

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 3 (1930)
Heft: III-IV

Artikel: Über Formfaktormessungen
Autor: König, Hans
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-109804>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Über Formfaktormessungen

von Hans König (Bern).

(Mitteilung aus dem Eidg. Amt für Mass und Gewicht.)

(9. V. 30.)

Inhalt. Es werden zwei Möglichkeiten, den arithmetischen Mittelwert einer Wechsellspannung vermittelst Ventilröhren sehr genau zu messen, besprochen und auf ihre Fehlerquellen hin untersucht.

Einleitung.

Da die Eisenverluste von Dynamoblechen eine Funktion der maximalen Induktion im Eisen und letztere proportional dem arithmetischen Mittelwert \bar{e} der Erregerspannung e ist, da andererseits von e nur der Effektivwert e_{eff} als gegeben zu betrachten ist, bedarf es zur Angabe und Messung der Eisenverluste der Kenntnis der charakteristischen Grösse

$$f = \frac{\sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} e^2 dt}}{\frac{2}{T} \int_0^T e dt} = \frac{e_{\text{eff}}}{\bar{e}},$$

des sog. Formfaktors von e . Seine periodische Nachprüfung erfolgt der Definition gemäss durch Messung zusammengehöriger Werte von e_{eff} und \bar{e} bei den einer Eisenprüfung entsprechenden Betriebsbedingungen. Die Spannungen, um die es sich beim Epsteinapparat für Verlustmessungen handelt und auf die sich die vorliegende Untersuchung beschränken wird, liegen zwischen 50 und 150 V; die Periodenzahl ν beträgt meistens 50.

Die graphische Ermittlung von \bar{e} aus der punktweise oder oszillographisch aufgenommenen Spannungskurve ist mühsam und kaum genügend genau, wenn man bedenkt, dass ein Fehler von \bar{e} sich mit fast doppeltem Gewicht auf die Verlustziffer der Eisenprobe überträgt. Bei der direkten Messung von \bar{e} wird e über einen Gleichrichter mit hohem ohmischem Vorwiderstand an ein Gleichstrominstrument bzw. an eine Kompensationsvorrichtung gelegt. Hierbei wird auf mechanischem oder elektrischem Weg

die negative Stromhalbwelle unterdrückt oder am Instrument vorbei oder nach Umklappung durch das Instrument gelenkt. ROSE und KÜHNS¹⁾ verwenden einen rotierenden Unterbrecher, einige 10000 Ohm Vorwiderstand und ein Gleichstromvoltmeter oder ein Wattmeter mit gleichstromgespiesener Stromspule. Letzteres bietet den Vorteil, dass das durch die niederfrequenten Stromimpulse bewirkte Zittern des Zeigers i. a. geringer ist als beim Voltmeter. Völlig verschwindet diese Störung bei Anwendung eines Mikroamperemeters mit Shunt. Mit dem mechanischen Gleichrichter können unter Umständen gute Resultate erzielt werden, und er wird in dieser Arbeit zur Prüfung der elektrischen Gleichrichter herangezogen werden. Für laufende Messungen dürfte aber ein bedienungsfrei arbeitender elektrischer Gleichrichter wohl den Vorzug verdienen.

Der Gedanke der Anwendung elektrischer Ventile ist wohl ebenso alt wie derjenige der Einführung der Elektronenröhre in die Messtechnik überhaupt, doch scheint die Krümmung der Röhrenkennlinie der Anwendung auf vorliegendes Problem bisher hindernd im Wege gestanden zu sein. So erreichten THOMPSON und WALMSLEY²⁾ bei $10^5 \Omega$ Vorwiderstand nur eine Genauigkeit von durchschnittlich $\frac{1}{2}\%$.

Je gerader die Kennlinie des Ventils ist, desto bestimmter ist sein innerer Widerstand und desto genauere \bar{e} -Werte sind erhältlich. Vor einiger Zeit wurde gezeigt³⁾, dass die Telefunktionen RE 16 unter der Schar der Gitterstromkennlinien eine fast geradlinig geknickte aufweisen. Auf das sich hieraus ergebende Verfahren, insbesondere auf seine Fehler wird in einem Anhang zu vorliegender Arbeit nur kurz eingegangen, weil man erstens an gewisse Röhrentypen gebunden ist, und zweitens weil die Aussuchung und gelegentliche Nachkontrolle der fraglichen Kennlinie eine nicht zu unterschätzende Vorarbeit bedeuten, beides Mängel, die dem nachstehend beschriebenen Verfahren nicht anhaften.

Die Chubb-Haefely-Apparatur zur Messung von Scheitelspannungen, bestehend aus einem Röhrengleichrichter (elektrische Weiche) mit Vorkondensator, gibt sehr genaue Resultate⁴⁾, wenn man eine Kapazität parallel zum Gleichrichter zur Elimination der Fehler heranzieht. Es liegt nahe, im vorliegenden Fall einen

¹⁾ Elektrotechn. Zeitschr. **24**, 992, 1903.

²⁾ Journal of the Inst. of El. E. **64**, 505, 1926.

³⁾ H. P. A. I. **293**, 1928.

⁴⁾ H. KÖNIG, Über die Fehler der Scheitelspannungsmessung mittelst röhrengleichgerichtetem Kondensatorstrom, H. P. A. II, **357**, 1929.

Widerstand parallel zum Gleichrichter einzuführen. Anhand von Fig. 1 werde, und zwar zunächst ohne weitere Begründung, der Gang einer solchen Messung mit Parallelwiderstand (P) geschildert.

Aus den bei offenem und geschlossenem Schlüssel S am Mikroamperemeter G abgelesenen Strömen I_∞ und I_P berechnet man nach

$$I_{\text{korr}} = I_\infty + (I_\infty - I_P) \cdot \frac{P}{R} = I_\infty + \Delta I \cdot \frac{P}{R} \quad (1)$$

einen Wert I_{korr} , welcher *praktisch* mit dem theoretischen Wert für Halbweggleichrichtung

$$I_{\text{theor}} = \frac{\bar{i}_{\text{theor}}}{2} = \frac{\bar{e}}{2R} \quad (2)$$

übereinstimmt. Oder: Man greift am Teiler T eine solche Hilfs-

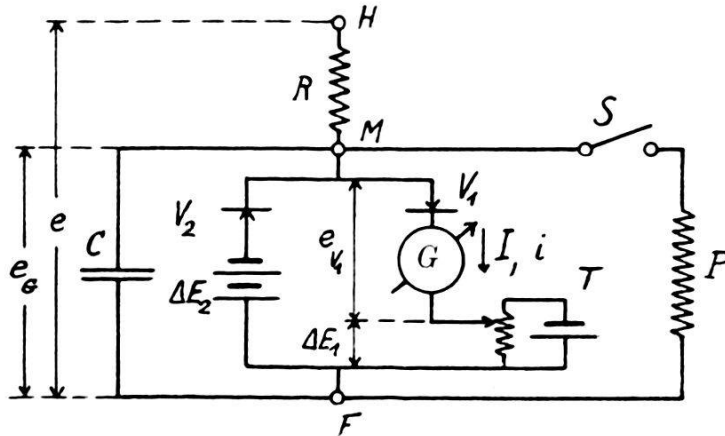


Fig. 1.

spannung ΔE_1 ab, dass das Schliessen von S keine Änderung des Wertes I hervorruft: $\Delta I = 0$. Dann stellt letzterer unmittelbar den korrigierten Wert dar.

Dieses ($\Delta I = 0$)-Verfahren ist besonders einfach in der Handhabung. Da ausserdem, wie im folgenden gezeigt wird, auch bei Forderung hoher Genauigkeit in der Wahl der Röhren weitgehende Freiheit besteht, scheint es allen Anforderungen der Praxis zu genügen.

Gleichrichter mit Parallelwiderstand.

Aus der oben erwähnten Arbeit über Scheitelspannungsmessungen, mit der die vorliegende Untersuchung namentlich in experimenteller Hinsicht viel Ähnlichkeit aufweist und die abgekürzt mit SSM. bezeichnet sei, geht hervor, dass im Falle

eines Vorkondensators (an Stelle von R) die Fehler von der Summe $\Delta E_1 + \Delta E_2$ abhängen, entsprechend dem Umstand, dass dort die beiden Ventile in bezug auf das Instrument völlig gleichberechtigt sind. Im Fall eines Vorwiderstandes jedoch ist es prinzipiell gleichgültig, ob die negative Halbwelle unterdrückt oder an G vorbeigeleitet wird. Es empfiehlt sich aber, V_2 beizubehalten, und zwar, wie später näher erläutert wird, zur Entlastung der Isolation von V_1 sowie zur Herabdrückung allfälliger durch die Schaltkapazität C bedingter Fehler. ΔE_2 wird so gross gewählt, dass im Kreis $V_1 \Delta E_1 \Delta E_2 V_2$ (S geöffnet, Zuleitung von e zu R unterbrochen) gerade kein Strom mehr fliesst.

1. Theorie.

Die beiden letztgenannten Störungen seien für das Folgende als verschwindend vorausgesetzt. Es gilt in den leicht verständlichen Bezeichnungen von Fig. 1 bei *beliebiger* Form der Kennlinie von V_1 und bei geschlossenem S

$$e - e_G = R \left(i + \frac{e_G}{P} \right)$$

oder

$$e - R \cdot i = e_G \left(1 + \frac{R}{P} \right) = (e_{V_1} + \Delta E_1) \left(1 + \frac{R}{P} \right).$$

Die Widerstände von G und T sind hierbei zum Ventilwiderstand gerechnet worden. Wir mitteln die letzte Gleichung über die positive Halbperiode von e . $R \cdot \bar{i}$ wollen wir als den gemessenen Mittelwert mit \bar{e}_G bezeichnen. \bar{e}_G bzw. \bar{e}_{V_1} sind die mittleren Spannungsabfälle am Gleichrichter bzw. am Ventil *während der betrachteten Halbperiode*. (Während der negativen Halbperiode (V_2 arbeitend) sind diese Grössen wesentlich von ΔE_2 bestimmt und interessieren uns nicht). Ein Index links gibt die zugehörige Grösse von P an. Also:

$${}_P \bar{e}_G - \bar{e} = - {}_P \bar{e}_G \left(1 + \frac{R}{P} \right) \quad (3)$$

bzw.

$${}_P \bar{e}_G = \bar{e} \left[1 - \frac{{}_P \bar{e}_{V_1} + \Delta E_1}{\bar{e}} \left(1 + \frac{R}{P} \right) \right]. \quad (3a)$$

Das rechte Glied der exakt gültigen Formel (3) und somit auch der aus dem Anschluss von P bestehende Eingriff ins System sind in Bezug auf ${}_P \bar{e}_G$ und die gesuchte Grösse \bar{e} als klein der 1. Ord-

Serie zu $R \parallel P$ getrieben, wobei $E_1 = E_0 + \Delta E_1$ die gesamte wirksame Hilfsspannung bedeutet:

$$i = e \frac{\frac{1}{r}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{P}} \cdot \frac{1}{R + \frac{rP}{r+P}} - E_1 \frac{1}{r + \frac{RP}{R+P}}.$$

Die Spannung am Gleichrichter ist hiernach

$$e_G = E_1 + ir = E_1 + \frac{r}{R} \cdot \frac{e - E_1 \left(1 + \frac{R}{P}\right)}{1 + \frac{r}{R} \left(1 + \frac{R}{P}\right)} \quad (t'_1 < t < t'_2).$$

Die Grenzen t'_1 und t'_2 sind gegeben durch $i = 0$:

$$t = t'_1, t'_2 : e = E_1 \left(1 + \frac{R}{P}\right).$$

Von t_1 bis t'_1 und von t'_2 bis t_2 ist e_G durch

$$e_G = \frac{P}{R+P} e \quad (t_1 < t < t'_1, t'_2 < t < t_2)$$

gegeben. Wir suchen

$$\bar{e}_G = \int_{t_1}^{t_2} e_G dt = \frac{\int_{t_1}^{t'_1} e dt + \int_{t'_2}^{t_2} e dt}{1 + \frac{R}{P}} + \frac{\frac{r}{R} \int_{t'_1}^{t'_2} \left[e - E_1 \left(1 + \frac{R}{P}\right) \right] dt}{1 + \frac{r}{R} \left(1 + \frac{R}{P}\right)}. \quad (5)$$

Zur Vereinfachung sei angenommen, dass in den kleinen Intervallen t_1 bis t'_1 und t'_2 bis t_2 e linear von der Zeit abhängt, so dass

$$(t'_1 - t_1) \frac{de}{dt} \Big|_1 = - (t_2 - t'_2) \frac{de}{dt} \Big|_2 = E_1 \left(1 + \frac{R}{P}\right)$$

wird. Mit der Abkürzung

$$D = \frac{1}{\frac{de}{dt} \Big|_1} - \frac{1}{\frac{de}{dt} \Big|_2} \quad (6)$$

folgt als Resultat der Integration (5) nach leichter Rechnung

$$\bar{e}_G = \frac{1}{1 + \frac{r}{R} \left(1 + \frac{R}{P}\right)} \left[\bar{e} \frac{r}{R} + E_1 - E_1^2 \left(1 + \frac{R}{P}\right) \frac{D}{T} \right]. \quad (7)$$

In (3) eingesetzt:

$${}_P\bar{e}_g - \bar{e} = - \frac{1 + \frac{R}{P}}{1 + \frac{r}{R}\left(1 + \frac{R}{P}\right)} \left[\bar{e} \frac{r}{R} + E_1 - E_1^2 \left(1 + \frac{R}{P}\right) \frac{D}{T} \right] \quad (8)$$

oder unter Vernachlässigung von Gliedern 3. und höherer Ordnung:

$${}_P\bar{e}_g - \bar{e} = - \left(1 + \frac{R}{P}\right) \left[\bar{e} \frac{r}{R} + E_1 - \left(1 + \frac{R}{P}\right) \left\{ E_1^2 \frac{D}{T} + \frac{r}{R} \left(\bar{e} \frac{r}{R} + E_1 \right) \right\} \right]. \quad (8a)$$

Die durch (4) dargestellte Extrapolation führt mit (8a) zu

$$\bar{e}_{g\text{kor}} - \bar{e} = - \left(1 + \frac{R}{P}\right) \left\{ E_1^2 \frac{D}{T} + \frac{r}{R} \left(1 + \frac{R}{P}\right) \right\} = + \left(1 + \frac{R}{P}\right) \varepsilon \cdot \bar{e}. \quad (9)$$

Dies ist der Fehler 2. Ordnung $\varepsilon \left(1 + \frac{R}{P}\right)$, der dem hinsichtlich der Glieder 1. Ordnung durch die Extrapolation korrigierten Wert noch anhaftet. Das mittlere Glied beansprucht also unser Interesse.

Im Hinblick auf die Ablesefehler bedeutet es einen Gewinn an Genauigkeit, wenn in (1) ΔI nicht zu klein, also $P < R$ gewählt wird. Andererseits spricht (9) für die Anwendung grosser P im Vergleich zu R . Um beiden Forderungen einigermaßen gerecht zu werden, wird zweckmässig $P = R$ gewählt. Über die Differenz (9) bzw. ε entscheidet also wesentlich die geschweifte Klammer. Zu ihrer Berechnung wollen wir für D den für sinusförmige Spannung leicht angebbaren Wert

$$D_{\sin} = T \cdot \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{\bar{e}} \approx 0,2 \frac{T}{\bar{e}} \quad (10)$$

einsetzen. Dann hat ε zwei Nullstellen bei $E_1 = -1,4 \cdot \bar{e} \frac{r}{R}$ und $-3,6 \cdot \bar{e} \frac{r}{R}$, ein Maximum vom Betrag $\varepsilon = +0,25 \left(\frac{r}{R}\right)^2$ bei $E_1 = -2,5 \cdot \bar{e} \frac{r}{R}$. Für $E_1 = 0$ ist $\varepsilon = -\left(\frac{r}{R}\right)^2$. Für die ($\Delta I = 0$)-Methode gilt, wie man durch Einsetzen von (8a) in die Beziehung ${}_P\bar{e}_g = {}_\infty\bar{e}_g$ findet:

$$E_1 = -\bar{e} \cdot \frac{r}{R} + \dots, \quad (11)$$

in Worten: Die Hilfsspannung E_1 ist (in dieser Näherung) dem mittleren Spannungsabfall am Ventilwiderstand entgegengesetzt gleich. Für diesen Wert (11) ist $\varepsilon = -0,2 \left(\frac{r}{R}\right)^2$. Fig. 2b diene

zur Veranschaulichung des Zustandekommens des Fehlers (9) bzw. der Grösse ε .

Im Hinblick auf die verschiedenen vereinfachenden Annahmen, die uns zu (9) führten, wollen wir uns darauf beschränken, aus Vorstehendem nur folgende qualitative Regel zu nehmen: Kleines ε erhält man mit negativem E_1 , absolut genommen gleich oder etwas grösser als $\bar{e} \frac{r}{R}$, daran erkenntlich, dass der Ausschlag I beim Schliessen von S gleich bleibt oder etwas zunimmt.

2. Prüfung des Verfahrens. Methode und Hilfsmittel.

Es handelt sich hierbei zunächst nur um die Fehler des Gleichrichters. Die Prüfmethode ist so gewählt, dass die vom Vorwiderstand herrührenden Fehler herausfallen. Von ihnen wird

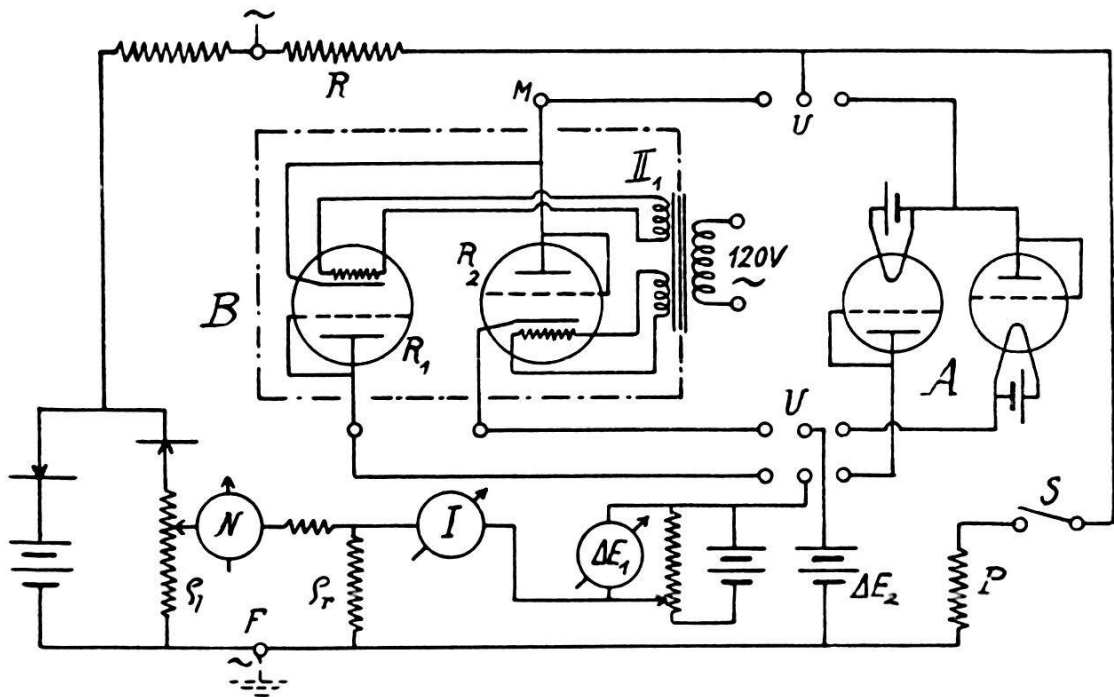


Fig. 4.

unten noch kurz die Rede sein. Die Erwägungen, welche zur Wahl einer Brückenschaltung mit Gleichstromkompensation als Prüfschaltung führten, sind dieselben wie in SSM. S. 371 ff. Die dortige Fig. 10 ist mit den entsprechenden Abänderungen in Fig. 4 wiedergegeben.

Die Prüfung bestand:

1. Im Studium des Einflusses von Eingriffen, welche an einem Gleichrichter vorgenommen wurden;
2. Im Vergleich mit einem mechanischen Gleichrichter;
3. In einem Vergleich zweier ganz verschieden gebauter (elektrischer) Gleichrichter.

Fig. 4 gilt für diese 3. Gruppe von Messungen. Der *Gleichrichter A* besteht aus zwei gleichstromgeheizten Röhren der Type Telefunken RE 144 und ist statisch vollkommen ungeschützt. Der *Gleichrichter B* ist ein handliches Kästchen mit einer mit F (s. Fig. 1) verbindbaren Blechauskleidung. Die indirekt geheizten Röhren der Type Philips E 415 werden über einen Transformator vom Lichtnetz (40 Per.) gespiesen. Da B für laufende Form- und Scheitelfaktorbestimmungen, sowie für Kapazitätsmessungen bei Nieder- und Mittelfrequenz sich sehr bewährt hat, sei auf seine Konstruktion kurz näher eingegangen.

Auf die Isolation zwischen dem Heizleiter und der ihn dicht umschliessenden Glühkathode kann man sich nicht verlassen. Daher ist diejenige Sekundärwicklung II_1 , welche die Röhre speist, deren Kathode mit M verbunden ist, besonders sorgfältig von dem mit dem Blechgehäuse verbundenen Eisenkern des Transformators isoliert. Für die Messungen mit Vorkondensator ist dies nach SSM. S. 401 eine Notwendigkeit. Ferner ist die Kapazität dieser Wicklung gegen Eisenkern und Gehäuse möglichst klein gehalten. Legt man das Galvanometer in Serie zu der genannten Röhre (R_1 in Fig. 4), so bringt dies den Vorteil mit sich, dass die andere Sekundärwicklung, welche R_2 speist, hinsichtlich Isolation und Kapazität nicht mit dieser Vorsicht behandelt zu werden braucht¹⁾. Wicklung II_1 ist von der Primärwicklung statisch völlig getrennt. Der Störstrom, der trotzdem noch vom Netz her in den Gleichrichter dringt und der sich im Falle einer Messfrequenz nahe gleich der Heizfrequenz an den Schwebungen im Nullinstrument N deutlich erkennen lässt, beträgt $\frac{1}{2} \cdot 10^{-7}$ A. Bei von der Messfrequenz stark abweichender Heizfrequenz sind nicht die geringsten Störungen zu befürchten (vergl. SSM. S. 403).

Als *Spannungsquelle* diente eine Eichgruppe von Boas, 1kVA, $30 \div 70$ Per., bestehend aus Gleichstrommotor, Spannungsmaschine und Strommaschine, welche bei den Messungen mit dem mechanischen Gleichrichter den Synchronmotor des letzteren speist. Die Leerlaufkurvenform der Spannungsmaschine ist als KF(1) in Fig. 13, SSM. S. 380 abgebildet. Einige Messungen wurden auch mit der ebendort wiedergegebenen Kurvenform KF(3) ausgeführt, welche sich mit oben erwähnter Maschine in Verbindung mit einem über einen grossen Kondensator gespeisten übersättigten Transformator erhalten lässt. Bei Belastung mit

¹⁾ Dass in Fig. 4 die negative Halbwelle gemessen wird, ändert an den theoretischen Betrachtungen, die sich auf Fig. 1 (positive Halbwelle durch G) stützen, nichts.

dieser Form arbeiten die Ventile besonders ungünstig, weil während mehr als der Hälfte der Zeit e weniger als 15% des Maximalwertes beträgt und folglich die Ventile verhältnismässig lange im untersten Teil der Kennlinie beansprucht werden.

Der *mechanische Gleichrichter* ist identisch mit dem in SSM. S. 377ff. beschriebenen Synchronkontakt SK. Durch abwechselndes Einfetten des Kollektors und Abwaschen mit Benzin kann bei 100 V (sowohl KF(1) wie KF(3)) und $R = 2 \cdot 10^5 \Omega$ zeitweilig eine höchste Genauigkeit von 0,3‰ erreicht werden.

Als *Vorwiderstände* R dienen Gleichstrom-Dekadenwiderstände mit Stufen von 10000 Ω und Manganin-Normalwiderstände mit sehr kleinem Winkelfehler.

Zu Fig. 4 sei noch bemerkt, dass in praxi die Verhältnisse insofern günstiger liegen, als die Messwiderstände ϱ_l und ϱ_r von ca. 1000 Ω , welche eine schädliche Erhöhung des Ventilwiderstandes bedeuten, wegfallen.

Bei den Messungen mit mechanischem Gleichrichter erwies sich die Erdung des Punktes F als notwendig. Inwiefern dies auch für elektrische Gleichrichter der Fall ist, wird bei der Besprechung des Einflusses der Parallelkapazität C erläutert.

Für das Verfahren $\Delta I = 0$ (mit $P = R$) möge nun der Vergleich von Theorie und Experiment vorgenommen werden.

3. Einfluss des Röhrenwiderstandes „ r “.

Das Ergebnis des Vergleiches der Gleichrichter A und B ist in Tab. 1 wiedergegeben.

Tabelle 1.

$(B - A) \text{‰}$ $\Delta I = 0$	$R = 0,5 \cdot 10^5$		$1 \cdot 10^5$		$2 \cdot 10^5$		$4 \cdot 10^5 \Omega$	
	gem.	ber.	gem.	ber.	gem.	ber.	gem.	ber.
20 V KF(1)	+ 3	+ 2,9	+½	+ 0,8	-½	+ 0,3	-1½	+ 0,1
50 V	+ 2	1,7	+¼	0,4	-⅓	0,2	-½	0,1
100 V	+ 1½	1,3	+⅓	0,3	-¼	0,2	-⅓	0
150 V	+ 1¼	1,1	+¼	0,3	0	0,1	-¼	0

Die Zahlen unter gem., der Zuverlässigkeit entsprechend abgerundet, geben die Differenzen zwischen den Werten $\bar{e}_g \text{ kor}$ (oder I_{kor}) von A und B in ‰ im Fall der wenig verzerrten

Kurvenform $KF(1)$. Wir wollen sehen, in welchem Umfang sich diese Differenzen durch die Unterschiede in den Röhrenwiderständen erklären lassen. Nach (9), (10) und (11) ist für $P = R$

$$\varepsilon \left(1 + \frac{R}{P}\right) = -\frac{2}{\pi^2} \left(1 + \frac{R}{P}\right) \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2 \approx -0,4 \left(\frac{r}{R}\right)^2. \quad (12)$$

Die Ströme I liegen zwischen $20 \cdot 10^{-6}$ A (rechts oben in Tab. 1) und 1,5 mA (links unten), die entsprechenden r -Werte, welche schätzungsweise den Kennlinien entnommen wurden, liegen zwischen $r_A = 10000$ und 3000 , $r_B = 5000$ und 1100Ω . $2(\varepsilon_B - \varepsilon_A)$ ist unter ber. in Tab. 1 eingetragen. (Die Werte (12) für B betragen nur rund $\frac{1}{4}$ hiervon!) Die Übereinstimmung bei grösseren Strömen und kleineren Widerständen ist sehr befriedigend. Für die negativen Differenzen bei kleineren Strömen, namentlich bei $20 \cdot 10^{-6}$ A, können die Isolationsfehler von B nur teilweise verantwortlich gemacht werden. Wie hier nicht näher ausgeführt sei, ergibt die Überlegung, dass die in oben gegebener Theorie vernachlässigte, bei den Röhren A (RE 144) stärkere Abweichung der Kennlinie von der geradlinig geknickten Form (Abrundung am untern Ende ziemlich langgestreckt) zu $I_{\text{korr}} > I$ und somit zu negativen Differenzen Anlass geben kann.

Die Gleichheit der Angaben der vollständig verschiedenen Gleichrichter für $R = 1$ und $2 \cdot 10^5 \Omega$ und von 50 V an aufwärts lässt erwarten, dass auch die absoluten Fehler klein seien. In der Tat ergab ein Vergleich mit dem mechanischen Gleichrichter bei 100 V und $2 \cdot 10^5 \Omega$ Übereinstimmung innerhalb der mit dem letzteren erreichbaren Genauigkeit von $0,3\%$. Man darf also füglich behaupten:

Für Röhren, die nicht ungünstiger als RE 144 sind, kann man mit Vorwiderständen von 1 bis $2 \cdot 10^5 \Omega$, für solche, die nicht ungünstiger sind als E 415, kann man mit R zwischen 0,5 und $2 \cdot 10^5 \Omega$ den arithmetischen Mittelwert von niederfrequenten, annähernd sinusförmigen Wechselspannungen über 50 V nach der Methode $\Delta I = 0$ sicher auf 1% genau bestimmen. Bei Strömen $I > 0,1$ mA liefert Formel (12) für die Fehler einen recht guten Anhaltspunkt.

Da die Messung von Eisenverlusten nur mit annähernd sinusförmiger Spannung vorgenommen werden darf, besteht für die Kenntnis von e stark verzerrter Spannungen kein Bedürfnis. Trotzdem ist es nicht ohne Interesse, festzustellen, dass auch

bei der sehr ungünstigen Form $KF(3)$ (Formfaktor $f = 1,49$) die Differenzen recht bescheiden sind, wie Tab. 2 zeigt.

Tabelle 2.

$(B-A) \text{ ‰}$ $\Delta I \doteq 0$	$R = 1 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^5 \Omega$
25 V _{eff} $KF(3)$	+ 5½	+ 2½	− 1¼
50 V	+ 2½	+ ½	− 1
100 V	0	− ½	− 1

Bei 100 V und $2 \cdot 10^5 \Omega$ gab A rund 1‰, B ½‰ mehr als der mechanische Gleichrichter.

Eine weitere Möglichkeit zur Prüfung von (12) besteht im Zuschalten von Vorwiderstand r (bis $10^4 \Omega$) vor die Haupttröhre. Der Einfluss war für Ströme $I > 0,1$ mA bei $KF(1)$ nahe gleich den aus (12) berechneten, bei $KF(3)$ durchschnittlich 4 mal grösser.

Die oben aufgestellte Behauptung über die erreichbare Genauigkeit gilt für Niederfrequenz. Gelegentlich braucht man den Formfaktor auch bei Mittelfrequenz. Bei 100 V (Sinusform), 1000 ~ differierten für $R = 2 \cdot 10^5 \Omega$ die Angaben von A und B um 1 bis 2‰. Hierfür ist wohl die Verschiedenheit der Gleichrichterkapazität verantwortlich zu machen.

4. Einfluss der Schaltkapazität C .

Es handelt sich hierbei nicht um die Erniedrigung von e , welche davon herrührt, dass C (s. Fig. 1) parallel zum Röhrenwiderstand r liegt. Diese beträgt in relativem Mass

$$\frac{1}{2} \left(\omega C \cdot \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{R} + \frac{1}{P}} \right)^2$$

und ist unter allen Umständen zu vernachlässigen. Wir wollen sogar im folgenden $r = 0$, die beiden Ventile als ideal voraussetzen. Weiter werde angenommen: $P = \infty$; $e = e_0 \cdot \sin \omega t$, in der Umgebung des Nulldurchgangs von e

$$\frac{de}{dt} = \omega e_0 = \text{konstant.} \quad (13)$$

Die Spannungen E_1 und E_2 zählen wie bisher positiv, wenn sie dem sie durchfliessenden Strom entgegenwirken. Ferner sei $E_1 + E_2 = E$ gesetzt.

Bis t_A (Fig. 5b) arbeitet V_2 (Fig. 5a). Wäre $C = 0$, so würde e_G unmittelbar folgen und V_1 würde sich zur Zeit t' öffnen. Statt dessen verzögert der Aufladeprozess von C auf die Spannung E die Öffnung von V_1 bis zum Zeitpunkt t_B . Unter Berücksichtigung der Annahme (13) ist nach allgemeinen Regeln e_G die Summe eines linearen Anstieges und des Ausgleichsvorganges a , der in Fig. 5b unten besonders angedeutet ist. Wir berechnen

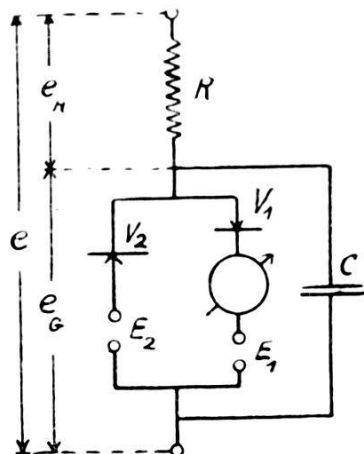


Fig. 5a.

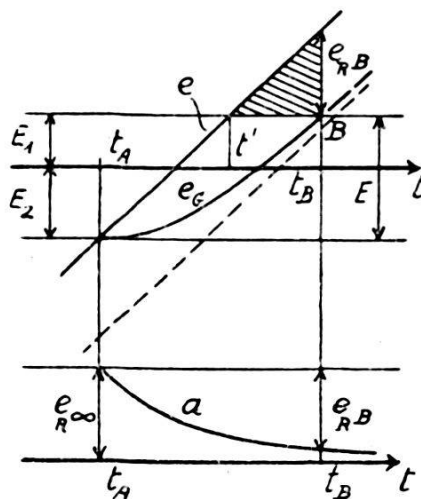


Fig. 5b.

den relativen Verlust, gegeben durch das Verhältnis der schraffierten Fläche zur Fläche

$$\int_0^{T/2} e \, dt;$$

er beträgt

$$\sigma = \frac{e_B}{2} (t_B - t') \cdot \frac{T}{2 \bar{e}} = \left(\frac{e_B}{2 e_0} \right)^2. \quad (14)$$

Aus Fig. 5b folgt

$$e_B = e_{R\infty} \left(1 - e^{-\frac{t_B - t_A}{CR}} \right), \quad (15)$$

wobei

$$e_{R\infty} = R \cdot C \frac{de}{dt} = \omega C R e_0 \quad (16)$$

und

$$t_B - t_A = \frac{e_B + E}{\omega e_0}.$$

mit den Abkürzungen

$$x = \frac{e_B}{e_{R\infty}} \quad \text{und} \quad k = \frac{\omega C R e_0}{E} \quad (17)$$

folgt aus (15)

$$k \cdot (x + \ln(1 - x)) + 1 = 0 \quad (18)$$

und aus (14)

$$\sigma = \left(x \cdot \frac{\omega C R}{2} \right)^2 = \frac{k x^2}{2} \cdot \frac{v C E}{\bar{e}/2 R} = (k x)^2 \cdot \left(\frac{E}{2 e_0} \right)^2. \quad (19)$$

Die durch (18) definierte Funktion $(k x)^2$ ist in Funktion von k in Fig. 6 dargestellt.

Damit ist alles nötige zur praktischen Berechnung von σ gegeben: Aus den gegebenen Daten wird nach (17) k berechnet,

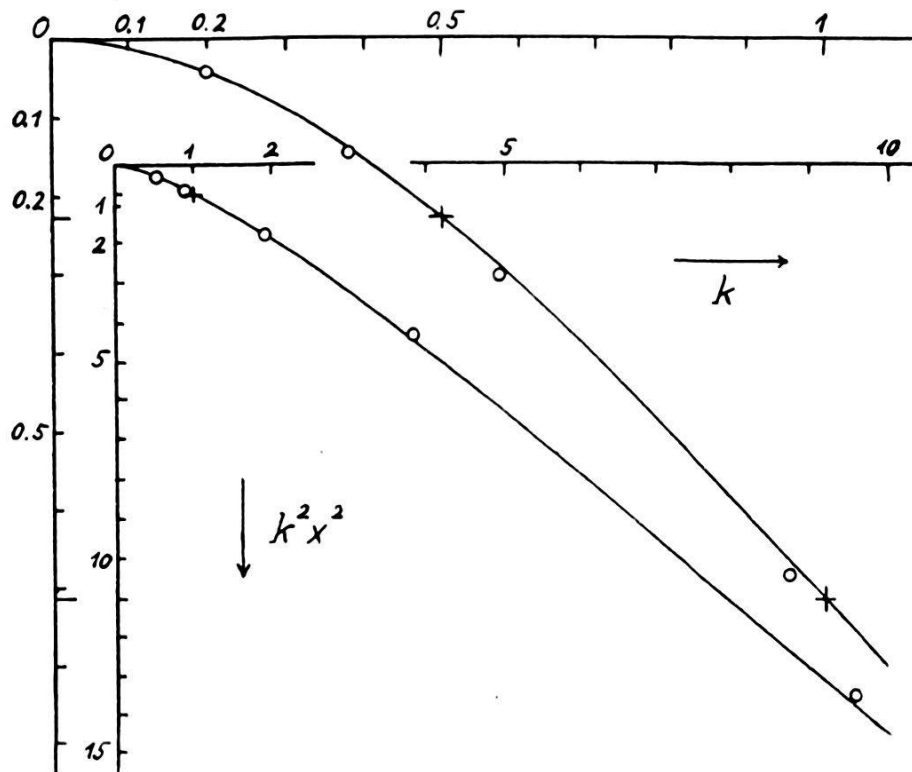


Fig. 6.

aus Fig. 6 der entsprechende Wert $(k x)^2$ entnommen und in (19) eingesetzt. Dann ist

$$I_C = I_{C=0} (1 - \sigma) \quad (20)$$

der durch C verkleinerte Ausschlag.

Umgekehrt kann man die bei verschiedenen C gemessenen σ nach (17) und (19) auf k und $k^2 x^2$ reduzieren und in Fig. 6 eintragen. Dies ist gemacht worden für das

Beispiel: $KF(1)$, $e_0 = 45 \sqrt{2}$, $I_{C=0} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ A}$, $\omega = 2 \pi \cdot 50$,
 $E = 10,5 \text{ V}$.

Die gemessenen Werte sind durch Kreise gekennzeichnet. Die Übereinstimmung ist vollkommen.

Über das asymptotische Verhalten von (18) sei noch folgendes bemerkt:

$$k (\ll 1) \longrightarrow 0 : x \longrightarrow 1, \quad \sigma \approx \left(\frac{\omega CR}{2} \right)^2 \quad (21a)$$

$$k (\gg 1) \longrightarrow \infty : \frac{kx^2}{2} \longrightarrow 1, \quad \sigma \approx 2k \cdot \left(\frac{E}{2e_0} \right)^2 = \frac{\nu CE}{\bar{e}/2R}. \quad (21b)$$

Der letztere Grenzfall $k \gg 1$ liegt vor, wenn die Sperrzeit $t_B - t_A$ für den Ablauf des Ausgleichsvorganges bei weitem nicht ausreicht. Dann geht pro Periode praktisch die ganze für die Aufladung von C auf die Spannung E nötige Ladung verloren, wie (21b) zeigt.

Es sei ausdrücklich bemerkt, dass I_C in (20) einen direkt gemessenen Wert, nicht einen gemäss $\Delta I = 0$ oder anderswie bestimmten $I_{\text{kor}}^{\text{r}}$ -Wert bedeutet. Ist P angeschlossen, so sind in bezug auf den Ausgleichsvorgang R und P parallel geschaltet. Dieser verläuft daher rascher, die Erniedrigung σ_P ist kleiner als die oben abgeleitete σ_∞ , diejenige des extrapolierten Wertes folglich grösser (bei $P = R$ bis doppelt so gross). Eine Erörterung der verschiedenen möglichen Fehlerkombinationen würde zu weit führen. C ist im allgemeinen von der Grössenordnung $100 \mu\mu F$; die bei Niederfrequenz zu erwartenden Fehler sind daher belanglos. (Im obigen Beispiel bewirken $2000 \mu\mu F$ ($k = 0,38$) 1% Erniedrigung.) Bei Mittelfrequenz tut man aber gut, anhand der gegebenen Formeln oder durch Zuschalten einer Kapazität von ungefähr der gleichen Grösse wie C sich Rechenschaft über die Grösse der möglichen Fehler zu geben.

Für kleines E und grösseres ν kommt man leicht in das Gebiet $k > 1$. Aus (21b) folgt dann unmittelbar, dass E , mit andern Worten die Sperrzeit des Gleichrichters nicht grösser als gerade nötig gewählt werden soll. Jedenfalls verdient ein Gleichrichter nach Fig. 1 mit Ableittröhre für die negative Halbwelle gegenüber einem einfachen, die letztere sperrenden Ventil den Vorzug.

Zu C gehört, wenn Punkt F geerdet wird, die Kapazität aller mit M (Fig. 1) metallisch verbundenen Teile des Gleichrichters, sowie ein Teil der verteilten Kapazität von R und P gegen Erde, oder, wenn ein mit F verbundenes Gehäuse vorhanden ist, gegen das letztere. Das Gehäuse wirkt, wenn hierdurch C wesentlich erhöht wird, eher schädlich. Beim Arbeiten mit dem ungeschützten Gleichrichter A erwies sich die Erdung von F bei Niederfrequenz als überflüssig, bei Mittelfrequenz als ratsam.

5. Isolationsfehler.

Eine Ableitung parallel zum Gleichrichter ist bei Anwendung des $\Delta I = 0$ -Verfahrens ganz unschädlich, denn dieses besteht ja gerade im Einregulieren auf Unabhängigkeit des Ausschlages vom „Isolationswiderstand“ P .

Die Leitfähigkeit in der Sperrichtung, ob es sich nun um Haupt- oder Nebenröhre handle, bewirkt eine schädliche, durch das $\Delta I = 0$ -Verfahren keineswegs eliminierbare Erniedrigung des Messstromes. Treibende Spannung ist hierbei E , ein weiterer Grund, die Nebenröhre beizubehalten und E tunlichst klein zu wählen.

Abhängigkeit des Messstromes von ΔE_2 deutet auf Isolationsfehler der Röhren oder auf das Vorhandensein von Schaltkapazität.

6. Fehler des Messwiderstandes R .

Ein guter Widerstand der Grössenordnung $10^5 \Omega$ hat im allgemeinen einen kleinen, proportional mit der Frequenz wachsenden, durch eine konzentrierte Parallelkapazität K darstellbaren Fehlwinkel $\varphi = \omega K R$. Die Erniedrigung des Gleichstromwiderstandes um $\frac{1}{2} (\omega K R)^2$ ist wohl meist zu vernachlässigen. Auf die Kurvenform wird in erster Näherung kein schädlicher Einfluss ausgeübt, weil die n -te Harmonische um den Bruchteil $\varphi_n \approx \operatorname{tg} \varphi_n = \omega_n \cdot K R = n \cdot \omega_1 K R$ (bezogen auf die Oberwellenperiode T/n) phasenverschoben ist. Die gesamte Kurve wird daher gleichsam als Ganzes verschoben. Trotzdem ist bei der Wahl von R eine gewisse Vorsicht am Platz. Es gibt nämlich Widerstände, deren Abnahme mit der Frequenz sehr viel grösser ist als die aus dem Fehlwinkel berechnete Erniedrigung $\frac{1}{2} \varphi^2$.

7. Über die Grösse von ΔE_1 beim $\Delta I = 0$ -Verfahren.

Der Verlauf von ΔE_1 in Funktion der Betriebsbedingungen ist naturgemäss sehr kompliziert. Wir erwähnen nur folgende ganz plausible Messergebnisse: Für eine bestimmte Kurvenform ist E_1 sehr angenähert Funktion von \bar{i} allein. Ferner: Für gleiche Ströme \bar{i} sind $\Delta E_1(KF(1))$ und $\Delta E_1(KF(3))$ etwas verschieden, in dem Sinn, dass der Schwerpunkt des ausgenutzten Teiles der Kennlinie bei $KF(3)$ etwas gegen kleinere Ströme hin verschoben erscheint.

8. Über eine Fehlerquelle bei Messung des Strommittelwertes durch Kompensation gegen Gleichstrom.

Mit Mikroamperemetern ist keine höhere Genauigkeit als $1 \div 2\text{‰}$ erreichbar. Für die Praxis dürfte dies im allgemeinen genügen. Die hohe Genauigkeit der vorstehend beschriebenen Methode wird aber auf diese Weise nicht ausgenützt. Man kann, wie in einer bereits erwähnten Notiz¹⁾ ausgeführt ist, das Galvanometer durch einen mit Rücksicht auf den schädlichen Einfluss (Formeln (9) und (12)) nicht zu grossen Messwiderstand ersetzen und den daran entstehenden pulsierenden Gleichspannungsabfall an einem Kompensationsapparat mit trägem Nullinstrument messen. Hierbei ist folgendes zu beachten.

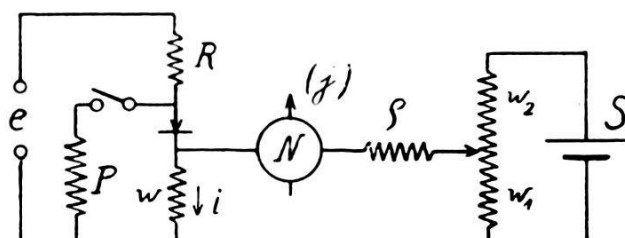


Fig. 7.

Fig. 7 zeigt das Schema der Kompensation von \bar{e} gegen S unter Weglassung der hier nebensächlichen Schaltglieder V_2 , ΔE_2 und ΔE_1 . Während der Arbeitshalbperiode fließen durch N in der angegebenen Pfeilrichtung

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{j_e} &= w \cdot i \cdot \frac{1}{\varrho + \frac{1}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}} + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{P} + \frac{1}{w}}} \\ \overleftarrow{j_s} &= S \cdot \frac{w_1}{w_1 + w_2} \cdot \frac{1}{\varrho + \frac{1}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}} + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{P} + \frac{1}{w}}} \end{aligned} \right\} \left(0 < t < \frac{T}{2} \right).$$

Während der Sperrzeit von V_1 fließen

$$\overleftarrow{j_e'} = 0, \quad \overleftarrow{j_s'} = S \cdot \frac{w_1}{w_1 + w_2} \cdot \frac{1}{\varrho + \frac{1}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}} + w} \left(\frac{T}{2} < t < T \right).$$

¹⁾ H. P. A. I, 293, 1928.

Also auch auf den Kompensationsstrom j wird eine gewisse Ventilwirkung ausgeübt. Abgleichung bedeutet:

$$\int_0^{\frac{T}{2}} \overrightarrow{j_e} dt = \int_0^{\frac{T}{2}} \overleftarrow{j_s} dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \overleftarrow{j_{s'}} dt,$$

was mit der früheren Definition $\bar{i} \cdot R = {}_P \bar{e}_g$ nach leichter Rechnung zu

$${}_P \bar{e}_g \cdot \frac{w}{R} = 2 S \cdot \frac{w_1}{w_1 + w_2} [1 - \delta_P] \quad (22)$$

mit

$$\delta_P = \frac{1}{2} \frac{w}{\varrho} \cdot \frac{w}{R} \cdot \left(1 + \frac{R}{P}\right) \frac{1}{1 + \frac{w}{R} \left(1 + \frac{R}{P}\right)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{w}{\varrho} \left(1 + \frac{1}{w} \cdot \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}\right)} \quad (23)$$

führt. Am Teiler (w_1, w_2) wird also (relativ gemessen) eine um δ_P zu hohe Spannung abgegriffen. Der Fehler δ_P ist 1. Ordnung in

$$\frac{w}{R} \left(1 + \frac{R}{P}\right) !$$

Beim $\Delta I = 0$ -Verfahren soll die Abgleichung beim Anschluss von P erhalten bleiben, das heisst: Es wird nach (22)

$$\frac{{}_P \bar{e}_g}{1 - \delta_P} = \frac{{}_\infty \bar{e}_g}{1 - \delta_\infty} \quad (24)$$

gemacht. Unter Vernachlässigung der Glieder 2. Ordnung $\left(\frac{w}{R}\right)^2$ in (23) und $\left(\frac{r}{R}\right)^2$ in (3) bzw. (8a) folgert man aus (22), (23), (24) und (3) leicht

$$\bar{e} \cdot \frac{w}{R} = 2 S \cdot \frac{w_1}{w_1 + w_2}.$$

In dieser Näherung heben sich also die Fehler δ_∞ und δ_P heraus; der $\bar{e}_{g\text{korrt}}$ -Wert bedarf keiner Korrektur. Für die Einzelmessung \bar{e}_g hingegen gilt dies gemäss (22) *nicht*. Daran ist zu denken, wenn der Gewinn an Empfindlichkeit nicht durch die Erhöhung der Fehler der Methode illusorisch gemacht werden soll. δ ist ganz zu vernachlässigen, wenn die Verhältnisse $\left(\frac{w}{R}\right)$ und $\left(\frac{w}{\varrho}\right)$ unter 0,02 gehalten werden.

Anhang: Gleichrichtung mit Röhren mit gestreckter Kennlinie.

Die Idee dieses Verfahrens ist in der Einleitung bzw. in H. P. A. I, 293 skizziert.

Die Aussuchung der fraglichen Kennlinie erfolgt zweckmässig derart, dass man den Gitterwiderstand einen Zweig einer Wheatstoneschen Brücke darstellen lässt. Ein geradliniges, in seiner Verlängerung durch den Ursprung des (i, e) -Koordinatensystems gehendes Stück der Kennlinie erkennt man daran, dass die Abgleichung der Brücke von der an ihr liegenden Gleichspannung in einem gewissen Bereich unabhängig ist. Von einer Gruppe von 10 Röhren RE 16 erwiesen sich die Hälfte als geeignet. Die charakteristischen Daten einer solchen Röhre sind l. c. S. 295

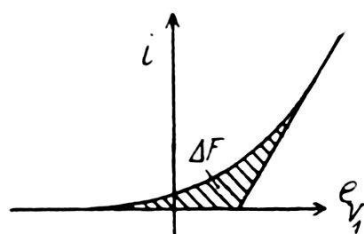


Fig. 8.

angegeben. Bei einer andern Röhre erstreckt sich der geradlinige Teil von 0,01 bis 0,35 mA.

Man misst

$$I_g = \frac{\bar{e}_g}{2(R+r)} = \frac{\bar{e}}{2(R+r)} \left(1 + \Delta F \cdot \frac{4(R+r)}{\bar{e}^2 \cdot \pi^2} \right).$$

Hierin bedeuten R wie bisher den Vorwiderstand, r den Röhrenwiderstand, \bar{e} den gesuchten Spannungsmittelwert, I_g den gemessenen Strom, das Zusatzglied in der Klammer den durch die Abrundung der Kennlinie am untern Ende (s. Fig. 8) bedingten relativen Fehler und ΔF die in Fig. 8 schraffierte Fläche, ausgedrückt in Watt. Dieser Abrundungsfehler erreicht für Spannungen über 50 V bei keiner der Röhren 1‰ und ist übrigens leicht in Rechnung zu setzen.

r lässt sich bei den benutzten Röhren aus der Kennlinie auf 100 Ω genau entnehmen. Diese Unsicherheit ist gegenüber den Vorwiderständen R im Betrage von $2 \div 5 \cdot 10^5 \Omega$ ziemlich belanglos, desgleichen die Unsicherheit von 0,02 V in der Vorspannung V_0 (s. l. c. S. 295). Misslicher ist die starke Abhängigkeit von r von der Heizstromstärke. 1% Änderung der letzteren gibt bei $R = 2 \cdot 10^5 \Omega$ Änderungen von I_g , die für die verschie-

denen Röhren zwischen $\frac{1}{3}\%$ und 1% liegen. Bei höherem R ist der Einfluss entsprechend kleiner. Immerhin dürfte dies die für die Praxis wesentlichste Fehlerquelle sein. Eine zeitweilige Neuaufnahme der Kennlinie ist empfehlenswert.

Für die durch mangelhafte Isolation in der Sperrichtung sowie durch die Gleichrichterkapazität bedingten Fehler gilt das im Hauptteil Gesagte. Jedoch ist, im Gegensatz zu den Verhältnissen beim $\Delta I = 0$ -Verfahren, eine Ableitung zwischen M und F (vergl. Fig. 1) durchaus schädlich.

Zusammenfassend darf man sagen, dass bei einiger Sorgfalt nach dem Verfahren der gestreckten Charakteristiken oberhalb 50 V eine Genauigkeit von 2‰ , oberhalb 100 V eine solche von 1 bis 2‰ erreicht werden kann.

Zusammenfassung.

Bei den Messungen des arithmetischen Mittelwertes einer niederfrequenten Wechselspannung mit elektrischem Gleichrichter und Vorwiderstand muss der schädliche Spannungsabfall am Gleichrichter in Rechnung gesetzt oder eliminiert werden.

Auf ersterem Wege erreicht man unter Anwendung besonderer Röhren eine für technische Zwecke ausreichende Genauigkeit von $\leq 2\text{‰}$.

Einfacher und zudem genauer arbeitet ein den zweiten Weg beschreitendes Verfahren, dessen Merkmal ein variabler Widerstand parallel zum Gleichrichter ist. Mit gewöhnlichen modernen Radioröhren ist oberhalb 50 V eine Genauigkeit von 1‰ leicht erreichbar.

Bern, Eidg. Amt für Mass und Gewicht.
