Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 7 (1934)
Heft: I

Artikel: Note sur la mesure de précision des réseaux hexagonaux: Zn
Autor: Weigle, J.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-110356

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Note sur la mesure de précision des réseaux hexagonaux: Zn

par **J. Weigle.**

7. XI. 33.

Nous avons montré, dans l'article précédent, comment on peut calculer avec précision les constantes des réseaux rhomboédriques, au moyen d'une extrapolation judicieusement choisie. Dans la présente note, nous appliquerons la même méthode aux réseaux hexagonaux.

On remarquera que, jusqu'ici, la plupart des cristaux hexagonaux mesurés aux rayons X ne sont connus qu'avec une précision de 1% à $1^0/_{00}$.[1])

Cela ne provient pas en général de l'inexactitude des expériences, mais bien plutôt de la façon dont les constantes sont calculées à partir des données expérimentales. Si d est la distance séparant les plans réticulaires $h_1\, h_2\, h_3$ d'un réseau hexagonal on a:

$$\frac{4 \sin^2 \Theta}{\lambda^2} = \frac{1}{d^2} = \frac{4}{3\, a^2}\,(h_1^2 + h_2^2 + h_1\, h_2) + \frac{h_3^2}{a_3^2} \qquad (1)$$

où a et a_3 sont respectivement le paramètre de base et la hauteur de l'hexagone élémentaire (figure 1), Θ est l'angle de Bragg et λ la longueur d'onde des rayons X. En mesurant Θ et en connaissant λ, on peut alors, déterminer a et a_3 (si l'on connait les plans sur lesquels les rayons X se sont réfléchis) au moyen de deux réflexions sur des plans d_1 et d_2 différents. On a en effet:

$$\begin{aligned} a^2 &= p_1\, q_2 - p_2\, q_1 \Big/ \frac{q_2}{d_1^2} - \frac{q_1}{d_2^2} \\ a_3^2 &= p_1\, q_2 - p_2\, q_1 \Big/ \frac{p_1}{d_2^2} - \frac{p_2}{d_1^2} \end{aligned} \qquad (2)$$

en posant

$$\frac{4}{3}\,(h_1^2 + h_2^2 + h_1\, h_2) = p \qquad h_3^2 = q\,.$$

En général, cette manière de calculer peut multiplier considé-

[1]) Voir en particulier le *Strukturbericht*, Ewald et Hermann, Akad. Verlagsges. Leipzig, 1931.

rablement les erreurs expérimentales, comme nous le verrons ci-dessous. On a préféré jusqu'ici poser

$$\frac{a_3}{a} = c$$

et choisir empiriquement c de façon à obtenir pour a des valeurs constantes données par les différentes équations (1) que fournissent les nombreuses réflexions des rayons X. Cette méthode, qui est longue et peu précise, peut donner des résultats inexacts. Il suffit en effet d'une erreur systématique (comme une erreur sur la mesure du rayon de la chambre) pour fausser considérablement les valeurs qu'on obtient. D'autre part, cette méthode n'est pas

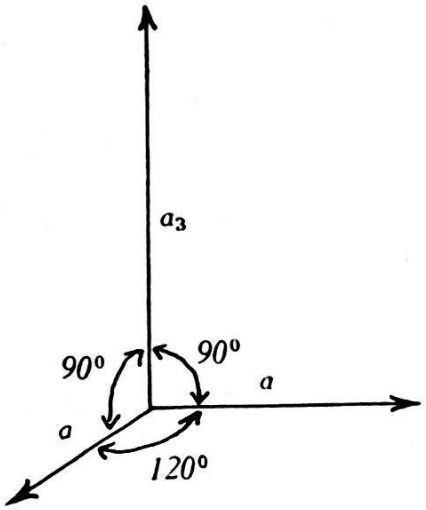

Fig. 1.

suffisamment sélective car plusieurs valeurs de C peuvent toutes fournir des a relativement constants. Les mesures aux rayons X sur la dilatation thermique des cristaux, que nous avons entrepris au laboratoire, nous ont obligés à trouver une méthode différente et beaucoup plus précise.

Nous admettrons[1]) que, lorsque les angles Θ sont relativement grands, l'erreur Δd qu'on fait sur la mesure de d soit donnée par

$$\frac{\Delta d}{d} = A \cos^2 \Theta$$

A = constante.

Cette erreur produit, sur a et a_3, les erreurs:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{A}{\frac{q_1}{d_2^2} - \frac{q_2}{d_1^2}} \left(\frac{q_1}{d_2^2} \cos^2 \Theta_2 - \frac{q_2}{d_1^2} \cos^2 \Theta_1 \right) \qquad (4)$$

[1]) Voir H. Saïni, Helv. Phys. Acta **6**, 597, 1933.

$$\frac{\Delta a_3}{a_3} = \frac{A}{\frac{p_1}{d_2^2} - \frac{p_2}{d_1^2}} \left(\frac{p_1}{d_2^2} \cos^2 \Theta_2 - \frac{q_2}{d_1^2} \cos^2 \Theta_1 \right) . \qquad (5)$$

On peut calculer celles-ci et tracer a et a_3 en fonction des membres de droite de ces équations. Comme ceux-ci sont tantôt positifs et tantôt négatifs, la droite qui, théoriquement doit représenter les variables, coupe l'axe des a pour la valeur interpolée exacte de l'inconnue. Cependant comme les calculs sont relativement longs, on peut aussi ne calculer qu'une des variables a_3 par exemple et replacer la valeur exacte ainsi obtenue dans les différentes équations (1). On obtient alors que l'erreur sur l'autre variable a est donnée par

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{1}{2\left(\frac{1}{d^2} - q\,y\right)} \left(\frac{A \cos^2 \Theta}{d^2} - q \frac{\Delta a_3}{a_3} \right) .$$

En général, l'erreur sur a_3 étant de l'ordre de 1 pour 40.000, on peut négliger le second terme de la parenthèse et écrire

$$\frac{\Delta a}{a} \sim \frac{A \cos^2 \Theta}{2 d^2 \left(\frac{1}{d^2} - q\,y\right)} . \qquad (6)$$

On peut alors porter les valeurs de a en fonction de $\frac{\Delta a}{a}$ et obtenir par extrapolation ($\cos^2 \Theta = 0$) la vraie valeur de a.

Appliquons cette méthode au Zinc. Owen et Iball[1]) ont déterminé, dans une chambre de Seemann-Böhlin semblable à

Table I.

	Sin Θ		Plans	d	$a \cdot 10^{-8}$ cm.	(6)
1	0.98411	$CoK\alpha_1$	105	0.90709	2.6598	− 18
	0.98624	α_2		0.90710	2.6602	− 16
2	0.98719	α_1	114	0.90426	2.6589	− 5.5
	0.98931	α_2		0.90429	2.6591	− 4.6
3	0.95042	$NiK\alpha_1$	210	0.87043	2.6592	− 9.7
	0.95266	α_2		0.87041	2.6591	− 9.2
4	0.96517	α_1	211	0.85713	2.6590	− 7
	0.96729	α_2		0.85724	2.6591	− 6.5
5	0.98277	α_1	204	0.84177	2.6595	− 7.4
	0.98506	α_2		0.84177	2.6595	− 7

[1]) Owen et Iball, Phil. Mag. **105, 479,** 1933.

celle que nous employons, les constantes réticulaires du Zinc. Les erreurs systématiques commises par ces auteurs seront donc semblables à celles étudiées par SAINI[1]) et pourront être mises sous la forme (3). On trouvera dans la table I les sin Θ et les plans auxquels ceux-ci correspondent comme ils sont donnés dans le travail de OWEN-IBALL.

Nous avons calculé les d par la relation de BRAGG en tenant compte de la correction due à l'indice de réfraction. Pour cela, nous avons pris comme longueur d'ondes λ' pour les $K\alpha_1$ et $K\alpha_2$ du cobalt 1.78534 et 1.78924 et pour le nickel 1.65454 et 1.65839, qui sont les valeurs λ que donne ERIKSSON[2]), corrigées par la relation

$$\lambda' = \frac{\lambda}{1 - \frac{\delta}{\sin^2 \Theta}} \quad \text{et} \quad \frac{\delta}{\lambda^2} = 0{,}9 \, \frac{2{,}72 \, \varrho Z}{M} \, 10^{-6}.$$

Dans cette expression $\varrho \, Z$ et M sont respectivement la densité, le nombre d'électrons par atome et le poids moléculaire du

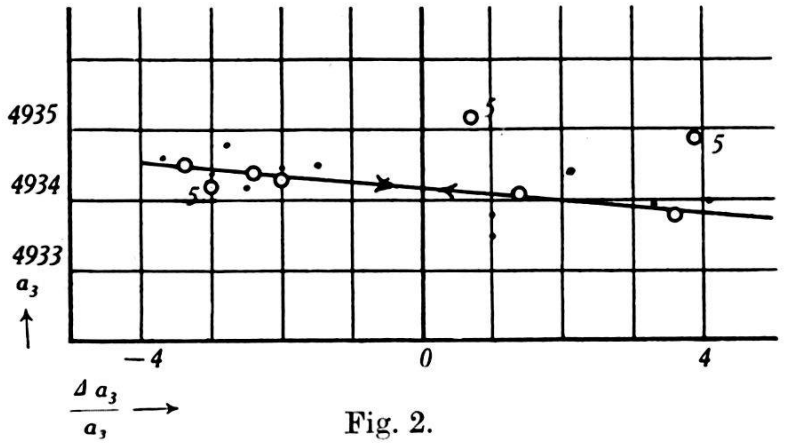

Fig. 2.

zinc. Nous avons calculé au moyen de ces chiffres les valeurs de a_3 par l'équation (2) en combinant entre elles les valeurs de d données dans la table I. On trouvera dans la table II les résultats obtenus pour les lignes $K\alpha_1$. En effet, comme nous l'avons remarqué dans le travail précédent, les lignes $K\alpha_2$ ne peuvent apparemment pas être mesurées avec suffisamment de précision pour donner de bons résultats. La seconde rangée de la table II donne les valeurs de $\frac{\Delta a_3}{a_3}$ en unités arbitraires. Dans la figure 2, nous avons tracé a_3 en fonction de l'erreur $\frac{\Delta a_3}{a_3}$. Les points entourés d'un cercle sont ceux donnés par la table, tandis que les autres proviennent des combinaisons des lignes $K\alpha_2$ soit entre

[1]) SAÏNI. Loc. cit.
[2]) ERIKSSON, Zeitschr. f. Phys **48**, 360, 1928.

elles soit avec les lignes $K\alpha_1$. On remarquera que les valeurs de a_3 fournies par le plan 204 (NiKα) se situent tout à fait en dehors des valeurs données par les autres plans. Il est probable qu'Owen et Iball ont commis une erreur, soit dans la mesure de Θ, soit encore dans l'attribution de cette réflexion au plan 204. Il est en effet très difficile, dans ces hauts ordres de réflexion, de reconnaître avec des valeurs approchées de a et a_3 les différents plans qui donnent naissance aux réflexions. A part ce plan, les autres

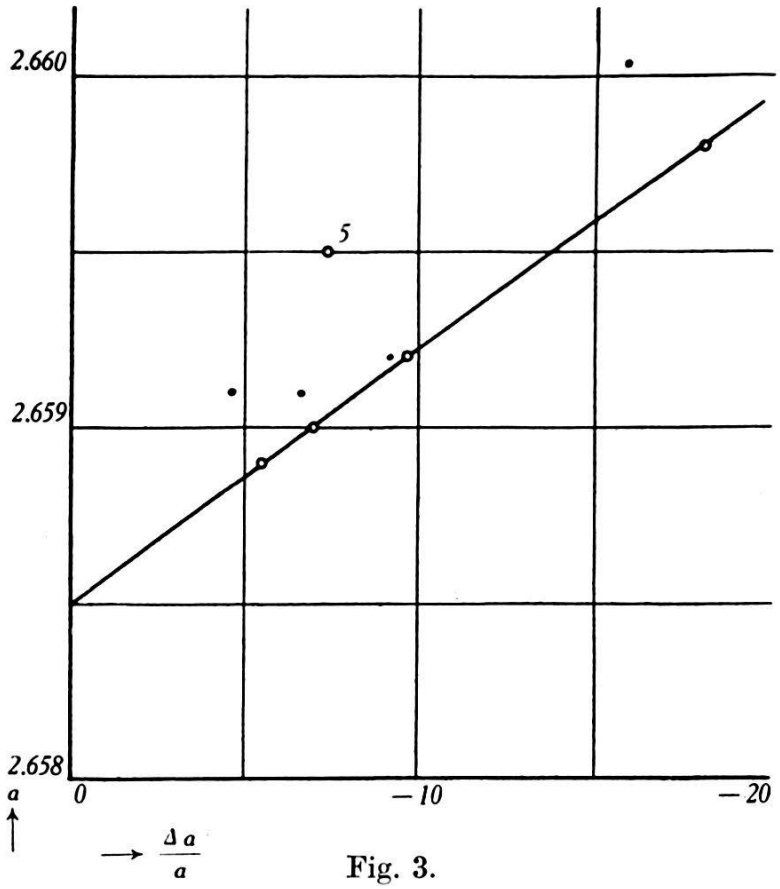

Fig. 3.

valeurs de a_3 se placent sur une droite comme la théorie le voulait et livrent pour $\frac{\Delta a_3}{a_3} = 0$ la valeur:

$$a_3 = 4.9341_5 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

Table II.

	$a_3 \cdot 10^{-8}$ cm.	$\Delta a_3/a_3$		$a_3 \cdot 10^{-8}$ cm.	$\Delta a_3/a_3$
1 → 2	4.9345	− 3.4	2 → 3	4.9337	+ 3.6
1 → 3	4.9343	− 2	2 → 4	4.9341	+ 1.4
1 → 4	4.9344	− 2.4	2 → 5	4.9308	+35
1 → 5	4.9342	− 3	3 → 4	4.9216	+65
			3 → 5	4.9349	+ 3.9
			4 → 5	4.9352	+ 0.7

En calculant a au moyen de cette valeur extrapolée de a_3, on obtient les chiffres de la cinquième colonne de la table I. En portant ces valeurs en fonction de $\frac{\Delta a}{a}$ (donnée dans la sixième colonne) on a la figure 3, qui donne pour a extrapolée:

$$a = 2.6585_0 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

Dans cette figure, les points entourés d'un cercle représentent comme dans la figure 2, les valeurs obtenues par les lignes $K\alpha_1$. Les autres proviennent de $K\alpha_2$.

En résumé nous estimons ces valeurs de a et a_3 (obtenues par extrapolation) justes à environ 0.002% alors qu'Owen et Iball ne donnent leurs valeurs qu'à 0.02% près. D'autre part ils donnent pour le rapport $\frac{a_3}{a} = c$ la valeur 1.856 à 0.1% près alors que notre méthode permet d'obtenir 1.8559_9 à 0.005% près environ.

Laboratoire Reiger.
Institut de Physique, Université de Genève.

Note ajoutée à la correction: Stenzel et Weerts (Zeit. für Krist. 84, 20, 1933) ont obtenu pour le zinc les valeurs

$$a = 2{,}6590 \pm 0{,}0005$$
$$a_3 = 4{,}9351 \pm 0{,}0009$$
$$c = 1{,}8560 \pm 0{,}0007.$$