Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 1 (1928)
Heft: IV

Artikel: Die Vorgänge an der Kathode einer Gasentladung
Autor: Wehrli, M.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-109170

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 05.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Vorgänge an der Kathode einer Gasentladung

von **M. Wehrli.**

(20. III. 28.)

Unter Benützung des Energiesatzes und der Poisson'schen Gleichung wird ein System 10 von einander unabhängiger Gleichungen angegeben, welches für das gesamte Gebiet der kontinuierlichen Entladungen Gültigkeit hat. Als Spezialfall erhält man dabei die Bogentheorie von E. Bräuer und K. Compton. Eine der Beziehungen wird auf den Wolframbogen in Stickstoff und den Kohlebogen in Luft angewendet. Es ergeben sich daraus die Folgerungen:

1) Der Kathodenfall nimmt von den hohen Werten der Glimmentladung (mehrere 100 Volt) stetig ab bis zu den niedern der Bogenentladung (ca. 10 Volt), und zwar liegt dieser Übergang im Bogengebiet.

2) Der Kathodenfall strebt bei grossen Stromstärken einem konstanten Werte zu und deckt sich dann im wesentlichen mit der Austrittsspannung der Elektronen aus der Kathode.

3) Er hängt vom Wärmeverlust an der Kathode und damit von der Kathodenform ab. Er wächst mit dem Wärmeverlust.

4) Lässt sich der Wärmeabfluss als lineare Funktion der Stromstärke darstellen, so ist die Beziehung zwischen Kathodenfall und Stromstärke eine Hyperbel.

5) Der Kathodenfall ist um so grösser, je grösser die Austrittsarbeit der Elektronen aus der Kathode und je kleiner die Ionisierungsspannung des Gases ist.

§ 1. Einleitung.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit[1]) wurde der Übergang von der Glimm- in die Bogenentladung näher studiert. Der Zweck vorliegender Arbeit ist es, Gesetzmässigkeiten anzugeben, welche bei diesem Übergange auftreten, und zwar mit spezieller Berücksichtigung der Vorgänge an der Kathode, welche dabei die massgebende Rolle spielen. Es werden somit Beziehungen sein, die sowohl im Gebiete der Glimm- als auch der Bogenentladung Gültigkeit haben. Vorläufig mögen nur möglichst einfache Entladungsverhältnisse betrachtet werden, wie sie z. B. bei den Untersuchungen von R. Seeliger[2]), W. de Groot[3]) und M. Wehrli[1]) vorlagen, d. h. es sollen weder chemische Umsetzungen noch ein Abschmelzen der Elektroden vorhanden sein.

[1]) M. Wehrli, Z. S. f. Phys. **44**, 301, 1927.
[2]) R. Seeliger, Phys. ZS. **27**, 22, 1926.
[3]) W. de Groot, Physica, **5**, 121, 234, 1925.

§ 2. Der Energiesatz.

Zwei allgemeine Gesetze sind in die Theorie der Entladungen eingeführt worden, einerseits der Energiesatz und andererseits die Poisson'sche Gleichung. Ersterer wurde wohl von J. THOMSON[1]) zuerst angewendet. Er erhält damit auf sehr direktem Wege für die Charakteristik des Lichtbogens eine Hyperbel, wie sie vom Experimente gefordert wird. Die Energiebilanz an der Kathode wurde im weitern von K. COMPTON[2]), A. GÜNTHERSCHULZE[3]) und W. DE GROOT[4]) aufgestellt. Es sollen die Resultate jener Forscher zusammengefasst und gleichzeitig auf eine etwas allgemeinere Basis gestellt werden.

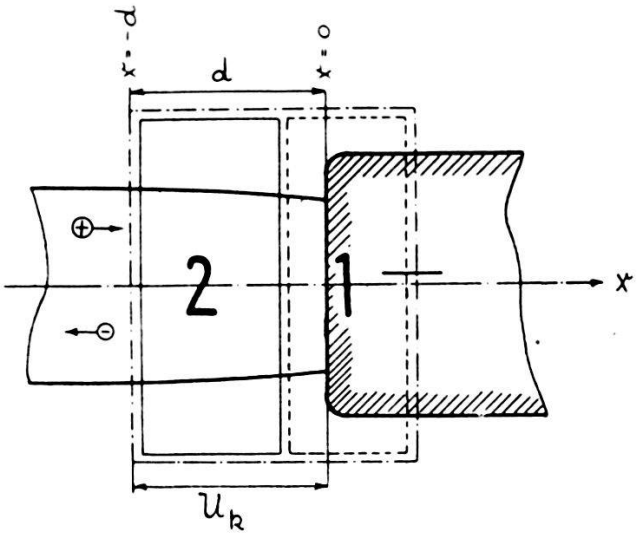

Fig. 1.

Zu diesem Zwecke denkt man sich den Raum an der Kathode in 2 Teile geteilt: den Teil 1 (in Fig. 1 gestrichelt) und den Teil 2 (dünn ausgezogen). Das Gebiet 1 schliesse die Kathode und den Gasraum hart davor ein, wo der positive Ionenstrom durch die aus der Kathode austretenden Elektronen neutralisiert wird. Das Gebiet 2 umfasse den übrigen Teil des Kathodenfalles U_k, in dem ein Teil des positiven Ionenstromes erzeugt werde. Die Bogenachse ist die x-Achse, am Anfang des Gebietes 2 sei $x = -d$, an der Kathodenoberfläche gelte $x = 0$. Bezeichnet man mit I die gesamte Stromstärke, mit I^+ den positiven, mit

[1]) J. THOMSON, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, übersetzt von E. Marx, S. 445, 1906, Teubner Leipzig.

[2]) K. COMPTON, Phys. Rev. **21**, 266, 1923. Proc. Nat. Acad. **13**, 336, 1927.

[3]) A. GÜNTHERSCHULZE, ZS. für. Phys. **11**, 74, 1922. **15**, 8, 1923. ZS. für Phys. **23**, 334, 1924. **31**, 505, 1925, **37**, 868, 1926.

[4]) l. c.

I^- den negativen Anteil, welcher natürlich im Gebiete von $-d$ bis 0 variieren kann, so ergibt der Energiesatz (stets auf 1 Sekunde bezogen) für den Teil 1:

$$I U_0 + \overline{I}^+ U_k = \mp W_1 + W_2 + g_1 W_3 - \overline{I}^+ V_J + I\varphi . \qquad (1)$$

Das erste Glied ist die in der Kathode entstehende Joule'sche Energie, wobei U_0 den zugehörigen Spannungsabfall bedeutet. Das zweite Glied gibt die durch positiven Ionenstoss gelieferte Energie, $\overline{I}^+$ muss dabei als ein Mittelwert aufgefasst werden, ausgeführt von $-d$ bis 0. W_1 bezeichnet die Wärme, welche durch Leitung und Strahlung vom Gebiete 2 ins Gebiet 1 gelangt oder umgekehrt. Da im Raume des Kathodenfalles sehr wohl grosse Temperaturgefälle vorkommen können, so kann dieses Glied beträchtliche Werte erreichen. W_2 ist der Wärmeverlust, bedingt durch Strahlung der Kathode und Wärmeableitung durch dieselbe. W_3 setzt sich zusammen aus der durch das Gas abgeführten Energie, sei es durch Wärmeleitung oder Konvektion, und der Strahlungsmenge, welche von der Gassäule nach auswärts verloren geht. $g_1 \cdot W_3$ ist der vom Gebiete 1 herrührende Anteil, wobei g_1 eine Zahl kleiner als 1 bedeutet. Das Glied $\overline{I}^+ \cdot V_J$ gibt die durch Neutralisation der positiven Ionen gewonnene Energie an, wenn V_J die Ionisierungsspannung des Gases bedeutet und das Glied $I\varphi$ schliesslich die Austrittsarbeit der Elektronen aus der Kathode, wo φ die Austrittsspannung bezeichnet. J. Thomson berücksichtigt in diesem Gliede nur den negativen Anteil des gesamten Stromes, während offenbar sämtliche aus der Kathode austretenden Elektronen die Spannung φ zu überwinden haben. Ob sie dabei durch Glühemission, Ionenstoss oder durch das starke Feld der ankommenden Ionen (Neutralisationsenergie) herausgerissen werden, spielt keine Rolle.

Für den Teil 2 liefert der Energiesatz die Gleichung:

$$\overline{I}^- U_k = \pm W_1 + g_2 W_3 + (\overline{I}^+ - I_d^+) V_J + I_d^- U_d^- - I_d^+ U_d^+ . \qquad (2)$$

Das erste Glied ist die durch Elektronenstoss gewonnene Energie und $g_2 \cdot W_3$ der noch übrige Teil von W_3. Für die Zahl g_2 gilt daher:

$$g_1 + g_2 = 1 . \qquad (3)$$

Der Ausdruck $(\overline{I}^+ - I_d^+) V_J$ ist die verbrauchte Ionisierungsenergie, wobei I_d^+ die Stromstärke für $x = -d$ bedeutet[1]). Die zwei letzten Glieder sind die kinetischen Energien des austretenden bezw. eintretenden Stromes an der Grenze $-d$, U_d ist dabei die mittlere

[1]) Der Index d bedeutet stets die Variable in der Grenzfläche $x = -d$.

translatorische Geschwindigkeit der Elektronen bzw. Ionen in der x-Richtung, ausgedrückt in Volt.

Die Energiebilanz für das gesamte Gebiet, 1 plus 2 (strichpunktiert) ergibt:

$$I\,(U_0 + U_k) = W_2 + W_3 - I_d^+ V_J + I\varphi + I_d^- U_d^- - I_d^+ U_d^+ \qquad (4)$$

Bildet man die Summe von Gleichung (1) und (2), so erhält man rechts dasselbe wie in Gleichung (4). Daraus folgt die Gleichheit der linken Seiten, was erfordert, dass

$$I = \bar{I}^+ + \bar{I}^- \quad \text{ist.} \qquad (5)$$

Die translatorischen Geschwindigkeiten U_d können aus den Ionenbeweglichkeiten berechnet werden nach der Gleichung:

$$U_d = \frac{m u^2}{2\,e}\, E_d^2 \cdot 300\,\text{Volt} \qquad (6)$$

Es bedeuten darin m die Ionenmasse, e die Ladung, u die Beweglichkeit und E_d das elektrische Feld für $x = -d$.

§ 3. Die Raumladungsgleichung.

Die Poisson'sche Gleichung wird ebenfalls von J. Thomson[1]) verwendet. Später rechnen damit F. Aston[2]), E. Bräuer[3]), A. Güntherschulze[1]) und K. Compton[1]). Die Variablen sollen nur in der x-Richtung ändern. Dann lautet die Poisson'sche Gleichung für das Gebiet vor der Kathode mit positiver Raumladung ϱ:

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{d^2 U}{dx^2} = 4\pi\,\varrho = 4\pi\,\frac{\bar{\imath}_1^+}{v^+} \qquad (7)$$

v^+ bedeutet dabei die Geschwindigkeit der positiven Ionen in der x-Richtung. Gemäss K. Compton ist $\bar{\imath}_1^+$ die Stromdichte des positiven Stromes, welcher die Raumladung hervorruft. Diese wird im Gebiete des Kathodenfalles variieren, und es soll deshalb das $\bar{\imath}_1^+$ in Gleichung (7) als Mittelwert betrachtet werden, was durch den Querstrich angedeutet wird. Damit soll von vorneherein auf Feld- und Raumladungsverteilung zwischen $-d$ und 0 verzichtet werden. Aus der Stromdichte $\bar{\imath}_1^+$ errechnet man den Mittelwert $\bar{I}_1^+$ des gesamten Stromes, der die Raumladung bedingt, mit der Beziehung:

$$\bar{I}_1^+ = \bar{\imath}_1^+ \cdot F\,, \qquad (8)$$

wenn $\bar{\imath}_1^+$ nur von x abhängt. F bedeutet dabei den mittlern Querschnitt der Entladung im Kathodenfallgebiet.

---

[1]) l. c.

[2]) F. Aston, Proc. Roy. Soc. A, **79**, 85, 1907.

[3]) E. Bräuer, Ann. der Phys. **60**, 101, 1919.

Den Strom $\bar{I}_1^+$ erhält man wie folgt: der gesamte positive Strom $\bar{I}^+$ setzt sich aus 2 Teilen zusammen: dem die Raumladungen bedingenden $\bar{I}_1^+$ und dem Anteil, der gerade den negativen Strom $\bar{I}^-$ neutralisiert, d. h. es gilt:

$$\bar{I}^+ = \bar{I}_1^+ + \bar{I}/a \text{ [1]} \tag{9}$$

wobei das zweite Glied den neutralisierenden Strom darstellt, wenn a das Verhältnis der negativen und positiven Trägergeschwindigkeit ist, und zwar wieder ein Mittelwert im Gebiete d. Dazu tritt noch die Gleichung für den Gesamtstrom:

$$I = \bar{I}^+ + \bar{I}^- . \tag{10}$$

Für die Beziehung zwischen der Geschwindigkeit v^+ und dem elektrischen Felde E gelte der allgemeine Ansatz:

$$v^+ = C_1 E^l \tag{11}$$

wobei C_1 und l zwei Konstanten bedeuten. Führt man die Gleichung (11) in Gleichung (7) ein und integriert unter den Grenzbedingungen:

An der Kathode: $x = 0, \quad U = 0,$
An der Grenzfläche: $x = -d, \quad U = U_k, \quad E = E_d,$

so erhält man für den Kathodenfall U_k die Gleichung:

$$U_k = \frac{C_1}{(2+l)\,4\pi\,\bar{\iota}_1^+}\left[\left(E_d^{1+l} + (1+l)\frac{4\pi\,\bar{\iota}_1^+}{C_1}d\right)^{2+l/1+l} - E_d^{2+l}\right], \tag{12}$$

welche Raumladungsgleichung genannt werden möge. Die früheren Autoren haben stets $E_d = 0$ gesetzt, was in einzelnen Fällen nur als erste Näherung zutreffen dürfte. Führt man jedoch diese Vereinfachung in Gleichung (12) ein, so erhält man:

$$U_k = C_2\, d^m\, \bar{\iota}_1^{+n}$$

wenn

$$C_2 = \left(\frac{1+l}{2+l}\right)\left[\frac{4\pi\,(1+l)}{C_1}\right]^{1/1+l}, \quad m = \frac{2+l}{1+l}, \quad n = {}^1/_{1+l} \tag{13}$$

ist. Gleichung (12) ergibt im Grenzfalle $\bar{\iota}_1^+ = 0$ für U_k den Wert $d \cdot E_d$, während Gleichung (13) Null ergibt.

---

[1]) Es kann gezeigt werden, dass diese Gleichung im allgemeinen nicht strenge richtig ist, da durch Gleichung (7) die Mittelwertsvorschrift für $\bar{I}_1^+$ festgelegt wird. Man erhält dafür eine komplizierte Funktion, welche von l abhängt (s. Gl. 12) und für welche die Summe der Mittelwerte im allgemeinen nicht gleich dem Mittelwert der Summe wird, was in Gleichung (9) und (10) vorausgesetzt wird. Als erste Näherung trifft jedoch die Voraussetzung zu, und zwar umso besser, je kleiner die Schwankungen von $\bar{\iota}_1^+$ im Kathodenfallgebiete sind.

§ 4. Zwei Spezialfälle

sollen näher ausgeführt werden:

a) $l = \frac{1}{2}$. Das entspricht der Theorie von E. BRÄUER[1]) und K. COMPTON[1]). Unter der Annahme, dass die Teilchen beim Zusammenstoss ihre Energie verlieren, erhält der erstere für die Geschwindigkeit der positiven Ionen (Gleichung 11):

$$v + = \sqrt{\frac{\pi e}{8 m} \lambda} \sqrt{E} = C_1 E^{1/2} \text{ [2])} \tag{14}$$

e/m ist darin die spezifische Ladung und λ die mittlere freie Weglänge des Ions. Man erhält damit für Gleichung (12) und (13):

$$U_k = \frac{C_1}{10 \pi \bar{\imath}_1^+} \left[\left\{ E_d^{3/2} + \frac{6 \pi \bar{\imath}_1^+ d}{C_1} \right\}^{5/3} - E_d^{5/2} \right] \tag{15}$$

und, wenn $E_d = 0$ ist,

$$U_k = \frac{3}{5} \left(\frac{6 \pi}{C_1} \right)^{2/3} d^{5/3} \bar{\imath}_1^{+\,2/3} \quad \text{[3])} \tag{16}$$

b) $l = 1$. Das entspricht der experimentell gefundenen Tatsache, dass in weiten Grenzen die Geschwindigkeit v^+ dem Felde E proportional ist. Man kann dann für C_1 die experimentell bestimmte Beweglichkeit einsetzen, oder eine der Beziehungen, wie sie von verschiedenen Forschern errechnet worden sind[4]). Das ergibt für Gleichung (11):

$$v^+ = C_1 E = c \frac{\lambda e}{V} \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{2 m} \right) E \tag{17}$$

d. h. es wird:

$$C_1 = c \frac{\lambda e}{V} \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{2 m} \right)$$

Darin bedeutet V die mittlere Geschwindigkeit der ungeordneten Bewegung der Ionen, m und M die Masse der Ionen bzw. Moleküle und c einen Zahlenfaktor, der je nach den Autoren verschiedene

---

[1]) 1. c.

[2]) K. COMPTON hat die gleiche Beziehung, nur setzt er statt dem Faktor $\pi/8$ den Faktor $\pi/2$.

[3]) R. SEELIGER l. c.

[4]) Zusammenfassende Berichte:
H. MAYER Jahrb. der Radioakt. **18**, 201, 1921.
K. PRZIBRAM, Handbuch der Phys. von H. Geiger und K. Scheel XXII, 351, 1926, Verlag I. Springer, Berlin.

Werte hat, nach P. LENARD z. B. 1. Man erhält aus (12), (13) und (17) für den Kathodenfall die Gleichungen:

$$U_k = \frac{C_1}{12\pi\,\bar{\imath}_1^+}\left[\left(E_d^2 + \frac{8\pi\,\bar{\imath}_1^+\,d}{C_1}\right)^{3/2} - E^3{}_d\right] \tag{18}$$

und wenn $E_d = 0$:

$$U_k = {}^2/_3\left(\frac{8\pi}{C_1}\right)^{1/2} d^{3/2}\,\bar{\imath}_1^{+\,1/2} \tag{19}$$

§ 5. Entstehung des negativen Stromes $\bar{I}^-$ an der Kathode.

Die Elektronen können an der Kathode entstehen durch Ionenstoss am Metall (Neutralisation), Ionenstoss am Gas, Photoeffekt, Temperaturionisation im Gas oder Glühemission aus der Kathode. Von diesen 5 Elementareffekten ist nur der letzte genügend aufgeklärt, so dass er in die Theorie eingeführt werden möge mit der Beziehung:

$$\bar{I}^- = \bar{I}_1^- + \psi(T) = \bar{I}_1^- + F \cdot A \cdot e^{-\varphi/kT}\sqrt{T} \tag{20}$$

$\bar{I}_1^-$ bezeichnet die Summe der negativen Ströme, welche nicht durch Glühemission entstehen und von der absoluten Temperatur T der Kathode nicht oder nur wenig abhängen sollen, während ψ den Anteil der Glühemission bedeutet. Dieser kann direkt aus experimentellen Daten eingesetzt werden oder mit Hilfe der Gleichung von RICHARDSON (s. Gleichung 20), wobei k die Boltzmann'sche Konstante, A die Richardson'sche Konstante und F die Grösse des Kathodenfleckes ist. Ob dabei der Sättigungsstrom oder nur ein Teil einzusetzen ist, kann erst das Experiment entscheiden.

§ 6. Chemische Umsetzungen und Abschmelzen der Elektroden.

Die in § 1 gemachte Voraussetzung soll jetzt fallen gelassen werden, indem noch folgende Prozesse berücksichtigt werden:

1. Chemische Umsetzungen (Verbrennen) des Kathodenmaterials. Die gewonnene bzw. verlorene Arbeit im Gebiete 1 (der Fig. 1) sei dabei $\pm A_{Ch}$.

2. Abschmelzen, Verdampfen und Kondensieren an der Kathode. Die dabei verbrauchte oder gewonnene Arbeit sei $\pm A_v$. Sekundäre chemische Umsetzungen im Gase, welche auch im Raume 2 verlaufen können (z. B. Verbrennen von CO zu CO_2) sollen hier weggelassen werden.

3. Eine ergänzende Heizung H der Kathode von aussen.

Diese Energien, in die Gleichungen (1) und (4) eingeführt, ergeben:

$$I U_0 + \bar{I}^+ U_k$$
$$= \mp W_1 + W_2 + g_1 W_3 \mp A_{Ch} \pm A_v - H - \bar{I}^+ V_J + I\varphi \quad (21)$$

und

$$I(U_0 + U_k)$$
$$= W_2 + W_3 - I_d^+ V_J \mp A_{Ch} \pm A_v - H + I\varphi + I_d^- U_d^- - I_d^+ U_d^+ \quad (22)$$

§ 7. Die Mittelwerte

der Stromstärken $\bar{I}^+$ und $\bar{I}^-$ in den Energiebilanzen (1) und (2) sind offenbar ganz andrer Art als diejenigen der Gleichung (10), und es ist deshalb nötig, ihre Beziehung näher zu fixieren. Im ersten Fall handelt es sich um die Ströme, welche den Kathodenfall durchfallen, im zweiten um Mittelwerte der Gesamtströme. Man könnte vermuten, dass erstere kleiner wären als letztere. Das trifft aber offenbar nicht zu, da nach Gleichung (5) und (10) beide die gleiche Summe I ergeben. Es erscheint deshalb gerechtfertigt, die beiden Mittelwerte in erster Näherung gleich anzunehmen, was bereits durch die Wahl der gleichen Bezeichnungen gemacht worden ist.

Das hier angegebene System von zehn unabhängigen Gleichungen gilt für das gesamte Gebiet der kontinuierlichen Entladungen, also für Glimm- und Bogenentladungen.

§ 8. Vergleich mit dem Experimente.

Von allen Gleichungen ist der experimentellen Prüfung die neue Beziehung (4) am leichtesten zugänglich. Es sollen deshalb die 2 letzten Glieder unter Zuziehung der Gleichung (6) errechnet werden für den speziellen Fall einer kontinuierlichen Entladung zwischen Wolframelektroden in Stickstoff. Die translatorische Geschwindigkeit der negativen Ladungsträger (Elektronen) ergibt sich zu:

$$U_d^- = 2{,}82 \cdot 10^{-8}\, E_d^2 \text{ Volt},$$

wobei die grösste gemessene Ionenbeweglichkeit in Stickstoff

(10,000 nach L. Loeb[1])) eingesetzt worden ist. Das E_d soll der Arbeit von M. Wehrli[2]) entnommen werden (Tabelle 6). Der Spannungsgradient $\frac{\partial U}{\partial l}$ ist bekanntlich in erster Näherung gleich der Feldstärke E_d in der Bogensäule bzw. der positiven Säule[3]). In Tabelle 1 sind einige Werte angeführt.

Tabelle 1.

I Amp.	E_d Volt/cm	U_d^- Volt	$I\,U_d^-$ Watt
0,025	823	$1{,}91 \cdot 10^{-2}$	$4{,}77 \cdot 10^{-4}$
0,1	503	$6{,}15 \cdot 10^{-3}$	$6{,}15 \cdot 10^{-4}$
0,4	154	$7{,}95 \cdot 10^{-4}$	$3{,}18 \cdot 10^{-4}$
0,8	985	$2{,}18 \cdot 10^{-4}$	$1{,}75 \cdot 10^{-4}$

I ist darin die Gesamtstromstärke. Die letzte Kolonne enthält das gesuchte Energieglied in Watt. Wie man erkennt, erreicht der grösste Wert nicht einmal 0,001 Watt, trotzdem statt des negativen Stromes I_d^- der Gesamtstrom genommen wurde. Für die positiven Ionen wird das Glied noch kleiner, so dass beide Glieder fortgelassen werden dürfen. Der Spannungsabfall U_0 in der Kathode kann leicht durch Kurzschlussversuch (Berühren der Elektroden) festgestellt werden, und wir denken uns im folgenden diese Korrektur ausgeführt. Gleichung (4) lautet dann nach U_k aufgelöst:

$$U_k = \frac{W_2 + W_3 - I_d^+ V_J}{I} + \varphi\,. \tag{23}$$

Wie man sieht, ist der Kathodenfall von I abhängig, nähert sich aber mit wachsendem I einer Konstanten, nämlich der Austrittsarbeit der Elektronen aus der Kathode, wenn der Zähler im ersten Glied nicht rascher wächst als I. Für das I_d^+ kann man auch schreiben:

$$I_d^+ = \frac{I}{1 + a_d} \tag{24}$$

worin a_d das Verhältnis der Geschwindigkeiten (bzw. Beweglich-

[1]) L. Loeb, Phys. Rev. **19**, 24, 1922.

[2]) l. c. Arbeit I.

[3]) A. Hagenbach und M. Wehrli, ZS. für Phys. **20**, 104, 1923; **26**, 23, 1924. M. Wehrli und K. Baumann, ZS. für Phys. **38**, 35, 1926.

keiten) der negativen zu den positiven Ionen in der Grenzfläche $x = -d$ angibt. Gleichung (23) wird so:

$$U_k = \frac{W_2 + W_3}{I} - \frac{V_J}{1 + a_d} + \varphi \,. \tag{25}$$

§ 9. Bestimmung des Wärmeverlustes W_2 an der Kathode.

Der Kathodenfall hängt nach Gleichung (25) vom Wärmeverlust an der Kathode ab, und damit von der Form und vom Material der Kathode. Je grösser der Energieabgang W_2, um so grösser ist der Kathodenfall. Dieser Einfluss wird um so geringer, je grösser der Strom I ist. W. de Groot[1]) und E. Stückelberg[2]) haben den Wärmeverlust W_2 an glühenden Kathoden im Gebiete der Bogenentladung gemessen, der erste pyrometrisch, der zweite photographisch. Dieser Wärmeverlust besteht aus zwei Teilen, einer Wärmeleitung und einer Wärmestrahlung. Die Leitung, die gewöhnlich dominiert, erfordert die Kenntnis des Temperaturgradienten in der Kathode, während die Strahlung nur von der Temperatur T der Kathode abhängt. Unter Verwendung von Wolframkugeln an dünnen Stielen gelingt es, die Strahlung 5—7 mal grösser zu machen als die Leitung und damit das gesamte W_2 stark herabzusetzen. Da bis jetzt noch keine gleichzeitigen Temperatur- und Kathodenfallmessungen gemacht worden sind, kann Gleichung (25) nicht genau geprüft werden. Dagegen soll aus den Daten obiger Autoren das U_k errechnet und mit der beobachteten Gesamtspannung am Bogen verglichen werden.

§ 10. Zahlenwerte.

Die Resultate für den Wärmeverlust W_2 in Watt sind in Fig. 2 als Funktion der Stromstärke I aufgetragen, und zwar für Wolframelektroden in Stickstoff. Die Kreuze geben die Werte von W. de Groot, die Kreise diejenigen von E. Stückelberg, der über ein viel grösseres Stromintervall gemessen hat. Die Kurve 1, sowie die Messungen von W. de Groot wurden mit einer Wolframkugel von 1,8 mm Durchmesser an einem 0,4 mm dicken Stiel als Kathode erhalten. Bei Kurve 2 gelangt eine gleiche Kugel mit 1,4 mm dickem Stiel und bei Kurve 3 eine Kugel von 2,9 mm und einem Stiel von 1,4 mm Durchmesser zur Verwendung. Man sieht, dass das W_2 mit steigender Stieldicke

[1]) l. c.

[2]) E. Stückelberg. Photographische Bestimmung von Kathodentemperaturen im elektrischen Lichtbogen. Dissertation Basel 1928.

und grösserem Kugeldurchmesser wächst, im ersten Fall nimmt eben die Wärmeleitung, im zweiten Fall die Strahlung zu.

Setzen wir in Gleichung (25) für die Austrittsarbeit φ an

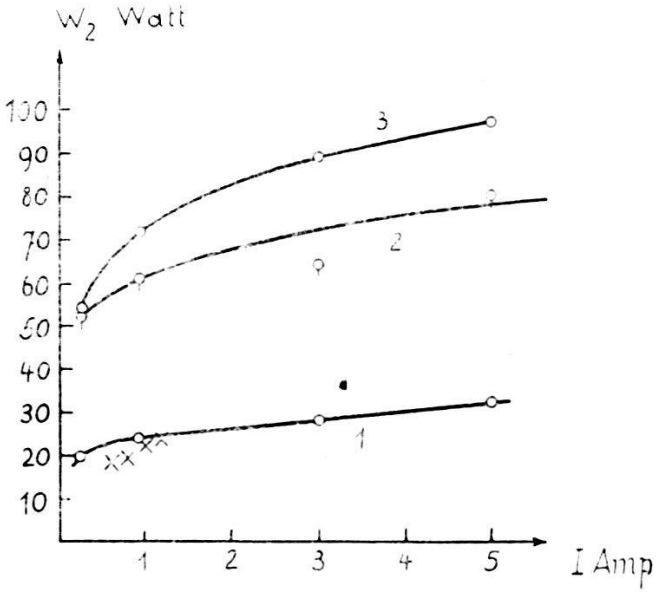

Fig. 2.

Wolfram 4,57 Volt[1]), für die Ionisierungsspannung des Stickstoffs V_J 16 Volt[2]), so erhalten wir:

$$U_k = \frac{W_2 + W_3}{I} - \frac{16}{101} + 4{,}57 \,. \tag{26}$$

Das a_d können wir aus dem Verhältnis der Beweglichkeiten[2]) abschätzen. Es soll gleich 100 gesetzt werden, d. h. die Elektronen sollen sich in der Grenzfläche 100mal rascher bewegen als die Ionen (siehe auch K. Compton). In reinem N_2 dürfte dieses Verhältnis eher noch grösser sein, so dass das zweite Glied nur ein kleines Korrektionsglied ist.

Die Rechnungsergebnisse sind in Tabelle 2 zusammengestellt:

Tabelle 2.

I Amp.	1 $\partial = 0{,}4$ $D = 1{,}8$			2 $\partial = 1{,}4$ $D = 1{,}8$			3 $\partial = 1{,}4$ $D = 2{,}9$		
	W_2	$U_k - \frac{W_3}{I}$	U beob.	W_2	$U_k - \frac{W_3}{I}$	U beob.	W_2	$U_k - \frac{W_3}{I}$	U beob.
0,25	20	84	126	52	208	210	54	220	265
0,92	24	31	78	61	66	100	72	82	125
3,00	28	13,7	56	64	21	64	89	34	72
5,00	32	10,8	46	80	16	52	97	23	57

[1]) G. Michel und H. Spanner. ZS. für Phys. **35**, 399, 1926.

[2]) W. Roth und K. Scheel. Konstanten der Atomphysik, Verlag I. Springer, Berlin 1923.

Es bedeutet dabei: ∂ und D der Durchmesser des Stieles bzw. der Kugel, U die von E. Stückelberg gemessene Elektrodenspannung (Charakteristik) bei einer Bogenlänge von 2,2 mm und einem Drucke von 170 mm.

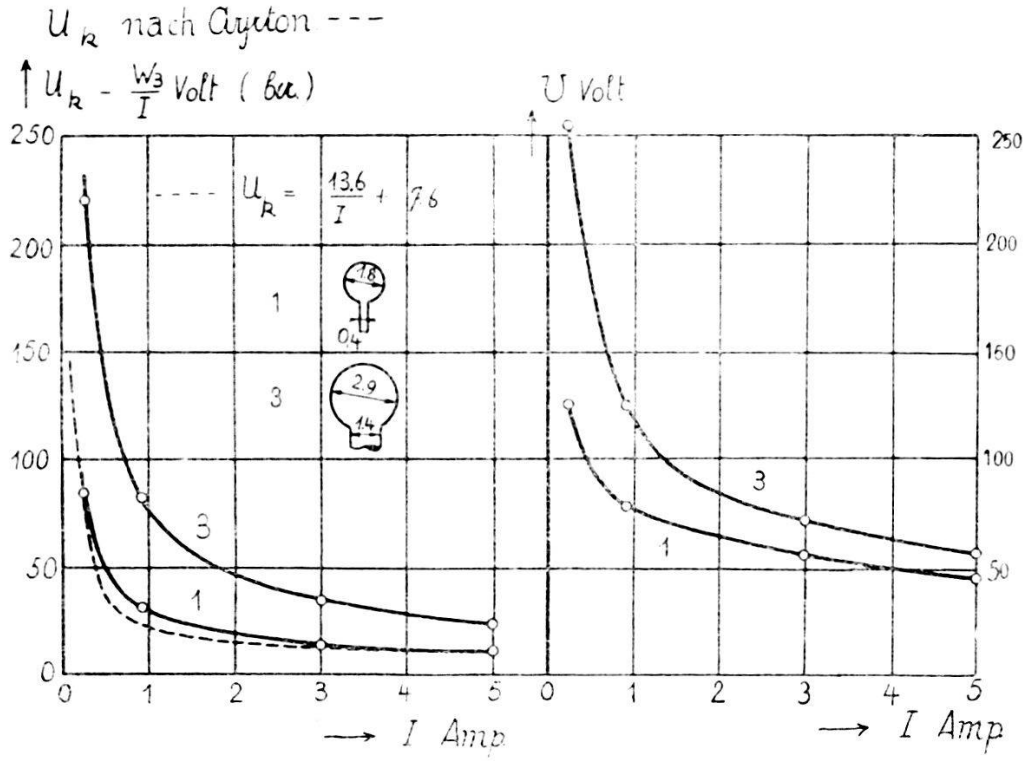

Fig. 3. Fig. 4.

In Figur 3 und 4 sind die Werte von $U_k - W_3/I$ bzw. U für den Fall 1 und 3 als Funktion der Stromstärke I aufgetragen.

§ 11. Folgerungen.

Man erkennt daraus: der Kathodenfall nimmt mit abnehmender Stromstärke stetig zu, er zeigt einen ganz analogen Verlauf wie die Charakteristik. Bei grossen Stromstärken ist er nur ein kleiner Bruchteil der Gesamtspannung (z. B. im Fall 1 bei 5 Amp. $^1/_4$), während er sich bei kleinen Stromstärken der Gesamtspannung stark nähert (Fall 1 bei 0,25 Amp. $^2/_3$). Die beiden Grenzfälle entsprechen gerade dem, was bei der Bogen- bzw. Glimmentladung bekannt ist. Die noch bestehende Differenz der U-Kurven der Fig. 4 gegen die entsprechenden Kurven der Fig. 3 setzt sich aus 3 Teilen zusammen: dem Anodenfall, dem Spannungsabfall in der Gassäule und dem noch unbekannten Wärmeverlustglied W_3/I. In Fig. 3 liegt die Kurve 3 bei bedeutend höhern Werten als die Kurve 1, für 0,25 Amp. beträgt die Differenz 136 Volt. Man er-

kennt somit die starke Abhängigkeit des Kathodenfalles von dem Wärmeverlust W_2 und damit von der Kathodenform. Die Kurven 1 und 3 liegen in beiden Figuren um die gleiche Voltzahl auseinander, z. B. entspricht der errechneten Kathodenfalldifferenz von 136 Volt bei 0,25 Amp. die beobachtete Spannungsdifferenz von 139 Volt, d. h. gerade um den Betrag, um den der Kathodenfall nach der obigen Theorie wachsen sollte, steigt die beobachtete Gesamtspannung U der Entladung. Der Kathodenfall erreicht den konstanten Wert bei kleineren Stromstärken als die Charakteristik. Alle diejenigen Forscher, welche bei hohen Stromstärken arbeiteten, haben deshalb den Kathodenfall konstant gefunden[1]).

§ 12. Anwendung der Theorie auf den Kohlebogen.

Der am meisten untersuchte Lichtbogen ist derjenige mit Kohlenelektroden in Luft. Da bei diesem sowohl ein Abbrand der Elektroden, als auch chemische Umsetzungen vor sich gehen, muss der Energiesatz in der Form (22) verwendet werden, wobei das Glied H wegzulassen ist. Unter den oben angeführten Vereinfachungen, die auch hiebei gelten, erhält man für den Kathodenfall:

$$U_k = \frac{W_2 + W_3 \mp A_{Ch} \pm A_v}{I} - \frac{V_J}{1 + a_d} + \varphi \tag{27}$$

H. Ayrton[2]) hat mittels Sondenmessungen den Kathodenfall als Funktion der Stromstärke bestimmt; sie findet die empirische Formel:

$$U_k = \frac{13{,}6}{I} + 7{,}6\,. \tag{28}$$

Diese Hyperbel ist in Fig. 3 gestrichelt eingezeichnet; gemessen wurde sie allerdings nur bis 4 Amp. Wie man sieht, zeigt sie den von der Theorie geforderten Verlauf; sie fällt in die Nähe der Kurve 1 des Wolframbogens. Aus Gleichung (27) erhält man eine Hyperbel, wenn der Zähler des ersten Gliedes eine lineare Funktion von I ist. Es soll die Grösse des $A_{Ch} - A_v$ abgeschätzt werden. Nach A. Hagenbach[3]) ist der Abbrand der

[1]) A. Hagenbach. Der elektrische Lichtbogen, Handb. der Phys. Bd. XIV, S. 349, 1926. Verlag Springer, Berlin.

[2]) A. Hagenbach. Der elektrische Lichtbogen, Handbuch der Radiologie von E. Marx. Bd. IV, 2, S. 60, zweite Auflage. Akad. Verlagsges. Leipzig 1924. (Rad. IV).

[3]) A. Hagenbach, Rad. IV, S. 254, 1924.

negativen Kohle pro Ampèresekunde $8{,}9 \cdot 10^{-5}$ gr. Multipliziert man mit der Verbrennungswärme 8020 cal.[1]), so erhält man für

$$A_{Ch} - A_v = 3{,}0 \cdot I\,.$$

Das ist ein Maximalwert, da die Verbrennung der Kohle nach M. BIDER[2]) nicht vollständig zu CO_2, sondern teilweise nur zu CO erfolgt. Immerhin erkennt man, dass dieses Glied sehr wohl in Betracht fällt, und den Kathodenfall, besonders bei grossen Stromstärken merkbar erniedrigen kann.

§ 13. Kathodenfall und Austrittsarbeit.

Nach Gleichung (27) muss der Kathodenfall mit wachsender Austrittsarbeit φ steigen, und zwar macht sich dieser Einfluss um so mehr geltend, je grösser die Stromstärke I ist, d. h. im Bogengebiete. A. GÜNTHERSCHULZE[3]) hat den Kathodenfall des Kohlebogens bei $I = 4$ Amp. gemessen, wobei er als Anode verschiedene Metalle oder Metallsalze verwendete. Nach den starken Änderungen des Kathodenfalles scheint es, dass auch die Kathode mit einer dünnen Anodenmetall-schicht bedeckt war (es genügt eine monomolekulare), so dass für die Austrittsarbeit der Kathode das entsprechende Anodenmetall massgebend ist. Macht man die Annahme, dass in Gleichung (27) die beiden ersten Glieder bei gleicher Stromstärke gleich gross waren, was in erster Näherung zutreffen dürfte, so muss der Kathodenfall U_k einen analogen Verlauf zeigen wie die Austrittsarbeit φ.

In Kolonne 1 bis 4 der Tabelle 3 sind alle Messungen von A. GÜNTHERSCHULZE zusammengestellt. Die Austrittsarbeiten φ, welche übrigens für dieselbe Substanz je nach dem Autor stark variieren[4]), befinden sich in Kolonne 5. Man erkennt daran das von H. SPANNER[5]) für die Erdalkalien (IIa) gefundene Gesetz auch in den Gruppen Ia, IV und V, nämlich: Die Austrittsarbeit in einer Gruppe nimmt mit wachsender Ordnungszahl ab. Der Kathodenfall verhält sich ganz entsprechend mit Ausnahme von Nr. 3 und 7. Im allgemeinen nimmt die Austrittsarbeit beim Übergang von einer niedern in eine höhere Gruppe zu (z. B. von Ia nach IIa oder von IIa nach IV), was auch beim Kathodenfall

[1]) LANDOLT-BÖRNSTEIN, Tabellen II, 1587, 1923.

[2]) M. BIDER. Der Kohlebogen bei vermindertem Druck, Dissertation Basel, 1927.

[3]) A. GÜNTHERSCHULZE, Ann. der Phys. **12**, 828, 1903.

[4]) LANDOLT-BÖRNSTEIN, erster Ergänzungsband S. 423, 1927.

[5]) l. c.

Tabelle 3.

Nr.	Gruppe im period. Syst.	Element oder Verbindung	Kathodenfall U_k	Austrittsarbeit φ beob.	$U_k - 5{,}4$ φ ber.	Δ
1	Ia	LiO	5,9	2,4[1])	—	—
2		NaO	5,0	1,8[1])	—	—
3		KO	6,8	1,3[1])	—	—
4	IIa	MgO	9,4	3,0[2])	4,0	–1,0
5		CaO	7,8	2,4[2])	2,4	0,0
6		SrO	7,8	2,2[2])	2,4	–0,2
7		BaO	7,9	1,8[2])	2,5	–0,7
8	Ib	CuO	10,3	3,9[3]) 4,1[1])	4,9	0,8
9	IIb	ZnO	9,3	—	3,9	—
10		CdO	9,1	3,9[1])	3,7	0,2
11	IV	C	10,7	4,9[1]) 4,5[4])	5,3	–0,6
12		Sn	9,7	—	4,3	—
13		Pb	8,5	4,0[1])	2,9	1,1
14	V	Sb	8,6	4,1[1])	3,2	0,9
15		Bi	7,2	3,4[1])	1,8	1,6
16	VI–VIII	Cr	9,8	—	4,4	—
17		Mn	9,2	—	3,8	—
18		CrO	9,8	—	4,4	—
19		MnO	8,0	—	2,6	—
20		FeO	10,1	4,4[1]) 4,0[5])	4,7	–0,3
21		CoO	10,8	4,3[5])	5,4	–1,1
22		NiO	9,3	4,1[1]) 4,4[5])	3,9	0,2

gefunden wird. Setzt man in Gleichung (27) eine bekannte Austrittsarbeit ein, so kann man die ersten 2 Glieder errechnen und mit der oben gemachten Annahme für die andern Metalle die Austrittsarbeiten bestimmen. Das wird in Kolonne 6 ausgeführt,

---

Die Austrittsarbeit wurde erhalten bei:

[1]) Aus der langwelligen Grenze des Photoeffektes in W. Roth und K. Scheel, Konstanten der Atomphysik. Es wurde dabei stets die grösste Wellenlänge berücksichtigt, da die so erhaltenen Austrittsarbeiten im Vergleich mit den andern meist zu gross ausfallen.

[2]) Aus Elektronenemission und Abkühlungseffekt in H. Spanner, Ann. der Phys. **75**, 609, 1924, G. Michel und H. Spanner, ZS. für Phys. **35**, 395, 1926.

[3]) Aus Glühemission:
A. Wehnelt und S. Seiliger ZS. für Phys. **38**, 443, 1926.

[4]) F. Deininger Ann. der Phys. **25**, 285, 1908.

[5]) F. Jentzsch Ann. der Phys. **27**, 129, 1908.

wobei für φ der Wert des CaO von 2,4 Volt zugrunde gelegt ist. Die Differenz von U_k und φ wird damit 5,4 Volt. In der letzten Kolonne finden sich die Abweichungen Δ der berechneten φ von den beobachteten, welche in Anbetracht der Inkonstanz des Kohlebogens als klein angesehen werden können. Die Alkalien haben so niedere Austrittsarbeiten, dass die Annahme der konstanten Differenz von Kathodenfall und Austrittsarbeit versagt. Es wird eben hier bei der gleichen Stromstärke I die Temperatur der Kathode bedeutend kleiner sein als bei den andern Metallen, wodurch auch die Wärmeabfuhr $W_2 + W_3$ kleiner sein wird, was entsprechend der Tabelle 3 zu einer kleinern Differenz von $U_k - \varphi$ führt als 5,4 Volt. Dass tatsächlich die Kathode beim Alkalien-haltigen Dochtkohlebogen eine kleinere Temperatur aufweist als beim Reinkohlebogen für die gleiche Stromstärke, wird von A. Hagenbach und M. Wehrli[1]) gemessen und neuerdings von E. Stückelberg[2]) genauer bestätigt. Letzterer findet bei $I = 10{,}6$ Amp. für Dochtkohlen 3250° K, dagegen für Homogenkohlen bei $I = 4{,}7$ Amp. 3500° K. Die Messung von Kathodenfällen ergibt so unter Verwendung von Gleichung (27) eine direkte Methode zur Ermittlung von Austrittsarbeiten[3]).

§ 14. Die Besprechung der übrigen Gleichungen soll verschoben werden, bis weitere Beobachtungen vorliegen. Meinen Freunden, cand. phil. E. Frey und K. Wieland, bin ich für Kontrollrechnungen zu bestem Dank verpflichtet.

Basel, Physikal. Anstalt der Universität.

---

[1]) A. Hagenbach und M. Wehrli. ZS. für Phys. **26**, 23, 1924.

[2]) l. c.

[3]) Ein Auszug dieser Arbeit findet sich in Arch. sc. phys. et nat. **9**, 359, 1927.