

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 4 (1931)  
**Heft:** I

**Artikel:** Etude sur l'élasticité de flexion : Fer - Cuivre - Or - Argent - Platine - Verre de silice - Nickel  
**Autor:** Jaquerod, A. / Mügeli, H.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-110031>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Etude sur l'élasticité de flexion

Fer — Cuivre — Or — Argent — Platine — Verre de silice — Nickel

par A. Jaquerod et H. Mügeli.

(4. XI. 30.)

*Sommaire.* Comme suite au travail précédemment paru dans les *Helvetica Physica Acta*<sup>1)</sup>, nous publions maintenant les résultats relatifs à la variation du premier module d'élasticité avec la température pour les différents corps mentionnés en sous-titre.

Les mesures ont été faites, en général, entre la température de la salle et 140°. Nous en avons déduit le coefficient thermoélastique moyen entre 0° et 80°, ainsi que l'allure générale des courbes représentatives. Ces dernières ont pour la plupart la même forme que celle relative à l'acier, c'est-à-dire nettement parabolique. Une exception très nette est fournie par le verre de silice qui possède un coefficient thermoélastique positif et une variation pratiquement linéaire.

Comme dans le cas de l'acier et de l'élinvar, des résultats cohérents ne sont obtenus qu'après un grand nombre de cycles d'accommodation, poursuivis pendant des jours en faisant varier la température, et en effectuant des séries d'oscillations qui font « travailler » le ressort. Ces traitements thermiques et mécaniques produisent très généralement une augmentation du module d'Young; le fer et le verre de silice font exception et manifestent au contraire une diminution du module.

La loi de Hooke n'est jamais obéie d'une façon parfaite, même pour les plus petites déformations, ce que l'on constate par la décroissance continue de la période avec l'amplitude; les écarts à cette loi varient beaucoup d'un cas à l'autre et sont souvent considérables. Le nickel présente des particularités curieuses.

On trouvera à la page 24 une récapitulation générale des résultats.

### Introduction.

Le travail que nous publions maintenant fait suite à celui paru sous le même titre dans les *Helvetica Physica Acta*<sup>1)</sup> et la méthode employée a été la même.

Nous rappelons que les oscillations d'un pendule de torsion, auquel était adjoint un ressort en forme de spirale plane du matériel à étudier, étaient observées par la méthode de Poggen-

<sup>1)</sup> *Helvetica Physica Acta*, vol. II, 1929, p. 419 à 444.



dorff, l'échelle étant à 1090 mm. du miroir. La correspondance des amplitudes était la suivante:

Amplitude double du spot en divisions de l'échelle	Amplitude des oscillations en degrés
200 mm. . . . .	2° 39'
100 mm. . . . .	1° 19,5'
50 mm. . . . .	40'
20 mm. . . . .	16'

Les valeurs de la période, utilisées dans les calculs, ont généralement été déterminées pour des amplitudes doubles du spot comprises entre 200 et 20 mm.; il s'agit donc de faibles amplitudes. Nous sommes parfois descendus jusqu'à quelques millimètres seulement; dans ces dernières conditions, le mouvement de l'équipage mobile était pratiquement invisible à l'œil nu.

Par extrapolation, nous avons obtenu le module à 0°; il nous a servi à calculer le coefficient thermoélastique moyen pour l'intervalle 0 et 80°, tel qu'il figure dans différents tableaux de ce mémoire. Afin de mettre en évidence l'incurvation très faible de la courbe représentative du module  $e$  en fonction de la température, nous avons calculé les différences entre les valeurs expérimentales et une droite passant par les points relatifs à 0 et 80°, exprimée au moyen du coefficient thermoélastique ci-dessus.

De nombreux graphiques permettent une vue rapide de l'ensemble des résultats.

### Fer.

L'échantillon employé provient des aciéries Sandvik, et nous a été gracieusement fourni par la maison Notz et Cie. à Bienne. Sa pureté a été contrôlée par des mesures de résistance électrique; le coefficient de température moyen, entre 0 et 100°, de cette résistance a été trouvé égal à 0,00642 (fil recuit), ce qui correspond à un haut degré de pureté.

Ce fil, d'un diamètre de 0,70 mm., a été directement enroulé en spirale plane et mis en place à l'état écroui; sa longueur utile était de 1095 mm. Les pitons de fixation du ressort ont été brasés à l'argent.

*Stabilisation.* Le graphique de la figure 1 permet de suivre l'histoire de cet échantillon et l'influence, sur la période d'oscillation, des traitements thermiques et mécaniques. Les mesures, qui ont duré 80 jours environ, sont partagées en deux périodes à peu près égales, séparées par un intervalle de 270 jours.

Durant la première période, le ressort a été constamment maintenu à la température ordinaire, à l'exception d'une chauffe à  $41^{\circ}$  destinée à fixer approximativement la valeur du coefficient thermoélastique, ceci en vue de ramener à une température uniforme de  $18^{\circ}$  toutes les mesures faites à froid. A maintes

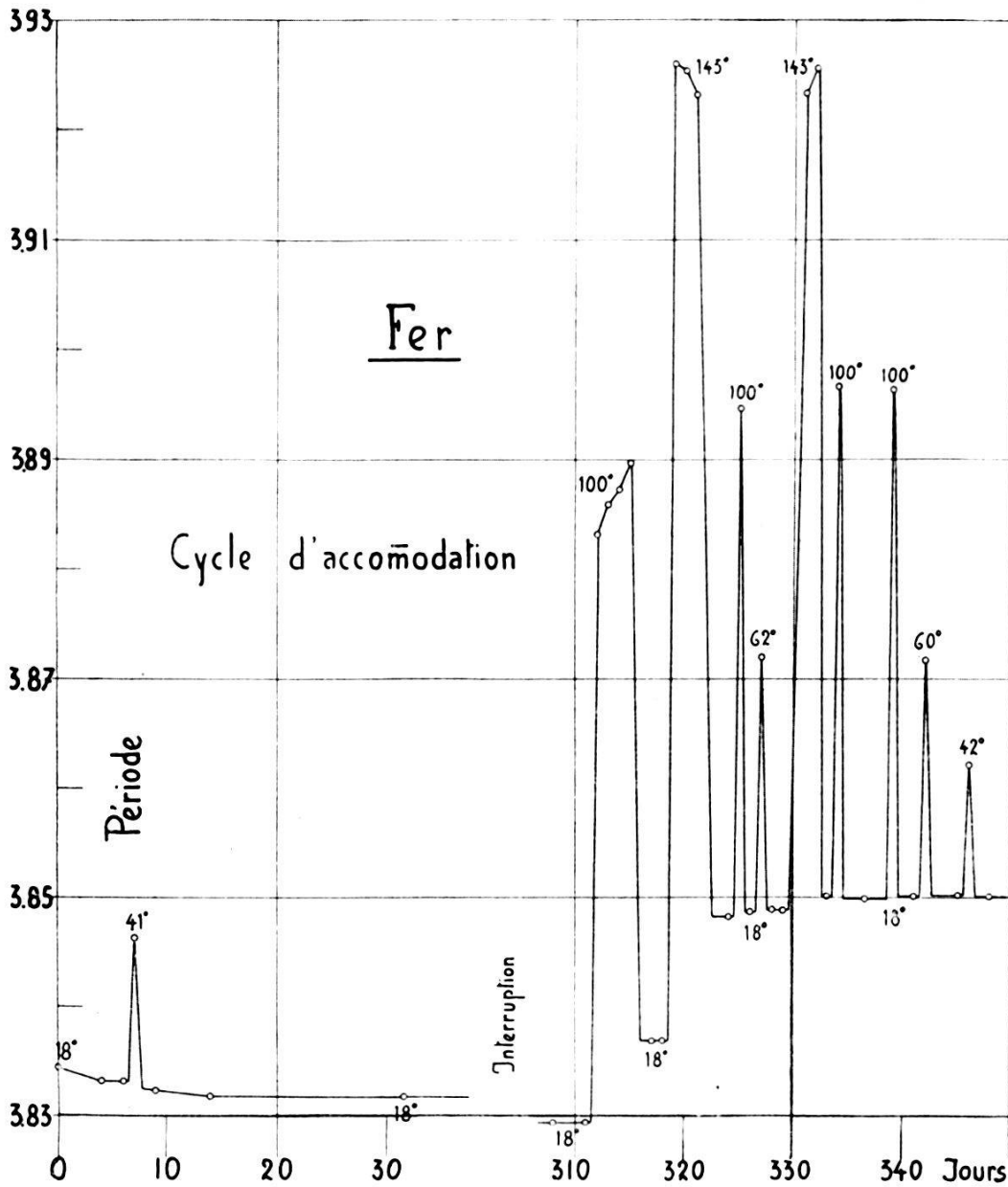


Fig. 1.

reprises, le pendule a été lancé de façon à effectuer des oscillations de grande amplitude; nous entendons par là des oscillations dépassant très notablement celles utilisées pour les mesures.

On constate sur le graphique des variations correspondant en gros à une diminution nette de la période.

Après un repos de 9 mois, la période avait de nouveau notablement diminué; il se produit donc à froid, et en l'absence de toute



déformation, un lent travail moléculaire tendant à augmenter le module d'élasticité.

Le ressort fut alors chauffé à 100 puis à 143°; il se produisit une considérable *augmentation* de la période, ce qui constitue une exception assez remarquable; pour tous les métaux examinés par nous, le recuit à ces températures a produit une diminution de période, donc une augmentation d'élasticité.

Le graphique montre qu'à partir de ce moment, la stabilisation est à peu près complète. Nous en avons profité pour faire deux séries de mesures, indiquées sur le graphique.

La précision est notablement moindre que dans le cas de l'acier du fait de l'amortissement, qui est beaucoup plus considérable surtout aux hautes températures. Le décrément est en effet

de 0,0018 à 20°  
de 0,0044 à 100° et  
de 0,0067 à 143°

tandis que pour l'acier, il se tenait à toute température au dessous de 0,001.

De plus, une faible diminution de la période avec l'amplitude se fait sentir. Voici comme exemple les résultats d'une série de mesures poussées jusqu'à très faible amplitude:

Tableau I.

Température	Amplitude double (en div. de l'échelle)	Nombre d'oscillations	Période
18,5°	195 à 78	330	3,82977
18,5°	78 à 20,5	471	3,82974
18,5°	20,5 à 7,1	396	3,82969
18,5°	7,1 à 2,2	434	3,82949
18,5°	2,2 à 0,3	674	3,82948

A 143°, la précision ne permet plus de constater une variation de période nette; exemple:

Tableau II.

Amplitude double (en div. de l'échelle)	Nombre d'oscillations	Période
197	100	3,9266
à	100	3,9263
	100	3,9272
7	100	3,9256

L'expérience complète n'a duré que 26 minutes, au lieu de 2 heures 27 minutes pour la précédente.

Voici les résultats fournis par les deux séries de mesures; le coefficient de dilatation adopté pour le fer est:

$$a = (11,4 + 0,006 \cdot t) \cdot 10^{-6}.$$

Tableau III: F e r.

Température	$\frac{e}{e_0}$ (dédit des observations)	$\frac{e}{e_0}$ calc. ( $=1 - 0,000313375 \cdot t$ )	Différence (observ.- calc.)
0	1,00000	1,00000	0,00000
20	0,99410	0,99373	+ 0,00037
40	0,98801	0,98746	+ 0,00055
60	0,98165	0,98120	+ 0,00045
80	0,97493	0,97493	0,00000
100	0,96773	0,96866	- 0,00093
120	0,95998	0,96239	- 0,00241
140	0,95187	0,95613	- 0,00426
$(=1 - 0,00031075 \cdot t)$			
0	1,00000	1,00000	0,00000
20	0,99421	0,99378	+ 0,00043
40	0,98830	0,98757	+ 0,00073
60	0,98207	0,98135	+ 0,00072
80	0,97514	0,97514	0,00000
100	0,96765	0,96892	- 0,00127
120	0,96004	0,96271	- 0,00267
140	0,95240	0,95650	- 0,00410

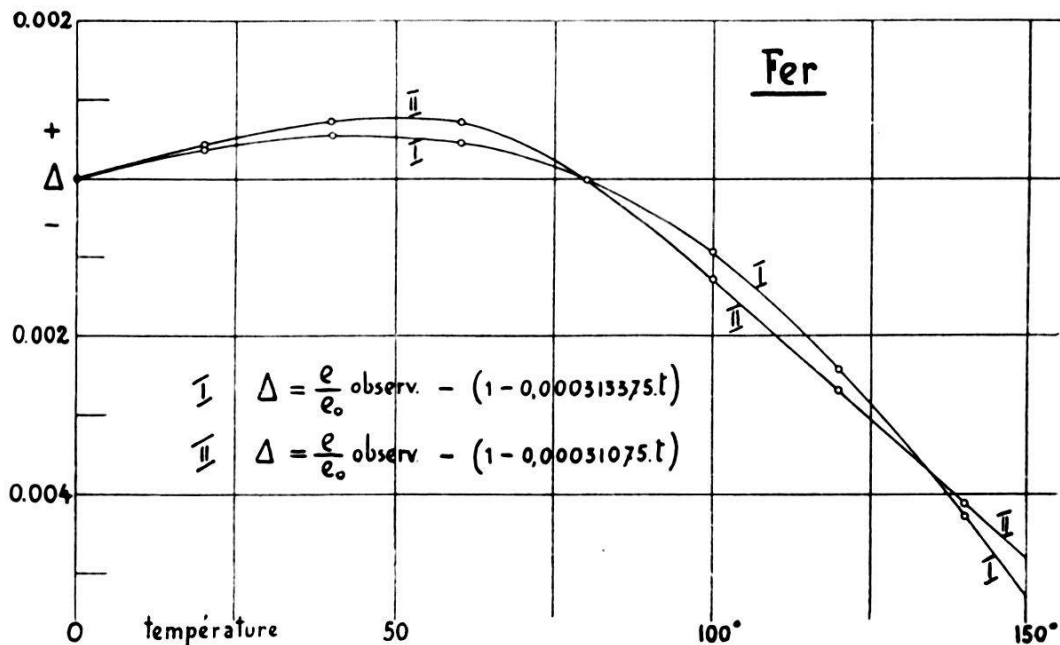


Fig. 2.

Comme dans le cas de l'acier, on observe une diminution (elle est d'ailleurs légère) du coefficient thermoélastique moyen avec le recuit; il passe de  $-0,000313$  à  $-0,000311$ . On remarque également une augmentation de l'incurvation; elle ressort de l'examen de la dernière colonne, et, plus nettement encore, de l'inspection de la figure 2.

La valeur absolue du module d'Young à  $0^0$ , pour l'échantillon de fer en question est, en chiffres ronds:

$$e_0 = 21100 \cdot 10^8 \text{ c.g.s. soit } 21500 \text{ kg./mm}^2.$$

### Cuivre.

L'étude n'a été faite que sommairement, le fil de cuivre étant un échantillon quelconque, fortement écroui par le passage à la filière, d'un diamètre de 0,9 mm. et de 1100 mm. de longueur. Nous ne connaissons pas son degré de pureté, mais elle est en général assez grande actuellement pour le cuivre commercial en fils destiné aux conducteurs électriques. Nous nous proposons de reprendre ces déterminations avec du cuivre électrolytique pur, et d'étudier l'effet du recuit à température élevée qui modifie considérablement la dimension des cristallites. L'exemple du nickel, dont il est parlé plus pas, nous a montré en effet l'influence formidable que peut avoir ce facteur.

L'amortissement des oscillations était à peu près le même que dans le cas du fer, et même un peu plus fort, ce qui diminue la précision des mesures.

La période est nettement fonction de l'amplitude comme le montrent les deux exemples suivants:

Tableau IV.

Température	Amplitude double (en div. de l'échelle)	Nombre d'oscillations	Période
98,0°	200 à 93,5	127	3,20220
98,0°	93,5 à 47,2	113	3,20195
98,0°	47,2 à 19,3	150	3,20167
98,0°	19,3 à 5,3	225	3,20169
18,0°	200 à 130	200	3,15775
18,0°	130 à 73	291	3,15735
18,0°	73 à 40,5	306	3,15712
18,0°	40,5 à 19,5	380	3,15705
18,0°	19,5 à 5,7	624	3,15692

La valeur obtenue pour la période  $T_r$  est la moyenne des déterminations effectuées entre des amplitudes doubles de 200 et 5 divisions environ sur l'échelle.

Le coefficient de dilatation adopté pour le cuivre est:

$$a = (15,96 + 0,01 \cdot t) \cdot 10^{-6}.$$

Voici les résultats:

**Tableau V: Cuivre.**

Température	$\frac{e}{e_0}$ (déduit des observations)	$\frac{e}{e_0}$ calc. ( $= 1 - 0,000398625 \cdot t$ )	Différence (observ.- calc.)
0	1,00000	1,00000	0,00000
20	0,99204	0,99203	+ 0,00001
40	0,98407	0,98406	+ 0,00001
60	0,97609	0,97608	+ 0,00001
80	0,96811	0,96811	0,00000
100	0,96011	0,96014	- 0,00003

Entre zéro et 80°, la variation du module avec la température est presque linéaire, avec un coefficient thermoélastique de  $-0,000399$ .

La valeur absolue du module à 0° a été trouvée égale à:

$$e_0 = 12600 \cdot 10^8 \text{ c.g.s. soit } 12870 \text{ kg./mm}^2.$$

**Or.**

L'échantillon employé, fourni par l'Usine genevoise de degrossissage, était de l'or commercial à mille millièmes.

Le ressort avait une longueur utile de 796,5 mm., et un diamètre de 0,79 mm. Il a été tout d'abord recuit durant 120 heures à 145°, dans l'espoir de le stabiliser entre zéro et 100°, puis refroidi lentement. Malgré ce traitement, la période à 18° a continuellement diminué, ce qui indique une augmentation progressive du module. Nous avons effectué les mesures définitives dès que ces variations sont tombées dans l'ordre du dix-millième; c'est en effet une précision qu'il était impossible de dépasser avec l'or, étant donné la grandeur du frottement intérieur, qui est un des plus forts que nous ayons observés; il n'a été dépassé que par celui de l'argent. Comme conséquence, l'amortissement des oscillations était très rapide, la durée totale d'une expérience ne dépassant pas une heure à la température ordinaire et 25 minutes

à 100°, pour des amplitudes double du spot décroissant de 200 à 6 mm.

Nous n'avons pas cherché à pousser très loin la stabilisation par des cycles d'accommodation prolongés, sachant bien qu'un simple recuit ultérieur à 200 ou 250° aurait produit une nouvelle variation du module et nécessité une nouvelle stabilisation.

Pour la réduction des observations, nous avons admis le coefficient de dilatation:  $\alpha = (14,1 + 0,0042 \cdot t) \cdot 10^{-6}$ .

Voici les résultats:

Tableau VI: Or.

Température	$\frac{e}{e_0}$ (déduit des observations)	$\frac{e}{e_0}$ calc. ( $= 1 - 0,00039875 \cdot t$ )	Différence (observ.- calc.)
0	1,00000	1,00000	0,00000
20	0,99233	0,99203	+ 0,00030
40	0,98456	0,98405	+ 0,00051
60	0,97655	0,97607	+ 0,00048
80	0,96810	0,96810	0,00000
100	0,95912	0,96012	- 0,00100

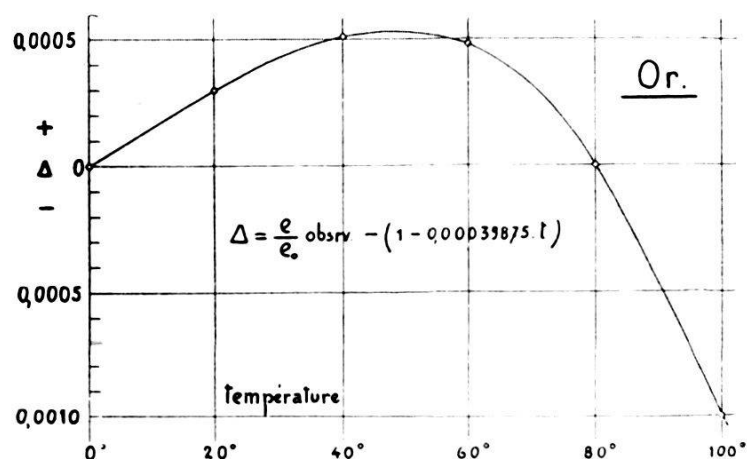


Fig. 3.

La figure 3 reproduit graphiquement les données de la dernière colonne et fait apparaître l'incurvation d'allure plus ou moins parabolique de la courbe, en l'amplifiant considérablement.

Le module à zéro degré est en chiffres ronds:

$$e_0 = 7900 \cdot 10^8 \text{ c.g.s. soit } 8060 \text{ kg./mm}^2.$$

### Argent.

Le fil employé était de l'argent commercial à mille millièmes ; étant donné les variations très considérables d'élasticité, de frottement intérieur etc., provoquées par des traitements thermiques ou mécaniques, un échantillon particulièrement pur n'aurait pas présenté davantage d'intérêt.

La longueur effective du ressort était de 795 mm., le diamètre moyen : 0,791 mm. ; le fil avait été recuit pendant 120 heures à 145°.

Malgré ce traitement, des variations importantes de période se sont produites dans la suite des expériences, et une stabilisation n'a été obtenue qu'après un mois environ. La figure 4 permet de suivre le détail de ces variations. Tous les points inférieurs repré-

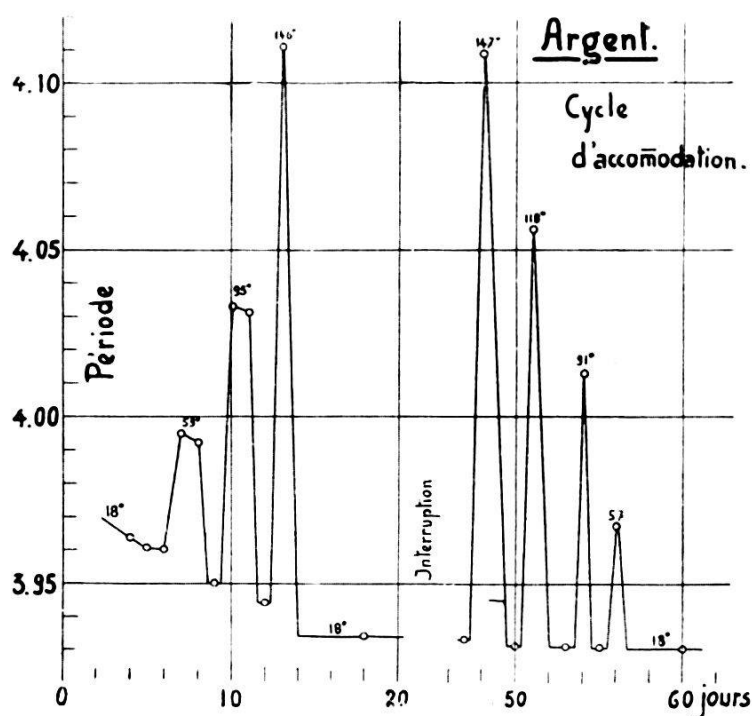


Fig. 4.

sentent la période ramenée à la température de 18°; pour les points supérieurs, la température correspondante est indiquée sur le graphique.

On reconnaît le phénomène ordinaire de la diminution progressive de période consécutive à chaque série d'oscillations ou à chaque chauffe.

Dans le cas de l'argent, la variation de la période avec l'amplitude s'est montrée considérable. Nous l'avons facilement constatée malgré le très grand frottement intérieur qui ne permettait l'observation des oscillations que durant une demi-heure au maximum; dans ces conditions, la précision ne dépassait guère le dix millième.

Voici un exemple se rapportant à la température d'environ 20°:

Tableau VII.

Amplitude double (en div. de l'échelle)	Nombre d'oscillations	Période
198,0 à 101,0	100	3,9661
101,0 à 54,4	100	3,9627
54,4 à 30,7	100	3,9610
30,7 à 18,0	100	3,9603

La diminution est pratiquement linéaire, phénomène qui s'est retrouvé approximativement dans tous les autres cas. Le coefficient angulaire de la droite augmente avec la température, ce qui est le cas général comme le montre la figure 10 que nous discuterons plus loin. A la température de la salle, nous avons constaté une diminution progressive du coefficient angulaire en question avec les recuits provenant des mesures elles-mêmes. La stabilisation une fois obtenue, la diminution relative de période avec l'amplitude à la température de 20° était environ de 0,00045 pour un degré d'arc. Voici un exemple après stabilisation:

Tableau VIII.

Amplitude double (en div. de l'échelle)	Nombre d'oscillations	Période
200,4 à 85,2	200	3,9316
85,2 à 39,8	200	3,9299
39,8 à 19,4	200	3,9292

Etant donné cette grande influence de l'amplitude sur la période, il aurait paru logique d'extrapoler toutes les mesures à l'amplitude zéro, de façon à avoir des résultats comparables; nous n'avons pas jugé, néanmoins, ce procédé légitime, parcequ'il aurait donné trop d'importance aux mesures à faible amplitude, qui se sont montrées précisément les plus variables.

Nous avons tout simplement pris, dans les calculs qui suivent, comme période à chaque température, la période moyenne entre les amplitudes 200 et 20 (amplitudes doubles mesurées sur l'échelle).

Voici les résultats obtenus après stabilisation, en adoptant comme coefficient de dilatation:

$$a = (18,62 + 0,00735 \cdot t) \cdot 10^{-6}$$



**Tableau IX: Argent.**

Température	$\frac{e}{e_0}$ (déduit des observations)	$\frac{e}{e_0}$ calc. ( $= 1 - 0,0005715 \cdot t$ )	Différence (observ.- calc.)
0	1,00000	1,00000	0,00000
18	0,99263	0,98971	+ 0,00292
57	0,97090	0,96742	+ 0,00348
80	0,95428	0,95428	0,00000
91	0,94549	0,94799	- 0,00250
118	0,92251	0,93256	- 0,01005
147	0,89522	0,91599	- 0,02077

On remarque, à l'examen de la quatrième colonne, l'incurvation très considérable de la courbe représentant le module en fonction de la température. Cette incurvation est de beaucoup supérieure à toutes celles que nous avons rencontrées, et le coefficient thermo-élastique moyen entre zéro et 80° (-0,00057) est également parmi les plus forts que nous ayons mesurés.

Ces résultats apparaîtront plus nettement encore sur le graphique 12 de la page 29 qui groupe les différents métaux étudiés.

Valeur absolue du module à 0°:

$$e_0 = 9100 \cdot 10^8 \text{ c.g.s. soit } 9300 \text{ kg./mm}^2.$$

### **Platine.**

L'échantillon utilisé était du platine d'Heraeus, chimiquement pur, étiré et non recuit, de 1043 mm. de longueur effective et de 0,7 mm. de diamètre. Après l'enroulement en spirale, il a subi un recuit de 100 heures à 142° avec refroidissement lent.

Malgré ce traitement, la stabilisation entre la température de la salle et 100° était loin d'être complète, ainsi que le montre le graphique de la figure 5, qui est construit comme ceux relatifs aux précédents métaux; tous les points inférieurs sont ramenés à la température de 18°. Il a fallu environ 4 semaines pour arriver à une stabilisation suffisante et obtenir des mesures cohérentes de l'influence de la température sur l'élasticité.





période dans tous les cas la moyenne correspondant aux amplitudes doubles comprises entre 20 et 7 mm. (spot).

A température élevée, l'influence de l'amplitude sur la période est encore plus marquée, ainsi que le montre l'exemple suivant se rapportant à 100°.

**Tableau XI.**

Amplitude double (en div. de l'échelle)	Nombre d'oscillations	Période
196,2 à 110,7	300	3,93860
110,7 à 54,4	400	3,93810
54,4 à 20,1	565	3,93779
20,1 à 7,1	610	3,93764

Voici maintenant le résultat des mesures. Les réductions ont été faites en adoptant comme coefficient de dilatation du platine :

$$a = (8,71 + 0,0035 \cdot t) \cdot 10^{-6}.$$

**Tableau XII: Platine.**

Température	$\frac{e}{e_0}$ (dédit des observations)	$\frac{e}{e_0}$ calc. ( $= 1 - 0,000075 \cdot t$ )	Différence (observ.- calc.)
0	1,00000	1,00000	0,00000
20	0,99873	0,99850	+ 0,00023
40	0,99730	0,99700	+ 0,00030
60	0,99570	0,99549	+ 0,00021
80	0,99399	0,99399	0,00000
100	0,99217	0,99249	- 0,00032
130	0,98901	0,99024	- 0,00123

On remarque que le coefficient thermoélastique moyen entre 0° et 80°, soit - 0,000075, est le plus faible de tous les métaux purs étudiés.

L'incurvation de la parabole est faible également, mais cependant très nette (dernière colonne du tableau précédent et courbe correspondante de la figure 6).

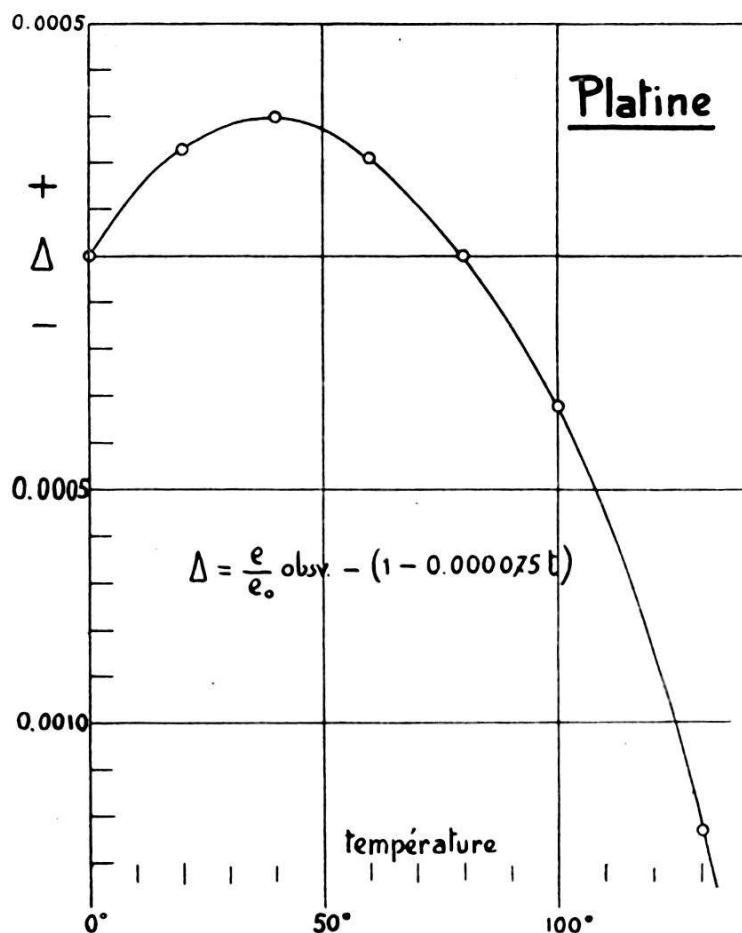


Fig. 6.

En chiffres ronds, le module à 0° a la valeur suivante :

$$e_0 = 19500 \cdot 10^8 \text{ c.g.s. soit } 19900 \text{ kg./mm}^2.$$

### Verre de silice.

Le verre de silice étant fréquemment utilisé à cause de ses propriétés élastiques remarquables et de son très faible frottement intérieur, nous avons pensé qu'il serait intéressant de l'étudier au point de vue de l'élasticité de flexion, car c'est principalement l'élasticité de torsion qui a été considérée par d'autres physiciens.

La spirale plane a été préparée par la Maison Heraeus à Hanau, en verre de silice très transparent. Sa longueur utile est d'environ 570 mm. Le diamètre du fil est très loin d'être constant vu la difficulté du travail; il varie entre 0,6 et 0,9 mm., avec une moyenne de 0,80 mm. Dans ces conditions, une estimation même grossière de la valeur absolue du module était impossible.

La spirale comprend trois spires entières; le diamètre maximum est de 110 mm. Les pitons de fixation ont été scellés aux deux extrémités du ressort au moyen de ciment de dentiste «Harward» qui résiste bien à une température élevée.

Le frottement intérieur étant particulièrement faible, les mesures ont pu porter sur 5 à 6 heures, et ont comporté de ce fait une précision considérable. Afin d'étudier l'influence de l'amplitude sur la période, nous avons effectué quelques mesures à partir de grandes amplitudes (600 mm. de l'échelle), jusqu'à de très petites amplitudes (5 à 6 mm.). Le tableau XIII montre à quel point l'influence de l'amplitude était faible au début des mesures; température d'expérience 19,3°.

Tableau XIII.

Amplitude double (en div. de l'échelle)	Nombre d'oscillations	Période
582,0 à 528,0	100	3,63370
528,0 à 440,0	200	3,63415
440,0 à 285,2	500	3,63434
285,2 à 202,5	400	3,63450
202,5 à 132,4	500	3,63458
132,4 à 87,1	500	3,63458
87,1 à 57,7	500	3,63458
57,7 à 38,4	500	3,63462
38,4 à 5,7	2400	3,63458

Aux grandes amplitudes, de légères variations se font sentir; elles proviennent en bonne partie de la moindre exactitude des mesures, le nombre des oscillations observées étant plus petit; en partie aussi de ce que la spirale n'étant pas très régulière, il se produit facilement des oscillations pendulaires qui faussent légèrement l'observation des passages. On remarque, par contre, dans le tableau précédent, qu'à partir des amplitudes de 200 mm., la période reste constante à un cent millième près.

Le graphique de la figure 7 permet de suivre les modifications de la période ramenée, pour les mesures à la température de la salle, à une température uniforme de 20°. On remarque au début, à la température ordinaire, une notable augmentation de période provoquée par de fortes oscillations répétées pendant plusieurs jours; puis l'influence de la chauffe vers 150°, suivie d'une stabilisation à peu près complète.

L'influence de l'amplitude sur la période s'est montrée assez capricieuse. Au début, comme nous venons de le dire et ainsi qu'il ressort de l'examen du tableau XIII, cette influence était pratiquement nulle aux faibles amplitudes. Peu à peu, par suite du recuit provenant de mesures faites au-dessus de 100°, et par suite aussi probablement des déformations dues à l'oscillation,

l'influence de l'amplitude s'est fait progressivement sentir; elle était représentée par des courbes variables d'une fois à l'autre

### Cycle d'accomodation du verre de silice

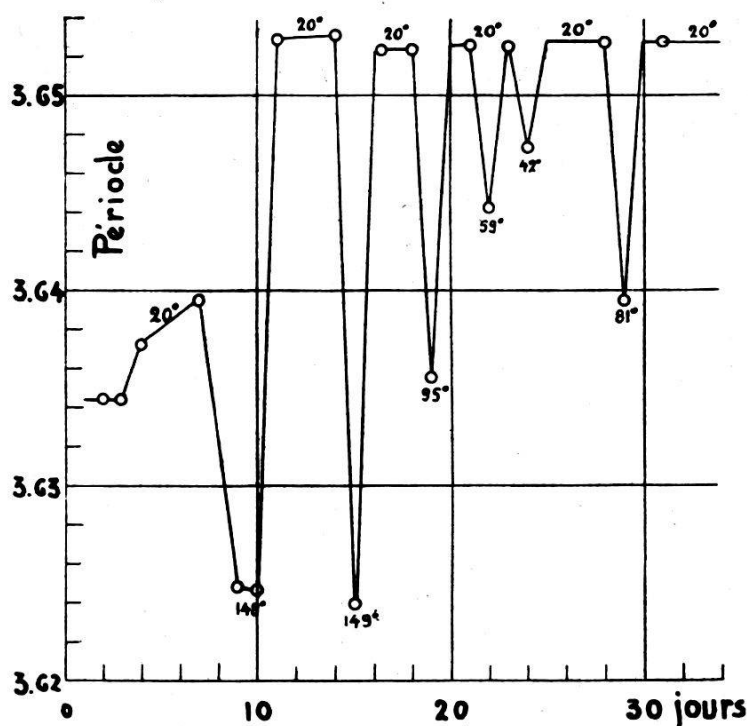


Fig. 7.

qui, peu à peu, se sont fixées et sont devenues plus ou moins rectilignes.

Contrairement à ce qui a lieu pour les métaux, cette influence est à peu près indépendante de la température. Le tableau XIV donne quelques exemples typiques.

Tableau XIV.

Ampl. double moyenne (en div. de l'éch.)	Période à		
	20°	42°	150°
150 mm.	3,65295	3,64787	3,62440
100 mm.	3,65276	3,64753	3,62417
50 mm.	3,65248	3,64721	3,62391
20 mm.	3,65226	3,64700	3,62375

Les périodes moyennes ont été établies en opérant entre des amplitudes comprises entre 200 et 20 mm. Le coefficient de dilatation adopté pour les réductions est:

$$a = (0,395 + 0,0013 \cdot t - 0,0000017 \cdot t^2) \cdot 10^{-6}.$$

Voici les résultats des mesures:

**Tableau XV: Verre de silice.**

Température	$\frac{e}{e_0}$ (déduit des observations)	$\frac{e}{e_0}$ calc. ( $=1 + 0,0001541 \cdot t$ )	Différence (observ.- calc.)
0	1,00000	1,00000	0,00000
20	1,00307	1,00308	- 0,00001
42	1,00678	1,00647	+ 0,00031
59	1,00912	1,00909	+ 0,00003
81	1,01249	1,01248	+ 0,00001
95	1,01507	1,01464	+ 0,00043
149	1,02355	1,02296	+ 0,00059

Les deux faits essentiels qui ressortent de ce tableau sont:

1<sup>o</sup> Le coefficient thermoélastique moyen entre 0 et 80° est *positif*, avec une valeur assez élevée de 0,000154. Le module d'élasticité augmente donc nettement avec la température.

2<sup>o</sup> Les différences de la dernière colonne sont faibles et varient de façon capricieuse. La courbe qui représente  $e$  en fonction de  $t$  n'a donc pas une allure parabolique; si l'on se borne à une précision de l'ordre de 3/10 000<sup>e</sup>, on peut admettre que la variation de  $e$  est linéaire. Les différences avec la droite ne proviennent certainement pas de la détermination des périodes, mais du fait de caprices résultant du traitement antérieur. Des caprices de ce genre se sont déjà manifestés pour la silice, ainsi que nous l'avons relevé plus haut, dans l'influence de l'amplitude des oscillations sur la période.

### Nickel.

Le nickel est le métal que nous avons étudié le plus complètement; tout d'abord parce qu'il s'est trouvé le dernier et a de ce fait bénéficié de l'expérience acquise dans les mesures précédentes; puis surtout parce qu'il était suffisamment résistant pour supporter un recuit à haute température, tandis que les autres métaux devenaient pour la plupart si mous, qu'il était impossible d'en obtenir un ressort ne se déformant pas sous l'action de la seule pesanteur.

Le fil employé était du nickel pur. Le degré de pureté a été contrôlé par la mesure du coefficient thermique de résistance électrique qui s'est trouvé égal à 0,00640 (fil recuit) entre 0° et 100°, dénotant un haut degré de pureté.

La longueur du fil était de 1162 mm., son diamètre de 0,70 mm.

A. *Nickel non recuit*. Le fil a été étudié tout d'abord tel qu'il sortait de la filière, c'est-à-dire assez fortement écroui, sans aucun recuit préalable.

L'influence des oscillations et des variations de température s'est montrée très nette et correspondant au cas général, c'est-à-dire que la période a continuellement diminué au fur et à mesure des traitements. La figure 8 montre l'établissement progressif de l'accommodation qui a duré un mois environ. Les premiers points se rapportent à la température de la salle; entre temps on s'est

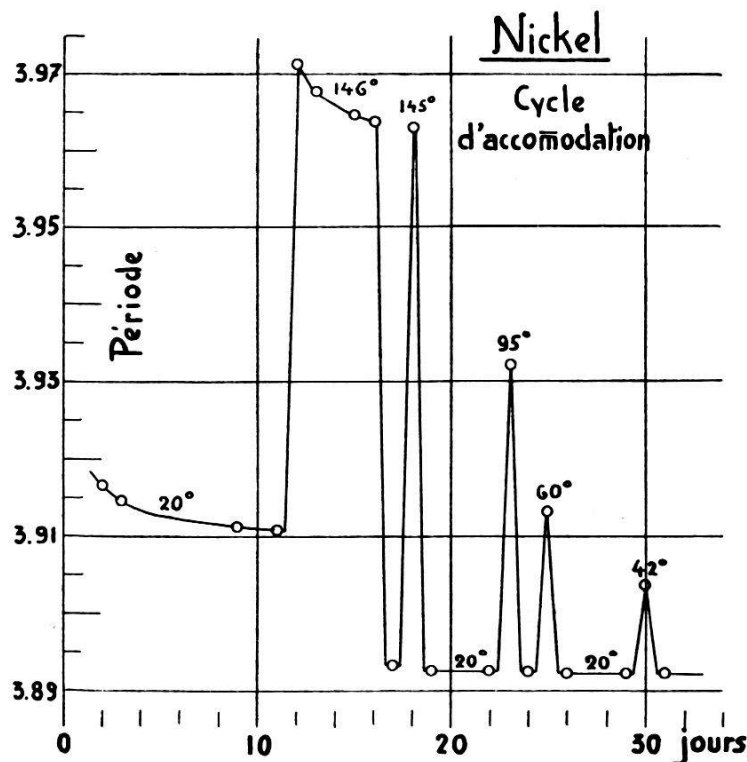


Fig. 8.

borné à faire osciller fortement le pendule de façon à soumettre le ressort uniquement à un traitement mécanique. Cette même opération a été répétée à 146°, après quoi la stabilité a été suffisante pour permettre les mesures définitives.

L'amortissement était moyen, à la température ordinaire, et permettait l'observation de la période sur une durée d'une heure et demie environ. A 145°, le temps d'observation tombait à une demi-heure; la précision ne pouvait alors guère dépasser le vingt millième.

L'influence de l'amplitude sur la période s'est montrée capricieuse; la variation, presque linéaire au début, était représentée après le traitement mécanique par des courbes compliquées; puis la variation est redevenue pratiquement linéaire après la



chauffe à 146°, avec une légère augmentation du coefficient angulaire. Particularité digne de remarque, l'inclinaison de la droite représentant la période en fonction de l'amplitude reste pratiquement la même à toutes les températures entre 20 et 145°. Sur la figure 10 cette droite n'a été reportée qu'une fois afin de ne pas surcharger le graphique; elle coïncide à très peu près avec celle du cuivre à 20°.

Le coefficient de dilatation employé pour la réduction des mesures était :

$$a = (12,5 + 0,007 \cdot t) \cdot 10^{-6}.$$

**Tableau XVI: Nickel écroui.**

Température	$\frac{e}{e_0}$ (déduit des observations)	$\frac{e}{e_0}$ calc. ( $= 1 - 0,00031075 \cdot t$ )	Différence (observ. - calc.)
0	1,00000	1,00000	0,00000
20	0,99384	0,99379	+ 0,00005
40	0,98767	0,98757	+ 0,00010
60	0,98148	0,98136	+ 0,00012
80	0,97514	0,97514	0,00000
100	0,96880	0,96892	- 0,00012
120	0,96210	0,96271	- 0,00061
145	0,95285	0,95494	- 0,00209

L'inspection de la dernière colonne et celle des figures 11 et 12 qui en reproduisent les éléments, montre que la variation du premier module avec la température est presque linéaire; l'incurvation a le même sens que pour les autres métaux, mais présente moins de régularité. Le coefficient thermoélastique moyen entre 0° et 80° est à peu près le même que pour l'acier et le fer, soit -0,00031.

Enfin, la valeur absolue du module d'Young est, en chiffres ronds :

$$e_0 = 21700 \cdot 10^8 \text{ c. g. s. soit } 22100 \text{ kg./mm}^2.$$

B. *Nickel recuit à 585°*. Le fil ayant servi aux mesures précédentes a été recuit dans l'hydrogène pendant 16 heures à environ 585°. Ce recuit s'est effectué en laissant au ressort sa forme primitive; on s'était borné à dessouder les pitons de fixation qui ont été ressoudés en laissant au fil la même longueur utile.

Après ce traitement, le métal était très mou; la mise en place du ressort et les premières mesures ont été de ce fait rendues difficiles; nous avons pu cependant, après un certain temps, effectuer de bonnes mesures avec des résultats assez inattendus.



Un premier fait caractéristique est une énorme augmentation du frottement intérieur, surtout pour les grandes amplitudes; nous y reviendrons dans un mémoire ultérieur. De ce fait, la durée d'une expérience pour une amplitude double variant entre 200 et 20 mm. sur l'échelle, est tombée à 20 minutes, ce qui nous a engagé, pour augmenter la précision, à pousser les lectures jusqu'à

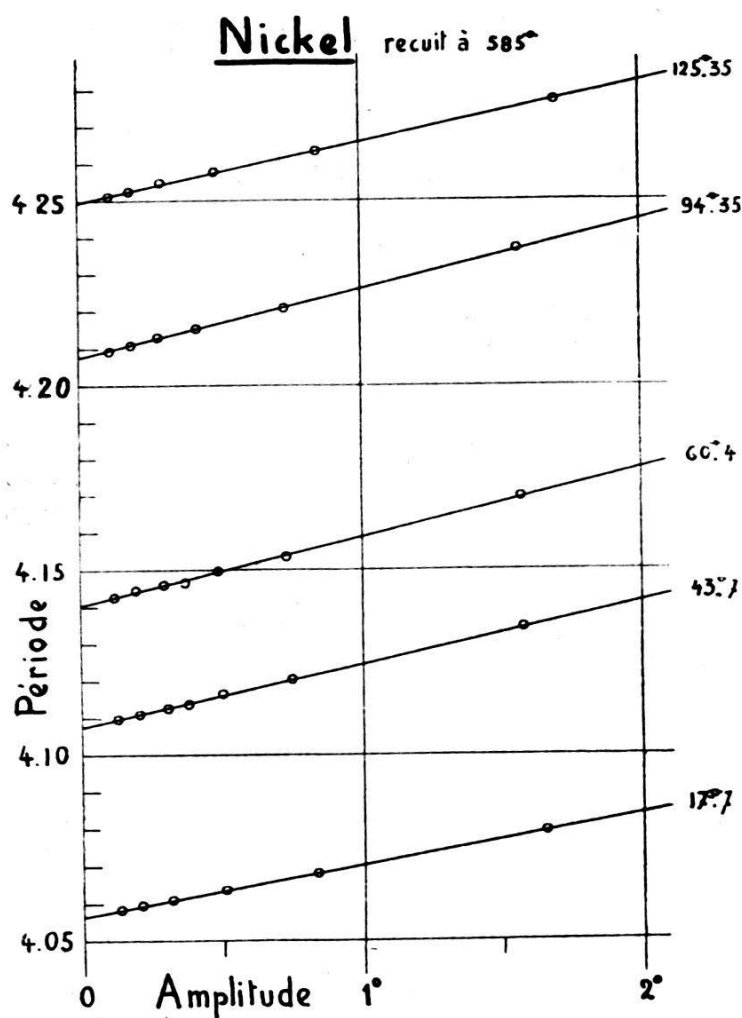


Fig. 9.

une amplitude double de 5 à 6 mm.; la durée d'une expérience était dans ces conditions portée à 40 minutes environ.

Un deuxième point important est une augmentation également considérable de l'influence de l'amplitude sur la période. Celle-ci varie très linéairement, ainsi qu'on le remarque sur le graphique de la figure 9, où tous les points expérimentaux ont été portés. Ce graphique montre, de plus, que l'influence de la température sur l'inclinaison de la droite représentative est très faible. Elle est représentée par les valeurs suivantes du coefficient angulaire, exprimé en fraction de période pour une diminution d'amplitude de un degré d'arc.

Température:	17,7°	43,7°	60,4°	94,35°	125,35°
$\frac{1}{T_r} \cdot \frac{dT_r}{d\alpha}$ :	0,00334	0,00406	0,00448	0,00445	0,00388

Ce coefficient angulaire est de beaucoup le plus considérable que nous ayons obtenu; il est environ double de celui de l'argent à 150°. Comme nous le disions, l'effet de la température sur ce coefficient est très minime contrairement à ce qui se produit pour les autres métaux, et en concordance avec ce que nous avons déjà remarqué pour le même échantillon de nickel non recuit (voir figure 10).

Si l'on porte sur un graphique les valeurs du tableau précédent, on remarque que les points se placent sur une courbe régulière qui présente un maximum net à 75° environ; c'est à cette température que l'influence de l'amplitude sur la période est donc la plus grande. Une variation semblable se retrouve, comme nous le verrons plus tard dans l'influence de l'amplitude sur le décrement.

Nous nous sommes assurés, naturellement, que la grandeur exceptionnelle du décrement n'explique pas la variation de la période avec l'amplitude. Le plus fort décrement observé ne donnerait pas lieu à une correction de la période supérieure à un cinquante millième, et les variations observées sont de l'ordre de 3 à 4 millièmes pour un degré d'arc.

Dans les calculs qui conduisent à la valeur définitive du module aux diverses températures, il importait de tenir compte de cette grande influence de l'amplitude. Nous l'avons fait de deux façons différentes:

1° En extrapolant à l'amplitude zéro les valeurs de la période, ce qui était possible étant donné l'allure linéaire de la variation, mais présentait cependant une légère incertitude.

2° En prenant tout simplement la période moyenne entre les amplitudes doubles 200 et 20 mm. du spot sur l'échelle.

Ces deux procédés conduisent naturellement à des valeurs absolues différentes du module d'Young; mais les valeurs relatives, qui seules nous importaient, restent sensiblement les mêmes. Ceci provient du fait que le coefficient angulaire des droites est pratiquement indépendant de la température. Nous avons en définitive adopté comme période pour chaque température la valeur moyenne calculée comme à l'ordinaire.

Comme coefficient de dilatation nous avons, faute de mieux, conservé la valeur utilisée pour le nickel non recuit; il est évident que ce coefficient avait subi une variation plus ou moins importante, mais il nous était impossible de la connaître et, ainsi que nous

l'avons souvent répété, l'allure de la courbe représentant  $e/e_0$  en fonction de la température, qui seule nous intéresse, ne peut pas être de ce fait sensiblement modifiée.

Le tableau suivant résume les observations.

**Tableau XVII: Nickel recuit.**

Température	$\frac{e}{e_0}$ (déduit des observations)	$\frac{e}{e_0}$ calc. ( $= 1 - 0,0010559 \cdot t$ )	Différence (observ.- calc.)
0	1,00000	1,00000	0,00000
20	0,97851	0,97888	- 0,00037
40	0,95713	0,95776	- 0,00063
60	0,93599	0,93665	- 0,00066
80	0,91553	0,91553	0,00000
95	0,90152	0,89969	+ 0,00183
125	0,88135	0,86801	+ 0,01334
150	0,87590	0,84161	+ 0,03429

L'examen de ce tableau appelle plusieurs remarques:

1° Le coefficient thermoélastique moyen entre 0 et 80° a considérablement augmenté par le recuit à 585° puisqu'il est maintenant de -0,001056, alors qu'il était avant le recuit de -0,00031; il a donc plus que triplé.

2° L'incurvation de la courbe parabolique a changé de sens ainsi qu'il ressort de l'examen de la dernière colonne du tableau XVII et de celui du graphique général de la figure 12.

L'incurvation est d'ailleurs très faible jusque vers 100°, température à laquelle se manifeste une sorte de coude de la courbe.

Enfin les valeurs absolues du module sont en chiffres ronds:

$$e_0 = 20000 \cdot 10^8 \text{ c. g. s. soit } 20400 \text{ kg./mm}^2.$$

Le recuit à 585° a donc produit une diminution appréciable du module.

En résumé, les propriétés élastiques du nickel varient dans des proportions considérables suivant que ce métal est écroui ou recuit.

### Récapitulation.

Si l'on examine dans leur ensemble les résultats que nous venons d'exposer, ainsi que ceux publiés précédemment (loc. cit.), et si l'on compare entre eux les différents métaux, des données générales apparaissent qu'il importe maintenant de faire ressortir.

1<sup>o</sup> *Accommodation*. Comme on le sait de longue date, tout traitement thermique ou mécanique influe sur les propriétés des métaux, et ce n'est qu'au moyen de cycles d'accommodation, souvent poursuivis pendant de longues périodes, que l'on arrive à des résultats comparables. Ce fait est manifeste pour chacun des métaux que nous avons étudiés; nous l'avons relevé à propos de chacun. Les données qui résultent de notre travail ne sont donc rigoureusement valables que pour l'échantillon étudié et pour le cycle d'accommodation utilisé; elles ne se retrouveront qu'approximativement pour d'autres échantillons de même composition et pour des cycles voisins.

On a vu d'une façon générale que les traitements thermique et mécanique (« travail du ressort ») produisent une augmentation du module d'élasticité; une exception remarquable est manifestée par le fer et le verre de silice; pour ces deux corps, les mêmes traitements produisent une diminution progressive du module jusqu'à la stabilisation.

2<sup>o</sup> *Recuits*. La plupart des métaux étudiés n'ont supporté que le recuit très modéré correspondant aux expériences elles-mêmes et ne dépassant pas 150°. Il est évident que des recuits à haute température auraient amené des variations encore bien plus considérables des coefficients thermoélastiques et des modules; ceci est prouvé par le cas du nickel qui a supporté le recuit à une température voisine de 600° et dont les propriétés ont été modifiées de façon énorme, probablement d'ailleurs de façon tout-à-fait anormale.

3<sup>o</sup> *Variation de la période avec l'amplitude*. Si la loi de Hooke était rigoureusement valable, la période serait indépendante de l'amplitude, tout au moins pour les faibles amplitudes que nous avons utilisées; celles-ci ne dépassaient pas, en effet, 2° et demi pour un ressort ayant environ 1000 mm. de longueur et comportant 4 ou 5 spires. Il s'agit donc toujours de déformations très petites et la forme du ressort spiral n'intervient pas pour ce qui nous occupe. D'autres travaux effectués dans ce laboratoire ont d'ailleurs montré que des ressorts de forme plus régulière et munis des *courbes terminales* que l'on utilise en chronométrie manifestent exactement les mêmes phénomènes.

La période diminue toujours avec l'amplitude et ceci d'une façon très approximativement linéaire, La figure 10 le montre pour la plupart des métaux étudiés et pour les cas les plus typiques. Cette décroissance varie d'ailleurs beaucoup avec la nature du métal, et, pour un métal donné, avec la température; ce dernier fait montre bien que la forme du ressort n'y est pour rien et qu'il s'agit bien d'une dérogation à la loi de Hooke.

Les traitements thermiques ou mécaniques, ou mieux encore un recuit à haute température, modifient le coefficient angulaire de la droite représentative.

La figure 10 permet de constater que le coefficient angulaire

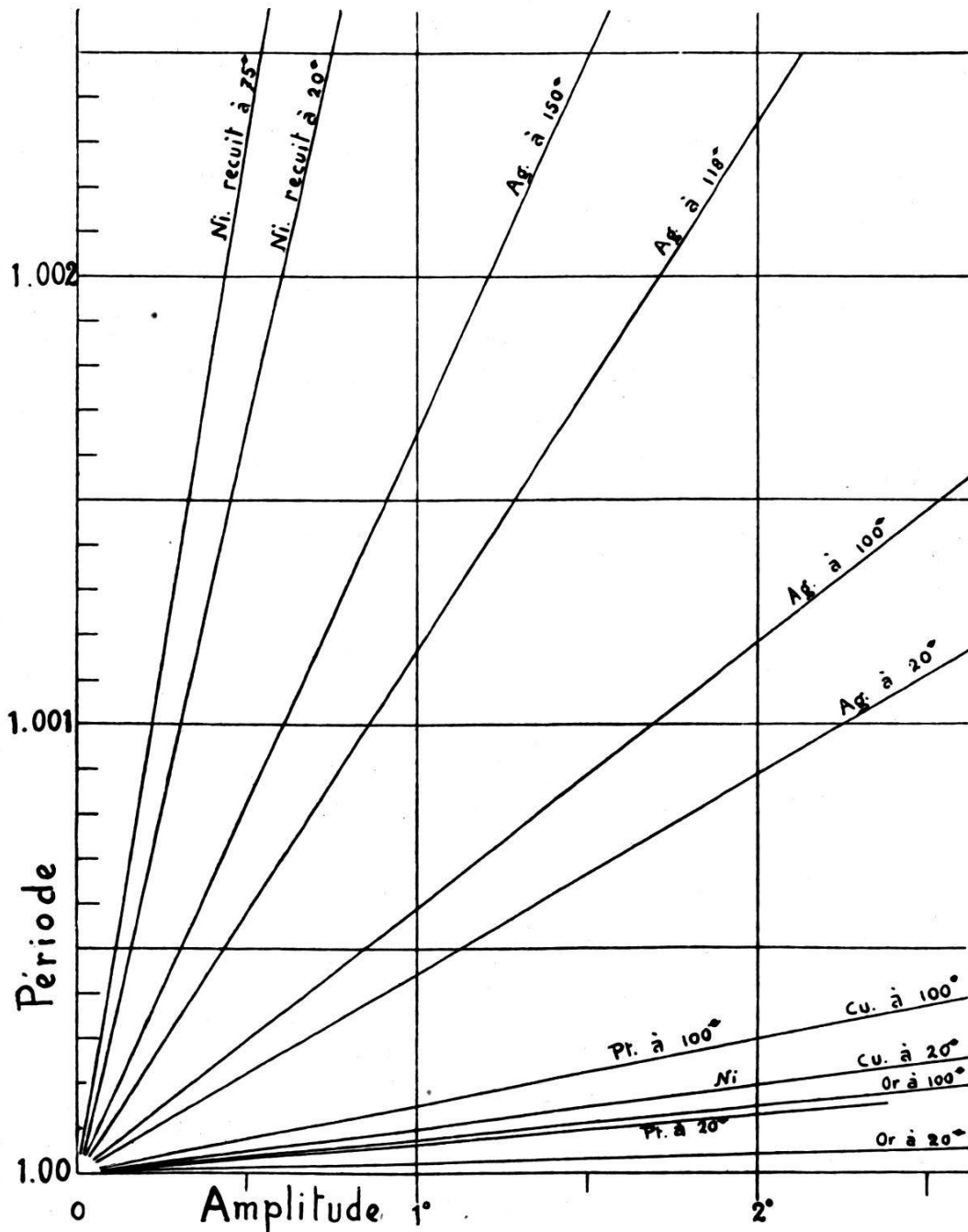


Fig. 10.

en question augmente avec la température et ceci de façon parfois considérable (exemple: argent). Pour le nickel écroui, comme nous l'avons signalé, une exception se manifeste, et la variation de la période avec l'amplitude est pratiquement indépendante de la température. Par contre, pour ce dernier métal, un recuit à haute

température élève énormément le coefficient angulaire et la loi de Hooke devient grossièrement en défaut.

Le tableau XVIII donne les valeurs quantitatives de l'effet dont il est question. Ce coefficient a pour expression :

$$\frac{1}{T_r} \cdot \frac{dT_r}{d\Theta}$$

c'est-à-dire qu'il donne la variation relative de la période du pendule avec ressort pour une variation d'amplitude de un degré, l'amplitude étant mesurée en degrés. Ce coefficient étant généralement très petit, est multiplié par  $10^4$  dans le tableau XVIII.

Le mémoire précédent permet de se rendre compte que l'influence du pendule de torsion est pratiquement nulle pour ce qui concerne cet effet.

Tableau XVIII:  $\frac{1}{T_r} \cdot \frac{dT_r}{d\Theta} \times 10^4$ .

	20°		100°		
Acier . . . . .	inappréciable		inappréciable		
Elinvar . . . . .	inappréciable		inappréciable		
Verre de silice .	inappréciable au début, puis capricieux				
Fer . . . . .	0,43		imprécis		
Cuivre . . . . .	1,00		1,50		
Or . . . . .	0,23		0,75		
Platine . . . . .	0,64		1,50		
Nickel écroui . .	1,00 (à toute température)				
	20°	100°	118°	150°	
Argent . . . . .	4,5	5,9	11,6	16,6	
	20°	50°	75°	100°	125°
Nickel recuit . .	33,8	42,2	46,4	43,3	38,8

4° *Variation du module avec la température.* La figure 11 permet de jeter un coup d'oeil d'ensemble sur la variation du module avec la température pour les différents métaux. Nous y avons également reproduit les résultats relatifs au verre de silice dont il est parlé à la page 16, ainsi qu'à l'élinvar et l'acier, ces derniers tirés du mémoire précédent (*Helvetica Physica Acta*, vol. II, 1929, pages 435 à 444).

A l'exception du verre de silice, donc pour tous les métaux, le module est représenté en fonction de la température par une courbe



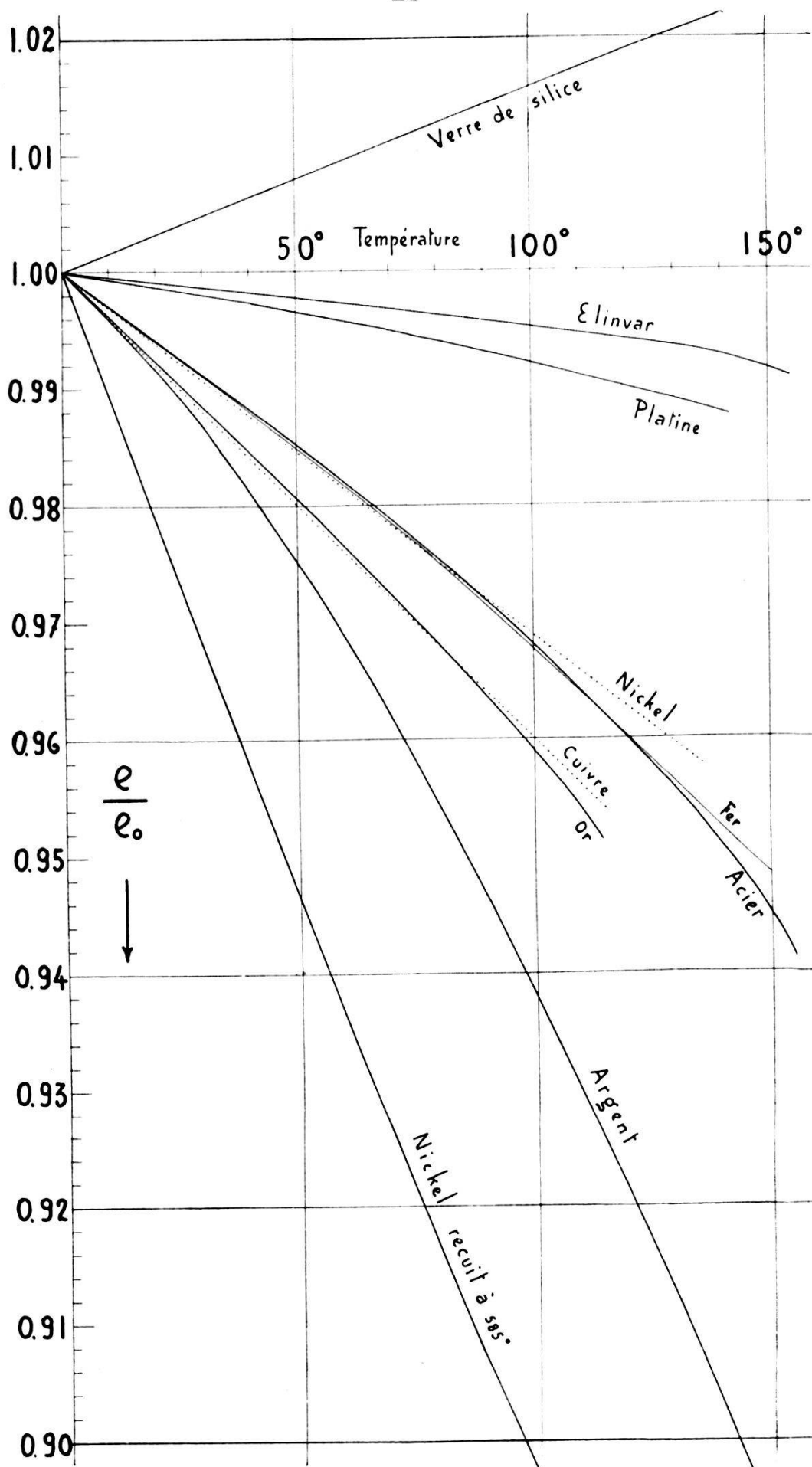


Fig. 11.

d'allure parabolique. Les paraboles tournent leur convexité vers l'axe des températures, exception faite pour le nickel recuit.

De plus, les métaux se classent assez nettement par groupes, dont le plus frappant comprend l'acier, le fer, et le nickel écroui;

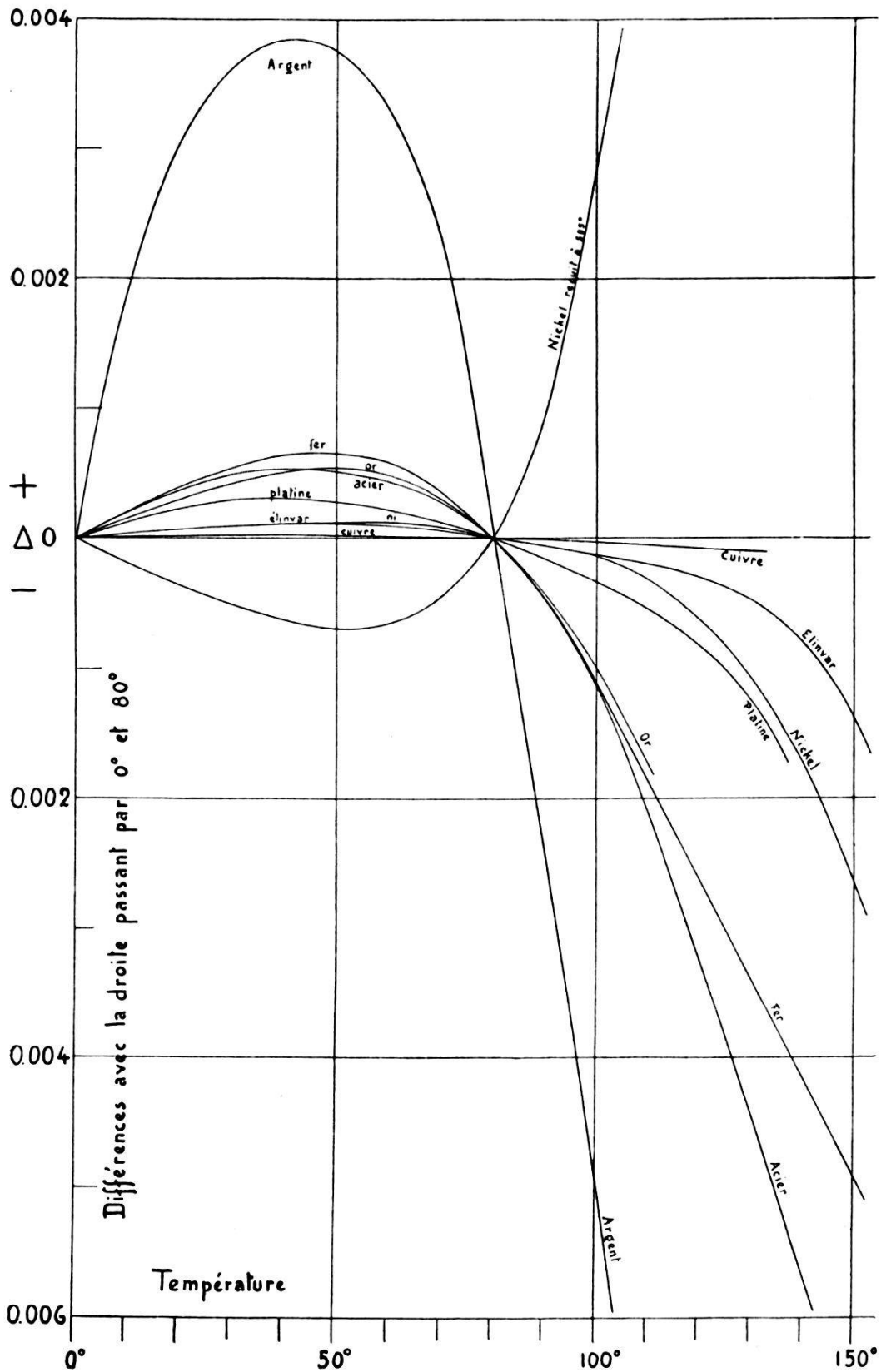


Fig. 12.



un autre, moins évident, le cuivre, l'argent et l'or. Ces parentés ressortiront également dans la comparaison des coefficients thermoélastiques moyens que permet le tableau XIX.

La figure 12 exagère l'incurvation parabolique des courbes. Elle a été construite, comme nous l'avons déjà dit, en portant en ordonnée la différence du module observé avec un module variant linéairement avec la température et passant par les points expérimentaux correspondant à 0 et 80 degrés. Sur cette dernière figure apparaissent tout particulièrement l'énorme incurvation de la courbe relative à l'argent et celle, renversée, du nickel recuit. On y remarque aussi, par contre, la très faible incurvation relative au cuivre, au nickel et à l'élinvar. Pour ce dernier métal, le résultat est très important au point de vue chronométrique puisqu'il correspond à une erreur secondaire négligeable. Nous avons déjà relevé, dans le mémoire précédent, que la coulée d'élinvar sur laquelle nous avons opéré n'était pas particulièrement réussie: il existe des échantillons donnant un coefficient thermoélastique positif et notablement plus faible en valeur absolue.

Le verre de silice donne une variation pratiquement linéaire et décèle une augmentation considérable du module avec la température.

Nous donnons ci-dessous le tableau comparatif des coefficients thermoélastiques moyens entre 0 et 80° des différents corps étudiés.

**Tableau XIX.**

(Coefficient thermoélastique moyen entre 0 et 80°)

Verre de silice . . . .	+0,000154
Elinvar (coulée 01185)	−0,000046
Platine . . . . .	−0,000075
Fer . . . . .	−0,000313 et −0,000311
Acier . . . . .	−0,000308 à −0,000322
Nickel . . . . .	−0,000311
Cuivre . . . . .	−0,000399
Or . . . . .	−0,000399
Argent . . . . .	−0,000572
Nickel recuit . . . .	−0,001056

Dans un prochain mémoire nous étudierons la question spéciale du frottement intérieur relatif aux mêmes corps.

Université de Neuchâtel.