

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 2 (1929)

Heft: VII

Artikel: Anwendung des Röhrenvoltmeters zur Analyse von Oberschwingungen

Autor: Suits, C. Guy

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-109457>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 12.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Anwendung des Röhrenvoltmeters zur Analyse von Oberschwingungen

von C. Guy Suits.

(14. XI. 29.)

Zusammenfassung: Die Anwendung einer Röhrenvoltmetermethode zur Oberschwingungsanalyse von komplizierten, elektrischen Wellen wird eingehend erläutert. Die Empfindlichkeit und Genauigkeit des Verfahrens wird geprüft durch Messung der Wellenform bekannter Oberschwingungen. Die Genauigkeit ist etwa 1% für Oberschwingungen mit einer Amplitude von 10% der Grundschwingungsamplitude und etwa 3% für eine solche von 1% der Grundschwingungsamplitude. Beispiele sind mit den zugehörigen Oszillogrammen für verschiedene Anwendungen der Methode gegeben. Fehlerquellen und Empfindlichkeitsgrenzen werden diskutiert.

1. Einführung.

Eine genaue Kenntnis der Oberschwingungen einer komplizierteren Strom- oder Spannungswelle wäre für viele Wechselstromuntersuchungen von Nutzen. Es fehlte bis heute an einer einfachen und sauberen Methode zur Berechnung der Amplituden

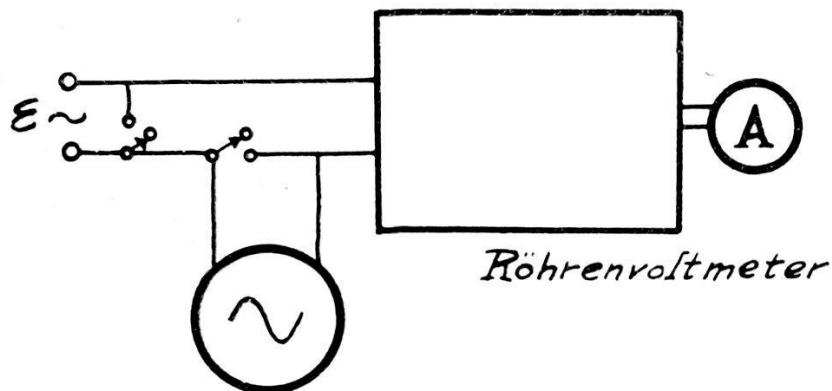


Fig. 1.

der Oberschwingungskomponenten für Nutz- und Hörfrequenzen. Viele der bis heute bekannten und speziellen Zwecken¹⁾ dienenden Methoden sind komplizierter als es die von uns gemachten Anforderungen verlangen. Deshalb wurde nach einer den Anforderungen genügenden, aber doch einfachen Methode gesucht; sie ist vom Verfasser in der vorliegenden Arbeit wiedergegeben.

¹⁾ Siehe unter anderem Phys. Soc. Proc. Juni 1928, p. 228. Bell Sys. Tech. Journ. 1924, 299; 1927, 231; 1927, 217.

2. Methode.

Die Welle ε , deren Oberschwingungen gemessen werden sollen, wird am Zuführungskreis eines Röhrenvoltmeters angesetzt. Zu ε wird ein Hilfsoszillatator in Serie geschaltet, welcher auf die Frequenzen der Oberschwingungen von ε abgestimmt werden kann. Ist die Frequenz dieses lokalen Oszillators fast gleich derjenigen der Oberschwingung, dann werden die Schwebungen im Anzeigegerät A des Voltmeters in Erscheinung treten. (Figur 1.) Mit Hilfe der Amplitude der angezeigten Schwebung und der Amplitude des lokalen Oszillators (abgelesen am Voltmeter, wenn $\varepsilon = 0$) kann man die Amplitude der Oberschwingung berechnen aus:

$$H = k \frac{J_b}{L},$$

wobei H die Amplitude der Oberschwingung, J_b die Amplitude des Stromes, angezeigt durch den Ausschlag im Anoden-Milliampèremeter A , L die Amplitude des Hilfsoszillators und k eine noch zu bestimmende Konstante ist. Die Berechnung der konstanten k soll erst für einen vereinfachten Fall durchgeführt werden. Im Anschluss daran sollen die Resultate nach demselben Rechenverfahren für einen allgemeineren Fall angegeben werden. Es kann aber gezeigt werden, dass schon das vereinfachte Resultat bereits allgemein brauchbar ist; denn die bei exakter Rechnung auftretenden neuen Faktoren fallen innerhalb die Messgenauigkeit der experimentellen Methode.

Der Anodenstrom einer 3 Elektroden-Vacuum-Röhre ist einzig und allein eine Funktion der Gitterspannung e_g und der Anodenspannung e_a . Wir schreiben daher

$$i_a = f(e_g, e_a).$$

Für den speziellen Fall, dass im Anodenkreis kein äusserer Widerstand vorhanden ist, können wir für i setzen

$$i = a_1 e + a_2 e^2 + a_3 e^3 + \dots; \quad (1)$$

in dieser Reihenentwicklung bedeutet jetzt i die einzige variable Komponente des Anodenstromes und e die totale variable Gitterspannung. Für unseren ersten Zweck genügt es aber die Gitterspannung innerhalb jener Grenzen zu halten, in welchen die Charakteristik einen nahezu quadratischen Verlauf zeigt. Diese Bedingung bringt keine weiteren Unannehmlichkeiten mit sich, da bei den heute zur Verfügung stehenden Elektronenröhren leicht

grössere Gebiete mit fast quadratischem Verlauf zu erhalten sind¹⁾. Mit dieser Forderung ergibt sich für die Koeffizienten der Reihenentwicklung:

$$a_3 = a_4 = a_5 = \dots = 0.$$

Die angelegte Spannung setzt sich zusammen aus der komplexen Welle ε und der Welle des Hilfsoszillators ε_0 . Wir schreiben daher

$$i = a_1 e + a_2 e^2 = a_1 \varepsilon + a_1 \varepsilon_0 + a_2 \varepsilon^2 + a_2 \varepsilon_0^2 + a_2 \varepsilon \varepsilon_0, \quad (2)$$

wobei

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= E_0 \cos \varphi \\ \varepsilon &= E_1 \cos \varphi_1 + E_2 \cos \varphi_2 + E_3 \cos \varphi_3 + \dots \\ &\quad [\varphi_2 = 2 \varphi_1 \text{ etc.}] \end{aligned} \quad (3)$$

Darin ist vorausgesetzt, dass die Welle des Hilfsoszillators sinusförmig ist und dass die Oberschwingungskomponenten der komplexen Welle zur Zeit $t = 0$ in Phase sind. Setzt man (3) in (2) ein, so finden wir

$$\begin{aligned} i &= a_1 E_0 \cos \varphi_0 + a_1 E_1 \cos \varphi_1 + a_1 E_2 \cos \varphi_2 + \dots \\ &+ a_2 E_1^2 \cos^2 \varphi_0 + a_2 E_1^2 \cos^2 \varphi_1 + a_2 E_2^2 \cos^2 \varphi_2 + \dots \\ &+ 2 a_2 E_0 E_1 \cos \varphi_0 \cos \varphi_1 + 2 a_2 E_0 E_2 \cos \varphi_0 \cos \varphi_2 + \dots \\ &+ 2 a_2 E_1 E_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + 2 a_2 E_1 E_3 \cos \varphi_1 \cos \varphi_3 + \dots \\ &+ \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

oder in anderer Darstellung

$$\begin{aligned} i &= a_1 \sum_0^n E_n \cos \varphi_n + a_2 \sum_0^n E_n^2 \cos^2 \varphi_n \\ &+ 2 a_2 \sum_1^n E_0 E_n \cos \varphi_0 \cos \varphi_n + a_2 \sum_1^n \sum_1^m E_n E_m \cos \varphi_n \cos \varphi_m \\ &\quad (n \neq m) \end{aligned} \quad (5)$$

und endlich kann (5) bei Verwendung einfacher trigonometrischer Beziehungen in folgender Form geschrieben werden:

$$\begin{aligned} i &= a_1 \sum_0^n E_n \cos \varphi_n + \frac{a_2}{2} \sum_0^n E_n^2 + \frac{a_2}{2} \sum_0^n E_n^2 \cos 2 \varphi_n \\ &+ a_2 \sum_1^n E_0 E_n \cos (\varphi_0 + \varphi_n) + a_2 \sum_1^n E_0 E_n \cos (\varphi_n - \varphi_m) \\ &+ a_2 \sum_1^n \sum_1^m E_n E_m \cos (\varphi_n + \varphi_m) + a_2 \sum_1^n \sum_1^m E_n E_m \cos (\varphi_n - \varphi_m). \quad (6) \\ &\quad (n \neq m) \end{aligned}$$

¹⁾ JANSKY und FELDMANN A. J. E. E. Febr. 1928, p. 126.

Die in (5) auftretenden einfach quadratischen Ausdrücke sind jetzt zerlegt in Glieder von nullter und doppelter Frequenz, während die gemischt quadratischen Ausdrücke in solche, deren Frequenzen sich als Summe und Differenz der Primärfrequenzen erweisen, zerlegt sind.

Wir wollen δ_i als denjenigen Teil des Anodenstromes i definieren, welcher an einem Gleichstrommesser abgelesen werden kann. Der Ausdruck δ_i wird sowohl alle stetigen Komponenten von i , als auch alle jene variablen Terme enthalten, deren Frequenzen unterhalb der Periode des Anzeigegerätes (im Anodenkreis) liegen. Man hat also:

$$\delta_i = \frac{a_2}{2} \sum_0^n E_n^2 + a_2 \sum_1^n E_0 E_n \cos(\varphi_0 - \varphi_n), \quad (7)$$

wobei aber in der zweiten Summe von (7) (Frequenzdifferenz) zu irgendeiner gewählten Zeit immer nur ein Glied auftritt.

Wir wollen das gefundene Resultat an einem einfachen Fall erläutern. Die komplexe Welle ε lasse sich in der einfachen Form

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_3 = E_1 \cos 100 t + E_3 \cos 300 t \quad (8)$$

darstellen. Ist zudem der Hilfsoszillator auf die Frequenz $\frac{299}{2\pi}$ eingestellt oder also:

$$\varepsilon_0 = E_0 \cos 299 t \quad (9)$$

dann kann man für (7) in diesem Fall schreiben

$$\delta_i = \frac{a_2}{2} E_0^2 + \frac{a_2}{2} E_1^2 + \frac{a_2}{2} E_3^2 + a_2 E_0 E_3 \cos 1 t. \quad (10)$$

Ist der Hilfsoszillator in dieser Weise auf die 3. Oberschwingung abgestimmt, so gibt er Anlass zu einer Schwebung von der Frequenz $\frac{1}{2\pi}$ und zu einer Stromamplitude $a_2 E_0 E_3$. Der Zeiger des Anoden-Milli-Ampèremeters schwingt über einen Bereich von $J_b = 2a_2 E_0 E_3$ Amp., weil der Cosinusausdruck positive und negative Werte annimmt. Wir können daher E_3 , die Amplitude der 3. Oberschwingung, nach der Formel:

$$E_3 = \frac{J_b}{2 a_2 E_0} \quad (11)$$

berechnen, wobei J_b direkt abgelesen und E_0 , da das Instrument als Voltmeter geeicht ist, bestimmt wird, indem man $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_3 = 0$ setzt. Der Koeffizient a_2 wird graphisch bestimmt oder noch einfacher direkt durch Eichung des Voltmeters. Bei Verwendung

des Instrumentes als Voltmeter gilt für die Eichung innerhalb des quadratischen Teiles der statischen Charakteristik:

$$\Delta i = \frac{a_2}{2} E_{\text{sch}}^2 = a_2 E_{\text{eff}}^2. \quad (12)$$

In den festgesetzten Grenzen ist der Koeffizient a_2 konstant und kann daher sofort einer Eichung in effektiven Werten entnommen werden. Sind die Wechselspannungen in Effektivwerten gemessen, dann geht (11) über in

$$E_{\text{3eff}} = \frac{J_b \text{ (Gleichstrom)}}{4 a_2 E_{0\text{eff}}} \quad (13)$$

und die am Anfang eingeführte Konstante k wird daher $\frac{1}{4 a_2}$

Sind unbekannte Welle und lokaler Oszillator allgemeiner Natur, oder also

$$\begin{aligned} e &= E_1 \cos(\varphi_1 + \psi_1) + E_2 \cos(\varphi_2 + \psi_2) + \dots, \\ e_0 &= V_1 \cos(\nu_1 + \varkappa_1) + V_2 \cos(\nu_2 + \varkappa_2) + \dots, \end{aligned} \quad (14)$$

so nimmt der Ausdruck für δ_i die folgende Form an:

$$\begin{aligned} \delta_i &= \frac{a_2}{2} \sum_1^n E_n^2 + \frac{a_2}{2} \sum_1^n V_n^2 \\ &+ a_2 \sum_1^n \sum_1^m E_n V_m \cos(\varphi_n - \psi_n + \psi_n - \varkappa_m). \end{aligned} \quad (15)$$

Der allgemeinere Ausdruck (15) deutet auf die Möglichkeit hin dass auch Schwebungen zwischen höheren Oberschwingungen des Hilfsoszillators und der unbekannten Welle auftreten können. Die Frequenz dieser Schwebungen ist aber verschieden von jene durch (7) gegebenen; ausserdem kann man unter vernünftiger Voraussetzungen über die Wellenform des Hilfsoszillators leicht zeigen, dass die Amplitude dieser höheren Schwebungen klein ist und dass die Empfindlichkeit des Anoden-Milli-Ampèremeters nicht hinreicht um dieselben nachzuweisen. So ist auch in früheren Arbeiten des Verfassers, die sich mit derselben Methode befassen das Vorhandensein solcher Schwebungen mit höheren Oberschwingungen nie bemerkt worden; wären sie aber dennoch vorhanden, dann würden sie sich der aus (7) zu erwartenden Grundschwebung überlagern. Diesen Überlegungen — später werden noch andere Gründe darauf hinweisen — zeigen demnach, dass den von uns aufgestellten Forderungen über die Form der Welle des Hilfsoszillators experimentell hinlänglich genügt werden kann

Ebenso ist zu vermerken, dass eine quadratische statische Charakteristik erst die nötige und hinreichende Gewähr für eine Oberschwingungs-Analyse bietet; eine quadratische Eichkurve folgt wohl als Notwendigkeit, ist aber noch nicht hinreichend, da a_3 oder höhere ungerade Koeffizienten immer noch anwesend sein können. Wird aber dafür gesorgt, dass die quadratischen Grenzen der statischen Charakteristik nicht überschritten werden, so sind keine Fehler der Wellenform vorhanden.

Die Empfindlichkeit der hier behandelten Methode hängt von der Verstärkung der erzeugten Schwebung ab. Die Amplitude dieser Schwebung ist ihrerseits proportional dem Produkte aus den beitragenden Amplituden; das einzige Hindernis um diese beliebig gross zu machen, sind die quadratischen Grenzen, oder die Glieder nullter Frequenz, welche unter Umständen die im Anoden-Milli-Ampèremeter in Erscheinung tretende Schwebung über die Skala hinausgehen lassen, was allerdings auf einfache Weise behoben werden könnte.

3. Experimenteller Teil.

In Figur 2 ist die Quadratwurzel des Anodenstromes $\sqrt{J_a}$ für verschiedene Werte der Gitterspannung, aufgenommen an einer CX—171 Verstärkerröhre, aufgetragen. Die statische Charakteristik ist quadratisch innerhalb $-E_g = 4 \text{ V}$ und $-E_g = 20 \text{ V}$;

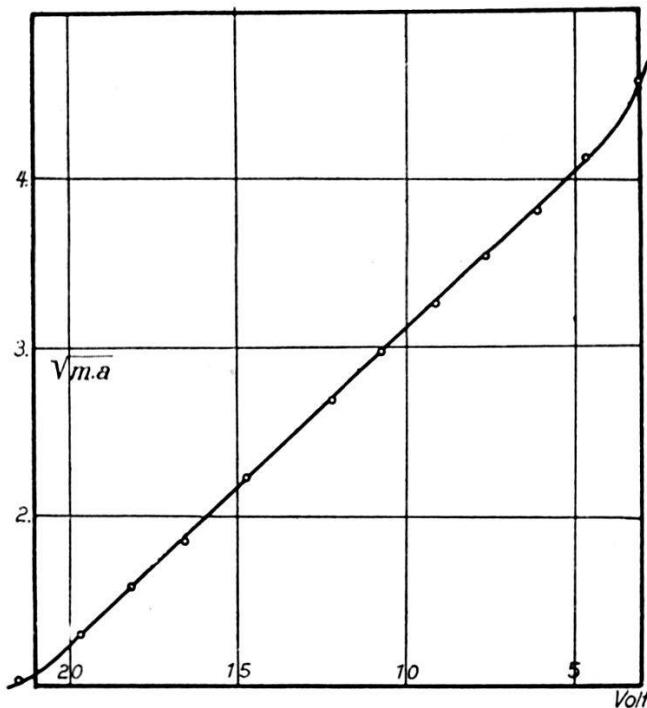


Fig. 2. Negative Gittervorspannung.

Röhre: CX — 171. Heizstrom 0,5 Amp. Anodenspannung 70,0 Volt.

diese Werte stellen demnach die Grenze der Anwendbarkeit unserer Methode dar. In diesem Bereich von 16 Volt würden sich demnach keine experimentellen Schwierigkeiten ergeben.¹⁾ Für unsere Zwecke genügt aber schon ein Bereich von 5 und weniger Volt. Wenn wir deshalb mit $E_g = -13,5$ V und $I_a = 5$ m. A. den Betriebsmittelpunkt festlegen, so kann damit eine Wechselspannung von effektiv 5,5 Volt ohne weiteres ans Gitter angelegt werden, ohne dabei die quadratischen Grenzen zu überschreiten. Die volle Skalenabweichung bei angelegter Wechsel-

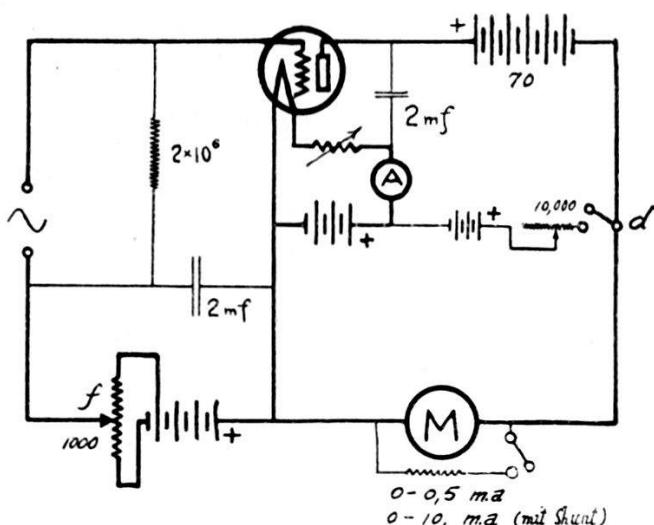


Fig. 3.

Der Heizstrom wird durch ein Ampèremeter kontrolliert. Durch Einstellung von M (mit geschlossenem Shunt und geöffnetem Schalter d) auf 5 Milliamp. mittels des Gitterspannungsteilers werden die Änderungen in der Gittervorspannung und der Anodenspannung fast vollständig ausgeglichen. Der zum Empfangskreis geheschuntete Widerstand ist nicht notwendig, dient aber zur Sicherung des Mikroampèremeters gegen grosse Stromstöße beim plötzlichen Öffnen des Gitterkreises.

spannung (für Max.) wird von der Größenordnung 1 m. A.²⁾ sein und es ist offenbar notwendig, die stetige Komponente von 5 m. A. auszugleichen. Eine dafür geeignete Schaltung ist in Fig. 3 angegeben.

Der Koeffizient a_2 , welcher durch die Neigung der Geraden in Fig. 2 bestimmt wird, ist gleich $0,322 \frac{\text{m. A.}}{\text{Volt}}$ und stimmt innerhalb der Messgenauigkeit mit a_2 , bestimmt durch die Voltmeter-

¹⁾ Röhren vom Typ 71, welche wie R. C. CX-171, Cunningham CX-371 oder CeCo J-71 etc. alle mit 5 Amp. Heizstrom betrieben werden, sind als sehr geeignet gefunden worden. Bei allen den untersuchten Röhren ist eine quadratische Charakteristik von 7-25 V Gitterspannung gefunden worden.

²⁾ m. A. = Milliampère.

eichung überein. Die effektiven Amplituden der Oberschwingungskomponenten ergeben sich daher aus der Gleichung

$$H = \frac{J_b}{129 L} . \quad (16)$$

Im folgenden sind die Resultate einer Anzahl von Analysen über Strom- und Spannungs-Wellenformen wiedergegeben. Die ersten beiden Fälle dienen zum experimentellen Nachweis der Grenze der Empfindlichkeit und Genauigkeit der Methode, während die folgenden Untersuchungen zur Illustration geeigneter nützlicher Anwendungen dienen.

Um die Empfindlichkeit und Genauigkeit abzuschätzen, wurden zunächst bekannte Wellenformen ausgemessen. So wurde z. B. eine 4. Oberschwingung einem 60 Periodenstrom, welcher normalerweise keine 4. Oberschwingung besitzt, zugefügt. Die zugefügte Oberschwingung wird zuerst für sich allein als Grundschwingung (an ihrer Quelle) gemessen; die nachherige Messung als harmonische Oberschwingung gibt Zeugnis von der Genauigkeit der Methode. Tabelle 1 enthält 3 verschiedene Messungen von

Tabelle 1.

$$H = \frac{J_b}{0.124 L}$$

Oberschwingung von 1%								
J_b	7,5	7,0	8,5	9,0	7,5	8,5	9,5	9,5
L	2,73	2,73	2,42	2,38	3,03	3,04	2,5	2,49
H (als Grundschwingung).	0,0228	0,0228	0,0305	0,0306	0,0224	0,0225	0,0303	0,0303
H (als Oberschwingung).	0,0222	0,0207	0,0283	0,0305	0,0200	0,0225	0,0307	0,0307
% der Übereinstimmung	-,9	-9,2	-7,2	-0,33	-10,7	0	+1,3	+1,3
% der Übereinstimmung der 8 Messungen — 3,2								

Oberschwingungen und zwar solche deren Amplitude 10%, 5% und 1% der Grundschwingungsamplitude ausmacht. Die aufgeführten Messungen sind unter den günstigsten experimentellen Bedingungen erhalten worden, d. h. bei konstanter Frequenz und Spannung der gemessenen Stromquelle.

Das nächste interessante Beispiel soll das einer spitzen Wellenform sein, so wie das beigefügte Oszillogramm¹⁾ (Fig. 4) sie zeigt.

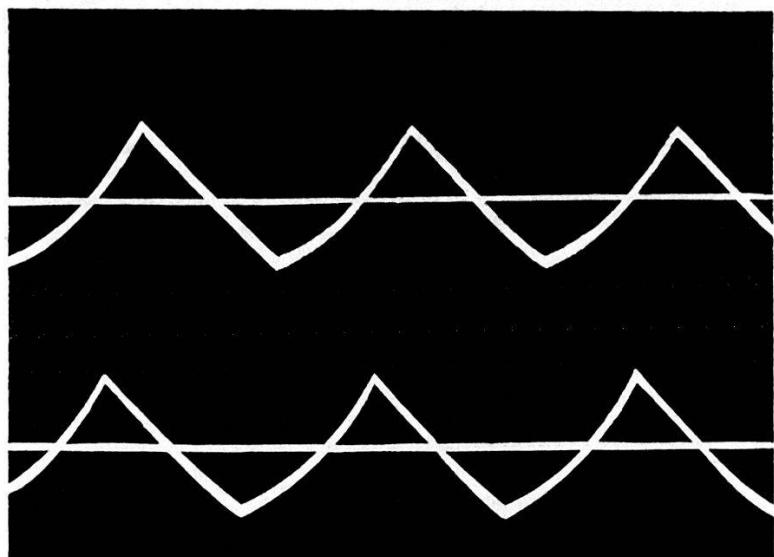


Fig. 4.

Diese Spannungswellenform wurde hergestellt durch Ladung eines Kondensators über einem hohen Widerstand mittels eines Kommutators.— Spannungsquelle eckiger Wellenform. Unter der Voraussetzung, dass die angegebene Wellenform auch die richtige ist, sind die Messungen der Oberschwingungen leicht zu veri-

¹⁾ Die in Fig. 4 dargestellte Wellenform ist stark verzerrt, einerseits durch die Verstärkung, anderseits durch die sehr kleine Zeitkonstante (einer Kondensator-Widerstand-Kombination), welche notwendig ist, um genügende Amplituden für den Oszillographen zu erhalten. Wenn Messungen gemacht wurden, war die Zeitkonstante $= RC = 4,7 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-6} = 0,47$ sec., während die Grundfrequenz der quadratischen Welle 60 p. p. s. war; es ist deshalb sicher anzunehmen, dass die Abweichungen von einer genauen spitzen Welle nicht gross sind.

fizieren, denn bekanntlich gilt nach der Fourier-Zerlegung:

$$E = \frac{1}{1^2} \sin \varphi + \frac{1}{3^2} \sin 3\varphi + \frac{1}{5^2} \sin 5\varphi + \dots$$

Die Reihe der Messungen ist in Tabelle 2 wiedergegeben. Da hier durch Frequenzänderungen und Spannungsschwankungen beträchtliche Schwierigkeiten auftreten, kann diese Zerlegung als ein Beispiel angesehen werden eines unter ungünstigen experimentellen Bedingungen erreichten Resultates.

Tabelle 2.

$$H = \frac{J_b}{0,129 L}$$

Oberschwingungen eckiger Wellenform

Erste Oberschwingung					
J_b (Microamp.) .	385	181	235	200	80
L_{eff} (Volt) . . .	2,81	1,36	1,82	1,60	0,68
V_{eff} (Volt) . . .	1,06	1,03	1,00	0,97	0,91
H Mittel der fünf Bestimmungen = 0,994					

Dritte Oberschwingung				
J_b (Microamp.) .	38	50	50	43
L_{eff} (Volt) . . .	2,70	3,46	3,45	2,97
V_{eff} (Volt) . . .	0,109	0,112	0,112	0,112
H Mittel der vier Bestimmungen = 0,111				

Fünfte Oberschwingung				
J_b (Microamp.) .	23	18	20	13
L_{eff} (Volt) . . .	3,64	3,91	3,16	3,35
V_{eff} (Volt) . . .	0,049	0,0357	0,049	0,030
H Mittel der vier Bestimmungen = 0,0408				

Siebente Oberschwingung					
J_b (Microamp.) .	10	9	9	11	10
L_{eff} (Volt) . . .	3,48	3,66	3,53	3,53	3,54
V_{eff} (Volt) . . .	0,0223	0,0191	0,0198	0,024	0,0219
H Mittel der fünf Bestimmungen = 0,0215					

Zusammenstellung der Resultate:
Relative Amplituden verglichen mit den Fourier-Koeffizienten.

Oberschwingung	1	2	3	4	5	6	7	8
Fourier-Koeff. der eckigen Welle	1,00	0	0,1111	0	0,0400	0	0,0204	0
gemessen	1,00	0	0,1116	0	0,0410	0	0,0217	0

Diese beiden aufgeführten Beispiele geben uns Anhaltspunkte für eine Abschätzung der Genauigkeit und Empfindlichkeit der Methode. So kann nämlich nachgewiesen werden, dass eine Oberschwingung, deren Amplitude 10% von jener der Grund-

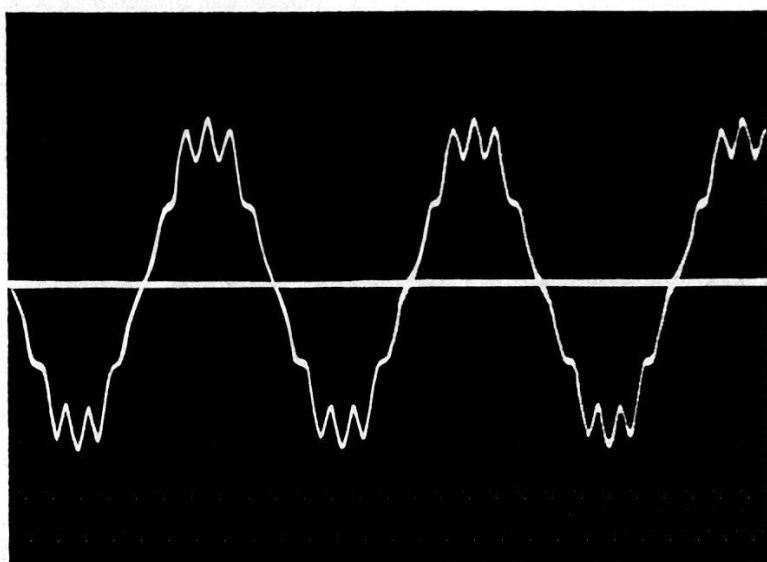
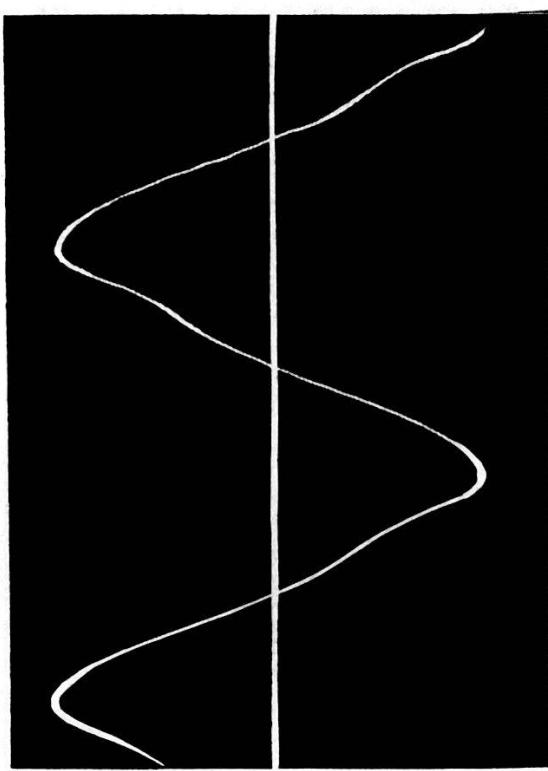


Fig. 5.

schwingung ausmacht, bis auf 1% genau gemessen werden kann. In ähnlicher Weise kann eine Oberschwingung, deren Amplitude 1% von der Grundschwingungsamplitude, bei günstigen Bedingungen mit einer Genauigkeit von 3% gemessen werden. Ist die Amplitude der Oberschwingung nur $1\frac{1}{100}$ von jener der Grundschwingung, dann kann sie mit der hier angegebenen Methode wohl noch nachgewiesen, aber nicht mehr gemessen werden¹⁾. Es darf aber nicht übersehen werden, dass die prozentuelle Übereinstimmung zwischen den berechneten und den gemessenen Werten auch die Fehler in der direkten Messung der Oberschwingung (Beispiel Tabelle 1), oder die unbekannten Fehler in der gemessenen Wellenform (im Fall der spitzen Welle) in sich einschliesst; diese Fehler sind aber sicherlich gering.

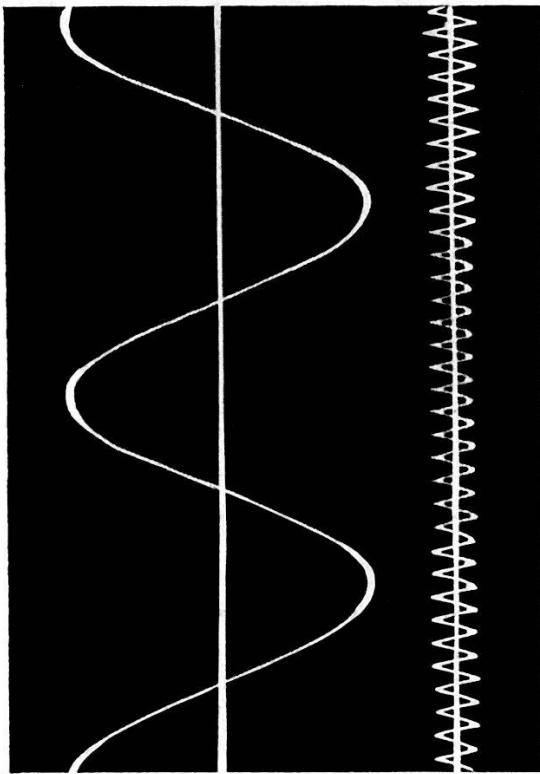
¹⁾ Für viele Zwecke genügt die, aus der zugehörigen Figur entnommene proz. Genauigkeit (bezogen auf die Amplitude der Grundschwingung). Die Genauigkeit, wie sie hier wiedergegeben, ist natürlich numerisch viel grösser.

$I_m = ,51$

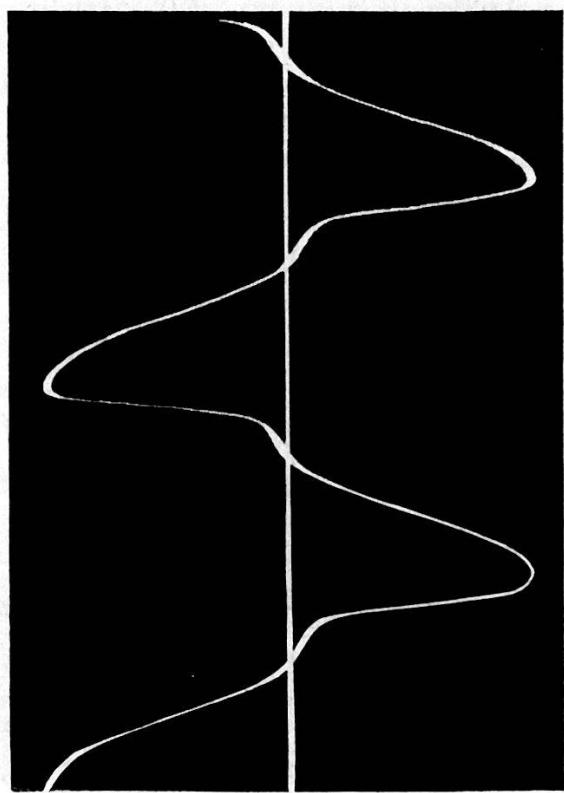


Figur 6.

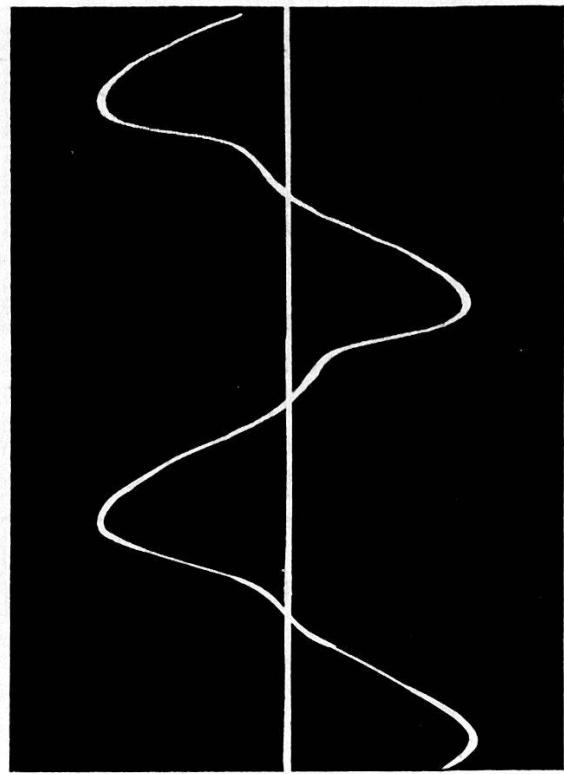
$I_m = ,03$



$I_m = 4,95$



$I_m = 2,0$



Sind nur Relativwerte der Amplituden der Oberschwingungen Gegenstand einer Betrachtung, und dies ist oft der Fall, so ist die Kenntnis des Koeffizienten a_2 nicht mehr notwendig, weil a_2 als Faktor zu allen Oberschwingungs-Amplituden hinzutritt.

Die nun folgenden Beispiele sollen hauptsächlich die Brauchbarkeit der hier beschriebenen Methode für eine Frequenzanalyse

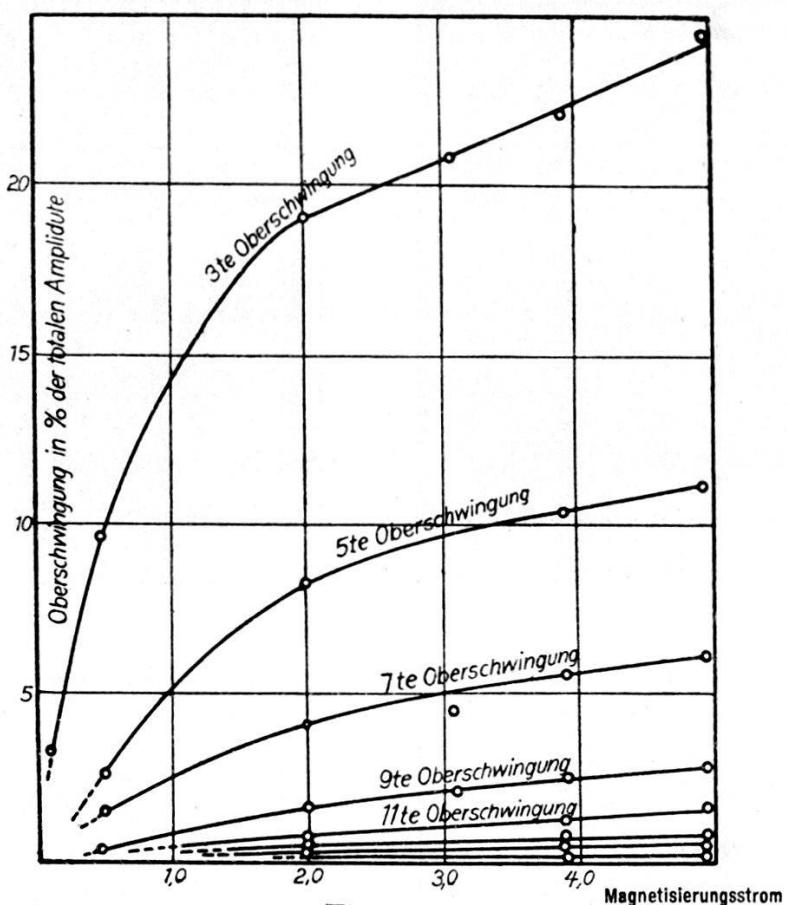


Fig. 7.

demonstrieren. Das Oszillogramm (Fig. 5) stellt den Verlauf der Spannung eines über einen Widerstand kurz geschlossenen, variablen Frequenzgenerators dar.

Die gemessenen Oberschwingungen sind¹⁾ (jede Amplitude ist das Mittel von 3 Messungen):

Oberschwingung .	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
% Total eff. Werte	0	2,3	0	2,6	0	1,8	0	0	0	8,25	0	4,6	0		

Auf den ersten Blick würde man dem Oszillogramm das Vorhandensein einer 13. Oberschwingung nicht entnehmen, aber man kann mit einem Stossmesser auch noch die Amplitude der 11. und 13. Oberschwingung mit genügender Genauigkeit bestimmen.

¹⁾ Oberschwingungs-Amplituden von weniger als 0,1% der Grundschwingung sind Null zu setzen, wegen der Unmöglichkeit ihres Nachweises.

Oberschwingungen in Eisenspulen sind bereits ausgiebig studiert worden. Figur 6 zeigt verschiedene Oszillogramme einer Stromwelle in einer Induktionsspule mit Eisenkern bei sukzessiv wachsendem Magnetisierungsstrom. (Das „Knie“ in der Magnetisierungskurve tritt bei annähernd 1 Amp. auf.) In Figur 7 sind die Resultate unserer Analyse wiedergegeben. Die gefundenen Oberschwingungen sind für die verschiedenen Werte des Magnetisierungsstromes in % des totalen effektiven Stromes aufgetragen.

Die in Figur 6 dargestellte Welle von der Grundfrequenz 1000 wurde von einem, durch eine General Radio-Stimmgabel erregten, Summer erzeugt. Ihre Analyse ergab die folgenden Oberschwingungskomponenten, ausgedrückt in % der Amplitude der totalen effektiven Werte.

Oberschwingung . . .	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
% der totalen eff. Werte	9,67	9,40	5,76	2,31	1,09	1,37	0,78	0,69	0,57	0,0

Als letztes Beispiel ist im folgenden noch eine Analyse des Stadtlichtstromes gegeben. Die Spannung wurde an einem 1000 Ω igen Shunt gemessen. Die Oberschwingungen dieses Wechselstromes sind weitgehend abhängig von der speziellen Belastung des Netzes. Eine ausnahmsweise saubere Wellenform möge hier angegeben werden.

Oberschwingungen . .	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
% der totalen eff. Werte	0	0,21	0	1,31	0	0,08	0	*	0	
do.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
do.	0	0	0	0	0	0	*	0	*	

* = nur wahrgenommen.

4. Diskussion der Fehlerquellen.

Die Fehlerquellen, die unsere Methode beeinträchtigen könnten, haben in zwei Dingen ihre Ursache:

- Ungünstige Wellenform des Hilfsoszillator;
- nicht quadratische Krümmung der statischen Charakteristik.

a) *Wellenform des Hilfsoszillators.* Die Wellenform des Oszillators kann auf zweierlei Weise einen Fehler verursachen. Einmal können die Oberschwingungen des Oszillators mit den Oberschwingungen der unbekannten Welle störende Schwebungen hervorrufen. Die Frequenz dieser Schwebungen ist aber immer verschieden von jener der Grundschwingung und ausserdem kann man unter vernünftigen Voraussetzungen über die Wellen-

form des Hilfsoszillators (grösste Oberschwingungsamplitude = 5% der Grundschwingung) leicht zeigen, dass die erzeugten Schwingungen zu kleine Amplituden besitzen, um vom Micro-Amp.-Meter (0—500 micro Amp.) angezeigt zu werden. Dann wird ebenfalls die Wellenform des Oszillators die Bestimmung der Spannung L des Hilfsoszillators beeinflussen. (Gleichung (16) s. oben.) Da aber mit dem Voltmeter Effektiv-Werte gemessen werden, ist eine 10% Oberschwingung nötig um einen Fehler von 1% zu ergeben. Es ist daher sehr leicht, einen Hilfsoszillator zu bauen, der unserer Forderung über die Reinheit der Wellenform praktisch gerecht wird.

b) *Nicht quadratische Krümmung.* Nicht quadratische Krümmung kann einen Fehler in der Bestimmung der 2. Oberschwingung hervorrufen; denn verschwindet der Koeffizient a_3 in der Reihenentwicklung der Charakteristik nicht vollständig, so hat die scheinbare Oberschwingung von derselben Schwebungsfrequenz eine Amplitude:

$$\frac{J_b}{2} = a_2 L E_2 + \frac{3}{4} a_3 L E_1^2,$$

darin bedeutet L die Amplitude des Hilfsoszillators, E_2 jene der 2. Oberschwingung (welche Null sein kann) und E_1 jene der Grundschwingung der unbekannten Welle. Selbst wenn $E_2 = 0$ ist, erzeugt der Beitrag $\frac{3}{4} a_3 L E_1^2$ (von derselben Schwebungsfrequenz) eine scheinbare 2. Oberschwingung. Da der Koeffizient a_3 leicht bestimmt werden kann ($= 0,00036 \frac{\text{m. A.}}{\text{Volt}^3}$ für die hier gebrauchte Röhre) kann für jeden allgemeinen Fall mittels der eben angegebenen Relation eine Korrektur durchgeführt werden. Immerhin ist es möglich, durch eine einfache Vorsichtsmassnahme die Korrektur zu vermeiden, indem man die der unbekannten Welle angelegte Spannung klein wählt, z. B. von der Größenordnung 0,5 Volt. Diese Vorsichtsmassnahme ist aber wie bereits angedeutet nur für die Bestimmung der 2. Oberschwingung nötig¹⁾.

¹⁾ Ob auch der Koeffizient a_4 von Null verschieden ist, kann durch Messen eines 60 Perioden Lichtstromes, aus welchem die normale 3. Oberschwingung ausgefiltert wurde geprüft werden. Eine scheinbare 3. Oberschwingung konnte aber nicht nachgewiesen werden. Der massgebende Term im Ausdruck für die scheinbare 3. Oberschwingung wäre:

$$\frac{a_4}{2} E_1^2 E_0.$$

Es lässt sich daraus schliessen, dass der Koeffizient $a_4 = 0$ oder wenigstens kleiner als $0,000004 \frac{\text{m. A.}}{\text{Volt}^4}$ sein muss. Höhere Koeffizienten könnten auf eine analoge Art geprüft werden, doch haben alle solchen Untersuchungen negative Resultate ergeben.

5. Empfindlichkeitsgrenzen.

Die Empfindlichkeitsgrenzen bei Verwendung eines (0—500) Micro-Ampère-Meter im Anodenkreis sind bereits oben angegeben worden. Maximale Empfindlichkeit für kleine Oberschwingungen erhält man, wenn die Spannung der zu messenden Quelle und die Spannung des Oszillators gleich sind. Eine beachtenswerte Erhöhung der Empfindlichkeit (in der Grössenordnung 5—10) könnte unter guten experimentellen Bedingungen durch Kompen-sation der Nullfrequenz-Komponente im Micro-Ampère-Meter und durch Erhöhung der Stromempfindlichkeit des Instrumentes erreicht werden. Dies ist auch schon mit Erfolg durchgeführt worden; doch erfordert jede Erhöhung der Empfindlichkeit in dieser Richtung eine konstante Spannungscharakteristik der zu messenden Quelle und eine entsprechend günstige Wellenform des Hilfsoszillators¹⁾.

6. Diskussion und Schlussfolgerungen.

Die hier besprochene Methode der Oberschwingungsanalyse besitzt nachgewiesenermassen viele Anwendungsmöglichkeiten. Die Einfachheit der experimentellen Anordnung etc. macht eine ständige Verwendung dieser Methode für viele Laboratoriums-Untersuchungen möglich, so z. B. für Messungen von Verstärker-verzerrungen und Oszillator-Wellenformen. Die hohe Impedanz des Zuführungskreises des Voltmeters vermeidet einen grösseren Energieentzug von der zu messenden Spannung. Der Forderung über die Wellenform des Hilfsoszillators ist leicht zu genügen; auch braucht die Eichung nicht genau durchgeführt zu sein. Die wirkliche Begrenzung der Methode (abgesehen von den oben gegebenen Empfindlichkeitsgrenzen) liegt in der Forderung, dass Spannung und Frequenz der Quelle so weit konstant bleiben müssen, dass ein Abstimmen auf langsame Schwebungen möglich ist. Dass überdies die relative Phase der Oberschwingungen nicht bestimmbar ist, ist wiederum für viele Fälle belanglos.

Es darf nicht unerwähnt bleiben, dass die oben ausgeführte Berechnung sich nicht nur auf die Vakuum-Röhre anwenden lässt, sondern ohne weiteres auf jedes Stromkreiselement mit qua-dratischer Charakteristik und Frequenzunabhängigkeit sich über-tragen lässt.

¹⁾ Die Oberschwingungen 6, 7, 8 und 9 der Wellenform, wie sie die oben erwähnte General-Radio 1000 Perioden Stimmgabel besitzt, wurden durch die hier beschriebene Methode bestimmt.

Die Anwendungsmöglichkeit des Röhrenvoltmeters ist eine so vielseitige, dass es für viele Laboratoriumsarbeiten unentbehrlich sein wird; so ist das Instrument als Impedanz-Voltmeter (Messbereich 0,4—4,0 Volt eff.) ausser zur Oberschwingungsanalyse auch brauchbar für Messungen der Stromstärke, der Spannung, der Induktion, der Kapazität, des Verlustfaktors, des Verstärkungsfaktors, der Resonanz in gekoppelten Kreisen etc. Eine Frequenzunabhängigkeit bis zu 3×10^6 Hertz ist sicher gestellt; zudem ist ein Wellenformfehler vollständig vermieden. In Verbindung mit einem lokalen Oszillatator kann man mittels den auftretenden Schwebungen sehr kleine Wechselspannungen (Grössenordnung 10—2000 Milli-V. eff.) ohne weitere Eichung messen, ähnlich der Methode von AIKEN¹⁾. Die Amplitude der Grundschwingung der zu messenden Wechselspannung ist gegeben durch:

$$E_{\text{eff}} = \frac{J_b}{4 a_2 L_{\text{eff}}}.$$

Die Arbeit wurde begonnen im Physikalischen Institut der Eidg. Techn. Hochschule in Zürich und weitergeführt im Laboratorium des „Departement of Physics“, University of Wisconsin, Madison. Herrn Prof. SCHERRER und meinem verstorbenen Lehrer Prof. E. M. TERRY sowie Herrn Prof. LEO J. PETERS möchte ich für ihre wertvollen Ratschläge herzlichst danken, wie auch Herrn Dr. SÄNGER für die Hilfe bei der Übersetzung dieser Arbeit.

Madison U. S. A., Juni 1929.

¹⁾ C. B. AIKEN, Op. Soc. Am. u. Rev. Sci. Instrum. S. 440 Dez. 1928.