

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 3 (1930)
Heft: I

Artikel: Die Schwungradschaltung der Antenne
Autor: Lüthy, W.P.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-109797>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 20.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die Schwungradschaltung der Antenne

von W. P. Lüthy, Basel.

(21. I. 30.)

Inhalt. Die Abstimmung einer Antenne mit parallelgeschalteter Selbstinduktion und Kapazität bewirkt eine Doppelwelligkeit, indem Antenne und Abstimmittel ein gekoppeltes System bilden. Die dabei auftretenden Kopplungserscheinungen werden theoretisch und experimentell untersucht.

Einleitung.

1. Problemstellung.

Zur Abstimmung von Hochantennen werden Kondensatoren und Selbstinduktionsspulen verwendet, die in der Art in die Antenne eingeschaltet werden, wie dies aus den Figuren 1—4 ersichtlich ist.

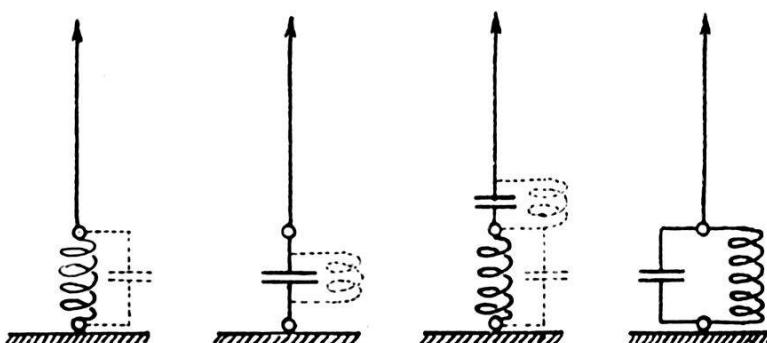


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Jede Selbstinduktionsspule besitzt aber auch Kapazität, die Spulenkapazität, und ebenso haftet jedem Kondensator ein kleiner Anteil an Selbstinduktion an, was in den Figuren punktiert angedeutet ist.

Für praktische Zwecke können diese unerwünschten Kapazitäten und Selbstinduktionen durch geeignete Konstruktionsweise auf ein solches Minimum reduziert werden, dass sie zur rechnerischen Ermittlung der Eigenwelle des Antennensystems ausser Betracht fallen. Es gilt dann für die Bestimmung der durch Antennensebstinduktion, Antennenkapazität und der Selbstinduk-

tion und Kapazität der Abstimmittel bedingte Eigenwelle des Systems die Thomson'sche Formel des elektrischen Schwingungskreises:

$$\lambda = 2 \pi \sqrt{L \cdot C} \quad \text{respektive} \quad \lambda = 2 \pi \sqrt{(L_A + L_K) \frac{C_A \cdot C_K}{C_A + C_K}}$$

welche ohne weiteres auf die Schaltungsweisen 1, 2 und 3 angewendet werden kann, und wobei L_A und C_A die wirksame Selbstinduktion und Kapazität der Antenne für die betreffende Schwingungszahl und L_K und C_K Selbstinduktion und Kapazität der Abstimmittel bedeuten. Für den Fall, dass Spulenkapazität und Selbstinduktion des Kondensators nicht zu vernachlässigen sind, gehen die Schaltungsweisen 1 und 2 in die Anordnung 4 über, welche den Namen Schwungradschaltung der Antenne führt und besonders zu Empfangszwecken häufig angewendet wird.

Für die *Schwungradschaltung* lässt sich die Wellenlänge des Systems nicht mehr mit Hilfe der angegebenen Formel bestimmen. Ferner zeigt sich dabei, dass zwei Resonanzstellen auftreten, die allerdings meist sehr weit auseinander liegen. Es liegt nahe, in dieser Schaltung ein Kopplungsproblem zu sehen, und es ist der Zweck der vorliegenden Arbeit, diese Antennenschaltung sowohl experimentell als auch theoretisch zu untersuchen.

2. Historisches.

Die Schwungradschaltung der Antenne ist schon seit den ersten Anfängen der drahtlosen Telegraphie bekannt. Nachdem HEINRICH HERTZ im Jahre 1888 durch seine grundlegenden Experimente den Nachweis des Vorhandenseins der elektromagnetischen Wellen erbracht hatte, wurden seine Versuche überall wiederholt, und es wurde versucht, dieselben zu erweitern. Die wichtigste Verbesserung, die in den darauffolgenden Jahren, den neunziger Jahren des letzten Jahrhunderts, das junge Wissenschaftsbereicherte, war die Erkenntnis des Vorteiles abgestimmter Kreise. In einem leider etwas zu spät veröffentlichten Aufsatz berichtet OUDIN¹⁾ über seine Versuche mit hochfrequenten Wechselströmen, die er im Jahre 1892 begann, und bei denen er den Einfluss der Resonanz auf die Erhöhung der Spannung an seinem Transformator konstatierte. OUDIN verwendete eine Anordnung ähnlich derjenigen, die von d'ARSONVAL²⁾ angegeben worden ist,

¹⁾ OUDIN, Comptes rendus de l'Académie des sciences, 6. Juni 1898.

²⁾ A. TURPAIN, Les applications pratiques des ondes électriques. Paris 1902.

und wie sie aus Fig. 5 ersichtlich ist. Die Arbeit wurde am 6. Juni 1898 publiziert, zu einer Zeit, da die Anwendung abgestimmter Kreise in der drahtlosen Telegraphie gerade aufkam; denn am 14. Oktober 1898 hat Prof. FERDINAND BRAUN¹⁾ eine Schaltungs-

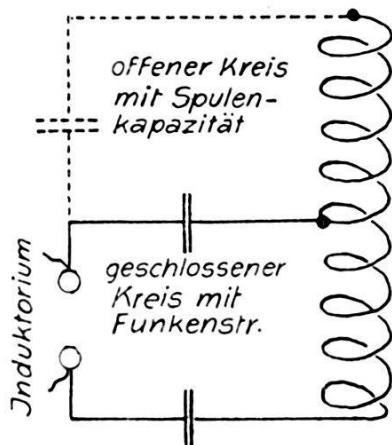


Fig. 5.

weise des Luftleiters zum Patente angemeldet, dessen Wortlaut der folgende ist:

Die die Wellen aussendende Luftleitung ist entweder unmittelbar oder unter Vermittlung eines Transformators an einen, eine Leydenerflasche und eine Funkenstrecke enthaltenden Schwingungskreis angeschlossen, um mittels dieser Anordnung grössere Energiemengen in Wirkung zu bringen.

In seinem Buche „Telegraphie durch Wasser und Luft“ hat BRAUN²⁾ die auf Grund seines Patentanspruches möglichen Varianten angegeben. Ebenso sind Erläuterungen zu seinem Patente in der Elektrotechnischen Zeitschrift³⁾ enthalten, sodass die Erfindung des Schwungradkreises durch BRAUN in das Jahr 1898 verlegt werden müsste, nicht wie bei FELDHAUS und FITZE⁴⁾ ins Jahr 1901.

Nun ist aber bereits am 18. August 1898 eine Abhandlung von M. TIETZ⁵⁾, dem damaligen Assistenten bei SLABY, erschienen über „Die Abstimmung bei der Funkentelegraphie ohne Fritter“, in welcher Arbeit die Schwungradschaltung beschrieben wird. TIETZ hat bei seinen Versuchen mit dieser Schaltung keine Doppel-

¹⁾ F. BRAUN, Patentschrift vom 14. Oktober 1898. — F. BRAUN, Patentanspruch, E. T. Z., S. 165. 1901.

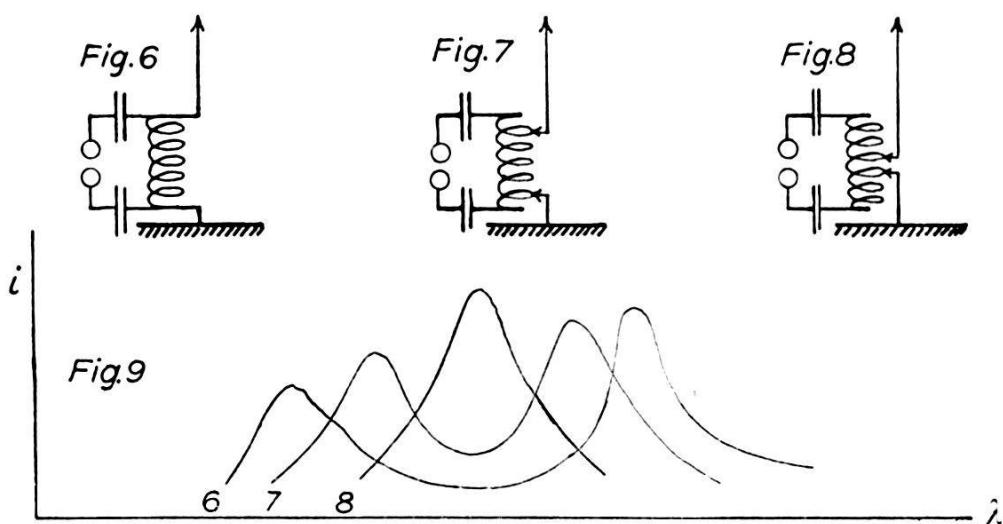
²⁾ F. BRAUN, „Drahtl. Tg. durch Wasser und Luft“. Leipzig 1901.

³⁾ F. BRAUN, E. T. Z., S. 258 u. 469. 1901.

⁴⁾ FELDHAUS und FITZE, „Geschichtszahlen der drahtlosen Telegraphie“. Berlin 1925.

⁵⁾ M. TIETZ, E. T. Z., S. 562. 1898.

welligkeit beobachtet, obschon bei den angegebenen Messungen in einem Diagramm eine zweite Resonanzstelle andeutungsweise vorhanden ist. Die Untersuchungen von TIETZ wurden durch SLABY¹⁾ weitergeführt, indem dieser mit verschiedenen grossen Selbstinduktionen im Schwungradkreise operierte, ebenfalls ohne die Doppelwelligkeit des Systems nachzuweisen. Erst die Untersuchungen von Graf ARCO²⁾, „Über ein neues Verfahren zur Abstimmung funkentelegraphischer Stationen mit Hilfe des Multiplikators“, zeigten mit aller Deutlichkeit das Auftreten von zwei Resonanzstellen. Die verwendete Schaltungsweise des Luftleiters geht aus den Figuren 6—8 hervor, und die zu jeder Schaltweise gefundene



Resonanzkurve, Fig. 9, zeigt verschieden weitest Auseinanderliegen der Maximumstellen.

Graf ARCO deutete die Doppelwelligkeit als dadurch bedingt, dass die Schwingungen zwei Wege haben, um von der Antenne in die Erde zu gelangen. Einerseits durch die Spule und anderseits durch den Kondensator. Für die Schaltung Fig. 8 nimmt er dann an, dass der Weg auf beide Arten gleich sei, sodass nur eine Schwingung resultiere, wie dies die entsprechende Kurve in Fig. 9 zeigt. Wäre diese Annahme aber richtig, so müssten, bei weiterer Verminderung der Windungszahl zwischen Antenne und Erde, die Maxima wieder auseinanderwandern, was aber durch das Experiment nicht bestätigt wird. Wahrscheinlicher scheint die Erklärung von DÖNITZ³⁾, welcher die Doppelwellen als von

¹⁾ A. SLABY, E. T. Z., S. 38, 1901, und E. T. Z., S. 165 u. 245, 1902.

²⁾ GRAF ARCO, E. T. Z., S. 6, 1903.

³⁾ DÖNITZ, E. T. Z., S. 920, 1903.

starker Kopplung herrührend betrachtet. Auf diese Weise erklärt sich der Fall der erwähnten Kurve damit, dass die Kopplung zwischen den wirksamen Kreisen bereits so gering ist, dass keine sichtbare Aufspaltung der Resonanzkurve mehr stattfindet.

Wie nun die Entwicklung dieser Antennenschaltung gezeigt hat, ist es nicht unberechtigt, wenn dieselbe als Slaby-Arco-System bezeichnet wird. Diejenigen Autoren, welche die Erfindung des Schwungradkreises OUDIN oder BRAUN zuschreiben, haben die erwähnte Arbeit von M. TIETZ übersehen.

3. Methode der Wellenlängenmessung.

Bei den folgenden Untersuchungen diente zur Messung der Wellenlängen ein selbstgebauter Resonanzwellenmesser mit auswechselbaren Spulen und variabler Kapazität. Als Resonanzanzeiger wurde eine kleine Glühlampe in den Resonanzkreis eingeschaltet. Ausserdem kann dieser Wellenmesser mit Detektor und Galvanometer oder Telephon, wie auch mit Summererregung, verwendet werden und wurde für diesen Gebrauch gesondert geëicht. Die Eichung geschah mit dem Normalwellenmesser des hiesigen Institutes.

Da die Eicheinrichtung für Wellenlängen im besonderen zu diesem Zwecke hergerichtet wurde, und da sie in ihrer Art neu ist, soll sie hier beschrieben werden. — Ein Wellenmesser, Type KGW 2 der Firma Telefunken, wurde in entgegenkommender Weise vom Eidgenössischen Amt für Mass und Gewicht einer Neueichung unterzogen. Diese erwies sich als so präzis, dass die Wellenlängen bis auf ein Promille abgelesen werden dürfen, und es verlohrte sich wohl, mit Hilfe dieses Normalinstrumentes eine Eicheinrichtung aufzustellen, die in ihrer Anordnung unverändert bleibt, und auf die man sich bei allen Wellenlängenmessungen beziehen kann. Als Schwingungserzeuger für diese Eicheinrichtung baute ich einen kleinen Sender in Huth-Kühn-Schaltung, da sich diese Senderschaltung als besonders reinwellig erwiesen hat und da die verwendeten Röhren in dieser Schaltung noch bis zu der Wellenlänge von 60 m schwingen.

Wie aus Figur 10 ersichtlich ist, wird der Sender direkt aus dem 220 Volt-Gleichstromnetz gespiesen unter Vorschaltung einer passenden Kohlenfaden-Glühlampe -W- für den Heizstrom der zwei Senderröhren. Die einzige nötige Batterie ist eine Trockenbatterie von $4\frac{1}{2}$ Volt für das Gitterpotential. — Der Sender

ist in einem Kasten untergebracht, welcher mit geerdeten Stanniolstreifen vollkommen abgeschirmt ist. Ebenso sind die Stromzuleitungen abgeschirmt, so dass für den Fall, dass keine Kopplungsspulen angebracht werden, die Senderanordnung gar nicht streut, was mittels eines aperiodischen Kreises mit Detektor und Galvanometer geprüft wurde. Die Kopplungsspulen, es sind deren zwei, stehen freitragend 30 cm vom Sender ab. Die eine dient zur Kopplung mit dem erwähnten Normalwellenmesser, die zweite zur Eichung eines Schwingungskreises. Für diesen zu messenden Kreis wird als Resonanzanzeiger ein aperiodischer Kreis mit Detektor und Galvanometer unter losester Kopplung verwendet. Die Kopplung zwischen Sender und Normalwellenmesser wird so

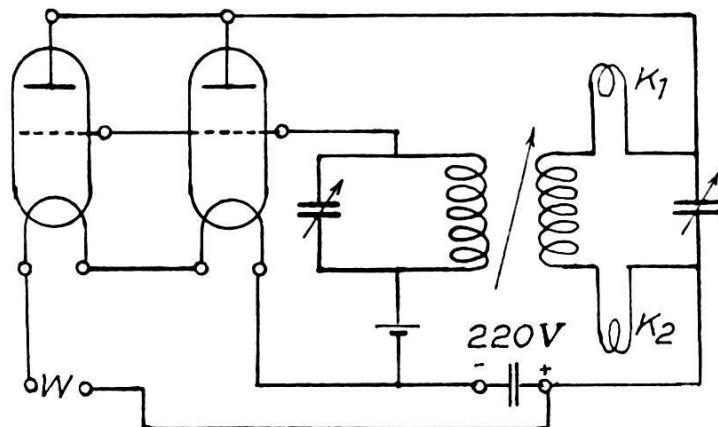


Fig. 10. Schwingungserzeuger zum Wellenmesser.

gewählt, dass am Resonanzanzeiger des Wellenmessers, einem Wattmeter, immer derselbe Ausschlag entsteht, da der Widerstand eines solchen Wattmeters mit der Belastung variiert und eine Widerstandsänderung im Wellenmesserkreise eine Änderung der Wellenlänge verursacht. Der Sender hat auswechselbare Spulen und schwingt in dem Bereiche der Wellenmessereichung, von 60 m an aufwärts, mit unbedeutenden Änderungen der Schwingungsenergie. Die folgenden Messungen machten es aber auch erforderlich, kleinere Wellenlängen messen zu können. Zu diesem Zwecke erweiterte ich die Eichung des selbstgebauten Wellenmessers mit Hilfe von Oberwellen. — Der Nachweis der Oberwellen gelingt an einem Sender mit unabgestimmtem Gitterkreis, wenn man in den unverzweigten Teil des Anodenkreises eine Spule einschaltet. An dieser Spule können außer der Grundwelle eine Anzahl Oberwellen nachgewiesen werden. Durch feste Kopplung zwischen Gitter und Anodenkreis wird die Entstehung derselben noch begünstigt. Es konnten mit dieser Anordnung in jedem Falle mindestens vier Oberwellen festgestellt werden, und wenn die

Grundwelle bekannt ist, so lässt sich mit Hilfe der Oberwellen die Wellenskala erweitern. Auf diese Weise wurde der Wellenmesser im Anschluss an das Normal bis zu einer Wellenlänge von 40 m geeicht.

4. Die Methode der Strommessung.

Zur Aufnahme von Resonanzkurven war es bei der vorliegenden Arbeit erforderlich, kleine Stromstärken hochfrequenter Wechselströme messen zu können, denn zur Abstimmung von elektrischen Kreisen waren in fast allen Fällen Resonanzkurven aufgenommen worden, was einzig und allein eine genaue Ermittlung des Scheitelpunktes der Kurve, also der Resonanzstelle,

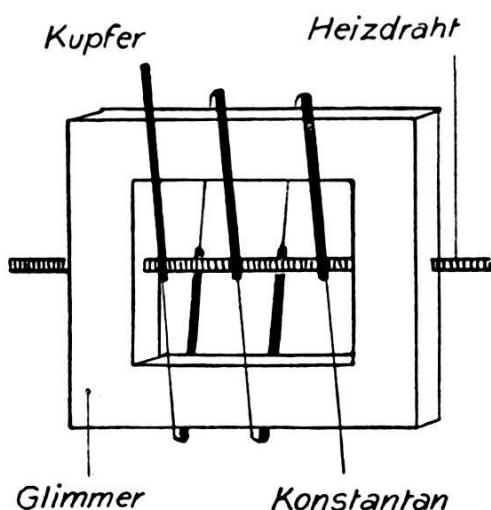


Fig. 12.

gestattet und uns zudem über die Dämpfungsverhältnisse in den betreffenden Schwingungskreisen Aufschluss gibt.

Die Messinstrumente die uns zu diesem Zwecke zur Verfügung stehen haben aber alle gewisse Nachteile. Die Hitzdraht-Zeigerinstrumente, wie sie z. B. von HARTMANN und BRAUN gebaut werden, haben einen mit der Belastung des Instrumentes variablen Widerstand (bei einem sehr empfindlichen Instrument betrug die Zunahme des Widerstandes 25% bei Vollausschlag gegenüber kleinster Belastung.) — Die Dynamometer haben eine zu grosse Selbstinduktion (PAPALEXI¹) 5000 cm). Die Schwierigkeiten, die Messungen mit Thermokreuzen mitbringen, sind zur Genüge bekannt, und zudem haben diese, sowie das Instrument von VOEGE oder Messungen mit Detektor und Galvanometer oder mit der Elektronenröhre den Nachteil, dass das Galvanometer mitsamt

¹) N. PAPALEXI, Ann. d. Phys. 14, S. 756, 1904.

seinen Zuleitungen in leitender Verbindung mit dem Schwingungskreis sein muss, was kapazitive Nebenschlüsse verursachen kann, die eine Messung beträchtlich fälschen, wenn nicht gar verunmöglichen. Um diesen Übelständen zu begegnen konstruierte ich auf Anregung von Hrn. Prof. ZICKENDRAHT Thermoinstrumente, ähnlich demjenigen, das von GERLACH²⁾ beschrieben worden ist. Im Prinzip sind diese dadurch gekennzeichnet, dass ein Heizdraht, durch den der Messtrom geschickt wird, auf eine Thermosäule wirkt, ohne mit dieser in leitender Verbindung zu stehen. Die

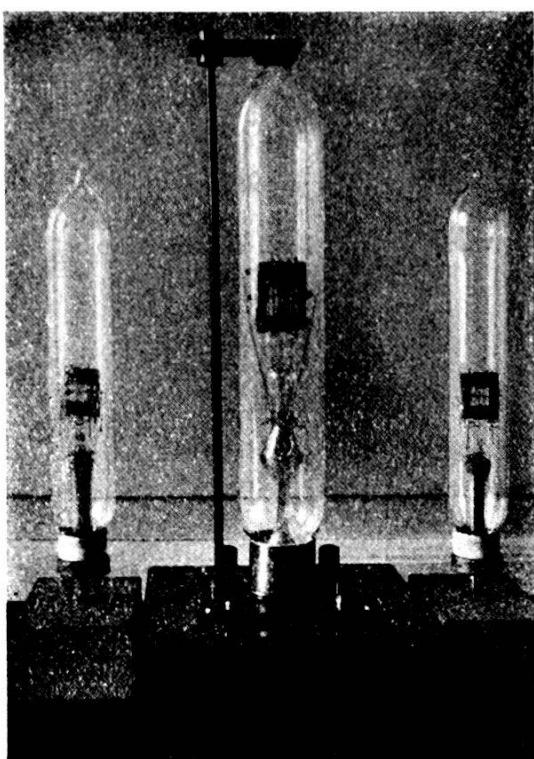


Fig. 13.

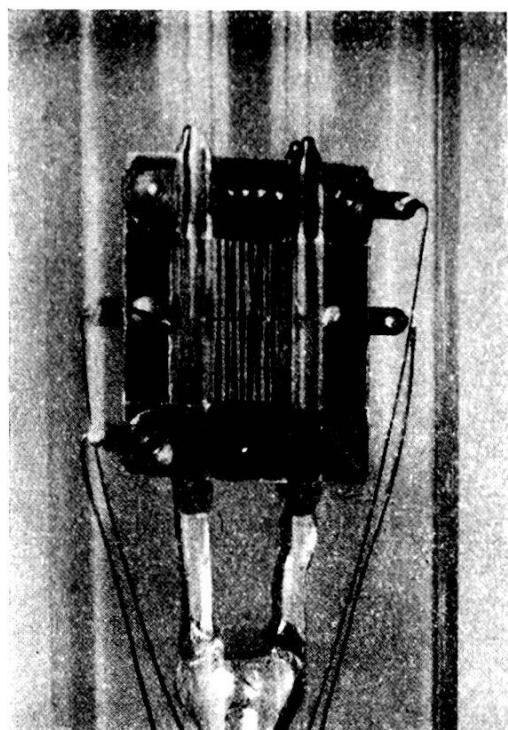


Fig. 14.

Bauart der Instrumente geht aus Fig. 12 und aus den beiden obenstehenden Lichtbildern hervor. Je nach Bedarf verfertigte ich mir solche mit 10, 30, 60 und 120 Lötstellen, die sich zu den Messungen alle gut bewährt haben. Dank der Verwendung sehr feiner Drähte, die auf die Dicke von 0,01 mm ausgewählt wurden und aus denen die Thermokette mit Silber zusammengelötet wurde, gelang es in Verbindung mit einem Galvanometer von der Empfindlichkeit von $2,7 \cdot 10^{-9}$, einen Wattverbrauch von nur $3,5 \cdot 10^{-4}$ für 100 Skalenteile zu erreichen. (Vergl. GÜNTHER-SCHULZE, Handb. der Phys. Bd. 16, 1927.)

²⁾ W. GERLACH, Ann. d. Phys. **36**, S. 611, 1912. — W. GERLACH, Phys. Zeitschr. **13**, S. 589, 1912.

Experimentelle und theoretische Untersuchung der Schwungradschaltung.

5. Nachweis der Doppelwelligkeit an einer in Schwungradschaltung abgestimmten Antenne.

Im folgenden soll über die Versuche berichtet werden, die zum Nachweis der Kopplungswellen an einer in Schwungradschaltung abgestimmten Antenne dienten.

Die Antenne, eine doppeldrähtige Antenne von ca. 10 Meter Höhe, hatte eine Eigenwellenlänge von 141,4 Metern, deren Bestimmung nach zwei Methoden geschah. Erstens wurde die Antenne in Marconischaltung mittels eines Induktors erregt und bei verschiedener Funkenlänge der eingeschalteten Funkenstrecke die Wellenlänge bestimmt, was durch einen Wellenmesser geschah,

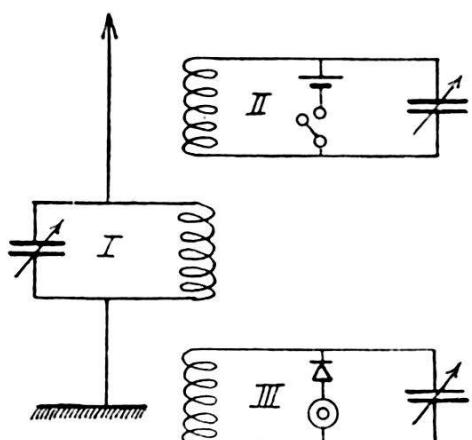


Fig. 15.

der nur in der Nähe der Antenne aufgestellt zu werden brauchte, um an seinem Resonanzanzeiger, einem Wattmeter, einen Ausschlag anzugeben. Anderseits wurde in die Antenne eine Kopplungsspule von zwei Windungen und von bekannter Selbstinduktion eingeschaltet und die Antenne induktiv durch einen Summer erregt. Auf diese Weise wurde die Eigenwelle der Antenne unter Zugrundlegung der Antennenkapazität bestimmt.

Die Methoden zur Messung der wirksamen Kapazität und Selbstinduktion von Antennen werden später noch diskutiert werden. Die wirksame Kapazität der Antenne wurde bestimmt zu 399 cm, und für die wirksame Selbstinduktion wurden 19939 cm gefunden.

In diese Antenne nun, deren Konstanten, soweit sie uns vorläufig interessieren, bekannt sind, wurde ein Schwingungskreis am Fusspunkt der Antenne eingeschaltet. Der Kreis bestand aus einem Drehkondensator, dessen Kapazität von 78 cm bis

1404 cm variiert werden konnte und aus einer Selbstinduktionsspule von 5 Windungen mit einem Durchmesser von 157 mm. Aus der folgenden Tabelle (Kolonne 2) sind die Werte der Kapazität und aus Kolonne 3 die Wellenlängen des Schwingungskreises, bestehend aus dieser Kapazität und der Spule von 5 Windungen, ersichtlich. Aus diesen 18 Messwerten berechnet sich der Selbstinduktionskoeffizient der Spule zu 10537 cm.

Zum Nachweis der Doppelwelligkeit des Systems wurde die Spule des Schwungradkreises mit zwei weiteren Kreisen möglichst lose gekoppelt, was in Figur 15 dargestellt ist. Kreis II dient als Erregerkreis, indem er selbst durch einen Summer erregt wird. Kreis III stellt den Wellenmesserkreis mit Detektor und Telefon, oder Detektor und Galvanometer, dar. Für jede beliebige Abstimmung des Kreises I lassen sich immer zwei Resonanzstellen finden, auf die bei Veränderung des Erregerkreises II der Wellenmesserkreis III anspricht. Die Wellenlängen für diese zwei Resonanzstellen sind in Kolonne 4 und 5 eingetragen. — Der Fall gleicher Abstimmung der Kreise, die in der Schwungradschaltung der Antenne als gekoppelt zu betrachten sind, wird in den Resultaten der Messung keineswegs ersichtlich. Es soll aber auch absichtlich nicht hervorgehoben werden, weil das Problem allgemein

Skalenteile am Kondensator	Kapazität in cm	Wellenlänge Kreis I	Kopplungswellen	
			1	2
00	78,3	58,7 m	74,6 m	181,2 m
10	110,1	70,0 „	76,3 „	183,1 „
20	185,6	87,8 „	80,2 „	186,3 „
30	262,8	103,9 „	85,3 „	190,0 „
40	339,4	119,6 „	91,0 „	194,3 „
50	417,7	133,5 „	96,0 „	200,2 „
60	494,3	145,0 „	103,4 „	205,2 „
70	571,7	157,0 „	108,6 „	211,0 „
80	650,4	169,5 „	111,5 „	216,1 „
90	730,4	177,9 „	113,8 m	221,8 m
100	809,4	186,9 „	115,3 „	227,7 „
110	884,0	196,1 „	116,3 „	231,9 „
120	963,3	204,8 „	118,6 „	236,5 „
130	1039,6	212,8 „	121,3 „	242,0 „
140	1113,0	219,4 „	123,3 „	248,6 „
150	1190,6	227,1 „	125,5 „	252,4 „
160	1268,7	234,7 „	127,3 „	258,1 „
170	1341,5	240,7 „	129,8 „	263,2 „
180	1404,7	245,4 „	131,4 „	265,3 „

behandelt wird und da dieser Spezialfall nur für Messzwecke¹⁾ besondere Bedeutung hat, während ungleiche Abstimmung der Kreise viel häufiger vorkommt und man sich in der Empfangstechnik damit begnügt, eine Resonanzstelle empirisch zu finden, ohne sich darüber Rechenschaft zu geben, ob auf der kleineren oder grösseren Kopplungswelle empfangen wird.

6. Ursache der Doppelwelligkeit bei der Schwungradschaltung.

Aus der Messreihe der Doppelwellen in der obigen Tabelle geht nun deutlich hervor, dass die erwähnte Erklärung der zwei Resonanzstellen durch Graf ARCO nicht zutreffen kann. Ähnliche Vorstellungen zur Erklärung der Doppelwelligkeit finden wir auch an andern Orten, so bei GÖRNEMANN²⁾, der die Schwungradschaltung als eine Kombination zwischen einem verlängerten und einem verkürzten Antennensystem auffasst. Wäre diese Ansicht richtig, so müsste bei einer Veränderung der Kapazität des Schwungrad-

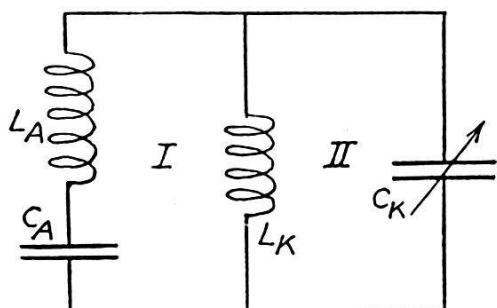


Fig. 16.

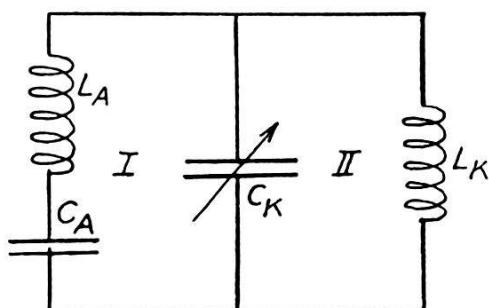


Fig. 17.

kreises und bei Konstanthaltung der Selbstinduktion die eine Resonanzstelle unverändert bleiben, die Wellenlängen, die in Kolonne 5 stehen, müssten alle gleich sein, statt dessen zeigt sich aber ein deutlicher kontinuierlicher Gang. Es bleibt also die Annahme, dass es sich bei dem vorliegenden Problem um ein gekoppeltes System handelt.

Denken wir uns die Selbstinduktion und Kapazität lokalisiert, was dadurch geschieht, dass wir wirksame Selbstinduktion und Kapazität einführen, so lehrt uns die Erfahrung, dass unter diesen Umständen die Kirchhoff-Thomsonsche Fundamentalgleichung gilt und dass wir mit wirksamer Selbstinduktion und Kapazität der Antenne operieren können, wie mit der Selbstinduktion und Kapazität im geschlossenen Schwingungskreise. Unter diesen Annahmen liegt ein Kopplungsproblem vor, wie es Fig. 16 und Fig. 17 darstellen.

¹⁾ H. BEHNKEN, „Eine Methode zur Messung der wirksamen Kapazität von Antennen“. Phys. Zeitschr. **14**, S. 430, 1913.

²⁾ M. GÖRNEMANN, Diss. Halle 1909.

Dabei bedeuten wieder L_A und C_A Antennenselbstinduktion und Antennenkapazität, L_K und C_K die Selbstinduktion und Kapazität des Schwingungskreises. Wie aus den beiden Zeichnungen ersichtlich ist, kann die Anordnung sowohl als induktiv, wie auch als kapazitiv gekoppeltes System betrachtet werden.—

Die Literatur¹⁾ über gekoppelte elektrische Kreise ist ausserordentlich mannigfaltig und trotzdem fehlt eine spezielle Behandlung der Kopplungserscheinungen für die Schwungradschaltung. — Nun scheint es mir notwendig bei der Behandlung der Kopplungsvorgänge in elektrischen Kreisen eine Unterscheidung zu machen zwischen den Anordnungen, bei welchen zwischen den gekoppelten Kreisen eine direkte Berührung stattfindet und den Fällen, in denen die Kreise nur magnetische oder elektrische Kraftlinien gemeinsam haben, ohne in galvanischer Verbindung zu stehen. Diese Unterscheidung wird deshalb nötig, weil zwischen den erwähnten Kopplungsmöglichkeiten wirklich prinzipielle Unterschiede bestehen und weil durch die Angaben in der Literatur die Kopplungsvorgänge vielfach verschieden bezeichnet werden. Dementsprechend wäre es vorteilhafter nur von induktiver oder kapazitiver Kopplung zu sprechen, wenn keine galvanische Verbindung zwischen den gekoppelten Kreisen besteht, währenddem alle andern Fälle allgemein als elektrische Schwingungssysteme mit mehreren Freiheitsgraden bezeichnet werden können.

7. Mathematische Behandlung der Kopplungsvorgänge.

Im folgenden seien die Formeln für gekoppelte elektrische Schwingungskreise angeführt, wie sie sich aus den zitierten Arbeiten ergeben haben, und deren Anwendbarkeit an einem Beispiel gezeigt werden soll.²⁾

Sind zwei elektrische Schwingungskreise von beliebiger Abstimmung miteinander gekoppelt, und haben sie nur magnetische Kraftlinien gemein, so sind die zyklischen Schwingungszahlen der Kopplungsschwingungen, b und d , bestimmt durch die Schwingungs-

¹⁾ BJERKNES, Wiedem. Ann. d. Phys., **44**, S. 75, 1891. — BJERKNES, Wiedem. Ann. d. Phys., **55**, S. 121, 1895. — M. WIEN, Wiedem. Ann. d. Phys. **61**, S. 151, 1897. — M. WIEN, Ann. d. Phys. **8**, S. 686, 1902. — M. WIEN, Wiedem. Ann. d. Phys. **28**, S. 625, 1908. — M. WIEN, Ann. d. Phys. **25**, S. 627, 1908. — P. DRUDE, Ann. d. Phys. **13**, S. 512, 1904. — C. FISCHER, Ann. d. Phys. **19**, S. 182, 1906. — J. KAISER, Phys. Zeitschr. **10**, S. 886, 1909. — A. KALÄHNE, Jahrb. d. drahtl. Tg. **4**, S. 375, 1910. — K. ULLER, Ztschr. f. Phys. **8**, S. 89 u. 193, 1921—1922. — PALMER UND FORSHAW, The Journal of the Institution of electrical engineers 334/895, 1923.

²⁾ DRUDE-KÖNIG, „Physik des Äthers“, II. Aufl., S. 475 (daselbst Literatur).

zahlen der Kreise vor ihrer Kopplung, ν_1 und ν_2 , und durch den Kopplungskoeffizienten k . Der Kopplungskoeffizient wird definiert durch

$$k^2 = \frac{L_{12}^2}{L_1 \cdot L_2} \quad \text{oder allgemeiner} \quad k^2 = \frac{L_{12} \cdot L_{21}}{L_1 \cdot L_2}$$

wobei L_{12} den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion darstellt, einer Grösse, die durch die räumliche Lage der Kreise und durch den Feldlinienverlauf zwischen denselben bedingt ist, sich aber nicht in einfacher Weise daraus ermitteln lässt.

Kopplungsgleichungen für induktive Kopplung unter Vernachlässigung der Dämpfung²⁾:

$$b^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2(1-k^2)} - \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4(1-k^2)^2} - \frac{\nu_1^2 \nu_2^2}{1-k^2}}$$

$$d^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2(1-k^2)} + \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{2(1-k^2)^2} - \frac{\nu_1^2 \nu_2^2}{1-k^2}}$$

$$\frac{\nu_1^2 + \nu_2^2 - 2k\nu_1\nu_2\sqrt{1 + \frac{(\nu_1^2 - \nu_2^2)^2}{4k^2\nu_1^2\nu_2^2}}}{2(1-k^2)}$$

Sind die zwei Kreise vor ihrer Kopplung auf die gleiche Wellenlänge abgestimmt, so ist

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu$$

und die Gleichungen vereinfachen sich zu

$$b^2 = \frac{\nu^2}{1+k} \quad d^2 = \frac{\nu^2}{1-k}.$$

Haben die beiden Kreise nur elektrische Feldlinien gemeinsam, und sind sie von beliebiger Abstimmung, so gelten die Kopplungsgleichungen für kapazitive Kopplung:

$$b^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} - \sqrt{\frac{(\nu_1^2 - \nu_2^2)^2}{4} - (1-k^2)\nu_1^2\nu_2^2}$$

$$\frac{\nu_1^2 + \nu_2^2 - 2k\nu_1\nu_2\sqrt{1 + \frac{(\nu_1^2 - \nu_2^2)^2}{4k^2\nu_1^2\nu_2^2}}}{2}$$

²⁾ Vgl. DRUDE-KÖNIG, S. 475.

$$d^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} + \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4} - (1 - k^2) \nu_1^2 \nu_2^2} \\ = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2 + 2k\nu_1\nu_2\sqrt{1 + \frac{(\nu_1^2 - \nu_2^2)^2}{4k^2\nu_1^2\nu_2^2}}}{2}.$$

Sind die Kreise vor der Kopplung auf die gleiche Welle abgestimmt, so wird :

$$b^2 = \nu^2 (1 - k) \quad d^2 = \nu^2 (1 + k).$$

Bei den praktisch vorkommenden Fällen der Kopplung zweier Kreise, ist zwar nie reine induktive oder kapazitive Kopplung allein vorhanden, denn durch die Annäherung zweier Spulen wird auch eine kapazitive Kopplung bewirkt und ebenso wirkt bei der kapazitiven Kopplung induktive mit. Für alle praktischen Fälle genügt indes die Genauigkeit der obigen Formeln, was aus den folgenden Beispielen ersichtlich wird. Immerhin seien der Vollständigkeit halber die Gleichungen für den Fall gemischter induktiver und kapazitiver Kopplung angegeben. Die vorkommenden Kopplungskoeffizienten sind für induktive Kopplung K und für kapazitive Kopplung k . Diese Gleichungen gehen aus einer analogen Ableitung, wie diejenigen für kapazitive und induktive Kopplung hervor.¹⁾ Sie lauten :

$$b^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2 - \frac{kK\nu_1}{\sqrt{C_1L_2}} - \frac{kK\nu_2}{\sqrt{C_2L_1}}}{2(1-K^2)} \\ - \sqrt{\frac{\left(\nu_1^2 + \nu_2^2 - \frac{kK\nu_1}{\sqrt{C_1L_2}} - \frac{kK\nu_2}{\sqrt{C_2L_1}}\right)^2}{4(1-K^2)^2} - \frac{\nu_1^2 \nu_2^2 (1-k^2)}{1-K^2}}$$

$$d^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2 - \frac{kK\nu_1}{\sqrt{C_1L_2}} - \frac{kK\nu_2}{\sqrt{C_2L_1}}}{2(1-K^2)} \\ + \sqrt{\frac{\left(\nu_1^2 + \nu_2^2 - \frac{kK\nu_1}{\sqrt{C_1L_2}} - \frac{kK\nu_2}{\sqrt{C_2L_1}}\right)^2}{4(1-K^2)^2} - \frac{\nu_1^2 \nu_2^2 (1-k^2)}{1-K^2}}.$$

Beweis für die Anwendbarkeit der abgeleiteten Gleichungen²⁾. Zur Bestätigung der obigen Kopplungsgleichungen wurde ein Beispiel, induktiver Kopplung experimentell behandelt. Zwei

¹⁾ DRUDE-KÜNIG, II, S. 483.

²⁾ Vgl. REIN-WIRZ, Radiotelegraphisches Praktikum, S. 148–150.

möglichst identische Kreise wurden induktiv miteinander gekoppelt. Die Kreise bestanden aus zwei Drehkondensatoren und zwei Selbstinduktionsspulen von je 5 Windungen mit einem Durchmesser von 157 mm.

Die Werte der Selbstinduktionen wurden nach bekannten Methoden ermittelt und ergaben :

$$L_1 = 11075 \text{ cm} \quad L_2 = 10666 \text{ cm}$$

Dann wurden die beiden Kreise mit Hilfe der Drehkondensatoren auf die gleiche Welle abgestimmt und aus den entstehenden Kopplungswellen die Werte der gegenseitigen Induktion und die Kopplungskoeffizienten bestimmt.

Unter Zugrundelegung der nunmehr bekannten Werte der Selbstinduktionen, der Kapazitäten und der Kopplungs-Koeffizienten können die entstehenden Kopplungswellen für beliebige Abstimmung der Kreise und für beliebige Kopplungsdistanz berechnet werden. Sind die Kreise beispielsweise auf die gleiche Welle $\lambda_0 = 463$ m abgestimmt und wird die Kopplungsdistanz variiert, so ergibt Experiment und Berechnung die übereinstimmenden Kopplungswellen, die in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind :

Kopplungs-Distanz	Gemessen λ_1	Berechnet λ_1	Gemessen λ_2	Berechnet λ_2
20 cm	465 m	464 m	463 m	461 m
15 „	469 „	467 „	462 „	460 „
10 „	477 „	475 „	454 „	451 „
8 „	483 „	480 „	447 „	446 „
6 „	489 „	487 „	439 „	438 „
4 „	502 „	499 „	424 „	424 „
3 „	511 „	509 „	411 „	412 „
2 „	524 „	520 „	393 „	397 „
1 „	544 „	539 „	370 „	371 „

Die Abweichung der gemessenen und berechneten Werte beträgt im Maximum ca. 1%, womit die Anwendbarkeit der angegebenen Kopplungsgleichungen erwiesen ist.

8. Elektrische Schwingungssysteme mit mehreren Freiheitsgraden.

Die oben angeführten Formeln könnten zur Bestimmung der Kopplungswellen bei der Schwungradschaltung der Antenne angewendet werden, wenn der Kopplungskoeffizient bekannt wäre. Ferner dürften sowohl die Gleichungen für induktive Kopplung,

als auch diejenigen für kapazitive Kopplung angewendet werden, je nach der Art, wie man sich die Kreise zusammengesetzt denkt. Für beide Kopplungsarten aber ist der Kopplungskoeffizient mit den Abstimmitteln der Antenne veränderlich. Durch Variation der Selbstinduktion und Kapazität des Schwungradkreises ist seine Änderung bedingt. Die folgenden mathematischen Betrachtungen ergeben für elektrische Schwingungssysteme mit mehreren Freiheitsgraden auch Kopplungswellen, wie die obigen Formeln, die Grösse des Kopplungskoeffizienten geht aber aus den Rechnungen in der Weise hervor, dass derselbe durch die Elemente der Kreise selbst ausgedrückt wird. — Es wäre naheliegend gewesen die Lösungen der Differentialgleichungen anders darzustellen, als dies in der Folge geschieht, ich habe sie aber absichtlich in derselben Form dargestellt, wie diejenigen für rein induktive oder kapazitive

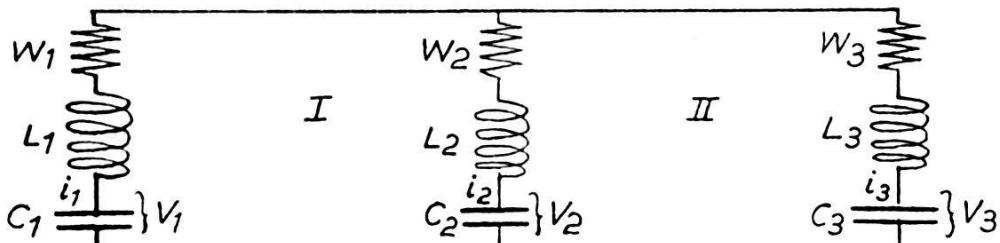


Fig. 18.

Kopplung um dadurch Vergleiche mit den bekannten Kopplungsformeln anstellen zu können.

Der allgemeinste Fall eines elektrischen Schwingungssystems mit mehreren Freiheitsgraden ist der eines Kettenleiters, dessen einzelne Glieder alle Selbstinduktion, Kapazität und Widerstand besitzen. Die Ableitung der Schwingungsgleichungen für diesen Fall wäre aber viel zu kompliziert und selbst für ein System bestehend aus zwei zusammengesetzten Kreisen, wie es Figur 18 darstellt, führt die mathematische Behandlung zu zwei identischen Differentialgleichungen sechster Ordnung, deren Lösung, obwohl sehr umständlich, doch möglich ist. Dieses System stellt eine Anordnung dar, welche einem kapazitiv, induktiv und durch Widerstand gekoppelten System entspricht, wobei aber auch der Kopplungskoeffizient durch die Grössen der Abstimmittel und der Widerstände ausgedrückt wird.

Die hier zur Behandlung kommenden Beispiele sind Spezialfälle dieses allgemeinsten zweikreisigen Systems. Sie gehen aus demselben hervor, wenn Widerstand und Selbstinduktion des mittleren Zweiges, des Brückenzweiges zu Null werden, oder aber wenn die Kapazität im Brückenzweige unendlich gross wird.

1. Beispiel.

Es sollen die Kopplungswellen für eine Anordnung bestimmt werden, wie sie in Figur 19 dargestellt ist.

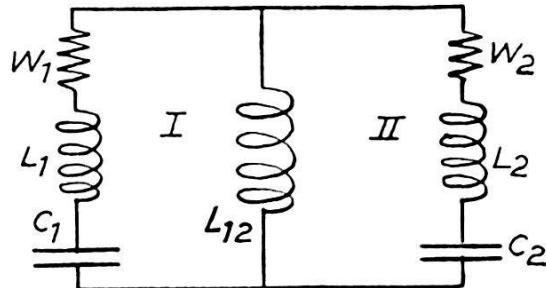


Fig. 19.

Sind die beiden Kreise nicht miteinander verbunden, sodass der eine aus L_1 , L_{12} und C_1 und der andere aus L_2 , L_{12} und C_2 besteht, so ergeben sich für die zyklischen Schwingungszahlen der beiden Kreise:

$$\nu_1^2 = \frac{1}{(L_1 + L_{12}) C_1} - \delta_1^2 \quad \nu_2^2 = \frac{1}{(L_2 + L_{12}) C_2} - \delta_2^2. \quad (1)$$

Bezeichnen wir ferner die Spannung an den Enden des Kondensators C_1 mit V_1 und diejenige über C_2 mit V_2 , so lautet das Ohm'sche Gesetz für

Kreis 1:

$$i_1 w_1 = -(L_1 + L_{12}) \frac{d i_1}{dt} + V_1 \quad i_2 w_2 = -(L_2 + L_{12}) \frac{d i_2}{dt} + V_2 \quad (2)$$

Kreis 2:

zwischen Strom und Spannung besteht die Beziehung:

$$i_1 = -C_1 \frac{d V_1}{dt} \quad i_2 = -C_2 \frac{d V_2}{dt}. \quad (3)$$

Nun seien die Kreise wieder in der Weise miteinander verbunden, wie dies Figur 19 darstellt. Wird dann der Kreis 1 von aussen durch einen elektrischen Impuls erregt, so fliesse in ihm ein Strom i_1 und unter dessen Einfluss im Kreise 2 ein Strom i_2 . Sowohl i_1 als auch i_2 erzeugen an den Enden der Selbstinduktion L_{12} eine gegenelektromotorische Kraft. Die beiden Gleichungen (2) des Ohm'schen Gesetzes nehmen die folgende Form an, indem in jedem Kreise an den Enden von L_{12} eine gegenelektromotorische Kraft, herrührend vom Strom im anderen Kreise auftritt.

Kreis 1:

$$i_1 w_1 = -(L_1 + L_{12}) \frac{d i_1}{dt} + V_1 + L_{12} \frac{d i_2}{dt}$$

Kreis 2:

$$i_2 w_2 = -(L_2 + L_{12}) \frac{d i_2}{dt} + V_2 + L_{12} \frac{d i_1}{dt}. \quad (4)$$

Diese beiden Gleichungen unterscheiden sich von den Gleichungen (2) nur durch das Störungsglied $L_{12} \cdot \frac{d i_2}{dt}$ resp. $L_{12} \cdot \frac{d i_1}{dt}$. Um eine Gleichung nur in i_1 zu erhalten, differenziert man die zweite Gleichung zweimal nach t , setzt darin für $\frac{d V_1}{dt}$ und für $\frac{d V_2}{dt}$ die Werte ein, welche sich aus den Gleichungen (3) ergeben und für $\frac{d i_2}{dt}$ den Wert, der sich aus der ersten der Gleichungen (4) errechnet.

Ebenso verfährt man mit der ersten Gleichung von (4), um eine Gleichung in i_2 zu erhalten. Durch diese Umrechnung ergeben sich zwei identische Differenzialgleichungen vierter Ordnung in i_1 und i_2 von der Form:

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 i_1}{dt^4} (L_1 L_2 + L_1 L_{12} + L_2 L_{12}) + \frac{d^3 i_1}{dt^3} (w_1 (L_2 + L_{12}) + w_2 (L_1 + L_{12})) \\ & + \frac{d^2 i_1}{dt^2} \left(\frac{L_2 + L_{12}}{C_1} + \frac{L_1 + L_{12}}{C_2} + w_1 w_2 \right) \\ & + \frac{d i_1}{dt} \left(\frac{w_2}{C_1} + \frac{w_1}{C_2} \right) + \frac{i_1}{C_1 C_2} = 0 \\ & \frac{d^4 i_2}{dt^4} (L_1 L_2 + L_1 L_{12} + L_2 L_{12}) + \frac{d^3 i_2}{dt^3} (w_1 (L_2 + L_{12}) + w_2 (L_1 + L_{12})) \\ & + \frac{d^2 i_2}{dt^2} \left(\frac{L_2 + L_{12}}{C_1} + \frac{L_1 + L_{12}}{C_2} + w_1 w_2 \right) \\ & + \frac{d i_2}{dt} \left(\frac{w_2}{C_1} + \frac{w_1}{C_2} \right) + \frac{i_2}{C_1 C_2} = 0. \end{aligned}$$

Setzt man für $i_1 = A e^{xt}$ und für $i_2 = B e^{xt}$, so gehen dieselben über in zwei biquadratische Gleichungen von der Form:

$$\begin{aligned} & x^4 + x^3 \cdot \frac{w_1 (L_2 + L_{12}) + w_2 (L_1 + L_{12})}{L_1 L_2 + L_1 L_{12} + L_2 L_{12}} \\ & + x^2 \cdot \frac{\frac{L_2 + L_{12}}{C_1} + \frac{L_1 + L_{12}}{C_2} + w_1 w_2}{L_1 L_{12} + L_1 L_2 + L_2 L_{12}} \\ & + x \cdot \frac{\frac{w_2}{C_1} + \frac{w_1}{C_2}}{L_1 L_2 L + L_1 L_{12} + L_2 L_{12}} + \frac{\frac{1}{C_1 \cdot C_2}}{L_1 L_2 + L_1 L_{12} + L_2 L_{12}} = 0. \end{aligned}$$

Diese Gleichung hat 4 Wurzeln. Diejenigen Fälle, in denen die Vorgänge in den beiden Kreisen des zu behandelnden Systems aperiodisch verlaufen, interessieren uns hier nicht, denn in Wirklichkeit sind für praktische Fälle die Dämpfungskonstanten immer so gering, dass ausschliesslich periodische Vorgänge entstehen. Dann müssen die 4 Wurzeln komplex sein und zwar je zwei konjugiert komplex. Setzen wir also für

$$\begin{aligned}x_1 &= a + ib & x_3 &= c + id \\x_2 &= a - ib & x_4 &= c - id\end{aligned}$$

und bildet man aus diesen Wurzeln in bekannter Weise die Koeffizienten der biquadratischen Gleichung, so ergeben sich zur Bestimmung der Werte von a, b, c, d die folgenden 4 Gleichungen:

$$\begin{aligned}-2(a+c) &= \frac{w_1(L_2 + L_{12}) + w_2(L_1 + L_{12})}{L_1 L_{12} + L_2 L_{12} + L_1 L_2} \\a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 4ac &= \frac{\frac{L_2 + L_{12}}{C_1} + \frac{L_1 + L_{12}}{C_2} + w_1 w_2}{L_1 L_{12} + L_2 L_{12} + L_1 L_2} \\-2(a(c^2 + d^2) + c(a^2 + b^2)) &= \frac{\frac{w_1}{C_2} + \frac{w_2}{C_1}}{L_1 L_{12} + L_2 L_{12} + L_1 L_2} \\(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) &= \frac{1}{L_1 L_{12} + L_2 L_{12} + L_1 L_2}.\end{aligned}$$

Nun setzt man die Werte ν_1 und ν_2 (Gleichungen (1)) und die Dämpfungswerte für die Kreise, bevor sie miteinander verbunden waren, in die obigen Gleichungen ein:

$$\delta_1 = \frac{w_1}{2(L_1 + L_{12})} \quad \delta_2 = \frac{w_2}{2(L_2 + L_{12})}.$$

Zur Bestimmung der zyklischen Schwingungszahlen b und d setzen wir die Dämpfungskonstanten δ_1 und δ_2 gleich Null. Ebenso die denselben entsprechenden Konstanten a und c . Diese Vernachlässigung von δ_1 und δ_2 gibt uns sehr angenäherte Werte der Schwingungszahlen, wenn wir berücksichtigen, dass die Dämpfungskonstanten im allgemeinen sehr klein sind, so dass sie die Schwingungszahlen nur sehr unbedeutend zu beeinflussen vermögen. Setzen wir ferner für

$$1 - \frac{L_{12}^2}{(L_1 + L_{12})(L_2 + L_{12})} = 1 - k^2$$

so erhalten wir für die Schwingungszahlen die folgenden Werte:

$$b^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2(1-k^2)} - \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4(1-k^2)^2} - \frac{\nu_1^2 \nu_2^2}{1-k^2}}$$

$$d^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2(1-k^2)} + \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4(1-k^2)^2} - \frac{\nu_1^2 \nu_2^2}{1-k^2}}.$$

Wie behauptet worden war, werden die Kopplungsschwingungen durch dieselben Formeln ausgedrückt, wie bei rein induktiver Koppelung. Der Kopplungskoeffizient aber ist durch die Abstimmittel des Systems definiert.

2. Beispiel.

Zur Bestimmung der Schwingungen, die in einem System mit kapazitiver Kopplung, von der Zusammensetzung, wie es

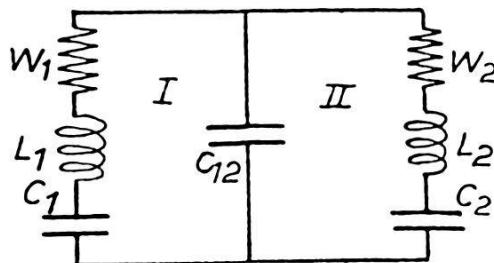


Fig. 20.

Figur 20 zeigt, möglich sind, wird in analoger Weise verfahren, wie beim vorigen Beispiel.

Bevor die Kreise miteinander verbunden waren, soll Kreis 1 aus $L_1 C_1 C_{12}$ bestanden haben, und Kreis 2 aus $L_2 C_2 C_{12}$. Die Eigenschwingungen der beiden Kreise vor ihrer Verbindung waren also:

$$\nu_1^2 = \frac{1}{L_1 \cdot \frac{C_1 C_{12}}{C_1 + C_{12}}} - \delta_1^2 \quad \text{und} \quad \nu_2^2 = \frac{1}{L_2 \cdot \frac{C_2 C_{12}}{C_2 + C_{12}}} - \delta_2^2.$$

Nun werde das System in gleicher Weise wie bei Beispiel 1 erregt. Jeder Kreis erzeugt an den Enden des Kondensators C_{12} eine Spannung, die jeweils für den anderen Kreis als äussere elektromotorische Kraft wirkt. Wendet man wieder auf die beiden Kreise das Ohm'sche Gesetz an, so lautet dasselbe für Kreis 1:

$$L_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + w_1 \frac{di_1}{dt} + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{12}} \right) i_1 - \frac{i_2}{C_{12}} = 0$$

und für Kreis 2:

$$L_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + w_2 \frac{di_2}{dt} + \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{12}} \right) i_2 - \frac{i_1}{C_{12}} = 0.$$

Eine analoge Umrechnung wie bei Beispiel 1 führt zu den Lösungen:

$$b^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} - \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4} - (1 - k^2) \nu_1^2 \nu_2^2}$$

$$d^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} + \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4} - (1 - k^2) \nu_1^2 \nu_2^2}$$

wobei $k^2 = \frac{C_1 \cdot C_2}{(C_1 + C_{12})(C_2 + C_{12})}$.

3. Beispiel.

Dieses System stellt die Schwungradschaltung dar, unter der Annahme, dass induktive Kopplung vorliege. Die Schwingungs-

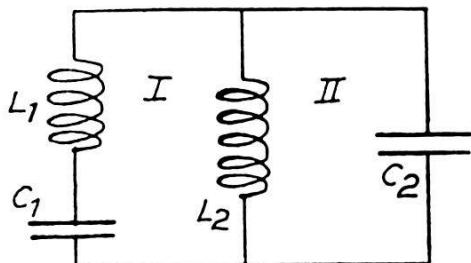


Fig. 21.

zahlen der beiden Kreise waren vor ihrer Kopplung

$$\nu_1^2 = \frac{1}{(L_1 + L_2) C_1} \quad \nu_2^2 = \frac{1}{L_2 C_2}.$$

Wendet man wieder das Ohmsche Gesetz an, so lauten die Gleichungen für

Kreis 1:

$$w_1 \frac{di_1}{dt} + (L_1 + L_2) \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{i_1}{C_1} - L_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} = 0.$$

Kreis 2:

$$w_2 \frac{di_2}{dt} + L_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \frac{i_2}{C_2} - L_2 \frac{d^2 i_1}{dt^2} = 0.$$

Eine gleiche Umrechnung wie in Beispiel 1 führt zu den Lösungen:

$$b^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2(1-k^2)} - \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4(1-k^2)^2} - \frac{\nu_1^2 \nu_2^2}{1-k^2}}$$

$$d^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2(1-k^2)} + \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4(1-k^2)^2} - \frac{\nu_1^2 \nu_2^2}{1-k^2}}$$

$$\text{wobei } 1-k^2 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \quad \text{und} \quad k^2 = \frac{L_2}{L_1 + L_2}.$$

Dieselben Gleichungen, dieselben Schwingungszahlen und derselbe Kopplungskoeffizient ergibt sich aus dem Beispiel 1, wenn die Selbstinduktion L_2 daselbst gleich Null gesetzt wird und wenn für L_{12} im ersten Beispiel dieselbe Bezeichnung gewählt wird wie für L_2 im zweiten Beispiel induktiver Kopplung.

Dadurch wird die Behauptung bestätigt, dass sich die Spezialfälle, welche hier als Beispiele untersucht werden, aus dem allgemeinsten Schwingungssystem mit mehreren Freiheitsgraden ableiten lassen, wenn einzelne Selbstinduktionen oder Widerstände zu Null werden, oder aber, wenn einzelne Kapazitäten unendlich gross werden.

4. Beispiel.

Diese Schaltung entspricht der Schwungradschaltung, wenn diese als kapazitiv gekoppeltes System aufgefasst wird, wie dies

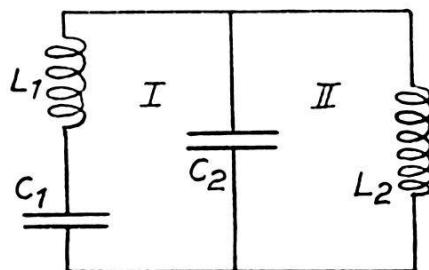


Fig. 22.

Figur 22 zeigt. Die Schwingungszahlen der beiden Kreise vor ihrer Kopplung waren:

$$\nu_1^2 = \frac{C_1 + C_2}{L_1 C_1 C_2} \quad \nu_2^2 = \frac{1}{L_2 C_2}.$$

Die Gleichungen für die beiden Kreise lauten:

Kreis 1:

$$L_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + w_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{(C_1 + C_2)}{C_1 C_2} - \frac{i_2}{C_2} = 0.$$

Kreis 2:

$$L_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + w_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{i_2}{C_2} - \frac{i_1}{C_2} = 0 .$$

Aus einer analogen Umformung, wie in den vorigen Beispielen, errechnet sich ebenfalls eine biquadratische Gleichung und unter Vernachlässigung der Dämpfung ergeben sich die Kopplungsschwingungen zu:

$$b^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} - \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4} - (1 - k^2) \nu_1^2 \nu_2^2}$$

$$d^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} + \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4} - (1 - k^2) \nu_1^2 \nu_2^2}$$

$$\text{wobei } 1 - k^2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \text{ und } k_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} .$$

Dieses gleiche Resultat muss sich aus der Rechnung des Beispiels 2 ergeben, für den Fall, dass daselbst die Kapazität C_2 unendlich gross wird, wenn hernach der gleichen Bezeichnung wegen $C_{12} = C_2$ gesetzt wird.

Wie eine einfache Umrechnung ergibt, gehen diese beiden Beispiele unter diesen Bedingungen in ein und dasselbe über.

Nun muss aber auch gezeigt werden, dass die beiden Beispiele 3 und 4 dieselben Resultate für die Kopplungsschwingungen liefern. Dies scheint, abgesehen von der zeichnerischen Darstellung, nicht sehr plausibel, denn wir sind gewöhnt von induktiver Kopplung zu wissen, dass bei dieser die langsamere Schwingung weniger stark beeinflusst wird als die schnelle, und umgekehrt, bei der kapazitiven Kopplung wird die schnelle Schwingung weniger stark geändert, während die langsamere Schwingung noch mehr verlangsamt wird. Aus diesem Grunde scheint es unwahrscheinlich, dass ein und dasselbe System sowohl als induktiv gekoppelt, wie auch als kapazitiv gekoppeltes System aufgefasst werden könne. Dass dem aber trotzdem so ist, geht aus den nachfolgenden Umrechnungen hervor. Der scheinbare Widerspruch in den abgeleiteten Formeln erklärt sich dadurch, dass der Kopplungskoeffizient variabel sein kann und dass die Schwingungszahlen der Kreise vor ihrer Kopplung in den Beispielen 3 und 4 verschieden sind.

Zum Nachweis der Übereinstimmung der Schlussformeln der Beispiele 3 und 4 seien die Werte von v_1^2 , v_2^2 und k^2 eingesetzt. Die aus den beiden Beispielen hervorgehenden Gleichungen zur Bestimmung der Kopplungsschwingungen sind dann identisch und lauten:

$$b^2 = \frac{C_1 L_1 + C_1 L_2 + C_2 L_2 - \sqrt{(C_1 L_1 + C_1 L_2 + C_2 L_2)^2 - 4 C_1 C_2 L_1 L_2}}{2 C_1 C_2 L_1 L_2}$$

$$d^2 = \frac{C_1 L_1 + C_1 L_2 + C_2 L_2 + \sqrt{(C_1 L_1 + C_1 L_2 + C_2 L_2)^2 - 4 C_1 C_2 L_1 L_2}}{2 C_1 C_2 L_1 L_2}$$

9. Berechnung der Kopplungswellen für das Beispiel der experimentell bestimmten Kopplungswellen (Seite 48).

Mit Hilfe der im vorigen Abschnitt abgeleiteten Formeln können die Kopplungswellen für alle beliebigen Kombinationen von Selbstinduktion und Kapazität der Antenne und des eingeschalteten Kreises berechnet werden.

Für die beschriebene Antenne in Schwungradschaltung, deren Kopplungswellen experimentell bestimmt worden sind, wurde eine Berechnung der Kopplungswellen durchgeführt, unter Zugrundlegung der Daten, die sich für die betreffende Antenne ergeben hatten. Diese sind:

Wirksame Kapazität der Antenne $C_w = C_1 = 254$ cm

Wirksame Selbstinduktion der

Antenne $L_w = L_1 = 19,939$ cm

Selbstinduktion des Kreises . . . $L_2 = 10,537$ cm

Kapazität des Kreises . . . $C_2 = \text{Variabel}(\text{Tab.})$

Setzt man diese Werte in eines der Formelpaare ein, wie sie für die Antenne in Schwungradschaltung abgeleitet wurden, beispielsweise in das letzte Formelpaar,

$$b^2 = \frac{C_1 L_1 + C_1 L_2 + C_2 L_2 - \sqrt{(C_1 L_1 + C_1 L_2 + C_2 L_2)^2 - 4 C_1 C_2 L_1 L_2}}{2 \cdot C_1 C_2 L_1 L_2}$$

$$d^2 = \frac{C_1 L_1 + C_1 L_2 + C_2 L_2 + \sqrt{(C_1 L_1 + C_1 L_2 + C_2 L_2)^2 - 4 C_1 C_2 L_1 L_2}}{2 \cdot C_1 C_2 L_1 L_2}$$

so ergeben sich daraus die Kopplungsfrequenzen als Kreisfrequenzen. Aus den Frequenzen b und d bestimmt man die diesen entsprechenden Wellenlängen in Metern durch die Beziehung:

$$\lambda = \frac{2\pi}{v \cdot 10^2} \quad \lambda_1 = \frac{2\pi}{b \cdot 10^2} \quad \lambda_2 = \frac{2\pi}{d \cdot 10^2} .$$

Die ganze Rechnung ist für 19 verschiedene Kapazitätswerte von C_2 ausgeführt worden und die gemessenen und berechneten Werte der Kopplungswellen sind einander in der folgenden Tabelle gegenübergestellt:

Skalenteile am Kond. C_2	Kapazität in cm	Kopplungswellen gemessen		Kopplungswellen berechnet	
00	78,3	74,6	181,2	45,3	178,2
10	110,1	76,3	183,1	53,1	179,7
20	185,6	80,2	186,3	67,7	184,0
30	262,8	85,3	190,0	78,7	187,8
40	339,4	91,0	194,3	87,3	192,5
50	417,7	96,0	200,2	94,4	197,6
60	494,3	103,4	205,2	100,0	202,8
70	571,7	108,6	211,0	104,5	208,0
80	650,4	111,5	216,1	108,7	214,0
90	730,4	113,8	221,8	112,0	220,2
100	809,4	115,3	227,7	114,9	225,9
110	884,0	116,3	231,9	117,1	231,5
120	963,3	118,6	236,5	119,2	237,5
130	1039,6	121,3	242,0	120,8	243,3
140	1113,0	123,3	248,6	122,2	249,4
150	1190,6	125,5	252,4	123,6	254,8
160	1268,7	127,3	258,1	124,6	262,1
170	1341,5	129,8	263,2	125,8	265,6
180	1404,7	131,4	265,3	126,7	270,2

Die Übereinstimmung der gemessenen und der berechneten Kopplungswellen ist, abgesehen von den kleinsten Werten, sehr befriedigend. Erschwerend war der Umstand, dass die Messung vor der erwähnten Neueichung des Wellenmessers vorgenommen wurde und ferner, dass die Messung in der Weise durchgeführt worden war, dass das Antennengebilde mit Hilfe eines Induktoriums erregt wurde und die Resonanzstellen akustisch bestimmt wurden. Die unvermeidlichen Ungenauigkeiten dieser Methode mögen, abgesehen von den vier kleinsten Werten, die Abweichungen der gemessenen und berechneten Werte, welche maximal 3% betragen, erklären. Die grösseren Abweichungen bei den vier kleinsten Messwerten müssen davon herrühren, dass für die kleinere Kopplungswelle die Dämpfung sehr gross wird. Ausserdem spielt bei kleinem C_2 die Kapazität der Kreisanordnung gegen Erde eine grosse Rolle, bei grossem C_2 aber nur eine untergeordnete Rolle, so dass dieser kapazitive Einfluss sowohl als

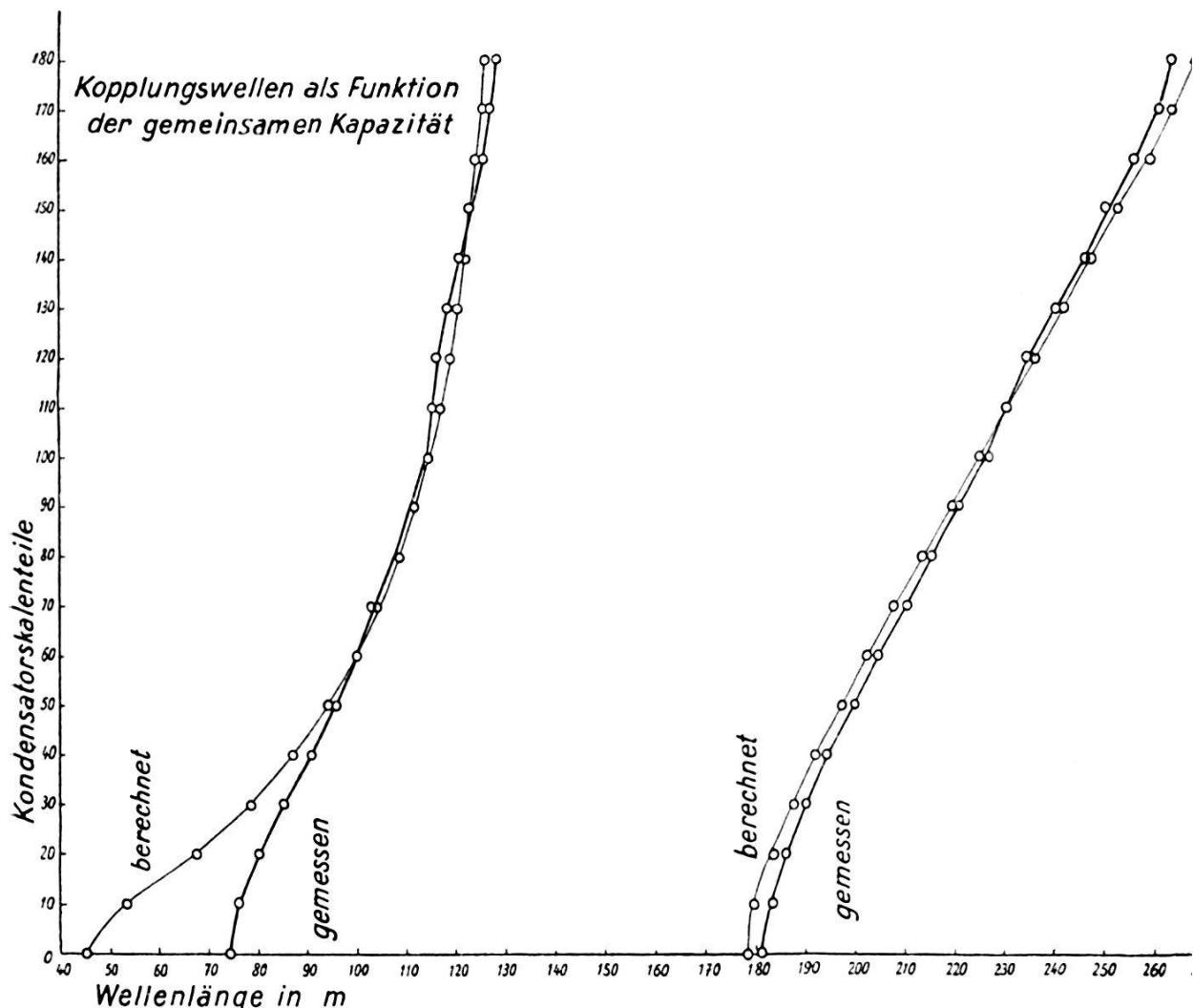


Fig. 23.

auch derjenige der Körperannäherung beim Beobachten die etwas grössere Abweichung zwischen gemessenen und berechneten Werten bedingt.

Der übereinstimmende Verlauf der Kopplungswellen bei Variation der Kapazität ist für berechnete und experimentell bestimmte Kopplungswellen aus diesen Kurven ersichtlich.

10. Nachweis der Kopplungswellen an der grossen Antenne des physikalischen Institutes.

Es ist eine bekannte Erscheinung bei allen elektrischen Kopplungsvorgängen, dass die Dämpfungsfaktoren für die beiden Kopplungsschwingungen verschieden gross sind, dass die grössere Kopplungsfrequenz stärker gedämpft ist als die kleinere und dies um so mehr, je weiter die beiden Schwingungen auseinander liegen, je stärker die Kreise also miteinander gekoppelt sind¹⁾. Dies trifft auch für die beiden Schwingungen zu, deren eine Antenne

¹⁾ P. DRUDE-KÖNIG, Physik des Äthers, 2. Aufl., 1912, S. 475.

in Schwungradschaltung fähig ist. Dass mit grösser werdendem Kopplungskoeffizient die Kopplungsschwingungen weiter auseinander liegen müssen, geht aus den abgeleiteten Formeln ohne weiteres hervor. Man sieht aus den Formeln aber auch, dass, wenn der Kopplungskoeffizient die Extremwerte 0 oder 1 annimmt, die Schwingungszahlen der beiden Kopplungswellen Grenzwerten zustreben, von denen der eine unendlich wird, wenn der andere endlich bleibt, oder der eine wird null und der andere wird endlich. — Dies ist am einfachsten ersichtlich aus den Ableitungen unter Beispiel 4. Wird dort der Kopplungskoeffizient null, so kann das davon herrühren, dass C_2 unendlich gross wird gegenüber C_1 . Die Formeln ergeben dann:

$$b^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} - \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4} - \nu_1^2 \nu_2^2} = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} - \frac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{2} = \underline{\nu_2^2}$$

$$d^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{4} + \sqrt{\frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^2}{4} - \nu_1^2 \nu_2^2} = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} + \frac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{2} = \underline{\nu_1^2}.$$

Soll aber ν_1^2 endlich bleiben, so muss C_2 unendlich werden, dadurch wird aber $\nu_2^2 = 0$, oder umgekehrt, bleibt ν_2^2 endlich, so muss C_1 gleich Null sein und ν_1^2 wird unendlich gross. Analoge Betrachtungen ergeben Grenzwerte für die Kopplungsschwingungen, wenn der Kopplungskoeffizient zu Eins wird. Die gleichen Überlegungen ergeben dann, dass für endliches $\nu_1 \nu_2 = \text{Null}$ werden muss.

$$b^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} - \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} = 0$$

$$d^2 = \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} + \frac{\nu_1^2 + \nu_2^2}{2} = \nu_1^2 + \nu_2^2.$$

Mit dem Auseinanderwandern der Kopplungswellen, bei Vergrösserung des Kopplungskoeffizienten, nimmt die Dämpfung der kleineren Kopplungswelle zu.

Wie die Ausführungen im vorhergehenden Abschnitt gezeigt haben, ist die Bestimmung des Energiemaximums aus diesem Grunde für die kleinere Kopplungswelle nicht mehr mit Hilfe von Summer, Detektor und Telephon möglich. Deshalb verwendet man vorteilhaft die Aufnahme von Resonanzkurven zur Bestimmung des Energiemaximums.

Um nun die im vorigen gefundene Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Kopplungswellen auch an einer anderen Antenne nachweisen zu können, wurden die Messmethoden so gewählt, dass Fehlerquellen, wie die bei den vorigen Messungen

erwähnten, nicht mehr auftreten können. Es wurden also Resonanzkurven aufgenommen, aus denen sich das Energiemaximum, die Resonanzstelle viel genauer ermitteln lässt, und aus denen des weiteren die Dämpfungsdekmemente der beiden Kopplungsschwingungen bestimmt werden können. — Die Aufnahme der Resonanzkurven erforderte geeignete Strommessinstrumente. Als solche dienten mir die beschriebenen Thermoinstrumente, deren ohmscher Widerstand einen unwesentlichen Einfluss hatte, wenn dieselben in einen Schwingungskreis eingeschaltet wurden. Außerdem benötigte ich einen Schwingungserzeuger. Als solchen baute ich mir einen kleinen Röhrensender in Huth-Kühn-Schaltung, ähnlich demjenigen, der bei der erwähnten Wellen-Eicheinrichtung

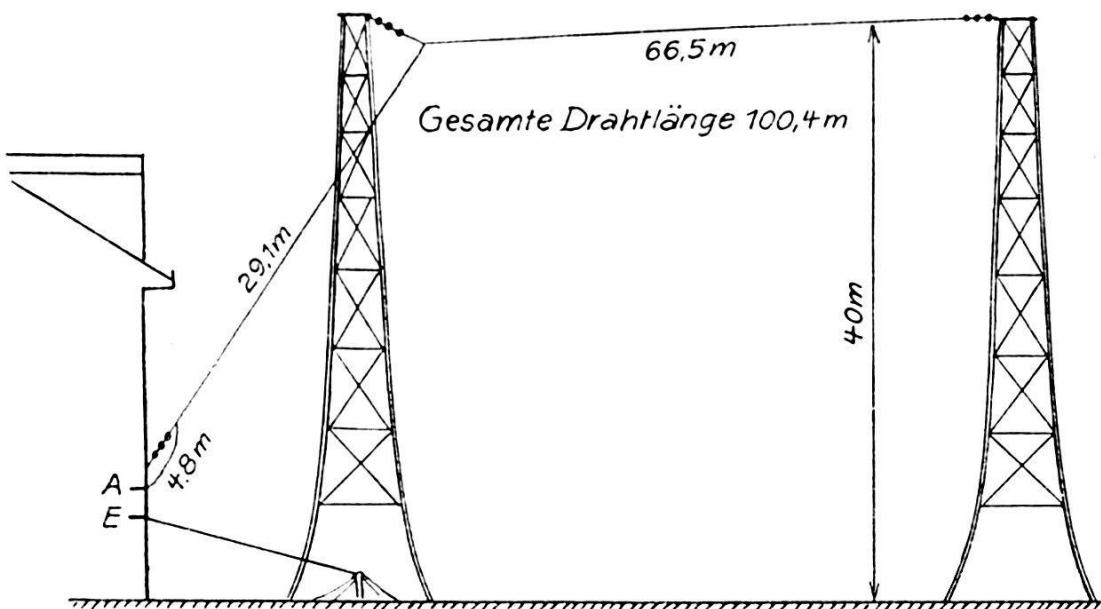


Fig. 24.

verwendet wird, allerdings mit dem einen Unterschiede, dass in diesem Falle der Emissionsstrom durch Variation des Heizstromes konstant gehalten werden kann. Dieser Sender mit auswechselbaren Spulen konnte in dem Intervall der Wellenlängen von 80 bis 1600 m auf gleiche Schwingungsleistung gebracht werden. Der Sender war auch in diesem Falle so abgeschirmt, dass er auf keine andere Art als durch die angeschlossene Kopplungsspule von drei Windungen nach aussen wirken konnte. Selbst die Beobachtung des Ampèremeters zur Einstellung konstanter Schwingungsenergie musste aus diesem Grunde durch ein Fensterchen aus Drahtgaze geschehen.

Mit Hilfe der Kopplungsspule wurde nun die Antenne in verschiedenen Schaltungen erregt und mit Hilfe der eingeschalteten Thermoinstrumente die Resonanzkurven bestimmt, indem der Sender mit verschiedenen Wellenlängen, bei gleich bleibender

Energie emittierte und die induzierten Stromstärken gemessen wurden.

Die Antenne, an der die folgenden Messungen vorgenommen wurden, ist die grosse *L*-Antenne des physikalischen Institutes. Sie wird von zwei mächtigen Gittermasten getragen und kann als ein- oder zweidrähtige Antenne verwendet werden. Für alle vorliegenden Messungen wurden beide Drähte verwendet. Die Erdung ist krallenförmig und umfasst das Areal zwischen den beiden Masten. Die Dimensionen der Antennenanlage gehen aus Figur 24 hervor.

Ganz besondere Sorgfalt wurde darauf verwendet, die Konstanten dieser Antenne zu ermitteln, so die Eigenwellenlänge, die statische und wirksame Kapazität und die wirksame Selbstinduktion. Ganz abgesehen von anderen Konstanten, auf deren Messung hier nicht näher eingetreten wird.

11. Die Ermittlung der Antennenkonstanten.

A. Eigenwelle.

Die Bestimmung der Eigenwellenlänge einer Antenne in Marconi-Schaltung ergibt verschiedene Werte, je nach der Art der Funkenstrecke, die in die Antenne eingeschaltet ist.

Diese verschiedenen Resultate werden durch die Funkeindämpfung verursacht, welche naturgemäß vom Elektrodenmaterial, dem Einbettungsgase, der Stromstärke und ganz besonders von der Funkenlänge abhängt.

Für kleine Funkenlängen und kleines Funkenpotential bewirkt die grösse Dämpfung grösse Wellenlänge der Antenne. Die bei verschiedenen Funkenlängen ermittelten Wellenlängen gestatten eine Extrapolation und zwar liegt also die wirkliche Eigenwelle der Antenne näher bei den kleinsten gemessenen Werten.

Die folgende Messung wurde mit einer Funkenstrecke mit Magnesiumkugeln ausgeführt. In die Antenne war keine Spule eingeschaltet, die Ankopplung des Wellenmessers geschah lediglich an einer Biegung der Antenne. Die auf diese Weise gemessenen Werte sind die folgenden:

Funkenlänge	Welle	
4 mm	480 m	
3 „	480 „	Die Eigenwelle der Antenne
2 „	481 „	beträgt demnach . 480 m
1 „	485 „	
$\frac{1}{2}$ „	495 „	

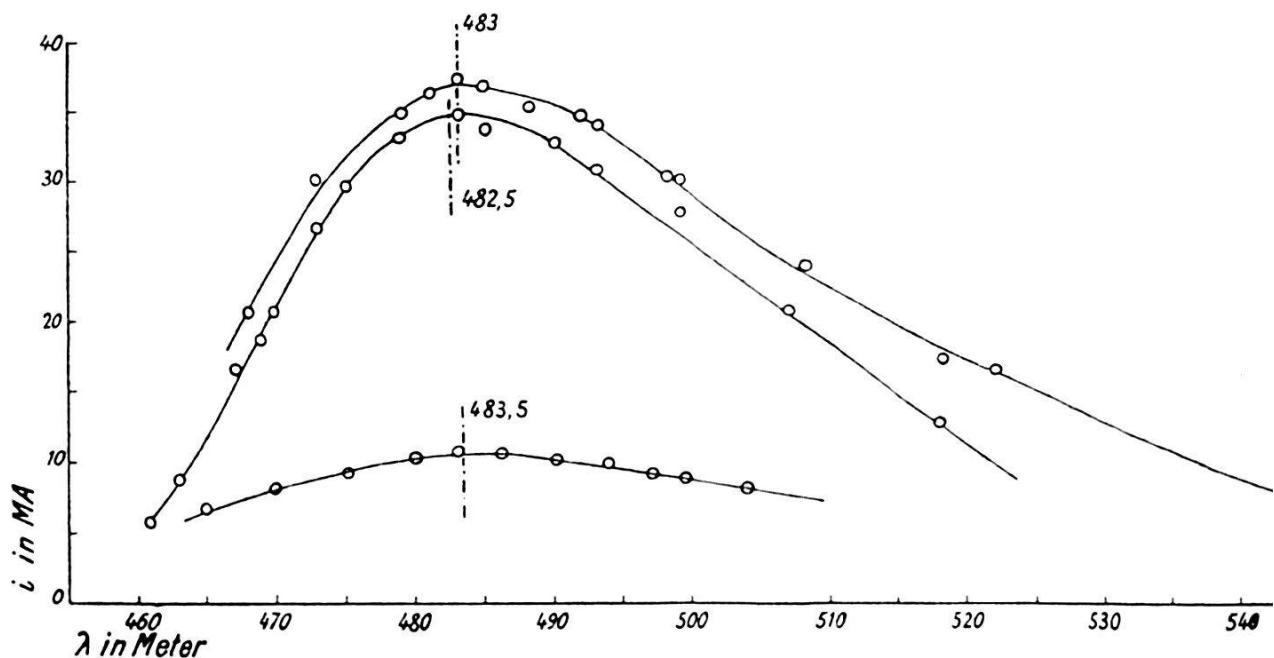


Fig. 25.

Zur Messung der Eigenwelle der Antenne durch Aufnahme einer Resonanzkurve mussten in die Antenne eine Kopplungsspule von einer Windung mit 20 cm Durchmesser und ausserdem ein Thermoelement eingeschaltet werden.

Die mit etwas verschiedenen Kopplungsdistanzen zwischen Antenne, Sender und Wellenmesser gefundenen Werte der Stromstärken sind als Ordinaten der drei Kurven, die zugehörigen Wellenlängen als Abszissen aufgetragen.

Als Eigenwelle der Antenne mit eingeschalteter Kopplungsschlaufe ergeben sich aus den Scheitelwerten dieser Kurven:

483,0

482,5 Mittelwert: 483,0 m.

483,5

Da für alle folgenden Messungen die Antenne auch mit einer Kopplungsschlaufe verwendet wurde, soll die Eigenwellenlänge nicht um den Betrag vermindert werden, den die Kopplungsspule ausmacht, dies um so weniger, als sie gegenüber der vorigen Messung nur eine Wellenlängenänderung von 0,7% mit sich gebracht hat.

B. Statische Kapazität.

Die Bestimmung der statischen Kapazität der Antenne mit Hilfe von Wheatstone'scher Brücke, Summer und Telephon führte unter Verwendung verschiedener Normalkapazitäten zu einem mittleren Kapazitätswerte von 1140,2 cm, wobei die maximale Abweichung der Messresultate 0,5% ausmachte.

Es sei auch kurz darauf aufmerksam gemacht, dass sich bei Kapazitätsmessungen mit der Brücke nur genaue Resultate erzielen lassen, wenn Brücke, Elemente, Summer und Telephon möglichst geringe Kapazität gegen Erde besitzen und wenn Summer, Elemente und Telephon symmetrisch zur Messbrücke angeordnet sind. Es empfiehlt sich deswegen, zwei Elemente zu

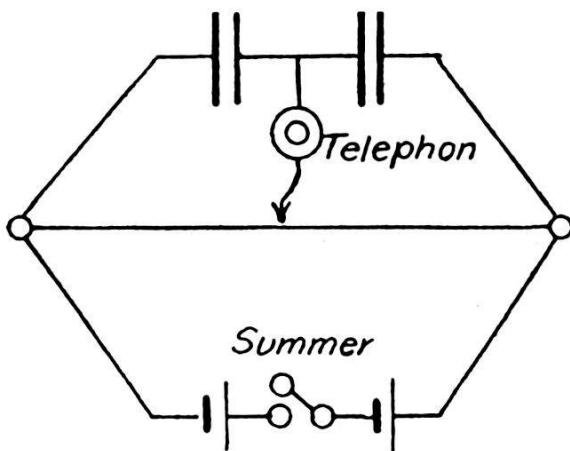


Fig. 26.

verwenden, die symmetrisch zum Summer in Serie geschaltet werden (Fig. 26).

C. Wirksame Selbstinduktion und Kapazität.

Zur Ermittlung der wirksamen Selbstinduktion und Kapazität wird häufig die Methode von BEHNKEN¹⁾ angewendet. Dieselbe ergibt Werte, welche einer Schwingungszahl entsprechen, die etwas kleiner ist, als die Eigenschwingung der Antenne. Zur Kenntnis der Kopplungsvorgänge brauchen wir aber gerade diese Werte von Selbstinduktion und Kapazität, so dass diese Methode die genauesten Werte liefert.

Nachdem nun die Kopplungserscheinungen für die Schwungsradschaltung hinreichend bekannt sind, lässt sich die Methode von BEHNKEN insofern erweitern, als zur Bestimmung des Kopplungskoeffizienten die Kreise nicht auf die selbe Wellenlänge abgestimmt werden müssen. Es genügt, für beliebig abgestimmte Kreise die Eigenwelle der Kreise und die entstehenden Kopplungswellen zu kennen, um daraus den Kopplungskoeffizienten berechnen zu können.

Mit Hilfe des Kopplungskoeffizienten lassen sich dann Kapazität und Selbstinduktion der Antenne bei bekannter Kreiskapazität ermitteln.

¹⁾ BEHNKEN, Phys. Zeitschr. 14, S. 430, 1913.

Dies geht aus den Ableitungen unter Beispiel 3 hervor. Addiert man nämlich die beiden Endgleichungen, so erhält man:

$$b^2 + d^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{1 - K^2} \quad K^2 = 1 - \frac{v_1^2 + v_2^2}{b^2 + d^2}$$

oder in Wellenlängen ausgedrückt:

$$K^2 = 1 - \frac{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)(\lambda_3^2 + \lambda_4^2)}{(\lambda_3^2 + \lambda_4^2)\lambda_1^2\lambda_2^2}$$

wobei λ_1 und λ_2 die Wellenlängen der Schwingungskreise vor ihrer Kopplung bedeuten, währenddem λ_3 und λ_4 die entstehenden Kopplungswellen bezeichnen, wenn die Kreise miteinander verbunden sind. Nun ist aber auch:

$$K^2 = \frac{L^2}{L_1 + L_2} \text{ somit wird } L_1 = L_4 = L_2 \cdot \frac{(1 - K^2)}{K^2}.$$

Wie aus dieser Formel hervorgeht, liefert diese Methode die genauesten Werte für mittlere Kopplungskoeffizienten.

In der folgenden Tabelle ist die Bestimmung der wirksamen Selbstinduktion und Kapazität der Antenne an Hand von 6 verschiedenen Messungen dargestellt. Dabei war in die Antenne eine Spule von 12 Windungen und einem Durchmesser von 147 mm eingeschaltet worden. Die verlängerte Antenne ergab eine Wellenlänge von

$$\lambda_4 = 680 \text{ m.}$$

Wurde diese Spule mit einem Drehkondensator, dessen Kapazitätswerte in Kolonne 1 stehen, zusammengeschaltet, und einpolig an Erde gelegt, so hatte dieser Kreis die Wellenlängen, die in Kolonne 2 stehen. Kolonne 3 enthält die aus diesen Werten berechneten Selbstinduktionskoeffizienten für den Kreis. Wurde der Schwungradkreis in die Antenne geschaltet, so ergaben sich die beiden Kopplungswellen λ_3 und λ_4 .

Kreis-kapazität	Wellenlänge für den Kreis	Selbst-induktion	Kopplungswellen λ_3	Kopplungs-Koeffizient
1468 cm	545 m	51250 cm	345 m 813 m	0,665
1572 „	563 „	51080 „	351 „ 825 „	0,667
1680 „	585 „	51600 „	355 „ 833 „	0,676
1777 „	603 „	51830 „	361 „ 843 „	0,668
1885 „	622 „	51990 „	364 „ 858 „	0,683
1925 „	628 „	51890 „	369 „ 868 „	0,667

Die Mittelwerte betragen:

Selbstinduktion im Kreis $L_K = 51610 \text{ cm}$
Kopplungskoeffizient $K = 0,671$

Aus diesen Resultaten ergibt nach obiger Rechnung die wirksame Selbstinduktion der Antenne $L_A = 62900 \text{ cm}$
wirksame Kapazität $C_A = 939,5 \text{ cm}$
bei der Wellenlänge von 680 m.

12. Resonanzkurven.

Das folgende Schema stellt die gesamte Schaltung dar, wie sie zur Aufnahme der Resonanzkurven verwendet wurde. Das Thermoelement konnte sowohl in die Erdleitung der Antenne, als auch in den Kreis gelegt werden. (Punkte 1, 2 und 3). Die auf diese Weise gewonnenen Resonanzkurven stimmen bezüglich Resonanzfrequenz und Dämpfungsverhältnissen der beiden Kopplungsschwingungen mit einander überein. Zur Ankopplung des Senders und Wellenmessers enthält die Antenne eine Kopplungsspule A und der Kreis eine gleiche Spule B von 4 Windungen. Sowohl die Kopplung auf den Kreis, als auch auf die Antenne ergaben wiederum identische Kurven. Der Sender in Huth-Kühn-Schaltung wurde von zwei Philipsröhren Type Z. II. B. gesteuert und wurde so eingereguliert, dass er bei jeder Welle im Anodenkreis mit der konstanten H. F.-Stromstärke von 0,5 Amp. arbeitete. Die angelegte Spannung betrug 440 Volt und wurde von einer Gleichstrommaschine geliefert.

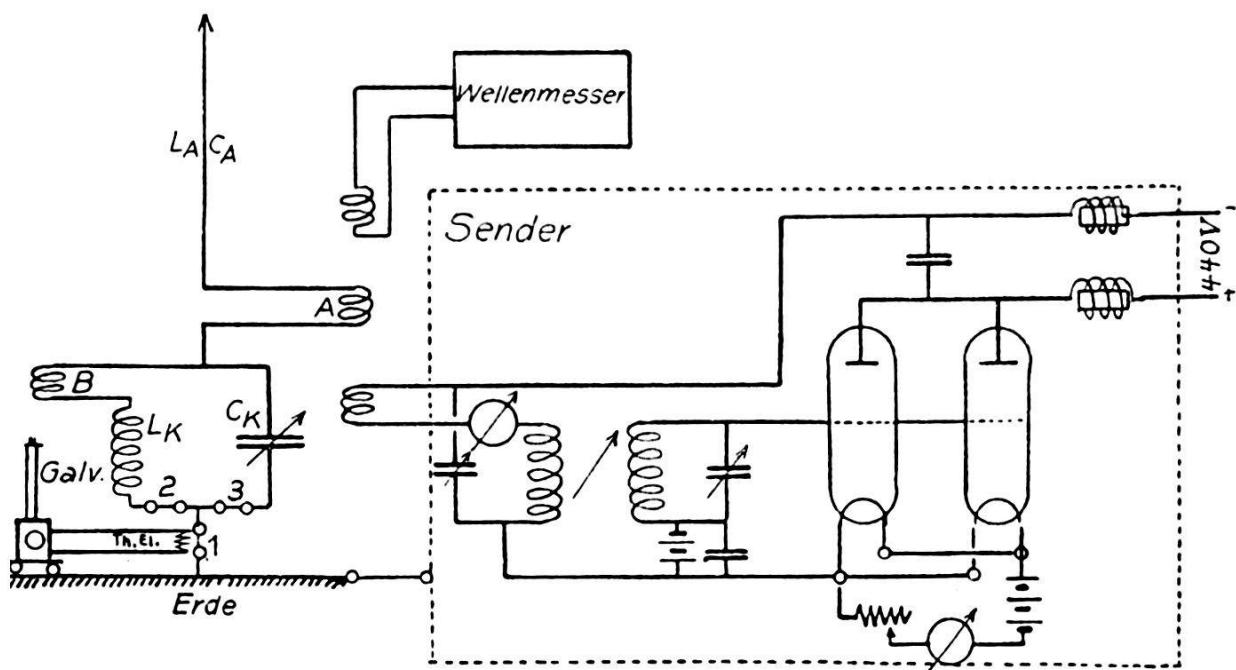


Fig. 27.

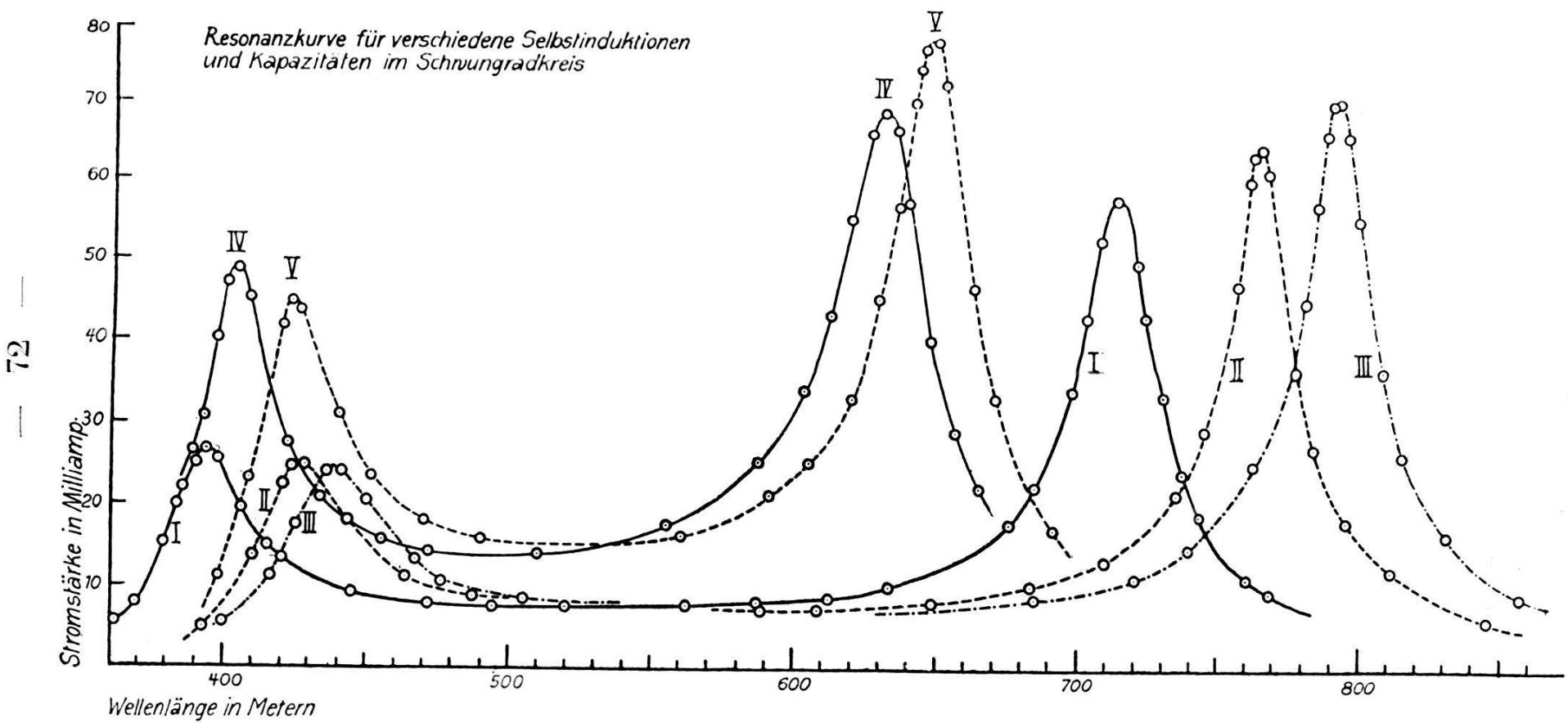


Fig. 28.

Die Kopplung zwischen Sender und Antennensystem wurde immer möglichst lose gewählt. Die Kopplungsdistanz betrug in den meisten Fällen 16 cm. Bei loserer Kopplung konnte keine Änderung der Kopplungswellen nachgewiesen werden, so dass eine kapazitive Beeinflussung der Antenne durch die Senderapparatur nicht stattfindet. Die bei verschiedener Abstimmung des Senders, im Antennensystem gemessenen Stromstärken sind in den folgenden Kurven aufgetragen und zwar sind die drei Kurven (ausgezogen) für verschiedene Kapazitätswerte von C_K bestimmt worden, während L_A , L_K und C_A konstant blieben. Die Bezeichnung der Wellenlängen der Einzelkreise sei wieder λ_1 und λ_2 und die der entstehenden Kopplungswellen λ_3 und λ_4 .

Die für verschiedene Kapazität im Schwungradkreis gefundenen Resultate sind:

	Kurve 1	Kurve 2	Kurve 3
Kapazität C_K .	2415 cm	3400 cm	3875 cm
λ_1 . .	621,5 „	621,5 m	621,5 m
λ_2 . .	523 „	621,5 „	666 „
λ_3 . .	393 „	426,5 „	438 „
λ_4 . .	713 „	763 „	791,5 „

Die Abstimmung des Kreises mit der Kapazität von 3400 cm entspricht der Methode von BEHNKEN¹⁾. Aus den entstehenden Kopplungswellen berechnet sich der Kopplungskoeffizient zu $K = 0,5238$. Durch die erwähnte Erweiterung der Behnken'schen Methode kann der Kopplungskoeffizient auch aus den beiden anderen Messungen ermittelt werden.

Die Formel

$$K = \sqrt{1 - \frac{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \lambda_3 \cdot \lambda_4}{(\lambda_3^2 + \lambda_4^2) \lambda_1 \cdot \lambda_2}}$$

ergibt für die beiden Messungen einen Mittelwert von $K = 0,238$.

Wir sehen also, dass durch Vergrösserung der Kreiskapazität der Kopplungskoeffizient nicht geändert wird, die beiden Kopplungswellen aber grössere Werte annehmen. Gleichzeitig mit dieser Änderung wird die Dämpfung für die kleinere Kopplungswelle stärker, und die der grösseren Kopplungswelle schwächer.

¹⁾ BEHNKEN, Phys. Zeitschr. 14, S. 430, 1913.

Eine umfassende mathematische Behandlung der Dämpfungsverhältnisse für diese allgemeinen Kopplungsprobleme ist nicht leicht möglich. Für den Fall gleicher Abstimmung zweier gekoppelter, geschlossener Schwingungskreise gibt DRUDE¹⁾ eine Annäherungsformel an. Für den Fall, dass einer der beiden gekoppelten Kreise ein offener Schwingungskreis ist, wie bei den hier vorliegenden Untersuchungen, werden die Verhältnisse schon für gleiche Abstimmung der Kreise bedeutend komplizierter, da für die Dämpfung der Kopplungswellen die Dämpfung der Kreise vor ihrer Kopplung in Betracht fällt, diese aber für den Fall eines offenen Schwingungskreises noch vom Strahlungswiderstand, also auch von der Betriebswellenlänge abhängt.

Wurde nun anderseits bei gleichbleibender Versuchsanordnung die Selbstinduktion des Schwungradkreises verkleinert und wiederum mit verschiedener Kapazität im Kreise die Resonanzkurve aufgenommen, so zeigen diese Kurven geringere Unterschiede in der Dämpfung der beiden Kopplungswellen. Zwei solche Messungen werden durch die Kurven 4 und 5 dargestellt. Aus den gemessenen Kopplungswellen bestimmt sich der Kopplungskoeffizient für die Kurven 4 und 5 zu $K = 0,42$. Die Kreisselbstinduktion betrug in diesem Falle $L_K = 16077$ cm, während sie bei den vorherigen Messungen (Kurven 1, 2 und 3) 28770 cm betrug.

Die für die Kurven 4 und 5 ermittelten Daten sind:

	Kurve 4	Kurve 5
Kreiskapazität .	3875 cm	4605 cm
λ_1	568 m	568 m
λ_2	495,5 „	541 „
λ_3	403 „	423,5 „
λ_4	631 „	647 „

Gleich wie bei den drei ersten Kurven ist auch hier wieder zu beobachten, dass mit zunehmender Kreiskapazität, die beiden Kopplungswellen grössere Werte annehmen und dass die Dämpfung der kleineren stärker wird, während die grössere Kopplungswelle bei Vermehrung der Kreiskapazität schwächer gedämpft ist.

Aus den Kurven lassen sich für eine Antenne in Schwungradschaltung die folgenden vier Varianten diskutieren:

¹⁾ DRUDE-KÖNIG, Physik des Äthers, II. Aufl., S. 475, 1912.

1. Wird die Antenne durch einen Drehkondensator verkürzt (Figur 29), so rücken die beiden Kopplungswellen zu kleineren Werten. Der Kopplungskoeffizient bleibt konstant. Die Dämpfungsdekremente der beiden Kopplungswellen werden weniger verschieden.
2. Wird die Antenne durch eine Selbstinduktion verlängert, so wird der Kopplungskoeffizient verkleinert, die Kopplungswellen rücken näher zusammen. Die Dämpfungsfaktoren für die Kopplungswellen werden weniger verschieden. (Figur 30.)
3. Durch eine Vergrösserung der Kapazität des Schwungradkreises (Figur 31) wird der Kopplungskoeffizient nicht ver-

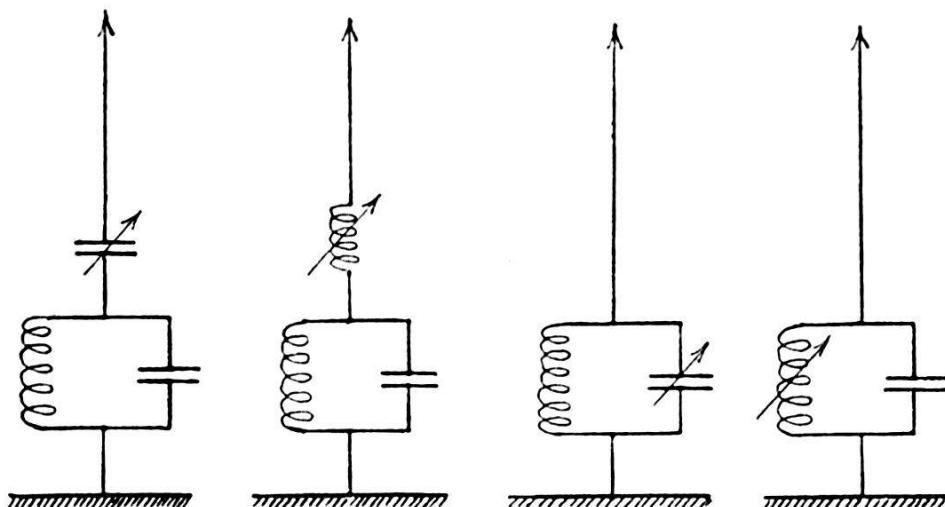


Fig. 29.

Fig. 30.

Fig. 31.

Fig. 32.

ändert, wohl aber werden die beiden Kopplungswellen vergrössert. Die Dämpfung für die kleinere Welle wird stärker, für die grössere schwächer.

4. Durch Vergrösserung der Kreisselbstinduktion wird der Kopplungskoeffizient vergrössert. Dementsprechend liegen die Kopplungswellen weiter auseinander. Die Dämpfung der kleineren Kopplungswelle wird stärker, die der grösseren schwächer.

Diese Darstellung setzt voraus, dass die Antenne in Schwungradschaltung als induktiv gekoppeltes System betrachtet wird. Die Voraussetzung kapazitiver Kopplung würde ein ganz anderes Bild ergeben haben. Sie soll zeigen, dass es mit Hilfe dieser vier Abstimmarten gelingt, den entstehenden Kopplungswellen Werte zu geben, die in weiten Grenzen variieren.

Anhang.

13. „Split wave“-System auf Grund der Schwungradschaltung.

Eine früher in Ongar bei London und in Münchenbuchsee bei Bern verwendete Anordnung, um auf einer Antenne mit zwei Sendern arbeiten zu können, bestand darin, dass eine durch Verlängerung abgestimmte Antenne mit einem einfachen Schwin-

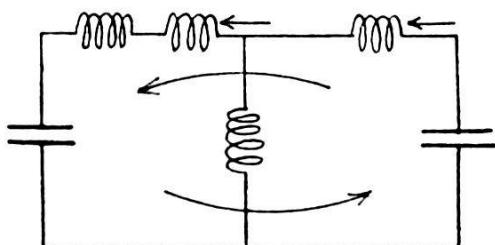


Fig. 33.

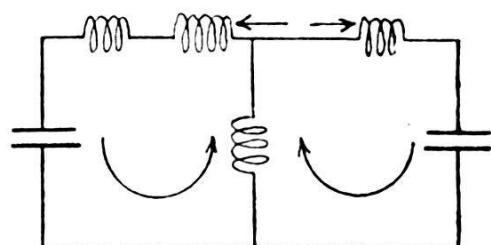


Fig. 34.

gungskreis so eng gekoppelt wird, dass das Gebilde zweier Kopplungsschwingungen fähig ist¹⁾. Die Erregung der Antenne kann dann sowohl in der einen, als auch in der anderen oder mit beiden Kopplungsschwingungen gleichzeitig stattfinden.

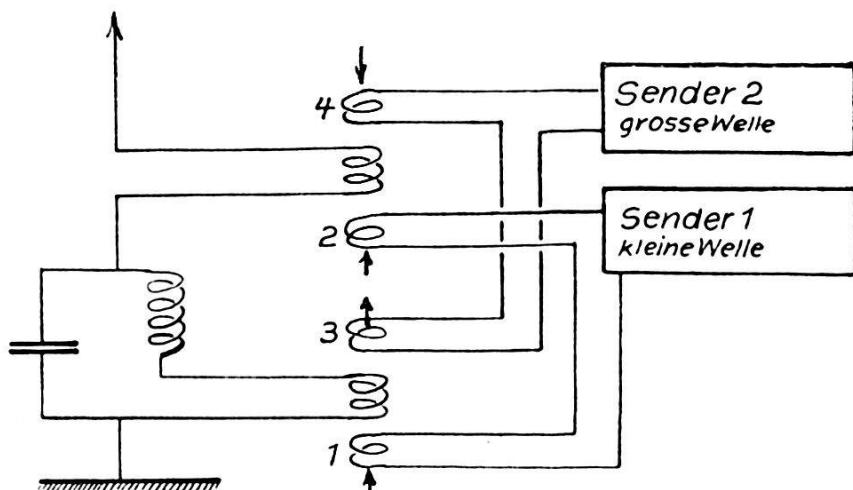


Fig. 35.

Derselbe Effekt kann mit der Antenne in Schwungradschaltung allein erzielt werden, indem dieselbe zwangsweise in der einen oder anderen Kopplungswelle erregt wird, entweder als „Riemenkopplung“ (Fig. 33) oder als „Zahnradkopplung“ (Fig. 34).

¹⁾ E. NUSSBAUM, Techn. Mitteilungen der schweiz. Telegraphen- und Telefonverwaltung, 1. Okt. 1924.

Für ein Split wave-System auf Grund der Schwungradschaltung ist eine Apparatur notwendig, wie sie Figur 35 darstellt. Jeder Sender wird mittels zweier Kopplungsspulen mit dem Antennensystem gekoppelt. Die beiden Kopplungsspulen lassen nur eine Erregung in der einen oder andern Kopplungswelle zu. Die Pfeile zeigen die Richtung an, in welcher gekoppelt werden muss, damit nur die grössere oder nur die kleinere Welle auf die Antenne übertragen werden kann. Für die Einstellung der beiden Kopplungswellen kommen die angegebenen vier Abstimmarten in Betracht.

Versuche mit dieser Anordnung ergaben, dass durch jeden Sender nur eine Erregung der Antenne, mit der ihm durch die Schaltungsweise zugeteilten Welle möglich ist, und dass bei Abstimmung des Senders auf die andere Kopplungswelle, in der Antenne kein messbarer Strom induziert wird, da die Kompen-sation eine vollständige ist.

15. Ein Kopplungsversuch¹⁾.

Hier sei auf einen interessanten Kopplungsversuch aufmerk-sam gemacht, welcher sich abspielt, wenn ein Generatorkreis mit einem gleichabgestimmten Schwingungskreis induktiv ge-koppelt wird. Es entsteht ein Gebilde, das entweder in der einen oder anderen Kopplungswelle schwingt, nie aber in beiden zu-gleich. Werden die Kreise bei loser Kopplung aufeinander ab-gestimmt und einander genähert, so schwingen sie mit der kleineren Kopplungswelle. Bei enger Kopplung sind aber ebensogut auch die Bedingungen für das Zustandekommen der grossen Kopplungs-welle erfüllt und es bedarf deshalb eines geringen äusseren Ein-flusses, um diese entstehen zu lassen.

Zur Demonstration dieser Erscheinung war ein Generator-kreis in Zenneckschaltung mit einem gleichabgestimmten Schwin-gungskreise induktiv gekoppelt. Die Wellenlänge betrug 702 m. Durch Verkleinern der Kopplungsdistanz wurden die kleinen Kopplungswellen gemessen, bis zu der minimalen Distanz von 84 mm, bei welcher plötzlich die grössere Welle auftrat und sich bis zu ganz loser Kopplung messen liess. Bei hinreichend loser Kopplung sind die Schwingungsvorgänge sehr labil, so dass das Berühren eines Kondensatorpolos dazu führen kann, dass die eine oder andere Kopplungswelle auftritt.

¹⁾ J. S. TOWNSEND, 1. Bd., Radio-Review 1920, S. 364.

Kopplungs-distanz	Kopplungswellen		Kopplungs-Koeffizient
84 mm	643 m	761 m	0,17
111 „	666 „	740 „	0,11
133 „	675 „	728 „	0,075
158 „	684 „	717 „	0,047
202 „	695 „	711 „	0,022
246 „	698 „	706 „	0,011

Eine Erklärung dieser Erscheinung ergibt sich aus den Vektor-diagrammen eines Schwingungskreises:

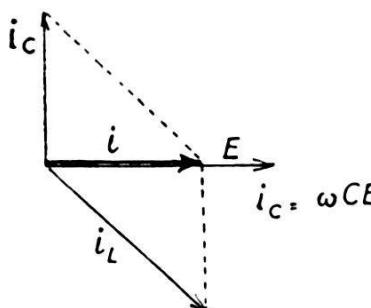


Fig. 36.

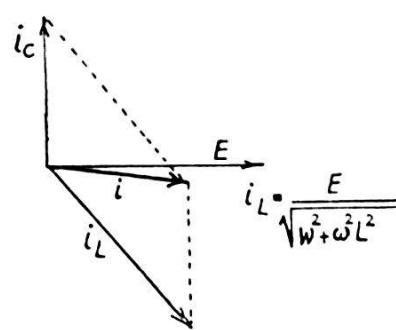


Fig. 37.

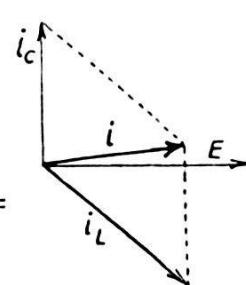


Fig. 38.

Für den Resonanzfall sind Strom i und Spannung E in Phase (Fig. 36). Eine Verkleinerung der Selbstinduktion oder der Kapazität bewirkt, dass die Spannung dem Strom voreilt (Fig. 37). Durch Vergrössern der Selbstinduktion oder der Kapazität eilt E dem Strom nach (Fig. 38). Verläuft nun i in beiden Kreisen im gleichen Sinn, so entsteht die grössere Kopplungswelle, ist dagegen die Spannung in einem Kreise dem Strom voreilend und im andern nacheilend, so entsteht die kleinere Kopplungswelle. Durch einpolige Verbindung des Schwingungskreises mit dem Generatorkreise kann erreicht werden, dass nur die eine oder andere Kopplungswelle entsteht, je nach dem Wicklungssinn der gekoppelten Spulen.

15. Der Empfang mit der Schwungradschaltung.

Die Anwendung der Schwungradschaltung zu Empfangszwecken bringt gewisse Schwierigkeiten mit sich, in dem bei allen diesen Anordnungen die beiden Kopplungswellen auftreten. Der Empfang geschieht in den meisten Fällen auf der grösseren Kopplungswelle, für welche die Dämpfung geringer ist. Einzig für

den Fall, dass die Abstimmung des Kreises von der Eigenwelle der Antenne nicht sehr verschieden ist, kann praktisch auf beiden Kopplungswellen empfangen werden.

Dass unter Umständen schon Spulenkapazitäten genügen, um das Auftreten von zwei Kopplungswellen zu verursachen, konnte an einigen Beispielen nachgewiesen werden. An der grossen Antenne des Instituts konnten solche Kopplungserscheinungen zwar nicht einwandfrei festgestellt werden, wohl aber an einer linearen Antenne von geringer Kapazität und grosser Selbstinduktion. Von den vielen untersuchten Spulen liessen sich Kopplungswellen nur bei solchen messen, die offensichtlich grosse Spulenkapazität besitzen, wobei immerhin einige der untersuchten Spulen zu Empfangszwecken verwendet werden könnten. Der mittlere Durchmesser der verwendeten Spulen beträgt 6—7 cm, wie bei den meisten Empfangsspulen. Ein Beispiel gemessener Kopplungswellen ist im folgenden angeführt. Es zeigt sich dabei, dass der Kopplungskoeffizient, welcher ungefähr nach den beiden Kopplungswellen abgeschätzt werden kann, sehr stark von der Wicklungsart abhängt, respektive von der Spulenkapazität, die durch die Wicklungsart bedingt ist. Mit Spulen, die in den bekannten kapazitätsarmen Wicklungsarten hergestellt waren, konnten keine Kopplungswellen nachgewiesen werden.

Windungszahl	Wicklungsart	Eigenwelle	Kopplungswellen
105	4 Lagen Zylindersp.	284,5 m	731 m 368 m

Besonders deutlich sollten gemäss allen Voraussetzungen Kopplungswellen entstehen, wenn ein Variometer in eine Antenne eingeschaltet wird, denn die Selbstinduktion eines Variometers kann durch Gegenkoppeln sehr klein gemacht werden, der Kopplungskoeffizient wird dabei auch klein und die Kapazität wird durch die grössere Annäherung der Variometerteile vergrössert. Versuche mit einem Kugelvariometer, das in die Antenne eingeschaltet wurde, liessen eine Doppelwelligkeit für den Fall erkennen, dass die beiden Variometerteile entgegengekoppelt waren, wie es sich gemäss den obigen Überlegungen ergeben muss. Immerhin scheinen die Verhältnisse komplizierter Natur zu sein, indem das Variometer allein schon eine Doppelwelligkeit aufweist, wenn die beiden Teile entgegengekoppelt sind.

Zusammenfassung.

Die Schwungradschaltung der Antenne ergibt bekanntlich eine Doppelwelligkeit. Es wird in der vorliegenden Arbeit bestätigt, dass diese Doppelwelligkeit eine Kopplungserscheinung ist. Für die Schwungradschaltung werden Kopplungsformeln abgeleitet, deren Hauptmerkmal darin besteht, dass sie keinen Kopplungskoeffizienten zu enthalten brauchen, da derselbe durch die Selbstinduktionen und Kapazitäten der gekoppelten Kreise ausgedrückt wird. Die Berechnung der Kopplungswellen nach den abgeleiteten Formeln ergibt Übereinstimmung mit den gemessenen Kopplungswellen. Mit Hilfe der untersuchten Kopplungserscheinungen ist eine Erweiterung der Behnken'schen Messmethode zur Ermittlung der wirksamen Kapazität und Selbstinduktion von Antennen gegeben.

An neuen Apparaturen werden beschrieben:

1. Eine Eicheinrichtung für Wellenlängenmessungen.
2. Ein Thermoinstrument für die Messung hochfrequenter Wechselströme.
3. Eine Brückenanordnung zur Messung von Kapazitäten.

Im Anhange wird ein „Split-wave“-System besprochen, mit Hilfe dessen auf Grund der Schwungradschaltung auf einer Antenne mit zwei Sendern gearbeitet werden kann. Ferner werden die Resultate der Untersuchung der Schwungradschaltung auf den Empfang angewendet und es wird gezeigt, dass eine einfache Spule oder ein Variometer, in die Antenne eingeschaltet, den Effekt der Kopplungswellen ergeben kann, wenn die Spulenkapazität nicht zu vernachlässigen ist.

Die vorliegende Arbeit wurde an der Abteilung für angewandte Physik der Physikalischen Anstalt der Universität Basel unter Leitung von Herrn Prof. H. ZICKENDRAHT ausgeführt.

LITERATURVERZEICHNIS.

Schwungradschaltung.

1. OUDIN, Comptes rendus de l'Académie des Sciences, 6. Juni 1898.
2. A. TURPAIN, Les Applications pratiques des Ondes électriques. Paris 1902.
3. F. BRAUN, Patentschrift vom 14. Oktober 1898.
4. F. BRAUN, E. T. Z., S. 165, 1901.
5. F. BRAUN, Drahtl. Tg. durch Wasser und Luft. Leipzig 1901.
6. F. BRAUN, E. T. Z., S. 258 u. 469, 1901.
7. FELDHAUS UND FITZE, „Geschichtszahlen der drahtlosen Telegraphie“. Berlin 1925.

8. M. TIETZ, E. T. Z., S. 562, 1898.
9. A. SLABY, E. T. Z., S. 38, 1901, u. E. T. Z., S. 165 u. 245, 1902.
10. GRAF ARCO, E. T. Z., S. 6, 1903.
11. DÖNITZ, E. T. Z., S. 920, 1903.
12. BEHNKEN, Phys. Zeitschr., S. 431, 1913.
13. M. GÖRNEMANN, Diss. Halle 1909.
14. PALMER UND FORSHAW, The Journal of the Institution of electrical engineers
62, Nr. 334, S. 895—900. London 1923.

Strommessinstrumente.

15. N. PAPALEXI, Ann. d. Phys. 14, S. 756, 1904.
16. VOEGE, Elektrotechn. Zeitschr., S. 467, 1906.
17. Wireless World 19, S. 611, 1926.
18. W. GERLACH, Ann. d. Phys. 38, S. 1, 1926.
19. W. GERLACH, Phys. Zeitschr. 13, S. 589, 1912.
20. GÜNTHERSCHULZE, Handbuch d. Phys., Band 16, 1927.
21. G. KEINATH, „Elektrische Messinstrumente“, 1922.
22. W. JÄGER, „Elektrische Messtechnik“, 1917.
23. VON GERLACH, Phys. Zeitschr. 13, S. 589, 1912.
24. BRANDES, Phys. Zeitschr. 6, S. 503, 1905.
25. PASCHEN, Ann. d. Phys. 33, S. 736, 1910.
26. ZENNECK, Lehrbuch d. drahtl. Tg., S. 93, 1916.
27. KANN, Phys. Zeitschr. 11, 1910.
- 28. BÉLA GATI, Phys. Zeitschr. 10, S. 897, 1909.
29. H. ZÖLLICH, Phys. Zeitschr. 10, S. 897, 1909.

Gekoppelte Systeme.

30. H. VELTMANN, Dingler's Polytechn. Journal 220, S. 481, 1876.
31. A. OBERBECK, Wiedem. Ann. d. Phys. 34, S. 104, 1888.
32. BOM UND BRODY, Zeitschr. f. Phys. 6, S. 140, 1921.
33. DRUDE-KÖNIG, „Phys. des Äthers“, II. Aufl., S. 475.
34. A. KALÄHNE, „Grundzüge der mathematisch-physikalischen Akustik“, 2 Bde. Leipzig und Berlin 1913.

Gekoppelte elektrische Kreise.

35. BJERKNES, Wiedem. Ann. d. Phys. 44, S. 75, 1895.
36. BJERKNES, Wiedem. Ann. d. Phys. 55, S. 121, 1895.
37. M. WIEN, Wiedem. Ann. d. Phys. 61, S. 151, 1897.
38. M. WIEN, Ann. d. Phys. 8, S. 686, 1902.
39. M. WIEN, Wiedem. Ann. d. Phys. 28, S. 625, 1908.
40. M. WIEN, Ann. d. Phys. 25, S. 627, 1908.
41. P. DRUDE, Ann. d. Phys. 13, S. 512, 1904.
42. C. FISCHER, Ann. d. Phys. 19, S. 182, 1906.
43. J. KAISER, Phys. Zeitschr. 10, S. 886, 1909.

44. A. KALÄHNE, Jahrb. d. drahtl. Tg. **4**, S. 375, 1910.
 45. K. ULLER, Zeitschr. f. Phys. **8**, S. 89, 1921.
 46. K. ULLER, Zeitschr. f. Phys. **8**, S. 193, 1922.
 47. PALMER UND FORSHAW, The Journal of the Institution of electrical engineers, S. 334 und 895, 1923.
 48. REIN-WIRZ, Radiotelegraphisches Praktikum, III. Aufl., S. 148–150. Berlin 1923.
 49. M. WIEN, Wiedem. Ann. d. Phys. **25**, S. 625, 1908.
 50. M. WIEN, Ann. d. Phys. **29**, S. 711, 1909.
 51. E. NUSSBAUM, Techn. Mitteilungen der schweiz. Telegraphen- und Telephonverwaltung, 1. Okt. 1924.
 52. P. DRUDE-KÖNIG, „Physik des Äthers“, II. Aufl., 1912, S. 472–483.
 53. FLEMING, The Principle of electric Wave, S. 260/270/689.
 54. J. S. TOWNSEND, Radio Review, 1. Bd., 1920, S. 369.
-