

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 5 (1932)
Heft: II

Artikel: Die translatorische Elektronengruppe an der Kathode einer selbständigen Bogenentladung
Autor: Wehrli, M. / Bächtiger, P.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-110161>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 28.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

**Die translatorische Elektronengruppe an der Kathode einer
selbständigen Bogenentladung**
von **M. Wehrli und P. Bächtiger.**

(7. III. 32.)

Inhalt. Es wird mit einer ebenen Sonde eine selbständige Bogenentladung (Wolframelektroden in Stickstoff) bis zu so tiefen Drucken (8,9 mm) untersucht, dass der Abstand Sonde-Kathode von der Größenordnung einer freien Elektronenweglänge ist. Vor der Kathode kann eine primäre, translatorische Elektronengruppe nachgewiesen werden, die Voltgeschwindigkeiten von der Grösse des Kathodenfalles besitzt. Theoretische Betrachtungen über die Zusammenstösse dieser Elektronengruppe mit den Gasmolekülen ergeben für die Gesamtzahl aller elastisch gestreuten Elektronen, welche die Sonde erreichen, einen Wert, der exponentiell mit dem Produkte $p \cdot d$ abnimmt (p = Gasdruck, d = Distanz Kathode-Sonde). Diese Forderung wird durch Messungen bei verändertem p und d bestätigt. Für den Fall von Einfachstössen lässt sich die Sondencharakteristik berechnen. Es können daraus eingehende quantitative Angaben über die elastischen und unelastischen Elektronenstösse (Geschwindigkeitsverlust 13,3 Volt) in der selbständigen Bogenentladung gewonnen werden. Die Messungen ermöglichen den Anschluss an Untersuchungen von I. LANGMUIR, H. JONES und M. RENNINGER über die Stösse von Elektronen aus Glühkathoden mit Gasmolekülen. Ihre Ergebnisse werden im wesentlichen bestätigt bei 1000mal grösseren Drucken und Stromdichten.

§ 1. Einleitung.

Vor der Kathode einer Gasentladung ist ein starkes Spannungsgefälle vorhanden, der Kathodenfall. Die an der Kathode durch Ionenstoss, Glühemission oder metastabile Atome und Moleküle ausgelösten Elektronen werden im Kathodenfall beschleunigt und bilden somit eine primäre, translatorische Gruppe, deren Voltgeschwindigkeit die Grösse des Kathodenfalles erreichen kann. Wenn die Dicke der positiven Raumladungsschicht (Kathodenfallgebiet) im Verhältnis zur mittleren freien Weglänge der Elektronen klein ist, wird ein beträchtlicher Teil der primären Elektronen am Ende der Schicht Kathodenfallgeschwindigkeit besitzen. Bei der selbständigen Bogenentladung sind bis jetzt noch keine Elektronen von dieser Geschwindigkeit festgestellt worden. Wir haben kürzlich in einer Arbeit¹⁾ aus Sondencharakteristiken, gemessen vor der Kathode eines Wolframbohrgens, auf das Vorhanden-

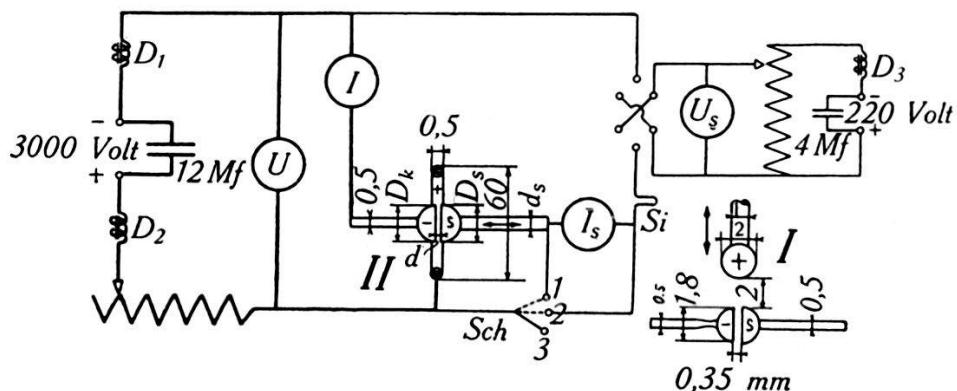
¹⁾ M. WEHRLI und P. BÄCHTIGER, Helv. phys. acta **4**, 290, 1931 (Arbeit I).

sein einer primären Gruppe geschlossen. Die bei einem Kathodenfall von 192 Volt nachgewiesene maximale Elektronengeschwindigkeit beträgt dabei nur 40 Volt. In der Gassäule zeigen die Sondencharakteristiken bei positiv geladener Sonde einen linearen Anstieg des Sondenstromes mit der Spannung, während hart vor der Kathode eine systematische Abweichung von dieser Linearität auftritt, welche als primäre Elektronengruppe gedeutet wird (s. Fig. 7, Arbeit I). Ob es sich dabei um eine translatorische oder ungeordnete Gruppe handelt, kann nicht entschieden werden.

Da für die Vorgänge an der Kathode das Vorhandensein einer energiereichen, translatorischen Elektronengruppe von entscheidender Wichtigkeit ist, wird in der vorliegenden Arbeit versucht, Entladungsbedingungen herzustellen, bei welchen der sichere Nachweis und eine genauere Untersuchung dieser Elektronenschar möglich ist. Gleichzeitig soll damit die Interpretation der Sondencharakteristiken auf eine feste Basis gestellt werden.

§ 2. Apparatur und Messmethode.

Die Untersuchung geschieht an einer horizontalen Bogenentladung zwischen Wolframelektroden in reinem, trockenem Stickstoff. Die Sonde besteht aus einer eben geschliffenen Halbkugel



U Bogenspannung, I Bogenstromstärke, U_s Sondenspannung, I_s Sondenstromstärke, $D_1 D_2 D_3$ Drosseln, Si Sicherung, d Abstand Kathode-Sonde, D_k , D_s Kugeldurchmesser von Kathode und Sonde in mm, d_s Stieldicke der Sonde in mm.

Fig. 1. Apparatur.

aus Wolfram, welche zum Nachweis translatorischer Elektronen günstiger ist als die in Arbeit I verwendete Zylindersonde. Es werden zwei Anordnungen benutzt (s. Fig. 1). Bei I ist die Lage der Sonde relativ zur Kathode fest und die verschiebbare Anode kugelförmig, während bei der Apparatur II die Sonde mittelst

Mikrometerschraube verschoben werden kann und die Anode aus einem Ring besteht. Um möglichst ebene, glatte und parallele Halbkugelektroden zu erhalten, geschieht die Herstellung auf einer besonders für Schleifzwecke eingerichteten Drehbank.

Das Schaltungsschema¹⁾ ist aus Fig. 1 ersichtlich. Die Zündung der Bogenentladung bei Apparatur II erfolgt bei einem Drucke von etwa 100 mm durch Berühren der Sonde mit der Kathode, wobei der Schalter *Sch* auf 1 steht. Hierauf wird die normale Stromstärke 0,35 Amp. eingestellt und nach einigen Minuten die Stellung der Mikrometerschraube für die Distanz Sonde—Kathode $d = 0$ bestimmt (Berührung). Nach dem Auspumpen auf den gewünschten Druck (Schalter *Sch* auf 3) werden die I_s - U_s -Kurven (Sondencharakteristiken) gemessen. Die Schalterposition 2 dient zur Bestimmung desjenigen Punktes der Sondencharakteristik, bei welchem Sonde und Anode miteinander verbunden sind, siehe σ in Fig. 5.

Die wesentlichen experimentellen Schwierigkeiten bestehen in folgendem: Bei tiefen Drucken, etwa 10 mm Hg, macht sich die Kathodenzerstäubung stark bemerkbar, auch die Sonde zeigt nach mehrstündigem Gebrauche schwache Aushöhlungen. Es werden deshalb nach dem Auspumpen die Kurven möglichst rasch durchgemessen und bei den tiefsten Drucken für jede Sondencharakteristik Kathode und Sonde durch neue Elektroden ersetzt. Infolge der raschen Zerstäubung können bei den tiefsten Drucken die Elektroden und ihre Halter nicht vollständig entgast werden, was bei den verschiedenen Gasfüllungen voneinander abweichende Gesamtspannungen ergibt. Die Form der Sondencharakteristik wird dadurch nicht beeinflusst.

Um die Sondencharakteristiken auch ins Gebiet negativer Sondenspannungen U_s (relativ zur Kathode, s. Fig. 2) verfolgen zu können, muss die Sondentemperatur niedriger als die Kathoden-temperatur sein. Ist dies nicht der Fall, so zündet bei niederen Drucken die Sonde bei $U_s = 0$ als Kathode und es entsteht eine Entladung mit zwei Kathoden. Bei Apparat I gelangt aus diesem Grunde eine Kathode zur Verwendung, deren Stiel durch Kathodenzerstäubung dünner geworden ist als der Stiel der Sonde. Bei Apparat II wird sowohl der Halbkugeldurchmesser D_s der Sonde wie auch ihre Stieldicke d_s stets grösser gewählt als bei der Kathode. Andererseits ist aber zum Nachweis der primären translatorischen Elektronen eine zu tiefe Sondentemperatur ungünstig,

¹⁾ Eine vortreffliche Hochspannungskapazität von 12 MF stellte uns die Firma E. HAEFELY & CIE A.G., Basel, zur Verfügung, wofür ihr hiermit gedankt werden möge.

weil dadurch die mittlere freie Weglänge im Gasraum vor der Sonde herabgesetzt wird.

Die Elektrodentemperaturen werden mit einem Pyrometer nach Holborn und Kurlbaum ermittelt.

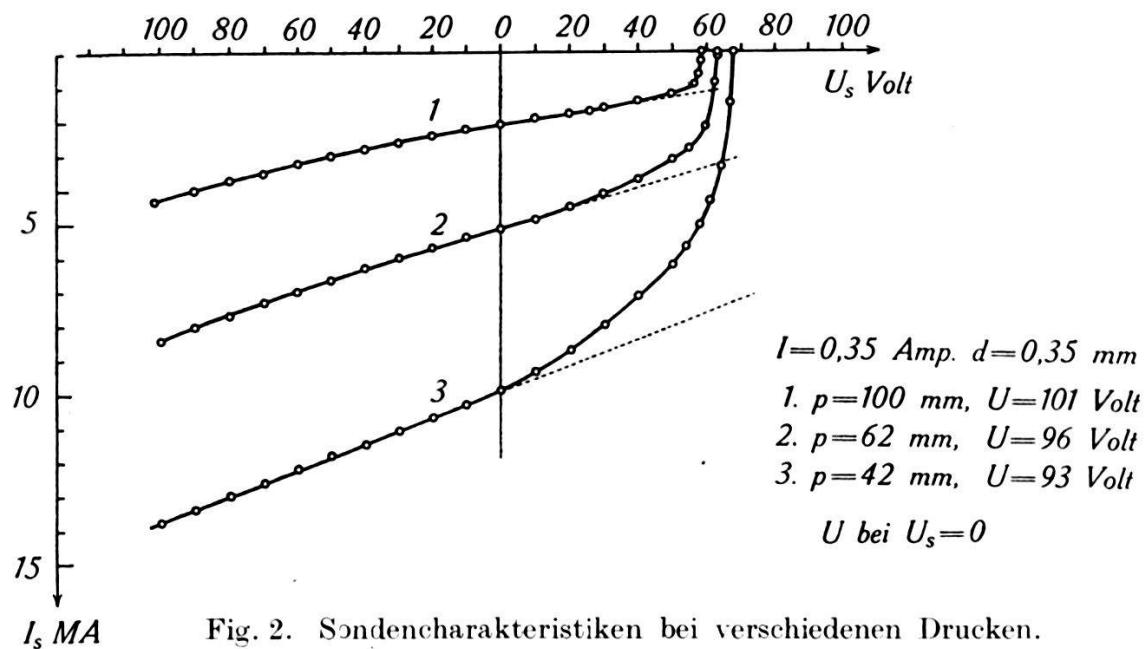


Fig. 2. Sondencharakteristiken bei verschiedenen Drucken.

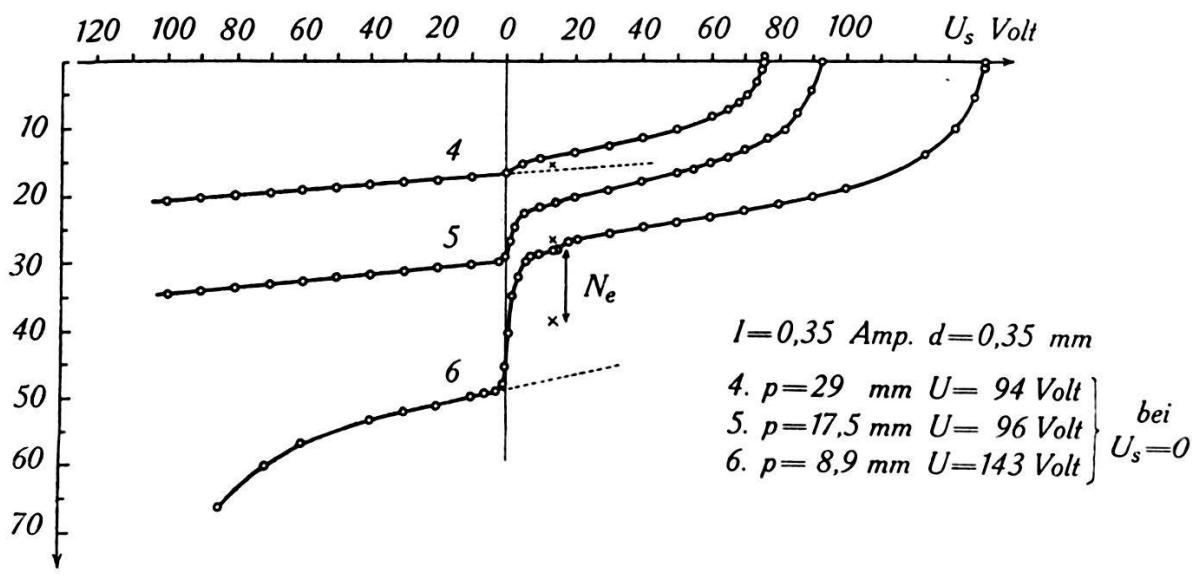


Fig. 3. Sondencharakteristiken bei verschiedenen Drucken.

§ 3. Resultate.

Die mit der Anordnung I im Druckbereiche 100 bis 8,9 mm Hg gemessenen Sondencharakteristiken sind in Fig. 2 und 3 aufgetragen. Im Punkte $U_s = 0$ besitzen Sonde und Kathode dasselbe Potential. Wie man aus Kurve 1 erkennt, ergibt sich mit der ebenen Sonde dieselbe Kurvenform wie mit einer 0,2 mm

dicken Zylindersonde (vergleiche Fig. 8 der Arbeit I). Auch hier zeigt sich in einem grösseren Intervall ein nahezu linearer Anstieg des Sondenstromes. Der beträchtliche Anstieg kann in diesem Falle sicher nicht durch eine Zunahme der Schichtdicke der positiven Raumladung an der Sonde, d. h. einer Vergrösserung der Wirkungsfläche der Sonde erklärt werden, da die Raumladungsdicke grösser als die Entfernung Sonde-Kathode (0,35 mm) werden müsste. Der Anstieg ist vielmehr auf eine Auslösung von Elektronen an der Sonde zurückzuführen, wie er in Edelgasen von verschiedenen Autoren¹⁾ festgestellt worden ist.

Die Abweichung von der Linearität bei positivem U_s nimmt mit abnehmendem Drucke stark zu, wie man erwartet, wenn dieselbe von der primären Elektronenschar herrührt. Beim Drucke 42 mm treten zum erstenmal Elektronen mit der vollen Kathodenfallgeschwindigkeit auf, deren Zahl mit abnehmendem Drucke noch bedeutend zunimmt. Der plötzliche Anstieg der Kurve 6 bei $U_s = 0$ erklärt sich also wie folgt: Die an der Kathode ausgelösten Elektronen werden im Kathodenfall beschleunigt und können bei $U_s = 0$ nur dann die positive Raumladung an der Sonde durchdringen, wenn sie weder einen Energieverlust noch eine Richtungsänderung erlitten haben. Damit ist der translatorische Charakter der primären Elektronenschar erwiesen.

Da man aus solchen Kurven direkt die Geschwindigkeitsverteilung der primären Elektronengruppe ermitteln kann, werden in Fig. 4 noch zwei weitere Kurven wiedergegeben, wobei auch die zugehörige Gesamtspannung U aufgetragen ist.

Bei 13 Volt zeigt sich bei niederen Drucken ein zweiter ausgeprägter Anstieg des Sondenstromes, welcher auf unelastische Stösse zurückzuführen ist.

Bei einem Drucke von 10 mm wird ferner die primäre, translatorische Elektronengruppe als Funktion der Bogenstromstärke untersucht. Die Grösse der Gruppe steigt im Intervall von 0,1 bis 0,7 Amp. an.

§ 4. Die primäre Elektronenschar auf die Sonde.

Wenn die primäre Elektronenschar nicht vorhanden wäre, so würde der Sondenstrom bei positivem U_s den in Fig. 4 gestrichelten Verlauf zeigen, welcher linear extrapoliert ist. Die Differenz ΔI_s entspricht nicht der Zahl N_s der Elektronen²⁾, welche pro

¹⁾ W. UYTERHOEVEN und M. HARRINGTON, Phys. Rev. **36**, 709, 1930; Phys. Rev. **38**, 1859, 1931.

²⁾ Alle Grössen N sind stets auf eine Sekunde bezogen, d. h. die N haben die Dimensionen von Stromstärken.

Sekunde von der Sonde abgefangen werden, sondern ist wesentlich grösser, da gleichzeitig mit zunehmendem ΔI_s der positive Ionenstrom abnimmt und zwar aus folgendem Grunde: Im Punkte *A* erreichen noch keine primären Elektronen die Sonde. Diese pendeln vielmehr zwischen Sonde und Kathode aus und ionisieren

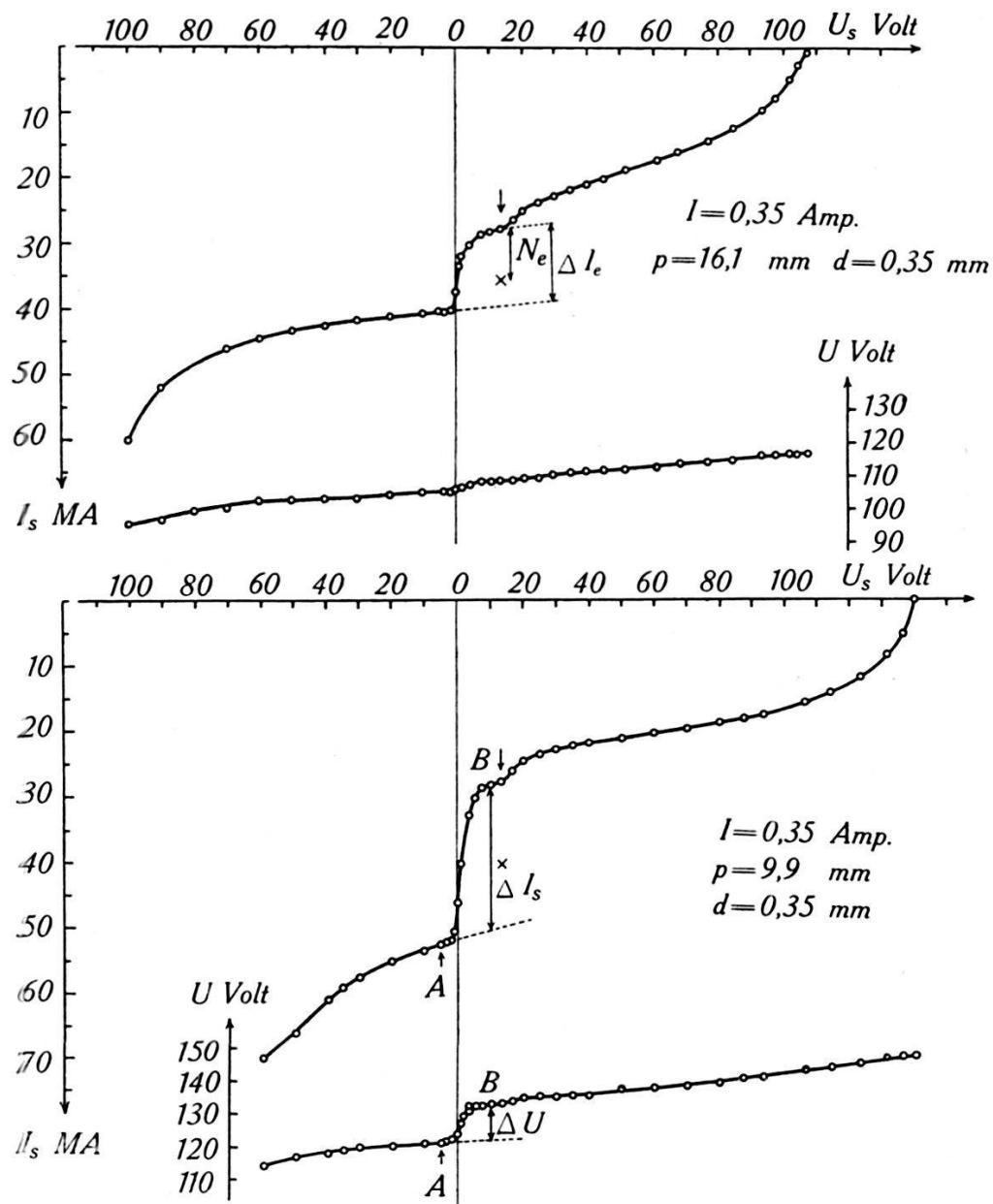


Fig. 4. Sondencharakteristiken und Gesamtspannungen bei tiefen Drucken.

sieren. Im Punkte *B* dagegen wird der Anteil N_s der primären Elektronen an der Sonde abgefangen und geht für die Ionisation durch Auspendeln verloren, was eine Abnahme des positiven Ionenstromes bedingt.

Dass der Entladung ionisierungsfähige Elektronen entzogen werden, beweist auch der Verlauf der Gesamtspannung U . Damit

der Strom I gegen die Kathode konstant bleibt, muss U , wie Fig. 4 zeigt, um ΔU erhöht werden, d. h. der Ausfall an ionisierungsfähigen Elektronen wird durch eine Steigerung der Geschwindigkeit der primären Elektronen kompensiert.

Der Sondenstrom I_s besteht nicht nur aus positiven Ionen, sondern auch aus von letzteren ausgelösten Elektronen, wie in § 3 erwähnt worden ist. Wenn ein positives Ion α Elektronen auslöst, so ergibt sich für die von der Sonde abgefangenen primären Elektronen

$$N_s = \Delta I_s - (1 + \alpha) \Delta I^+ \quad (1)$$

wobei ΔI^+ die zugehörige Abnahme des positiven Ionenstromes auf die Sonde bedeutet. α sei im Bereich $U_s = -3$ bis 30 Volt konstant. Ebenso soll die Zahl der Elektronen, welche an der Sonde durch metastabile Moleküle ausgelöst wird, als unveränderlich betrachtet werden.

Die Grösse ΔI^+ setzt sich aus drei Anteilen zusammen:

$$\Delta I^+ = k_1 \frac{N_s U_k}{\bar{U}} + k_2 \alpha \Delta I^+ \frac{U_k}{\bar{U}} - k_1 \frac{(N_k - N_s) \Delta U_k}{\bar{U}}. \quad (2)$$

a) Der erste Anteil röhrt von der Auspendelungsenergie $N_s U_k$ her. U_k bedeutet den Kathodenfall im Punkte A (s. Fig. 4). Beträgt der mittlere Geschwindigkeitsverlust für die Bildung eines Ionenpaares \bar{U} , so werden im ganzen

$$\frac{N_s U_k}{\bar{U}}$$

positive Ionen pro Sekunde gebildet, wovon der Bruchteil k_1 die Sonde erreiche.

b) Der zweite Anteil ergibt sich wie folgt: Auch der positive Ionenstrom auf die Kathode nimmt ab und zwar um den Betrag

$$\frac{k_2 \Delta I^+}{k_1} \quad (0 < k_2 < 1).$$

Dadurch werden an der Kathode weniger Elektronen ausgelöst, wodurch die Ionisation und damit der positive Ionenstrom auf die Sonde weiter vermindert wird.

c) Der dritte Anteil röhrt von folgendem her: Mit der Gesamtspannung steigt auch der Kathodenfall um ΔU_k an. Die primäre Elektronengruppe erhält demnach eine grössere Energie, was eine Zunahme des positiven Ionenstromes auf die Sonde

bedingt. N_k ist dabei die Grösse der primären Elektronenschar an der der Sonde gegenüberliegenden ebenen Kathodenfläche.

Um die Zahl N der die Sonde erreichenden Elektronen zu bestimmen, muss noch die Reflexion und Sekundäremission in Betracht gezogen werden. Bezeichnet man mit ϱ die pro Elektron reflektierten und sekundär emittierten Elektronen, so gilt

$$N = \frac{N_s}{1 - \varrho}. \quad (3)$$

Da man k_1 , k_2 , \bar{U} , α , N_k , U_k , ΔU_k und ϱ abschätzen kann, ist es möglich, aus Gleichungen (1), (2) und (3) die Grösse N der primären Elektronenschar an der Sonde zu berechnen. Es ergibt sich dafür

$$N = \frac{\Delta I_s (\bar{U} - k_2 \alpha U_k) + k_1 (1 + \alpha) N_k \Delta U_k}{(1 - \varrho) [(k_1 - k_2) \alpha U_k + k_1 U_k + \bar{U} + (1 + \alpha) k_1 \Delta U_k]}. \quad (4)$$

Es zeigt sich, dass N ganz wesentlich von ΔI_s abweicht.

§ 5. Zusammenstösse der primären Elektronen mit den Gasmolekülen.

Ein grosser Teil der primären Elektronen, welche die Sonde erreichen, werden mit Gasmolekülen elastische oder unelastische Zusammenstösse erleiden. Die Wahrscheinlichkeit für elastische Stösse sei W_e , diejenige für unelastische W_u . Für die Wahrscheinlichkeit, dass überhaupt ein Stoss stattfindet, gilt:

$$W = W_e + W_u = 1/\lambda, \quad (5)$$

wenn λ die mittlere freie Weglänge für die Primärelektronen bedeutet. In der Sekunde sollen N_0 Elektronen die Distanz d Kathode-Sonde ohne Stoss durchdringen. Bezeichnet man die Zahl der Primärelektronen an der ebenen Kathodenfläche, welche der Sonde gegenüberliegt, mit N_k , so besteht die Gleichung:

$$N_0 = N_k e^{-d/W}. \quad (6)$$

Die Elektronenzahl N_1 , die zwischen Kathode und Sonde einen elastischen Stoss ausführt, ergibt sich nach I. LANGMUIR und H. JONES¹⁾ wie folgt:

Ein Elektron soll im Gebiete zwischen x und $x + \delta x$ einen elastischen Stoss ausführen, wobei x den Abstand von der Kathode bedeutet. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein solcher Stoss in diesem Gebiete stattfindet, ist $W_e \delta x$. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Elektron die Strecke x bzw. $d - x$ ohne Stoss durchläuft, beträgt

¹⁾ I. LANGMUIR und H. JONES, Phys. Rev. 31, 357, 1928.

e^{-xW} bzw. $e^{-(d-x)W}$. Die gesamte Wahrscheinlichkeit ist also $W_e \delta x e^{-xW} e^{-(d-x)W}$. Die Zahl N_1 der Einfachstösse ergibt sich durch Integration von 0 bis d :

$$N_1 = N_k \int_0^d W_e e^{-dW} \delta x = N_k W_e d e^{-dW}. \quad (7)$$

Durch analoge Betrachtungen erhält man für die Zahl N_n der n -fachstösse

$$N_n = \frac{N_k}{n!} (W_e \cdot d)^n e^{-dW}. \quad (8)$$

Dabei wird vorausgesetzt, dass der Weg der Elektronen im Mittel nicht wesentlich grösser als d ist, d. h. im Mittel nur kleine Gesamtablenkungen auftreten.

Für die Summe N_e aller elastisch gestreuten Elektronen ergibt sich aus (8):

$$N_e = N_k e^{-dW} \sum_0^{\infty} \frac{(W_e \cdot d)^n}{n!}$$

oder:

$$N_e = N_k e^{-d(W-W_e)}. \quad (9)$$

Führt man das Verhältnis $k_3 = W_e/W$ ein, welches nicht vom Druck dagegen von der Elektronengeschwindigkeit v_0 abhängt, so folgt aus (5) und (9):

$$N_e = N_k e^{-\frac{d}{\lambda} (1-k_3)}. \quad (10)$$

Das Verhältnis der elastischen Einfachstösse zu den Doppelstösseñ beträgt nach Gleichung (8):

$$N_1/N_2 = 2/d \cdot W_e. \quad (11)$$

Es gelingt durch Wahl einer kleinen Distanz d und eines kleinen Druckes p eine selbständige Bogenentladung herzustellen, bei welcher $N_1/N_2 > 1$ ist, d. h. in erster Näherung können dabei die Doppelstösse und vor allem die Mehrfachstösse neben den Einfachstösseñ vernachlässigt werden.

Um die Zahl der Elektronen zu berechnen, welche nach einem elastischen Stosse die Sonde erreichen kann, muss die Winkelverteilung der Elektronen nach einem elastischen Stosse bekannt sein. In einer Untersuchung über Elektronenstösse in Gasen bei kleinen Stromdichten wird von I. LANGMUIR und H. JONES (l. c.) folgende Winkelverteilung angenommen:

$$d\eta = 2\pi \eta_0 e^{-\Theta^2/\Theta_0^2} \sin \Theta d\Theta \quad (12)$$

$d\eta$ ist die Zahl der Elektronen im Winkelbereich zwischen Θ und $\Theta + d\Theta$, wobei Θ den Ablenkungswinkel gegen die Richtung vor dem Stosse bedeutet. Θ_0 und η_0 sind Konstanten. Durch Messung der Winkelverteilung konnte M. RENNINGER¹⁾ die Gleichung (12) qualitativ bestätigen. Da die gesamte Elektronenzahl, die einen elastischen Stoss erleidet, N_1 beträgt, folgt durch Integration aus Gleichung (12):

$$N_1 = \pi \eta_0 \Theta_0^2. \quad (13)$$

Dabei wird $\sin \Theta = \Theta$ und die obere Grenze ∞ gesetzt, weil nach obigen Autoren Θ_0 nur etwa 15° erreicht.

§ 6. Berechnung der Strom-Spannungskurve $N-U_s$.

Man erkennt in Fig. 3 bei Kurve 6 und in Fig. 4, dass die Sondencharakteristik einen zweiten Anstieg zeigt, welcher stets bei $13,3 \pm 0,5$ Volt einsetzt. I. LANGMUIR, H. JONES und M. RENNINGER (l. c.) haben in ihren Messungen diesen Anstieg ebenfalls festgestellt. Nach Untersuchungen von G. HARNWELL und E. RUDBERG²⁾ röhrt dieser Anstieg von unelastischen Zusammenstößen der Elektronen mit Stickstoffmolekülen her, wobei ein Geschwindigkeitsverlust von 13 Volt auftritt. Da nach diesen Autoren nur wenig Elektronen kleinere Geschwindigkeitsverluste erleiden, so ist im wesentlichen die Form der Sondencharakteristik von $U_s = 0$ bis 13 Volt durch die Winkelverteilung der elastischen Stösse bedingt.

Damit ein Elektron bei der Spannung U_s die Sonde erreichen kann, muss seine Energie die Bedingung erfüllen:

$$\frac{m}{2} u_0^2 \geq \varepsilon (U_k - U_s). \quad (14)$$

ε bedeutet die Ladung, m die Masse des Elektrons und u_0 die Geschwindigkeitskomponente der Elektronen normal zur Sondenfläche. Bezeichnet man die absolute Geschwindigkeit des Elektrons mit v_0 , so gilt:

$$\left. \begin{array}{l} v_0 \cos \Theta = u_0 \\ \frac{m}{2} v_0^2 = \varepsilon U_k \end{array} \right\} \quad (15)$$

und:

¹⁾ M. RENNINGER, Ann. d. Phys. **9**, 295, 1931.
²⁾ G. HARNWELL, Phys. Rev. **33**, 559, 1929. — E. RUDBERG, Nature **126**, 165, 1930; Ann. d. Phys. **11**, 802, 1931.

Aus der Gleichung (14) und (15) folgt für das Auffangen der Elektronen auf die Sonde die Bedingung:

$$\cos^2 \Theta \geq 1 - \frac{U_s}{U_k}. \quad (16)$$

Bei einer bestimmten Sondenspannung gelangen pro Sekunde alle Elektronen N auf die Sonde, welche innerhalb eines Kegels mit dem Winkel Θ_k liegen, für den aus (16) folgt:

$$\Theta_k = \arccos \sqrt{1 - \frac{U_s}{U_k}}. \quad (17)$$

Bei kleinen U_s/U_k kann man setzen:

$$\Theta_k = \left(\frac{U_s}{U_k} \right)^{1/2} + \frac{1}{6} \left(\frac{U_s}{U_k} \right)^{3/2}. \quad (18)$$

Für die Gesamtzahl N der Elektronen, welche die Sonde erreicht, ergibt sich aus (12) und (13):

$$N = N_0 + \frac{2 N_1}{\Theta_0^2} \int_0^{\Theta_k} e^{-\frac{\Theta^2}{\Theta_0^2}} \Theta d\Theta. \quad (19)$$

Durch Integration erhält man aus (18) und (19):

$$N = N_0 + N_1 \left\{ 1 - e^{-\frac{1}{\Theta_0^2} \left[\frac{U_s}{U_k} + \frac{1}{3} \left(\frac{U_s}{U_k} \right)^2 \right]} \right\}. \quad (20)$$

Das ist die Stromspannungskurve, wie sie mittels Gleichung (4) aus der experimentell ermittelten Sondencharakteristik errechnet werden kann.

§ 7. Vergleich mit den Experimenten.

Es möge zuerst die Gleichung (10) mit den Experimenten verglichen werden. Bedeutet p den Gasdruck und T die absolute Gastemperatur zwischen Sonde und Kathode, so gilt für die mittlere freie Weglänge λ die Beziehung $\lambda = \lambda_0 \cdot T/p \cdot 273$, wenn λ_0 die mittlere freie Weglänge der primären Elektronen beim Drucke 1 mm und der Temperatur 273° K ist. Gleichung (10) lässt sich damit schreiben

$$N_e = N_k e^{-\left(\frac{d p}{T} \right) \left(\frac{1 - k_3}{\lambda_0} \right) 273} \quad (21)$$

Diese Gleichung gilt nach § 5, wenn die Elektronen auf ihrem Wege nur eine kleine Ablenkung erfahren. Das ist so lange

der Fall, als die Distanz d die Größenordnung von λ nicht wesentlich überschreitet; denn die Zahl der Vier- und Mehrfachstöße wird dann nach Gleichung (8) klein. Bei den vorliegenden Experimenten schwankt das d/λ zwischen 0,8 und 6,4 (siehe letzte Kolonne von Tabelle 1). Obige Forderung ist daher erfüllt.

Die Größe N_e kann in erster Näherung den Sondencharakteristiken entnommen werden (s. Fig. 4). Der Kurventeil von U_s gleich Null bis 13 Volt röhrt nach obigen Ausführungen nur von elastischen Stößen her. Extrapoliert man denselben zu höheren U_s bis er parallel zur gestrichelten Kurve verläuft (das ist bei 13 Volt schon sehr nahe der Fall), so erhält man die Gesamtzahl N_e aller Elektronen mit elastischen Stößen, indem man das ΔI_e in Gleichung (4) einsetzt. Die nach dieser Gleichung¹⁾ erhaltenen Werte von N_e sind in den einzelnen Figuren als Kreuz eingetragen.

Nach Gleichung (21) hängt N_e nur vom Produkte $p \cdot d$ ab, d. h. es muss sich dieselbe Abnahme von N_e ergeben, ob man p oder d vergrößert. Um diese Forderung zu prüfen, werden die Sondencharakteristiken bei verschiedenen Drucken (Fig. 2, 3 und 4) ergänzt durch Messungen an der Apparatur II bei veränderter Distanz d . Sie sind in Fig. 5a aufgetragen.

In Tabelle 1 sind die N_e -Werte aller Kurven zusammengestellt.

Tabelle 1.
Elastisch gestreute primäre Elektronen.

$I = 0,35$ Amp.

Nr.	Fig.	p mm	d mm	ΔI_e MA	U Volt	$k_1 = k_2$	$N_e \cdot$ ($1 - \varrho$)	N_e MA	$p d$ mm	d λ
1	2	43,0	0,35	1,3	93	0,36	0,6	1,0	15,1	6,4
2	3	29,0	0,35	2	94	0,36	0,9	1,4	10,2	4,3
3	3	17,5	0,35	7,5	96	0,36	3,5	5,4	6,1	2,6
4	3	8,9	0,35	19	143	0,36	6,6	10,5	3,1	1,3
5	4	16,1	0,35	12	110	0,36	5,1	7,9	5,6	2,4
6	4	9,9	0,35	22	132	0,36	8,0	12,5	3,5	1,5
7	5	13,9	0,14	15,3	102	0,44	6,1	9,6	1,9	0,8
8	5	13,9	0,29	11,8	102	0,39	5,1	8,0	3,9	1,7
9	5	13,9	0,52	4,0	107	0,33	2,4	3,8	7,2	3,1
10	5	13,9	1,00	1,0	110	0,25	0,6	0,9	13,9	5,9
11	6	9,8	0,26	24,3	180	0,39	8,0	12,5*	2,6	1,1

* nach Tabelle 2, U Gesamtspannung in Volt, p Druck, d Distanz Kathode-Sonde.

¹⁾ Die Zahlenwerte sind in Tabelle 1 angeführt.

Die Grösse $N_e(1 - \varrho)$ wird nach Gleichung (4) berechnet unter folgenden Vereinfachungen: ΔU_k wird vernachlässigt und U_k durch die Gesamtspannung U ersetzt. Ferner sei k_1 gleich k_2 . Gleichung (4) lautet dann

$$N_e(1 - \varrho) = \frac{\Delta I_e (\bar{U} - k_1 \alpha U)}{k_1 U + U}.$$

Der Bruchteil k_1 der zusätzlich gebildeten Ionen, welcher auf die Sonde gelangt, wird unter folgender Annahme ermittelt: Die

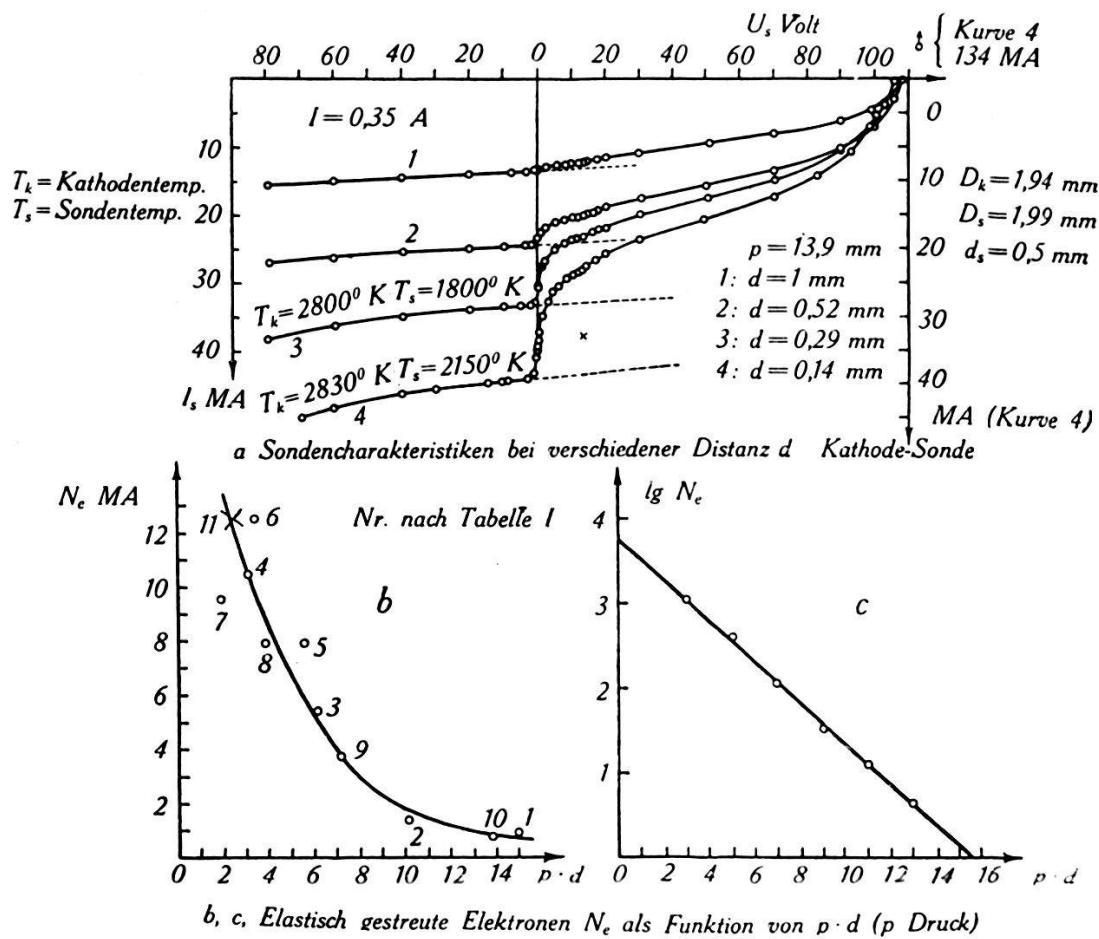


Fig. 5.

Ionenzahl, welche auf die Flächeneinheit des Zylinders, gebildet durch die Kreisflächen von Kathode und Sonde, gelangt, sei konstant auf der ganzen Oberfläche des Zylinders. Die so errechneten Werte sind aus Tabelle 1 ersichtlich. Der Geschwindigkeitsverlust \bar{U} pro Ionenpaar sei 45 Volt¹⁾, die Zahl α der durch ein positives Ion ausgelösten Elektronen 0,2²⁾ und der Reflexions-

¹⁾ M. RENNINGER, l. c.

²⁾ α wird nach den Arbeiten von W. UYTERHOEVEN und M. HARRINGTON, l. c. abgeschätzt.

koeffizient ϱ bei $U_s = 13$ Volt 0,36¹⁾). Man erkennt aus Tabelle 1, dass der Anteil N_e der primären Elektronengruppe wesentlich kleiner ist als die beobachtete Grösse ΔI_e .

In Fig. 5b findet sich eine graphische Darstellung der Grössen N_e nach Tabelle 1 als Funktion des Produktes $p \cdot d$. Wie Gleichung (21) verlangt, fallen die Messungen bei veränderlichem p und d auf ein und dieselbe Kurve, welche sich durch einen exponentiellen Abfall darstellen lässt. Bei kleinen $p \cdot d$ -Werten zeigen die Messpunkte eine starke Streuung, welche teilweise von den in § 2 erwähnten Schwierigkeiten herröhrt.

Aus der Kurve Fig. 5b wird durch Logarithmieren die Fig. 5c erhalten und durch Extrapolation der Geraden bis $pd = 0$ die Grösse N_k der primären Gruppe an der Kathode bestimmt. Es ergibt sich: $N_k = 21$ MA. Da die Halbkugelfläche der Kathode doppelt so gross ist wie die ebene Kreisfläche, so erhält man eine untere Grenze von 63 MA für den gesamten negativen Strom an der Kathode.

Aus der Neigung der Geraden in Fig. 5c folgt nach Gleichung (21)

$$\frac{(1 - k_3) 273}{\lambda_0 T} = 0,242 \pm 0,03. \quad (22)$$

Es soll das k_3 abgeschätzt werden, indem für λ_0 die gaskinetische mittlere freie Elektronenweglänge $\lambda_0 = 0,257$ mm²) und für T das Mittel aus Kathoden- und Sondentemperatur 2500⁰ K (s. Fig. 5 und 6) eingesetzt wird. Man erhält so für k_3 den Wert 0,43. I. LANGMUIR und H. JONES (l. c.) finden für k_3 bei 100 Volt Elektronen 0,39. Aus dieser Übereinstimmung ergibt sich, dass die Temperatur T des Gases die Temperatur der Elektroden nicht wesentlich überschreitet. Da k_3 nicht negativ werden darf, erhält man aus Gleichung (22) für T einen Maximalwert von 4400⁰ K.

Ein genauerer Wert von λ_0 lässt sich aus dem von R. BRODE³⁾ nach der Methode von Ramsauer gemessenen Wirkungsquerschnitt angeben. Da diese Werte stark von der Elektronengeschwindigkeit abhängen, muss der Verlauf der Geschwindigkeit zwischen Kathode und Sonde in Betracht gezogen werden. Diese variiert nämlich in den positiven Raumladungsschichten vor der Kathode

¹⁾ A. AHEARN, Phys. Rev. **38**, 1859, 1931. — H. FARNSWORTH, Phys. Rev. **25**, 41, 1925.

²⁾ W. ROTH und K. SCHEEL, Konstanten der Atomphysik, S. 21, Springer 1923.

$$\lambda_0 \text{Mol} = 599 \cdot 10^{-8} \cdot 760 = 4,56 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

$$\lambda_0 \text{Elektr} = 4\sqrt{2} \lambda_0 \text{Mol} = 0,0257 \text{ cm}$$

³⁾ R. BRODE, Phys. Rev. **25**, 636, 1925.

und Sonde (Beschleunigungsgebiete der Elektronen) zwischen Null und U_k . Nach der Raumladungsgleichung ergeben sich für die vorliegenden Messungen Schichtdicken von etwa 0,04 mm, welche neben den Distanzen d (z. B. 0,26 mm) in Betracht fallen. Da der Wirkungsquerschnitt mit kleiner werdender Geschwindigkeit

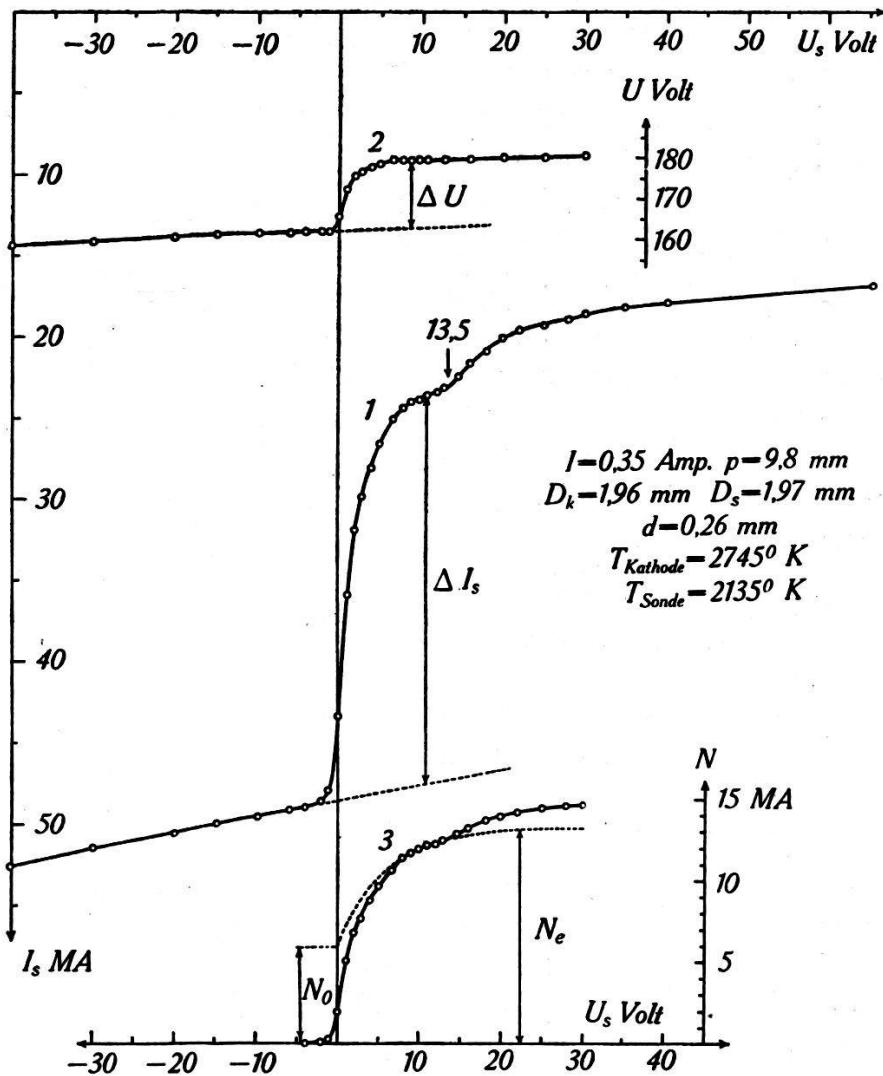


Fig. 6.

Die primären Elektronen N gegen die Sonde als Funktion der Sondenspannung U_s .

stark zunimmt, ist die über das ganze Gebiet gemittelte Weglänge λ kleiner als der zur Geschwindigkeit U_k gehörende Wert und dürfte annähernd mit der gaskinetischen Weglänge übereinstimmen. In den Schichten vor der Kathode und der Sonde ist deshalb die Zahl der Elektronenstöße pro cm wesentlich grösser als im übrigen Gasraum. Diese Verkleinerung von λ macht sich um so mehr bemerkbar, je geringer die Distanz d wird. Die Streuung der Messpunkte in Fig. 5 b bei kleinem pd scheint zum Teil durch diesen Effekt verursacht, z. B. zeigt der Punkt mit dem kleinsten d

(0,14 mm Nr. 7) ein zu kleines N_e , wie nach Gleichung (10) erwartet wird, wenn λ abnimmt.

Zusammenfassend ergibt sich eine qualitative Bestätigung der Gleichung (21).

Um die Beziehung (20) zwischen Elektronenzahl N und Sondenspannung U_s mit dem Experimente zu vergleichen, haben wir eine Messung durchgeführt, wobei alle Fehlerquellen so weit als möglich ausgeschaltet werden.

Tabelle 2 enthält die ausführlichen Resultate, welche in Kurve 1 und 2 der Fig. 6 aufgetragen sind. Die nach Gleichung (4) aus dem ΔI_s errechneten Werte des die Sonde erreichenden Elektronenstromes N finden sich in der letzten Kolonne der Tab. 2 und in Kurve 3 der Fig. 6. Man erkennt auch hier wieder, dass N wesentlich kleiner als die Differenz ΔI_s ist, da, wie oben ge-

Tabelle 2.
Sondencharakteristik und primäre Elektronengruppe.

U_s Volt	I_s MA	U Volt	ΔI_s MA	ΔU Volt	N MA
- 9,9	49,6	161,7	0	0	0
- 4,0	49,0	162,0	0	0	0
- 2,0	48,6	162,0	0,2	0	0,06
- 1,1	48,0	162,0	0,8	0	0,22
0	43,4	165,6	5,2	3,6	1,93
1,1	35,9	172,2	12,7	10,2	5,1
2,0	31,9	175,5	16,5	13,5	6,8
2,9	29,9	176,4	18,5	14,1	7,7
4,0	28,1	177,6	20,2	15,3	8,8
5,0	26,6	178,5	21,6	16,2	9,7
6,6	25,1	179,4	22,9	17,1	10,6
7,9	24,4	179,4	23,5	17,1	11,4
8,9	24,0	179,5	23,7	17,1	11,7
9,9	23,9	179,5	23,8		12,0
10,9	23,6	179,5	24,0		12,2
12,0	23,4	179,6	24,1		12,3
12,8	23,1	179,6	24,3		12,5
14,5	22,5	179,7	24,8		12,9
15,9	21,6	179,7	25,5		13,2
18,0	20,9	179,8	26,0		13,7
19,9	20,1	179,8	26,6		14,0
22,0	19,6	179,9	26,9		14,2
25,0	19,3	180,1	26,9		14,5
27,9	19,0	180,2	26,9		14,6
30,0	18,6	180,3	27,1		14,7

schildert, der positive Strom auf die Sonde mit wachsendem N abnimmt.

Bei der Berechnung von N werden folgende Zahlen verwendet:

$\Delta U_k = \Delta U$ (aus Kurve 2, Fig. 6), $\bar{U} = 45$ Volt,
 $N_k = 21$ MA (aus Gleichung (21) und Fig. 5c), $k_1 = k_2 = 0,39$,
 $\alpha = 0,2$, ϱ nach A. AHEARN, analog wie in Tabelle 1.

Wie Fig. 6 zeigt, ist der Anstieg bei 13,3 Volt auch in Kurve 3 vorhanden. Bei der Berechnung des Kurventeiles oberhalb 13,3 Volt muss berücksichtigt werden, dass der eine Teil der Elektronen mit der Geschwindigkeit U_s , der andere mit der Geschwindigkeit $U_s - 13,3$ Volt auf die Sonde auftrifft, was 2 verschiedene Koeffizienten ϱ bedingt.

Die Sondentemperatur bei diesen Versuchen beträgt 2135^0 K. Der maximale Thermelektronenstrom kann höchstens 0,7 MA betragen¹⁾, d. h. ist gegenüber dem Sondenstrom I_s zu vernachlässigen. Im übrigen würde eine konstante Emission die Differenz ΔI_s und damit das N nicht beeinflussen.

Es soll jetzt die Kurve 3 der Fig. 6 mit der Gleichung (20), welche nur Einfachstöße berücksichtigt, verglichen werden. Für das Verhältnis der elastischen Einfach- zu den Doppelstössen erhält man bei den Bedingungen der Fig. 6 nach Gleichung (11)

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{2}{d W_e} = \frac{2 \lambda_0 T}{d k_3 \cdot 273 \cdot p} = \frac{2 \cdot 0,257 \cdot 2500}{0,26 \cdot 0,43 \cdot 273 \cdot 9,8} = 4,3, \quad (23)$$

wobei für die Konstante k_3 der oben ermittelte Wert von 0,43 eingesetzt wird. Etwa 20% der elastischen Stöße sind Doppelstöße, während die Summe der Drei- und Mehrfachstöße weniger als 4% beträgt. Kurve 3 wird also nur angenähert durch Gleichung (20) dargestellt, welche vereinfacht lautet:

$$(N_0 + N_1) - N = N_1 e^{-\frac{U_s}{\Theta_s^2 U_k}}. \quad (24)$$

Die linke Seite stellt die Differenz zwischen dem Sättigungswerte N_e und der Kurve N dar, da $N_0 + N_1$ angenähert gleich N_e ist. In Kurve 3 der Fig. 6 ist eine sich den oberen Punkten anschmiegende Exponentialfunktion nach Gleichung (24) gestrichelt eingezeichnet, welche bei einem Kathodenfall $U_k = U = 170$ Volt folgende Resultate ergibt: $N_0 = 6$ MA, $N_1 = 7$ MA und

¹⁾ Nach C. ZWIKKER, Propriétés physiques du tungstène aux hautes températures. Diss., Amsterdam 1925.

$\Theta_0 = 10^\circ$. I. LANGMUIR und H. JONES finden bei 100 Volt Elektronen $\Theta_0 = 14^\circ$. Gleichung (20) wird also qualitativ bestätigt¹⁾.

Bessere Werte für N_0 und N_1 ergeben sich aus den Beziehungen (6) und (7) mit den oben ermittelten Daten: $N_k = 21$ MA, $W_e = k_3 W = 0,43 \cdot 4,15 = 1,78$. Man erhält $N_0 = 7,1$ MA und $N_1 = 3,3$ MA.

§ 8. Diskussion.

Die vorliegenden Elektronenstossversuche geschehen bei Stromdichten, welche etwa 10^6 mal grösser sind als bei M. RENNINGER und etwa 1000 mal grösser als bei I. LANGMUIR und H. JONES. Letztere haben im Untersuchungsraume (Zylinder) eine stark ändernde Stromdichte. Im wesentlichen werden dieselben Resultate erhalten. Unsere Apparatur ist frei von Kontaktpotentialen, sowie Reflexionen an Blenden oder Seitenflächen und besitzt eine ideale Äquipotentialkathode. I. LANGMUIR und H. JONES vernachlässigen in Neon, Helium und Stickstoff die durch den Stoss positiver Ionen an der Sonde ausgelösten Elektronen, was im Widerspruch mit den Messungen von W. UYTERHOEVEN und M. HARRINGTON (l. c.) steht. M. RENNINGER berücksichtigt nicht die Abnahme des positiven Ionenstromes gegen den Auffänger, herrührend vom Abfangen der auspendelnden, primären Elektronen, eine Korrektion, welche in unserer Arbeit nach Gleichung (4) 50% der Abnahme des Sondenstromes I_s überschreiten kann. Der Elektronenstrom dürfte auch bei M. RENNINGER kleiner sein als ΔI_s , besonders bei den Kurven grosser Primärgeschwindigkeiten, welche wie bei uns ganz unterhalb der Spannungsachse verlaufen.

Die Untersuchung hat das in der Einleitung gegebene Bild über die Vorgänge an der Kathode einer selbständigen Bogenentladung durchaus bestätigt, d. h. an der Kathode ist eine primäre Elektronengruppe mit Voltgeschwindigkeiten bis zum Kathodenfall vorhanden, welche im wesentlichen die Ionisation vor der Kathode hervorruft. Die Ausdehnung D dieses Ionisationsgebietes lässt sich nach der Methode der behinderten Entladung²⁾ feststellen; denn sobald die Anode in dieses Gebiet eintaucht, verschwindet der Anodenfall. Man erhält für die Bedingungen der Fig. 6 einen Wert D von $6,1 \text{ mm}^2$). Die Zahl der primären

¹⁾ Für eine genauere Darstellung der Experimente müssen in der Theorie die Mehrfachstösse eingeführt werden, zum mindesten die Doppelstösse.

²⁾ Arbeit I (l. c.); P. BÄCHTIGER und M. WEHRLI, Helv. phys. acta **4**, 31, 1931; P. BÄCHTIGER, Helv. phys. acta **4**, 409, 1931.

Elektronen, welche keine Zusammenstösse erlitten haben, ist nach Gleichung (6) schon bei 1,1 mm von der Kathode auf $1/_{100}$ des Anfangswertes herabgesunken. Der grösste Teil des Ionisationsgebietes wird also von primären Elektronen verursacht, welche bereits mehrfach mit Gasmolekülen zusammengestossen sind. Die Grösse D beträgt etwa 25 mittlere freie Elektronenweglängen.

Zusammenstellung der Bezeichnungen.

- U Gesamtspannung in Volt.
- U_s Sondenspannung in Volt relativ zur Kathode.
- ΔU Differenz zwischen gemessener Gesamtspannung U und der ins Gebiet $U_s > 0$ geradlinig extrapolierten Gesamtspannung.
- U_k Kathodenfall.
- I Gesamtstrom an der Kathode.
- I_s Sondenstrom.
- ΔI_s Differenz zwischen dem gemessenen Sondenstrom I_s und dem ins Gebiet $U_s > 0$ geradlinig extrapolierten Sondenstrom.
- ΔI^+ Abnahme des positiven Ionenstromes auf die Sonde, hervorgerufen durch das Auffangen von primären Elektronen.
- ΔI_e entspricht dem Sättigungswert von ΔI_s , wenn nur elastische Stösse vorhanden wären.
- p Gasdruck in mm Hg.
- d Abstand Kathode-Sonde in mm.
- D_k, D_s Halbkugeldurchmesser von Kathode bzw. Sonde in mm.
- d_s Stieldurchmesser der Sonde in mm.
- D Bogenlänge, unterhalb welcher sich kein Anodenfall mehr bilden kann, in mm.
- N_s Zahl der primären Elektronen, welche von der Sonde abgefangen werden.
- N Zahl der primären Elektronen, welche die Sonde erreichen, jedoch teilweise reflektiert werden.
- N_e Zahl der prim. Elektronen, welche nur elastische Stösse erlitten haben.
- N_0 Zahl der prim. Elektronen, welche ohne Zusammenstoss die Sonde erreichen.
- N_1 Zahl der prim. Elektronen, welche einen elastischen Stoss erlitten haben.
- N_2 Zahl der prim. Elektronen, welche zwei elastische Stösse erlitten haben.
- N_n Zahl der prim. Elektronen, welche n elastische Stösse erlitten haben.
- N_k Zahl der prim. Elektronen an der der Sonde gegenüberstehenden Kathodenfläche.
- Die Zahlen N sind stets auf eine Sekunde bezogen, d. h. N hat die Dimension einer Stromstärke.
- α Zahl der im Mittel von einem positiven Ion ausgelösten Elektronen.
- k_1, k_2 Bruchteil der zusätzlich gebildeten Ionen, welcher auf die Sonde bzw. Kathode gelangt.
- U Mittlerer Geschwindigkeitsverlust der Elektronen pro gebildetem Ionenpaar.
- ϱ Zahl der reflektierten und sekundär emittierten Elektronen, bezogen auf ein auf die Sonde auffallendes Elektron.
- $W = \frac{1}{\lambda}$ Summe der Wahrscheinlichkeiten für elastische und unelastische Stösse.
- W_e Wahrscheinlichkeit für elastische Stösse.

W_u Wahrscheinlichkeit für unelastische Stöße.

λ Mittlere freie Elektronenweglänge.

λ_0 Mittlere freie Elektronenweglänge bei 1 mm Druck und 273^0 K.

k_3 Verhältnis $\frac{W_e}{W}$.

T Gastemperatur in 0 K.

Θ Winkel zwischen Elektronenbahn und Normale auf die Sonde.

$d\eta$ Zahl der prim. Elektronen vor der Sonde im Winkelbereich zwischen Θ und $\Theta + d\Theta$.

Θ_0 Entspricht dem Winkel Θ , bei welchem η auf den e -ten Teil von η_0 abgefallen ist, wobei η_0 den Wert von η beim Winkel $\Theta = 0$ bedeutet.

u_0 Geschwindigkeitskomponente der Elektronen normal zur Sondenfläche.

v_0 Absolutgeschwindigkeit, e = Ladung und m = Masse der Elektronen.

Zum Schlusse möchten wir unseren besten Dank aussprechen Herrn Prof. Dr. A. HAGENBACH für die freundliche Überlassung der Institutsmittel und dem ALUMINIUMFONDS NEUHAUSEN für seine finanzielle Unterstützung.

Basel, Physikalisches Institut der Universität.