72,00 | − 8,30 | 76 | 71,90 | + 27,75 | 82 | 72,85 | + 38,4 |
| | 29,80 | 8,49 | | 31,84 | 27,78 | | 28,61 | 38,4 |
| | 11,75 | 8,72 | | 12,74 | 27,82 | | 12,87 | 38,4 |
| | 4,92 | 8,72 | | 9,08 | 27,84 | | 5,92 | 38,4 |
| | 2,91 | 8,73 | | 3,80 | 27,84 | | 2,94 | 38,6 |
| | 1,87 | 8,75 | | 2,76 | 27,86 | | 1,69 | 38,7 |
| | 1,54 | 8,76 | | zurück: | | | 1,05 | 38,6 |
| | 1,46 | 8,76 | | 72,98 | 29,02 | | 0,60 | 38,7 |
| 62 | 71,55 | + 15,81 | 77 | 72,68 | + 24,80 | 83 | 73,15 | + 40,4 |
| | 29,58 | 15,84 | | 35,94 | 24,78 | | 31,62 | 40,4 |
| | 12,57 | 15,89 | | 13,00 | 25,10 | | 13,69 | 40,7 |
| | 5,49 | 15,91 | | 7,50 | 25,10 | | 6,19 | 40,7 |
| | 3,84 | 15,92 | | 4,12 | 25,12 | | 2,95 | 40,7 |
| | 2,64 | 15,92 | | 2,62 | 25,12 | | 2,17 | 40,7 |
| | zurück: | | | zurück: | | | | |
| | 71,96 | 15,92 | | 73,20 | 25,04 | | | |

zu extrapolieren gestatten. Aus $s_0$ wurde dann nach Gleichung (19a) der Radius des Teilchens berechnet. Hat man so für das Teilchen $s_0$ und $a$ bestimmt, so kann man auch für das Teilchen $s/s_0$ als Funktion von $l/a$ graphisch darstellen.

Dieses Vorgehen wurde für alle Teilchen einzeln ausgeführt.

In Fig. 4 sind nun alle korrigierten $s/s_0$-Werte für 13 verschiedene Teilchen als Funktion von $l/a$ gemeinsam eingetragen. Man sieht, dass die Messpunkte um eine gemeinsame Kurve

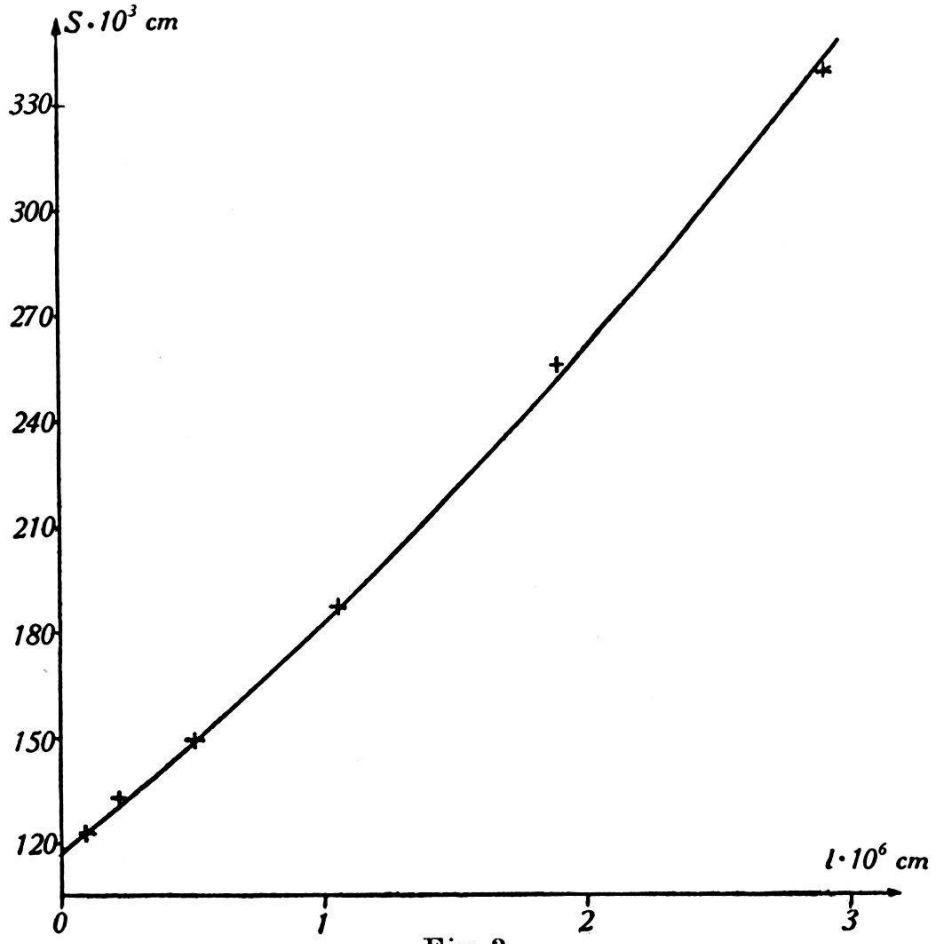


Fig. 3.
$s = f(l)$ Nr. 79.

streuen, was für ein allgemeines Fallgesetz der Teilchen spricht. Zum Vergleich wurde in Fig. 4 die Kurve eingezeichnet, die Millikan[1]) aus seinen Versuchen mit Öltröpfchen in Luft gewonnen hat, und aus der er die unbekannte Funktion $f\left(\frac{l}{a}\right)$ bestimmte als:

$$f\left(\frac{l}{a}\right) = 1 + \frac{l}{a}\left(A + Be^{-C\frac{a}{l}}\right)$$

mit den Konstanten: $A = 0{,}864$; $B = 0{,}290$; $C = 1{,}25$.

[1]) R. A. Millikan, z. B.: Proceed. Nat. Acad. Sc. **9**, 67, 1923.

Dass unsere Messpunkte sich so gut mit der Millikan'schen Kurve decken, ist eine weitere Bestätigung für die oben aufgestellte Behauptung, dass die Beweglichkeit eines Teilchens trotz der Ungleichförmigkeit der Bewegung und trotz der grossen Geschwindigkeit die gleiche ist, wie wenn das Teilchen langsam durch das Gas fällt.

Die Kurve von TREBITSCH[1]) für Selen in Stickstoff verläuft

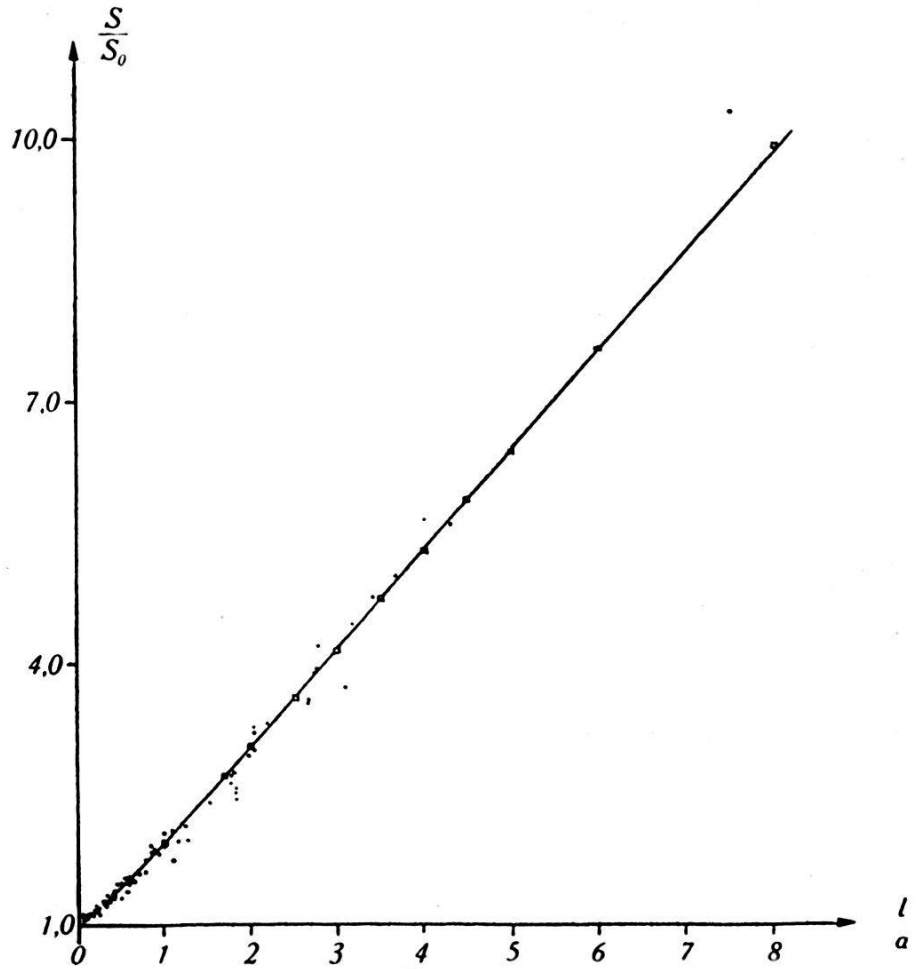


Fig. 4.

$$\frac{s}{s_0} = f\left(\frac{l}{a}\right),$$

Ergebnisse von 13 Teilchen. ▫ nach Millikan • Messpunkte.

etwas steiler als unsere Kurve, sie hat die Konstanten: $A = 1{,}034 \pm 0{,}091$; $B = 0{,}172$; $C = 2{,}773$.

Um auch aus unseren Versuchen wenigstens die Konstante $A$ in der Funktion $f\left(\frac{l}{a}\right)$ zu bestimmen, wurde so vorgegangen: es ist

$$\lim_{\frac{l}{a}=0} \frac{d\left(\frac{s}{s_0}\right)}{d\left(\frac{l}{a}\right)} = \lim_{\frac{l}{a}=0} \frac{df\left(\frac{l}{a}\right)}{d\left(\frac{l}{a}\right)} = A\,.$$

[1]) H. TREBITSCH, Zs. f. Phys. **39**, 607, 1926.

Es wurde daher für jedes Teilchen die Kurve $\frac{s}{s_0} = f\left(\frac{l}{a}\right)$ gezeichnet und für die Abszisse $\frac{l}{a} = 0$ die Tangente an die Kurve gelegt. Dann ist $\operatorname{tg} \alpha = A$. In Fig. 5 sind als Beispiel die Werte von Teilchen Nr. 79 dargestellt.

Es wurden stets zwei mögliche Tangenten gezeichnet, die eine so steil, die andere so flach, dass sie sich gerade noch mit

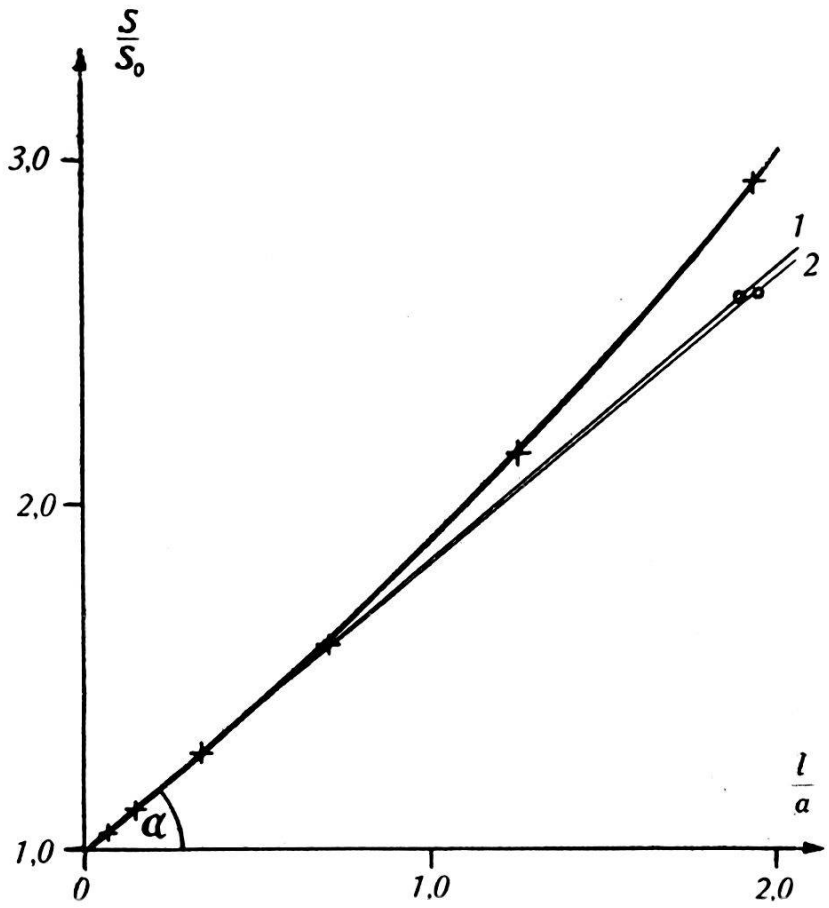


Fig. 5.

$$\frac{s}{s_0} = f\left(\frac{l}{a}\right). \text{ Nr. 79.}$$

$$A_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{80}{95} = 0{,}841. \quad A_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{81}{98} = 0{,}825.$$

den Messpunkten vertrug. In der Tabelle 11 sind diese beiden Werte unter $A_{\max}$ und $A_{\min}$ aufgeführt. Ausser den Konstanten $A$ sind noch in der Tabelle 11 für jedes Teilchen die Fallgeschwindigkeit $v$ bei Atmosphärendruck, die Maximalgeschwindigkeit bei der Verschiebung $s$ (bei dem kleinsten Druck), berechnet aus $s/R_2C_1 = \bar{v}$, die extrapolierten $s_0$, die Radien $a$ und die kleinsten Drucke $p$, bei denen noch Versuche gemacht wurden, angegeben.

**Tabelle 11.**

| Nr. | $A_{max}$ | $A_{min}$ | $v \cdot 10^2$ cm·sec$^{-1}$ | $\bar{v}$ cm·sec$^{-1}$ | $s_0 \cdot 10^3$ cm | $a \cdot 10^6$ cm | $p_{min}$ · cm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 57 | 0,88 | 0,88 | 3,00 | 17,3 | 28,9 | 73,5 | 1,64 |
| 58 | 0,83 | 0,82 | 5,85 | 32,8 | 139,2 | 103,7 | 4,52 |
| 59 | 0,67 | 0,67 | 6,517 | 36,8 | 76,5 | 110,5 | 1,50 |
| 60 | 1,08 | 1,08 | 3,115 | 72,7 | 96,5 | 71,6 | 1,47 |
| 62 | 0,71 | 0,71 | 5,572 | 33,6 | 101,0 | 101,0 | 2,64 |
| 72 | 0,77 | 0,77 | 8,57 | 58,4 | 231,0 | 125,6 | 3,23 |
| 76 | 0,96 | 0,93 | 4,733 | 18,9 | 49,3 | 93,5 | 2,86 |
| 77 | 0,92 | 0,91 | 5,30 | 23,2 | 61,5 | 98,8 | 2,62 |
| 79 | 0,84 | 0,82 | 11,45 | 32,9 | 117,0 | 150,3 | 2,45 |
| 80 | 0,94 | 0,93 | 7,20 | 19,4 | 54,6 | 117,8 | 1,52 |
| 81 | 0,99 | 0,97 | — | 17,6 | 43,5 | 102,4 | 1,90 |
| 82 | 0,87 | 0,85 | ~12,4 | 34,0 | 102,2 | 158,8 | 0,60 |
| 83 | 1,04 | 1,02 | 7,82 | 22,4 | 54,6 | 118,8 | 2,17 |
| | $0,88 \pm 0,03$ | $0,87 \pm 0,03$ | | | | | |

Man sieht, dass die einzelnen $A$ untereinander Abweichungen zeigen. Diese grösseren Abweichungen der $A$ bei den verschiedenen Teilchen, welche ausserhalb des Messfehlerbereiches von etwa 2% liegen, müssen, da wir konstante Dichte $\sigma$ für alle Teilchen voraussetzten, so gedeutet werden, dass die einzelnen Teilchen von etwas verschiedener Struktur sind[1]) und deswegen verschiedenes $A$ besitzen, da $A$ von der Art der Reflexion der Moleküle an der Oberfläche des Teilchens abhängig ist. Die Annahme gleicher $A$ für alle Teilchen, aber verschiedene Dichte, ist unwahrscheinlicher[2]). Natürlich ist die erste Deutung nur dann gerechtfertigt, wenn die $A$ bei den verschiedenen Teilchen nicht allzu stark voneinander abweichen, so dass sie noch in dem theoretisch erlaubten Bereich liegen. Dieser Bereich wird von Millikan[3]) angegeben zu $A_{min} = 0{,}7004$ und $A_{max} = 1{,}575$. Von den 15 durchgemessenen Teilchen fallen nur zwei aus diesem Bereiche heraus und zeigen auch grosse Abweichungen gegenüber der Kurve in Fig. 4.

Der Mittelwert von $A$, berechnet aus den 13 Teilchen der

[1]) S. auch: E. Wasser, Zs. f. Phys. **45**, 576, 1927.
[2]) S. Virtel, Zs. f. Phys. **59**, 786, 1930.
[3]) R. A. Millikan, Phys. Rev. **22**, 1, 1923.

Tabelle 11, ergibt sich, wenn jeder Messreihe dasselbe Gewicht beigelegt wird, mit

$$A_{max} = 0{,}88 \pm 0{,}03 \text{ und } A_{min} = 0{,}87 \pm 0{,}03$$

zu

$$\underline{A = 0{,}875 \pm 0{,}035.}$$

Herrn Prof. Dr. Edgar Meyer will ich an dieser Stelle den herzlichsten Dank für die Anregung zu dieser Arbeit und für sein dauerndes grosses Interesse bei ihrer Durchführung sagen. Frl. Dr. H. Stücklen bin ich für wertvolle Ratschläge zu Dank verpflichtet.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.