

Zeitschrift:	Helvetica Physica Acta
Band:	5 (1932)
Heft:	V
Artikel:	Modules isothermiques et modules adiabatiques d'élasticité du quartz cristallisé
Autor:	Mandrot, R. de
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-110176

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 20.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

**Modules isothermiques
et modules adiabatiques d'élasticité du quartz cristallisé**
par R. de Mandrot.
(15. XI. 32.)

Sommaire. — V. FRÉEDERICKSZ et G. MICHAILOW ont publié des mesures sur la variation thermique du module s_{11} d'élasticité du quartz cristallisé. Dans l'article ci-dessous, l'auteur montre que, contrairement à ce que pensent les physiciens russes, il n'y a pas divergence avec ses propres mesures faites il y a quelques années; il suffit de tenir compte de la différence entre grandeurs isothermiques et grandeurs adiabatiques, laquelle atteint des valeurs notables lorsqu'on se rapproche de la transformation $\alpha \beta$.

Dans un travail récent V. FRÉEDERICKSZ et G. MICHAILOW¹⁾ ont recherché, au moyen des oscillations piézo-électriques du quartz, la variation thermique du module piézo-électrique d_{11} et du module d'élasticité s_{11} (dans la notation de VOIGT²⁾), depuis la température ambiante jusqu'au voisinage du point de transformation $\alpha \beta$ (disparition de la piézo-électricité).

Ayant publié³⁾ il y a quelques années des recherches sur l'élasticité du quartz dans un intervalle étendu de température, je suis amené ici à faire quelques remarques et à signaler le fait surprenant que les auteurs précités *ne font aucune distinction entre les grandeurs adiabatiques et isothermiques*.

Si, à température ambiante, la différence entre paramètres isothermiques et adiabatiques est à peu près négligeable pour le quartz, elle croît avec la température et atteint pour le module s_{11} *plus de 20%* dans le voisinage immédiat du point $\alpha \beta$ ⁴⁾.

Comme FRÉEDERICKSZ et MICHAILOW ont simplement comparé leurs valeurs numériques, qui sont essentiellement *adiabatiques*, aux nôtres obtenues par un procédé statique et conduisant donc à des grandeurs *isothermiques*, leur mémoire est de nature à laisser au lecteur une opinion totalement erronée.

¹⁾ V. FRÉEDERICKSZ et G. MICHAILOW, ZS. f. Phys. **76**, 328, 1932.

²⁾ W. VOIGT, Lehrbuch der Kristallphysik.

³⁾ A. PERRIER et R. DE MANDROT, Mémoires de la Soc. Vaud. des Sc. naturelles, vol. 1, N° 7, p. 333—363 (1923). — Extrait des Compt. rendus du 2ème Congrès int. de mécanique appliquée. Zurich 1926.

⁴⁾ Les données expérimentales sont insuffisantes pour fixer avec précision la différence des paramètres au point $\alpha \beta$.

La connaissance de la dilatation thermique du quartz étant nécessaire dans la question qui nous occupe, je résume ici les résultats obtenus actuellement.

LE CHATELIER¹⁾ avait publié des courbes de dilatation dans les deux directions normale et parallèle à l'axe optique et elles laissaient conclure à une discontinuité nette au point $\alpha\beta$; au delà, la matière se contracte faiblement. Des travaux plus récents et précis (RANDALL, MULLER, Kôzu etc.)²⁾ ont fourni des nombres concordant d'une façon satisfaisante avec ceux de LE CHATELIER jusque vers 450°; au-dessus de cette température ils accusent des dilatations sensiblement plus grandes, surtout dans la direction normale à l'axe optique (Kôzu), la seule qui nous intéresse ici.

Dans les recherches citées plus haut j'avais observé un phénomène intéressant lors de la flexion des lames cristallines: un „traînage“ marqué dans un intervalle de température de 2° à 3° seulement autour du point $\alpha\beta$ (pour le détail je renvoie au mémoire). Nous avions imputé ce phénomène à une différence exceptionnellement forte entre les constantes isothermiques et adiabatiques dans le petit intervalle de température considéré.

Dans les conditions où l'on opérait, il n'était pas possible de fixer avec précision la grandeur de l'écart; mais une conclusion s'imposait (voir ci-dessous la formule reliant la grandeur de l'écart et le coefficient de dilatation thermique): la courbe de dilatation qui monte rapidement, prend *une inclinaison voisine de la verticale*, mais seulement dans le même intervalle de température.

Des expériences commencées à Lausanne et malheureusement interrompues par le décès de leur auteur (J. D. W. WORTHINGTON) appuyaient cette prévision. On peut alors tracer la courbe de dilatation avec une certaine exactitude.

Je me réserve de revenir sur les calculs effectués ci-dessous, conduisant des modules isothermiques aux modules adiabatiques, dès que des recherches précises de dilatation dans la région intéressée auront été publiées.

Je cite textuellement FRÉEDERICKSZ et MICHAILOW (p. 334 de la Zeitschr. f. Physik, 76, 1932):

„Wir betrachten zunächst den Elastizitätsmodul s_{11} ; seine erhebliche Zunahme bei steigender Temperatur beginnt ungefähr bei 450°. Bei Annäherung an die kritische Temperatur nimmt die Geschwindigkeit seines Anwachsens stark zu. A. PERRIER

¹⁾ LE CHATELIER, C. R. 108 (1889), p. 1046; Bull. Soc. franç. Minér. XIII (1890), p. 112.

²⁾ Voir dans les tables Landolt-Bornstein les données expérimentales, tome II, 1923, et 1er vol. complément.

und R. DE MANDROT untersuchten diesen Modul mittels einer statischen Methode und beobachteten dasselbe Bild. Quantitativ gehen aber ihre Zahlen mit den unsrigen nicht zusammen; nach ihren Beobachtungen nimmt der Modul s_{11} stärker zu.“

Je vais montrer que dans les limites des données numériques connues, en calculant les modules adiabatiques à partir des modules isothermiques, *il y a au contraire concordance entre les deux séries de valeurs numériques.*

La thermodynamique donne la relation suivante:

$$s_{11} \text{ (isoth.)} - s_{11} \text{ (adiab.)} = \frac{T \cdot \lambda^2}{J \cdot \varrho \cdot C_p}$$

T = température absolue.

λ = coefficient de dilatation linéaire vrai normalement à l'axe optique; les valeurs de λ s'obtiennent en construisant directement les tangentes à la courbe de dilatation; j'ai consigné dans le tableau ci-dessous quelques valeurs de λ .

J = équivalent mécanique de la chaleur.

ϱ = densité; densité mesurée; 2,65 à température ambiante.

C_p = chaleur spécifique à pression constante; 0,175 à la température de 20°; les valeurs de C_p ainsi que les variations thermiques¹⁾ diffèrent quelque peu d'un auteur à l'autre.

Températures	Coefficients de dilatation linéaire $\lambda \cdot 10^6$
300°	20,7
420°	27,5
450°	29,6
507°	42
531°	55
545°	63,5
554°	70
570°	140
575°	480 ?

La relation qui relie les modules adiabatiques aux modules isothermiques suppose que, lors des déformations adiabatiques, la variation de température est très petite, ce qui a lieu effective-

¹⁾ Voir dans les „International Critical Tables“, vol. 4 et 5, les valeurs de la chaleur spécifique à pression constante et de la densité à différentes températures. Pour les chaleurs spécifiques dans la région de passage α β , voir A. PERRIER et H. ROUX, Mémoires de la Soc. Vaud. des Sc. Natur., N° 3, 1923.

ment¹⁾; il faut ajouter qu'il y entre encore un terme dépendant des pressions thermiques (VOIGT). Les données numériques faisant défaut, on peut cependant essayer de faire une évaluation approximative de ce terme correctif; il reste négligeable à la précision donnée des résultats. On peut du reste remarquer que la formule simple employée donne des valeurs numériques concordant avec celles de FRÉEDERICKSZ et MICHAILOW dans les trois régions de la température où les variations des constantes physiques du quartz sont négligeables, moyennement et fortement accentuées.

La valeur de s_{11} (moyenne d'un grand nombre de déterminations) est $12,48 \cdot 10^{-10}$ à température ambiante (unités: gramme poids, centimètre). La grandeur adiabatique est inférieure de 2 à 3 millièmes; FRÉEDERICKSZ et MICHAILOW trouvent $12,91 \cdot 10^{-10}$ ²⁾.

Dans le tableau ci-dessous j'ai consigné le rapport des modules s_{11} à différentes températures au module à température ambiante; t_c est la température du point α β (573° chez les physiciens russes,

$(t_c - t)$	s_{11} (isoth.) ³⁾	s_{11} (adiab.)	
	mesurés par A. Perrier et R. de Mandrot	calculés à partir des modules isothermiques de P. et de M.	mesurés par Fréedericksz et Michailow
560°	1,000	1,000	1,000
275°	1,01 ₄	1,00 ₉	1,00 ₅
155°	1,03 ₉	1,02 ₇	1,02 ₄
124°	1,05 ₃	1,03 ₈	1,03
68°	1,11	1,08	1,08
44°	1,17	1,11	1,12
30°	1,23 ₄	1,16	1,15
21°	1,31	1,22	1,19
5°	1,7	1,35	1,35

¹⁾ Avec des contraintes de l'ordre de 1 kg/mm² un calcul approché conduit à des écarts instantanés de température de l'ordre de 2° au point α β ; mais les contraintes que nous avons sont beaucoup plus faibles.

²⁾ Il n'est pas inutile de rappeler ici que le quartz est remarquable au point de vue élasticité; la loi de Hooke (proportionnalité des déformations aux contraintes) est valable jusqu'à la limite de rupture à température ordinaire.

VOIGT trouve une valeur intermédiaire, $12,73 \cdot 10^{-10}$; on sait que les constantes physiques du quartz varient souvent d'un échantillon à l'autre.

³⁾ FRÉEDERICKSZ et MICHAILOW, loc. cit. page 335, ont consigné ces valeurs avec quelques inexactitudes. — Lors de mes recherches sur les modules isothermiques j'avais utilisé les courbes de dilatation de LE CHATELIER; il n'est pas nécessaire ici de tenir compte de la rectification de la courbe de dilatation.

575° dans mes recherches et d'autres travaux du même laboratoire; FENNER, WRIGHT et LARSON indiquent aussi 575° , voir Int. Crit. Tables, vol. IV); ($t_c - t$) est donc la différence de température à partir de cette dernière. Je me suis servi des valeurs des modules

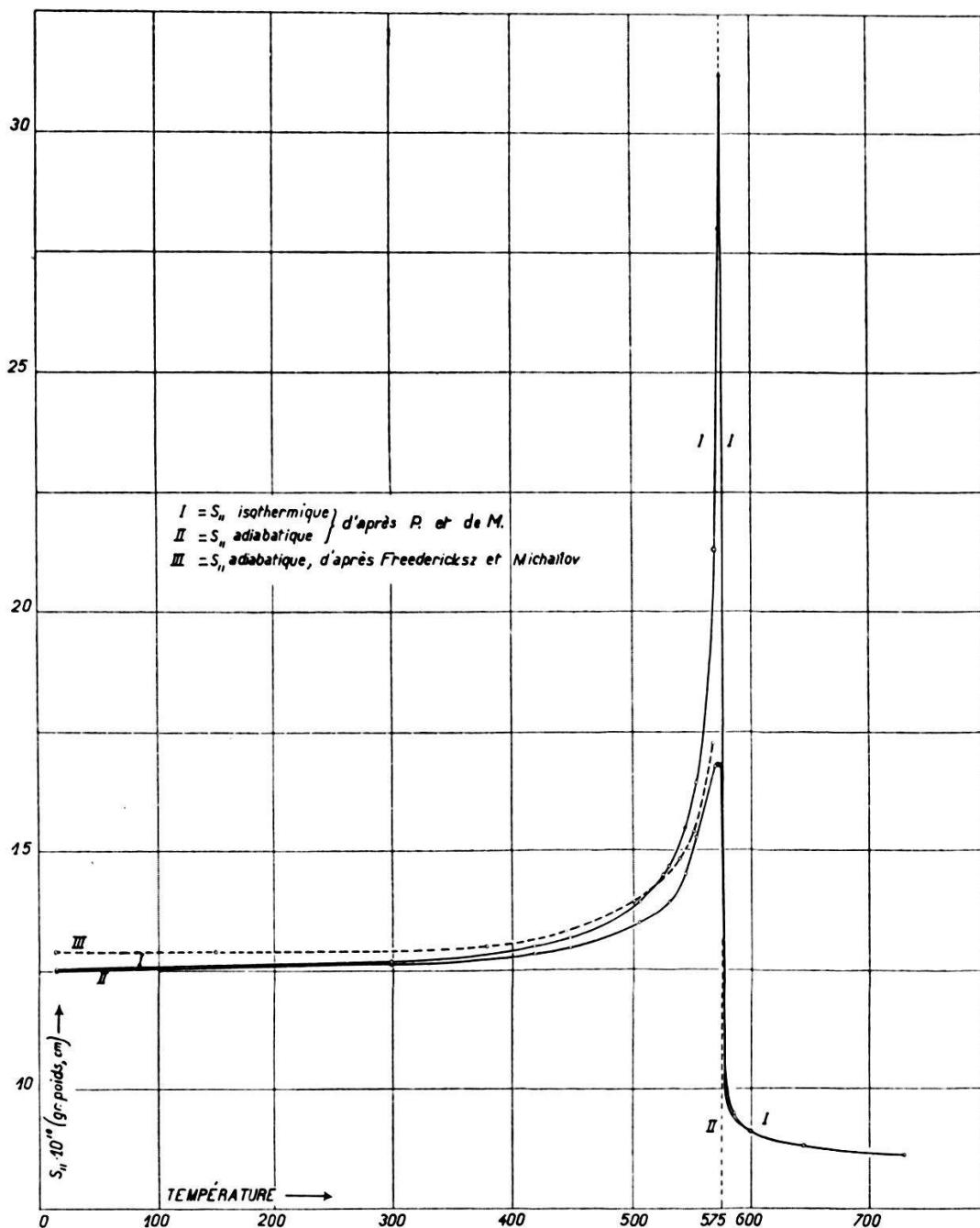


Fig. 1.

pris d'une série complète d'observations avec une lame de quartz très bien taillée; s_{11} (adiab.) à température ambiante: $12,504 \cdot 10^{-10}$.

On voit qu'il y a concordance entre les deux séries de modules (colonnes 2 et 3); en effet: 1) dans chacune l'incertitude expé-

mentale y est au moins de 2 millièmes; 2) FRÉEDERICKSZ et MICHAELOW n'estiment la température qu'avec „une précision de $\frac{1}{2}\%$ “; cette expression incorrecte ne donne cependant lieu à aucune équivoque; il s'introduit donc dans la comparaison des modules à une même température¹⁾ un écart possible de quelques millièmes et qui peut atteindre 2 centièmes dans la région de grande variabilité des modules; 3) le calcul des grandeurs adiabatiques à partir des grandeurs isothermiques introduit une incertitude du même ordre de grandeur, quoique plus faible.

J'ai reporté sur la figure les résultats des physiciens russes, courbe III; les courbes II et I représentent respectivement les variations thermiques des modules adiabatiques et isothermiques d'après mes recherches.

La courbe isothermique présente au point $\alpha\beta$ une pointe très aiguë; je rappelle (voir mémoire) que les expériences faites au demi degré nous font conclure à une courbe à point anguleux ou de rebroussement à tangente verticale, plutôt qu'à une discontinuité des ordonnées; la déformabilité, qui varie du simple au triple entre la température ambiante et le point critique, serait probablement portée à *une valeur beaucoup plus élevée* si on expérimen-tait au centième de degré.

La déformation adiabatique donne au contraire une courbe à „pointe arrondie“; il est même possible que la déformation ne soit pas maximum au point $\alpha\beta$ mais à 3 ou 4 degrés plus bas.

En effet la différence entre modules isothermiques et adiabatiques dépend du carré du coefficient de dilatation et on a vu que la courbe de dilatation présente au point critique une pente très marquée.

Des expériences de flexion de lames de quartz en ce point et à 4 ou 5 degrés en dessous donnaient sensiblement la même flèche, en la mesurant dès que possible après avoir fait agir le poids fléchisseur, l'opérateur étant seul; la déformation subséquente tend asymptotiquement vers une valeur fixe (traînage).

On sait qu'au delà du point $\alpha\beta$ le quartz se contracte légèrement; les deux courbes isothermique et adiabatique ont donc encore l'une par rapport à l'autre un déplacement du même signe, quoique insignifiant (dix fois plus petit qu'à température ambiante); elles sont tangentes au point (température voisine de 600°) où la courbe de dilatation présente son maximum (tangente horizontale).

¹⁾ Dans mes mesures les températures sont certaines à 1° près.

*Comparaison entre procédés statiques
et procédés d'oscillations.*

La méthode employée par FRÉEDERICKSZ et MICHAILOW se trouve en défaut au point de transformation et au delà (disparition de la piézo-électricité).

Elle présente encore d'autres inconvénients: Il est impossible, à haute température, de faire en un jour plus d'une seule mesure¹⁾; il faut en effet plusieurs heures pour avoir une courbe de résonance stable.

Les mêmes auteurs estiment qu'une température *constante* de l'ordre du millième de degré est nécessaire déjà à 550° (variation thermique de fréquence du quartz, champ de résonance). Ils ne disent rien sur l'*uniformité* de la température qui est importante aussi.

Il me paraît certain que sur une longueur de 2 cm (longueur de leurs lames cristallines) il est impossible de réaliser une uniformité de température de l'ordre du millième de degré. La méthode statique (flexion) ne donne pas prise à cette critique.

J'exclus ici la région étroite qui avoisine le point de transformation.

Pour trancher absolument entre continuité et discontinuité il faudrait une uniformité de température réalisée au 0,01° près.

Novembre 1932.

Lausanne, Laboratoire de physique de l'Université.

¹⁾ FRÉEDERICKSZ et MICHAILOW, loc. cit. page 322. — Lors de mes recherches je pouvais facilement faire une série de mesures à dix températures différentes, en une demi journée.