Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 1 (1928)
Heft: IV

Artikel: Zur Lichtbeugung an weiten Spalten
Autor: Greinacher, H.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-109171

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 05.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Zur Lichtbeugung an weiten Spalten

von **H. Greinacher, Bern.**

(27. III. 28.)

Inhalt: Die an einem weiten Spalt auftretenden Fresnel'schen Beugungserscheinungen werden näher untersucht und in elementarer Weise quantitativ behandelt. Es wird gezeigt, wie sie zur Messung der Wellenlängen und der Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Medien herangezogen werden können.

Die FRESNEL'schen Beugungserscheinungen sind bekanntlich für genaue Wellenlängenbestimmungen nicht geeignet. Hingegen

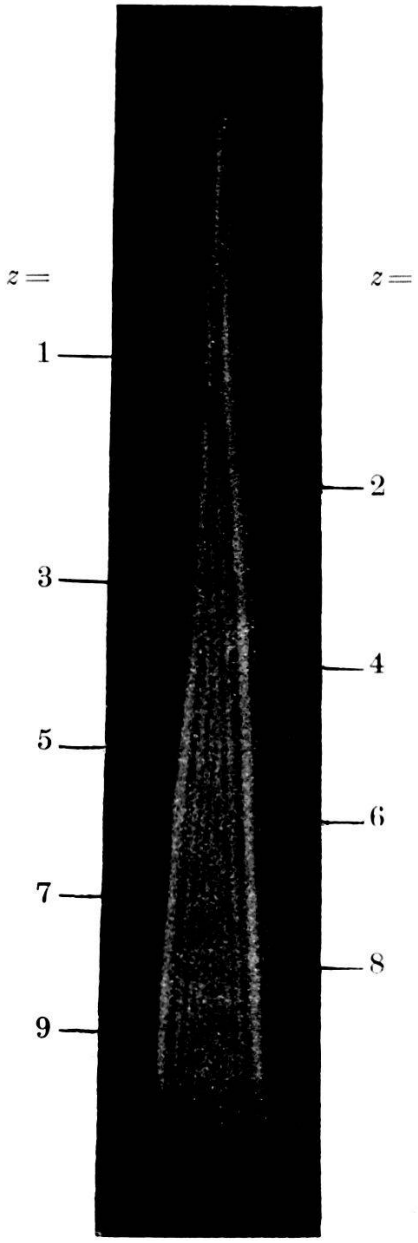

Fig. 1.

sind sie für die Zwecke der Demonstration und des Übungsexperiments grundlegend. Es bieten daher alle einfachen, quantitativ erfassbaren Versuche dieser Art ein gewisses Interesse. Bis anhin scheinen mit Vorliebe die Beugung an einem Draht und an einer Kreisöffnung verwendet worden zu sein. Beugungsbilder dieser Art sind z. B. im Lehrbuch der Physik von GRIMSEHL wiedergegeben und behandelt. Ebenso schön und instruktiv sind nun auch die Beugungserscheinungen an einem weiten Spalt, welche in einfacher Weise eine experimentelle Verifikation der Theorie der FRESNEL'schen Elementarzonen ermöglichen. Die bei verschiedener Spaltweite auftretenden Erscheinungen lassen sich gleichzeitig beobachten, wenn man einen keilförmigen Spalt anwendet. In Fig. 1 sei die photographische Aufnahme eines solchen Beugungsbildes wiedergegeben. Die Anordnung war die der Fig. 2. Das Licht eines Bogenlämpchens *L*, das durch den Kondensor *K*

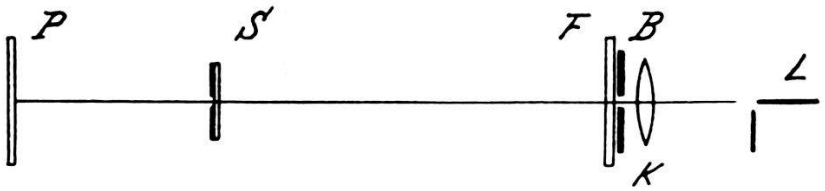

Fig. 2.

einigermassen parallel gemacht war, wurde durch den etwa 1 mm weiten Spalt *B* ausgeblendet und durch irgend ein Blauglas *F* gefiltert, auf den Beugungsspalt *S*, der ca. 4,5 cm lang, oben 1 mm, unten 4,5 mm breit war, gerichtet und fiel dann auf die in etwa 1 m Abstand angebrachte Photoplatte (Expositionszeit: 5 Sek.). Der Beugungsspalt war so hergestellt, dass man auf einem angewärmten Objektträger etwas Paraffin verstrich und darauf eine Al-Folie von 0,006 mm Dicke legte und glatt strich. Nach dem Abkühlen wurde die Spaltöffnung mit einer Schneidefeder herausgeschnitten und die freigelegte Glasfläche noch etwas mit Benzin geputzt. Die Platte *P* war in eine photographische Kamera eingesetzt, deren Objektiv herausgenommen war, und zwischen Kamera und *S* war zum Ausschluss falschen Lichtes noch eine geschwärzte Röhre eingelegt.

Durchmustert man die Beugungsfigur von oben nach unten, so findet man die Zahl der dunklen Beugungsstreifen, die innerhalb des geometrischen Spaltbildes auftreten, mit grösser werdender Breite zunehmen. Man beobachtet bis 9 solcher Streifen. Oberhalb der Stelle 1 käme dann das Gebiet der Beugung an einem engen Spalt, von dem bereits photographische Aufnahmen exi-

stieren (s. z. B. Grimsehl l. c. S. 939). Sehr schön ist die Änderung der Erscheinung mittels eines regulierbaren Spaltes subjektiv zu beobachten. Zu diesem Zweck genügt folgende einfache Vorrichtung (Fig. 3). In grösserem Abstand (5 m und mehr) vom

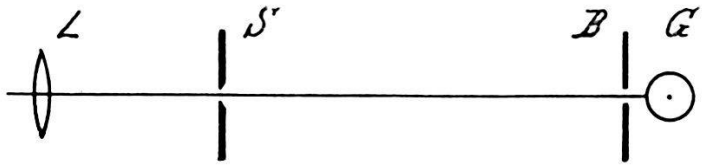

Fig. 3.

Spalt S wird eine Einfadenglühlampe G aufgestellt. Es kann auch eine Lampe mit zwei und mehr leuchtenden Fadenstücken benützt werden, sofern man eine Blende (1 bis mehrere mm weit) so aufstellt, dass nur das Licht eines zu S parallelen Fadenstückes auf S auffällt. Die Beugungsfigur wird nun mit einer stärkeren Lupe (8—10fach) betrachtet. Will man etwa eine nichtfadenförmige Lichtquelle, z. B. eine Quecksilberdampflampe, verwenden, so kann man die Anordnung mit Vorteil wie in Fig. 4 angegeben

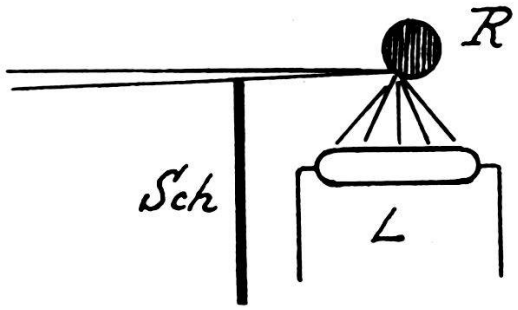

Fig 4.

treffen. Man blendet das direkte Licht der Lampe L durch einen Schirm *Sch* ab und verwendet das an einer blanken Metallstange R (z. B. einer 13 mm-Fe-Stange) gespiegelte Licht. Ohne jede Blende kommt man auch aus, wenn man die leuchtende Kapillare eines (z. B. mit He gefüllten) Geisslerrohres als Lichtquelle benützt.

Mit dieser primitiven Anordnung kann man nun der Reihe nach die verschiedenen Beugungserscheinungen beobachten. Öffnet man S (Fig. 3) allmählich, so erscheinen links und rechts neben der Spaltöffnung die bekannten Beugungsstreifen (bei weissem Licht farbig). Diese rücken allmählich zusammen. Schliesslich werden sie undeutlich, und bei breiter werdendem Spalt entsteht in der Mitte des geometrischen Spaltbildes ein dunkler Streifen. Damit kommt man in das typische Gebiet der Interferenzerscheinungen eines weiten Spaltes. Man sieht nun die Mitte abwech-

selnd wieder hell und dunkel werden, wobei die Zahl der schwarzen Streifen immer um eins zunimmt.

Diese Beugungserscheinungen sind schon vor langem behandelt worden. Aber auch in ihrem anschaulichsten Ausdruck durch die CORNU'sche Spirale ist die Theorie noch zu kompliziert, um ein unmittelbares Verständnis zu ermöglichen. In erster Annäherung lässt sich jedoch eine elementare Ableitung geben, die sich eng an die Beugungsverhältnisse an einer Kreisöffnung anlehnt. Eine ebene Welle falle auf den Spalt von der Breite d (Fig. 5). Wir finden die Lichtintensität in einem Punkte P, der sich gegenüber der Spaltmitte M im Abstande a befindet, indem

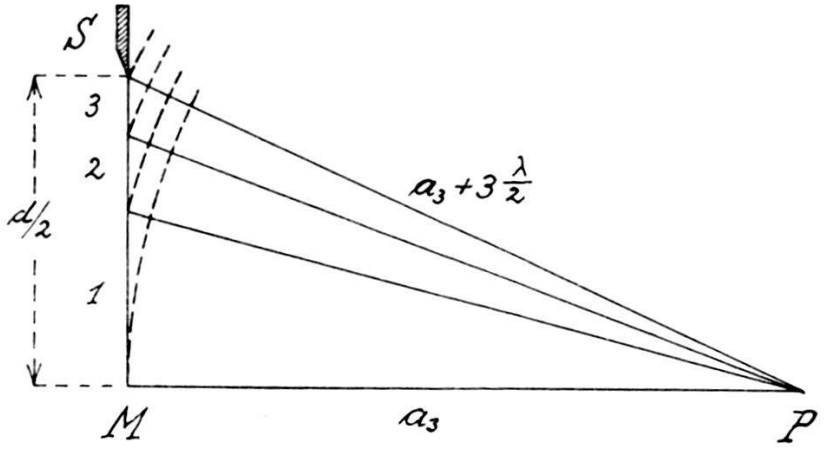

Fig. 5.

wir uns die FRESNEL'schen Elementarzonen (hier Elementarstreifen) einzeichnen. Wir erhalten diese in bekannter Weise durch Abtragen der Entfernungen $a + \frac{\lambda}{2}$, $a + 2\frac{\lambda}{2}$, usw. In Fig. 5 ist der Fall gewählt, wo der Strahl nach dem Spaltrand gerade $a + 3\frac{\lambda}{2}$ beträgt. Wir erhalten dann im Falle einer ungeraden Zahl von Zonen ein Maximum, bei gerader ein Minimum der Intensität. Hierbei ist vorausgesetzt, dass für die Interferenzerscheinung in P nur gerade dasjenige Flächenstück des Spaltes wirksam ist, welches P direkt gegenüber liegt. Es wäre dies ein schmaler, senkrecht zur Spaltlängsrichtung (d. h. in Richtung MS) ausgedehnter Streifen. Dies erscheint mit Rücksicht auf den Umstand plausibel, dass der Spalt sich in der Längsrichtung ja wie eine unbegrenzte Fläche verhält. Man kann diese Annahme aber ohne weiteres experimentell begründen. Blendet man durch einen engen Querspalt (z. B. von 40 μ) den schmalen Streifen bei MS aus, so bleibt die Anordnung der Beugungsstreifen in P dieselbe. Natürlich tritt dann die Beugungserscheinung *neben* dem Querspalt noch hinzu. Da im übrigen die Elementarzonen $1, 2, 3, \ldots n$

ungleich gross sind, im Gegensatz zum Fall des kreisförmigen Loches, so erhält man bei der Beugung an einem weiten Spalt niemals Auslöschung in P, sondern nur Maxima und Minima.

Bezeichnen wir mit n die Zahl der Elementarzonen und betrachten die Abstände a_n bezw. die Spaltweiten d, welche n zu einer ganzen Zahl machen, so folgt die Bedingung für die Maxima und Minima in P aus

$$a_n^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(a_n + n\frac{\lambda}{2}\right)^2, \tag{1}$$

was unter Vernachlässigung des Gliedes mit λ^2 liefert:

$$\lambda = \frac{(d/_2)^2}{n\, a_n} \tag{2}$$

Dies gibt für n gerade ein Minimum,
für n ungerade ein Maximum.

Für die Beobachtung geeignet sind nur die Minima, da die Maxima in P zu wenig prägnant sind. Immerhin treten *gleichzeitig* mit den Maxima zu beiden Seiten Minima auf. Unsere Betrachtung gilt jedoch nur für den zentralen, nicht aber die seitlichen Interferenzstreifen. Es folgt also nicht etwa, dass man statt auf das Maximum in der Mitte, auf die beiden seitlich davon auftretenden Minima einstellen darf. Muss es doch als unerwiesen erscheinen, dass die seitlichen Minima bei *denselben* Abständen wie das Maximum der Mitte auftritt. Der Versuch zeigt aber, dass dies doch sehr weitgehend der Fall ist. Denn, trägt man die Abstände a auf, die man für das Auftreten von 1,2,3 usw. Streifen findet (etwa als Funktion dieser Streifenzahl), so erhält man eine glatte Kurve, während man sonst eher einen oszillatorischen Charakter erwarten sollte. Wir dürfen unsere theoretische Beziehung daher ebensowohl für eine gerade wie eine ungerade Zahl von Interferenzstreifen anwenden. Da die Streifenzahl z stets um 1 kleiner als die Zahl der Elementarzonen n ist, d. h. $n = z + 1$, so kann (2) jetzt auch geschrieben werden

$$\lambda = \frac{(d/_2)^2}{(z+1)\, a_z}, \tag{3}$$

wo z nun gerade und ungerade sein darf.

Im folgenden seien nun einige Messungen mitgeteilt, die über die Anwendbarkeit dieser Beziehung Aufschluss geben mögen. Die Anordnung bestand aus einer Kohlenfadenglühlampe mit hufeisenförmigem Faden. Davor war eine Blende derart gestellt,

dass nur das Licht des einen leuchtenden (ungefähr geradlinigen) Schenkels in die Beobachtungsrichtung gelangte. In einer Entfernung von 7,25 m war eine achtfach vergrössernde Lupe aufgestellt. Dazwischen befand sich ein Spektrometerspalt von der (unterm Mikroskop ausgemessenen und konstant belassenen) Breite von 1,057 mm (Länge: 1 cm). Der Spalt konnte auf einem mit Masstab versehenen Schlitten verschoben werden. Es wurden nun die Stellungen aufgesucht, wo die Interferenzstreifen ihren grössten Kontrast aufwiesen. Sowohl mit unfiltriertem (weissem) Licht als mit rotem und grünem wurde eine Messreihe aufgenommen. Die hierfür benützten Hübl-Filter befanden sich direkt vor der Glühlampe. Nach Angabe blendete rot 616—660 $\mu\mu$ und grün 520—550 $\mu\mu$ aus. Um den Grad der Einstellgenauigkeit zu zeigen, möge hier eine vollständige Messreihe für Rotlicht wiedergegeben werden.

$z =$	1	2	3	4	5	6	7
	30,6	22,2	17,7	15,1	13,3	12,3	11,25
	30,6	22,1	17,3	15,0	13,3	12,5	11,4
	31,1	22,4	17,7	15,1	13,3	12,4	11,4
	30,4	22,05	17,4	15,0	13,4	12,4	11,4
	31,6	21,95	17,3	15,2	13,2	12,3	11,4
Mittel:	30,86	22,14	17,48	15,08	13,30	12,38	11,37

Die Zahlen beziehen sich zunächst auf den an willkürlicher Stelle gelegenen Nullpunkt des Masstabes. Um die Grösse a_z zu erhalten, hätte man noch den Spalt so weit heran zu verschieben, bis er sich an der Stelle der unter der Lupe betrachteten Interferenzstreifen befindet und dann diese Nullstellung von den obigen Zahlen zu subtrahieren. Zu diesem Zweck ist einfach der Spalt in jene Stellung zu bringen, wo seine Ränder unter der Lupe scharf erscheinen. Unter Berücksichtigung dieser Nullstellung, die zu 5,3 cm gefunden wurde, ergaben sich nun für die drei Messreihen folgende Resultate:

$z =$	1	2	3	4	5	6	7
rot	25,56	16,84	12,18	9,78	8,00	7,08	6,07
weiss	27,30	17,70	13,04	10,58	8,88	7,64	6,73
grün	30,26	19,94	14,40	11,42	9,41	8,20	7,22

Für das Produkt $(z + 1)\, a$ erhält man hieraus folgende Werte:

$z =$	1	2	3	4	5	6	7	Mittel
rot	51,1	50,5	48,7	48,9	48,0	49,6	48,6	49,4
weiss	54,6	53,2	52,2	52,9	53,3	53,5	53,8	53,4
grün	60,5	59,8	57,6	57,1	56,5	57,4	57,7	58,1

Es resultieren somit für jede Reihe annähernd konstante Werte. Unter Benützung der Mittelwerte berechnen sich nach Formel (3) für die Wellenlängen $\lambda_r = 582\ \mu\mu$, $\lambda_w = 538\ \mu\mu$ und $\lambda_g = 495\ \mu\mu$, ein Resultat, das im grossen und ganzen die theoretischen Voraussetzungen bestätigt. Während indessen die Relativwerte für die verschiedenen Wellenlängen (weiss ist physiologisch als gelb zu werten) gut stimmen, sind die Absolutwerte alle etwas zu klein. Das ist teilweise darin begründet, dass das Licht ja nicht völlig parallel auf den Spalt fiel. Nach der Theorie käme noch der Faktor $\frac{A + a}{A}$ (A = Abstand von Lampe und Spalt) hinzu, was die Werte um etwa 1 – 2 % vergrössert. Dann aber ist Formel (3) auch nicht der Ausdruck der exakten Theorie.

Bevor indessen auf die hiernach nötige Korrektur eingegangen werde, seien noch kurz die Versuchsergebnisse mit dem Licht einer Hg-Dampflampe und einer He-gefüllten Geisslerröhre mitgeteilt. Für ersteren Fall diente Anordnung Fig. 4. Es ergaben sich als Mittel aus je 5 Einstellungen

für $z =$	1	2	3	4	5	6	7	Mittel
für Hg-Licht	28,66	19,18	13,70	11,00	9,15	7,95	7,01	
$(z+1)a$	57,3	57,5	54,8	55,0	54,9	55,6	56,1	55,9
für He-Licht	69,80	45,18	32,25	25,70	21,20	18,10	15,83	
$(z+1)a$	139,6	135,5	129,0	128,5	127,2	126,7	126,6	130,4

Für die Hg-Lichtmessung betrug $d = 1{,}072$ mm, für die He-Lichtmessung wurde ein Spalt von 1,656 mm verwendet, der ganz analog, wie bei der eingangs wiedergegebenen Photoaufnahme, selbst hergestellt worden war. Als Resultat ergibt sich für

Hg-Licht (grüne Hg-Linie) $\lambda = 514\ \mu\mu$ (richtig: $546\ \mu\mu$)
He-Licht (gelbe He-Linie) $\lambda = 525\ \mu\mu$ (richtig: $587\ \mu\mu$)

Ein Versuch mit He-Licht unter Verwendung des Spektrometerspaltes ($d = 1{,}072$ mm) ergab einen ähnlichen, aber etwas

höheren Wert, wie dies infolge der kleineren a-Werte auch zu erwarten war. Alle Zahlen sind aber auch hier wieder etwas zu klein.

Will man den genaueren Anschluss an die richtigen Werte erreichen, so muss auf die exakte Formel zurückgegriffen werden, wie sie z. B. von VERDET[1]) gegeben worden ist. Diese lautet

$$\lambda = \frac{(d/_2)^2}{(n - {}^1/_4)\, a_n} \tag{4}$$

oder

$$\lambda = \frac{(d/_2)^2}{(z + {}^3/_4)\, a_z} \,. \tag{5}$$

Hieraus ist zu ersehen, dass die Annäherungsformel stets zu kleine Werte liefern muss, sich aber der exakten um so mehr nähert, je grösser n bezw. z gewählt wird. Es ist daher theoretisch auch nicht zulässig, aus den verschiedenen a-Werten das Mittel zu nehmen. Vielmehr rechtfertigt es sich, die Beobachtungen mit niederer Streifenzahl überhaupt nicht zur Berechnung von λ zu benützen. Wie die mitgeteilten Messreihen zeigen, nimmt das Produkt $(z + 1)\, a_z$ systematisch mit wachsendem z ab. Wendet man aber die korrekte Formel auf die He-Messungen an, so erhält man folgendes:

$z =$	1	2	3	4	5	6	7	Mittel
$(z + {}^3/_4)a_z$	12,2	12,4	12,1	12,2	12,2	12,2	12,3	12,23

Entsprechend diesem kleineren Mittelwert berechnet sich dann der grössere Wert $\lambda = 561\ \mu\mu$. Reduziert man noch auf paralleles Licht (Faktor $\frac{A + a}{A}$, der im Mittel etwa $\frac{7\ 30}{700}$ ausmacht), so kommt $\lambda = 585\ \mu\mu$, ein Resultat, das bei der Art der Methode nicht besser erwartet werden darf.

Ungünstig ist der Umstand, dass die Spaltweite d quadratisch in die Formel eingeht. Hingegen lässt sich jene leicht auf $1\,{}^0/_{00}$ genau bestimmen. Umgekehrt kann das Verfahren natürlich zu einer ziemlich genauen Bestimmung der Spaltbreite verwendet werden. Günstig für die Methode ist der Umstand, dass man viele Einstellpunkte hat, die einen recht guten Mittelwert für $(z + {}^3/_4)\, a_z$ ermitteln lassen. Auch erlauben die multipeln Einstellungsmöglichkeiten von der Bestimmung eines Bezugsnullpunktes abzusehen.

---

[1]) E. VERDET. Oeuvres. Leçons d'optique physique I. Paris. 1869, p. 381 und 385, wo sowohl die vereinfachte Betrachtung als die exakte Berechnung durchgeführt sind. Siehe auch die deutsche Übersetzung des Werkes von Karl Exner. 1881.

Oben haben wir von der Voraussetzung Gebrauch gemacht, dass sich die Interferenzstreifen an dem Ort befinden, wo man den Spalt bei scharfer Einstellung unter der Lupe hinbringen muss. Obschon dieses Verfahren wohl unbedenklich angewendet werden darf, so kann man es doch durch Benützung zweier Einstellungen, etwa mit den Streifenzahlen z und $z - 2$ umgehen. Man misst dann die *Differenz* Δ_n^{n-2} zwischen den beiden Einstellungen. Nach der vereinfachten Theorie erhält man hierfür die Beziehung

$$a_{n-2} - a_n = \Delta_n^{n-2} = \frac{(d/_2)^2}{\lambda}\left(\frac{1}{n-2} - \frac{1}{n}\right) = \frac{2\,(d/_2)^2}{\lambda\, n\,(n-2)} \tag{6}$$

Da $n = z + 1$, so folgt

$$\lambda = \frac{d^2}{2\,\Delta_z\,(z^2 - 1)} \tag{7}$$

wobei Δ_z also die Verschiebung des Spaltes bedeutet, wenn die Streifenzahl z um 2 vermindert wird. Da die exakte Formel gefunden wird, indem man von n bezw. z $1/4$ subtrahiert, so lautet diese:

$$\lambda = \frac{d^2}{2\,\Delta_z\,[(z - 1/_4)^2 - 1]} \tag{8}$$

Zumeist wird hier die genäherte Formel (7) vollauf genügen. Denn man findet, dass der prozentuale Unterschied der Werte nach (7) und (8) annähernd gleich $\frac{z}{2\,(z^2-1)^3}$ ist. Für die kleinste bei der Differenzmessung benützbare Streifenzahl $z = 3$ ergibt sich da bereits nur eine Abweichung von $3\,^0/_{00}$, die dann mit zunehmendem z, wie ohne weiteres ersichtlich, bald verschwindend wird. Bei Anwendung der Differenzenmethode ist jedoch darauf zu achten, dass sie exakt nur für paralleles Licht gilt, da der Korrektionsfaktor $\frac{A + a}{A}$ ja je nach der Streifenzahl verschieden ist. Man wird daher für diese Methode nicht zu grosses a, d. h. nicht zu weiten Spalt wählen dürfen.

Zum Schluss sei noch eine Anwendung zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit (Brechungsindex) in verschiedenen Medien beschrieben. Man verwendet hierzu am besten einen Spektrometerspalt von messbar veränderlicher Weite. Man kann das Verfahren indessen leicht auch im Sinne der bisher allein durchgeführten Methode der Spalt*verschiebung* abändern. Zur Messung an Flüssigkeiten bringt man zwischen Spalt und Lupe einen von ebenen Glasplatten begrenzten Trog. Zweckmässig schaltet man

etwa eine der beim Saccharimeter verwendeten Röhren ein. Das eine Ende kommt dicht an den Spalt, das andere in die Einstellebene der Lupe. Eine auf das Glasplättchen geklebte kleine Einstellmarke lässt die richtige Lupenstellung leicht erkennen. Nun stellt man die Spaltweite etwa so ein, dass drei schwarze Interferenzstreifen erscheinen. Dann füllt man das Rohr mit der zu bestimmenden Flüssigkeit und reguliert den Spalt wiederum auf das Erscheinen der drei Streifen ein. Im ersten Fall ist

$$\lambda = \frac{(d/_2)^2}{(z+1)\,a_z}\;;$$

im zweiten, wenn ν das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit Luft/Flüssigkeit ist:

$$\frac{\lambda}{\nu} = \frac{(d'/_2)^2}{(z+1)\,a_z}$$

Daher

$$\nu = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \tag{9}$$

Zur gleichen einfachen Formel gelangt man übrigens auch bei Anwendung der exakten Beziehung (5). Dies liegt in dem Umstand begründet, dass es sich hier um eine Vergleichsmessung handelt.

Es seien hier noch die Werte angeführt, die man mit einem Polarimeterrohr von 2 dm Länge erhielt, das einmal leer und einmal mit Wasser gefüllt eingeschaltet war. Es betrug $d = 34{,}90$ Trommelteile (25 Teile = 1 Umgang) und $d' = 30{,}36$. Hieraus findet man

$$\nu = \left(\frac{34{,}90}{30{,}36}\right)^2 = 1{,}32\,.$$

Da die Dispersion in Wasser nicht gross ist, so brauchte hier nicht einmal ein Farbfilter eingeschaltet zu werden.

Die Methode wird ebensowenig, wie die oben beschriebene, Bedeutung für genaue Messungen haben; sie dürfte aber in der Einfachheit der theoretischen und experimentellen Voraussetzungen für Demonstration und Übungspraktika gute Dienste tun.

Bern, Physikalisches Institut der Universität.