

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 1 (1928)
Heft: II

Artikel: Variation du premier module d'élasticité avec la température Acier - Palladium - Elinvar
Autor: Jaquerod, A. / Mügeli, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-109164>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Variation du premier module d'élasticité avec la température Acier - Palladium - Elinvar

A. Jaquerod et H. Mügli.

Les mesures ont été effectuées entre -180° et $+100^{\circ}$ pour l'acier; -80° et $+100^{\circ}$ pour l'élinvar; 0° et 80° pour le palladium. La méthode employée est indiquée dans le premier alinéa de l'introduction. Un résumé des résultats figure à la fin du mémoire (page 163).

Introduction.

Le but de ce travail était d'étudier la variation du module d'élasticité de divers métaux (module d'YOUNG) avec la température, sur un intervalle aussi étendu que possible. Pour cela nous avons utilisé une méthode très simple et en même temps très précise, consistant à munir un chronomètre d'un spiral du métal à étudier, puis à déterminer la marche de ce chronomètre à diverses températures; le balancier est un disque ou un anneau plein, fait d'un métal dont on connaît, du moins à très peu près, le coefficient de dilatation.

La variation de la marche avec la température permet de calculer le rapport $\frac{e}{e_0}$ du module à une température quelconque au module à zéro degré.

Les avantages principaux de cette méthode sont les suivants:

1^o La précision est considérable; en effet, la marche d'un bon chronomètre se maintient constante à environ une seconde près par jour, du moins pour les températures qui ne sont pas trop éloignées de la normale. Une seconde par jour correspond à une précision de $\frac{1}{86\,400}$, soit près de un cent millième. Aucune méthode statique ne peut, de très loin, être comparée à celle-là comme précision, et même les méthodes dynamiques (lames vibrantes, diapasons, etc.) ne peuvent que très difficilement y prétendre. Nous verrons cependant qu'aux températures extrêmes, la marche de la montre n'est plus aussi régulière; dans de bonnes conditions cependant, la précision du dix millième semble pouvoir être obtenue.

2^o Une montre, même un chronomètre de bord, est un appareil de petites dimensions qui se loge facilement dans une enceinte thermique peu encombrante; l'uniformité de température est donc assurée et la détermination de cette température rendue facile.

3^o La détermination de la marche peu se faire par une méthode de coïncidences rapide, de sorte que les mesures individuelles ne prennent que fort peu de temps.

Nous avons d'ailleurs complété ces résultats par d'autres mesures faites au moyen d'un appareil tout différent; elles feront l'objet d'une publication ultérieure.

Si la « méthode de la montre » présente de grands avantages, elle n'est pas cependant sans avoir d'inconvénients. Nous nous proposons au début de cette recherche d'étudier l'élasticité d'un certain nombre de métaux purs (platine, or, argent, nickel, etc.). Nous avons constaté jusqu'ici que des spiraux construits avec ces métaux sont trop mous pour être employés utilement. La pose du spiral et le réglage de la montre deviennent des opérations très compliquées ou même quasiment impossibles, et dans les cas où ces opérations ont pu être faites approximativement, la marche de la montre s'est révélée trop irrégulière pour qu'on puisse en tirer des conclusions valables.

Nous n'avons réussi à faire de bonnes mesures jusqu'à aujourd'hui qu'avec l'acier, le palladium (alliage non magnétique utilisé en horlogerie) et l'élinvar, autrement dit, avec des métaux qui sont employés dans la pratique à la construction de spiraux. Nous ne désespérons pas cependant d'arriver à un résultat avec le fer pur, le nickel et peut-être un ou deux autres métaux.

Thermostats et évaluation des températures.

Les températures auxquelles nous avons opéré sont comprises entre -185 et $+100$ degrés.

La *température de zéro degré* est réalisée au moyen d'une glacière. Une enceinte de cuivre de petites dimensions, dans laquelle est placée la montre en observation, est entourée d'une grosse épaisseur de glace et d'eau de sorte que la température de zéro degré est rigoureusement assurée.

Températures supérieures à zéro. Nous utilisons cinq températures dont la première est celle de la salle et les quatre autres correspondent aux températures d'ébullition de divers liquides sous la pression atmosphérique.

Pour la température ordinaire, la montre est placée dans une enceinte en bois protégée contre l'influence du milieu ambiant par une épaisseur de 20 cm. de capok logé dans une caisse de 60 cm.

de côté, fermée par un couvercle également capitonné. Un thermomètre soigneusement étalonné en donne la température. L'amplitude de la variation diurne ne dépasse pas 3 dixièmes de degré, de sorte que la moyenne est connue avec une précision supérieure au dixième. A plusieurs reprises, l'allure de la courbe des températures a été déterminée pendant 24 heures consécutives; dans la suite, les mesures ont été faites seulement durant le jour et la moyenne calculée sur la base des déterminations complètes.

La température de cette enceinte a été le plus souvent déterminée au moyen d'une méthode différente qui consiste dans l'emploi d'une *montre thermomètre*, c'est-à-dire d'une montre qui présente un coefficient thermique aussi grand que possible. La variation de la marche étant pratiquement linéaire avec la température entre 10^0 et 20^0 , la détermination de la marche diurne de cette montre donne immédiatement la température moyenne à laquelle elle a été exposée durant les 24 heures.

Comme montre thermomètre nous avons employé au début une montre munie d'un balancier plein, non compensé. La variation de marche est dans ces conditions d'environ 11 secondes par degré. Elle permet d'assurer la moyenne avec une précision de un dixième de degré environ. Dans la suite nous avons utilisé une montre thermomètre spécialement construite à cet effet. C'est une montre *compensée à rebours*, c'est-à-dire munie d'un balancier bimétallique acier laiton, mais dans lequel l'acier est à l'extérieur et le laiton à l'intérieur, contrairement à ce qui se fait habituellement. Ce balancier, au lieu de compenser l'influence de la température sur l'élasticité du spiral, augmente au contraire cet effet. Dans l'instrument que nous employons, la variation de la marche est d'environ 16,4 secondes par degré; elle a été soigneusement étudiée au préalable entre zéro et 35 degrés. Cette montre, placée dans l'enceinte à température ordinaire, donne la moyenne diurne de température avec une précision de l'ordre du vingtième de degré. Nous nous sommes assurés de cette précision par des comparaisons faites avec le thermomètre de l'enceinte.

Étuves. Les températures de 33, 55, 78 et 100 degrés approximativement sont réalisées au moyen d'étuves renfermant des liquides en ébullition sous la pression atmosphérique. Ces liquides sont l'éther, l'acétone, le benzène et l'eau. La figure 1, qui représente une de ces étuves, est suffisamment claire, nous semble-t-il, pour nous dispenser d'une description. Le chauffage est électrique, et la montre peut être remontée sur place au moyen du dispositif indiqué par la figure.

La température de ces thermostats ne devrait dépendre que de la pression barométrique; comme cependant les liquides s'altèrent quelque peu à la longue, à l'exception de l'eau, on détermine au moyen d'un thermomètre au centième, la température quelques temps avant d'introduire la montre.

Nous avons remarqué que la marche de la montre ne prend une valeur constante qu'après un séjour de deux heures environ dans l'étuve; il en a toujours été tenu compte.

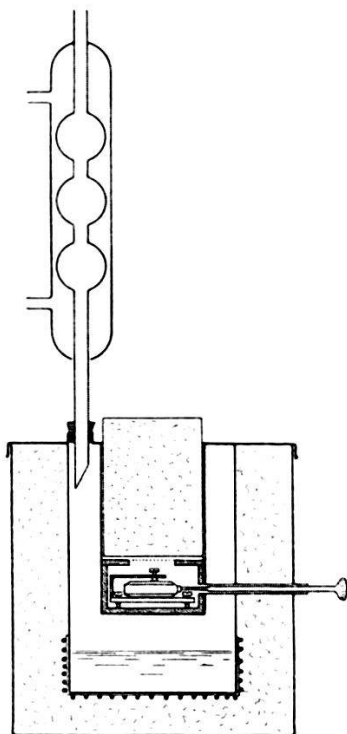


Fig. 1.

Criostats. Pour les basses températures nous avons utilisé deux criostats; l'un à anhydride carbonique solide et benzine (environ -79 degrés), l'autre à oxygène liquide (environ -184 degrés). Ces liquides sont contenus dans un vase Dewar argenté, de 10 cm. de diamètre intérieur, dans lequel plonge une boîte cylindrique ~~ou~~ en laiton, munie d'un couvercle vissé, se place la montre (Fig. 2). La température est donnée par une lecture barométrique faite avant et après les mesures.

Détermination de la marche.

Deux méthodes ont été employées:

1^o L'observation journalière telle qu'elle se pratique couramment dans les observatoires. La comparaison est faite avec

un régulateur de précision dont la marche est contrôlée tous les jours à l'aide des signaux de la tour Eiffel. Un chronographe enregistreur permet la comparaison au dixième de seconde. Dans la suite, pour abrégé, nous appellerons cette méthode, *méthode des 24 heures*.

2^o *Méthode des coïncidences*. Dans certains cas l'observation directe de la montre est impossible. Il en est ainsi par exemple dans les criostats puisque la montre est renfermée dans une boîte métallique; on ne peut avoir connaissance de sa marche qu'à l'audition. La détermination se fait en comparant les battements

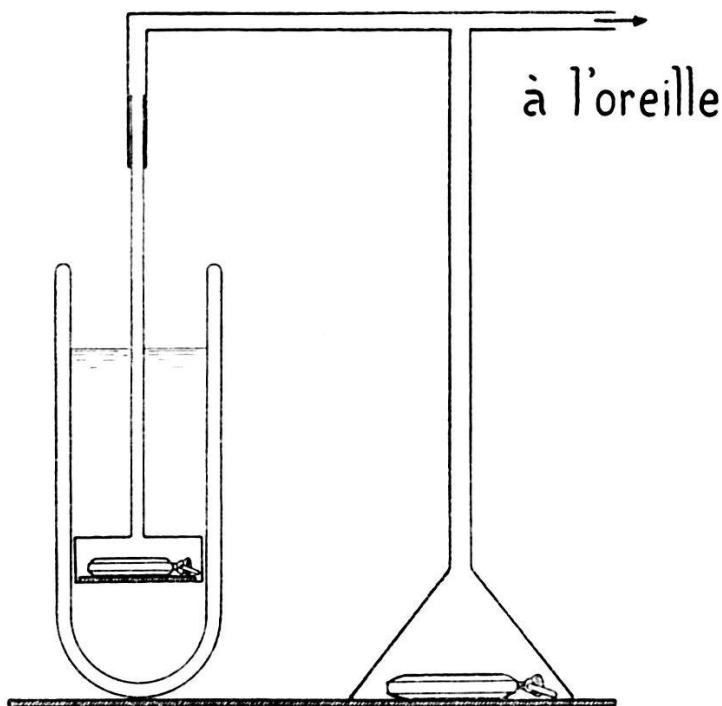


Fig. 2.

de la montre avec ceux d'un chronomètre soigneusement étudié et dont la marche se maintient constante à quelques dixièmes de seconde par jour. Les coïncidences des battements s'entendent facilement et fournissent la période du balancier de la montre à étudier par un calcul familier aux physiciens.

Lorsque la marche est voisine de la marche normale, les coïncidences s'espacent énormément et deviennent impossibles à déterminer. Nous nous servons alors d'un second chronomètre qui avance d'environ 9 minutes par jour et qui fournit des coïncidences toutes les 31 secondes. A l'aide de ces deux

chronomètres de comparaison il est aisé de couvrir tout l'intervalle de températures utilisé.

« L'écoute » des deux montres se fait par le moyen suivant: La boîte métallique des criostats est munie d'un long tube sortant du bain réfrigérant (Fig. 2) auquel on adapte un tube de caoutchouc; le chronomètre de comparaison est placé sous un entonnoir de verre également muni d'un tube de caoutchouc. Ces deux tubes, à l'aide d'un T en verre, conduisent les sons à l'oreille. On entend très distinctement les coïncidences, et les instants de ces coïncidences se lisent directement sur le chronomètre de comparaison.

La même méthode a été utilisée pour les températures supérieures à celle de la salle. Nous avons remarqué en effet qu'un séjour prolongé (2 à 3 jours) à 78° ou 100° , même parfois à 55° modifie la marche d'une façon permanente (recuit du spiral). Il y a donc avantage à opérer le plus rapidement possible, ce que permet la méthode des coïncidences en question puisque deux heures suffisent à l'établissement de l'équilibre thermique, et une heure à la détermination de la marche à une demi seconde près. Pour la mettre en œuvre, le tube latéral de l'étuve, qui sur la figure 1 contient la tige du remontoire, est muni d'un tube de caoutchouc par où se fait l'écoute.

Dans de bonnes conditions (températures de zéro à 35° degrés) l'intervalle entre les coïncidences se tient suffisamment constant pour que la marche soit connue à un peu moins d'une seconde près. Il n'en est plus de même aux températures extrêmes et surtout aux basses températures. Pour ces dernières en effet, la lubrification de la montre doit être totalement modifiée. Les huiles ordinaires de graissage se figent vers -20° degrés, de sorte que la montre s'arrête fatalement dans CO_2 ou dans l'oxygène liquide.

Nous avons eu recours au procédé suivant: La montre, complètement débarassée d'huile, était lubrifiée à l'aide d'une solution de paraffine dans du toluène. Cette solution en s'évaporant laisse un film très ténu de paraffine qui permet la marche aux plus basses températures, tout au moins dans les cas particulièrement favorables. La marche n'est cependant jamais aussi régulière qu'avec le graissage habituel, et les variations peuvent atteindre, dans l'oxygène liquide, 10 à 15 secondes par jour. Cette incertitude correspond néanmoins à une précision de près du dix millième, précision supérieure à celle des méthodes utilisées jusqu'ici aux basses températures.

Calcul des résultats.

Nous adopterons les notations suivantes:

- T demi période d'oscillation du balancier; elle était toujours voisine de $\frac{1}{5}$ de seconde;
- I moment d'inertie du système mobile;
- C moment élastique du spiral pour un angle de un radian;
- m marche de la montre prise positivement dans le cas d'une avance, négativement dans le cas d'un retard; la marche est exprimée en secondes par jour;
- t température;
- a coefficient de dilatation; c'est soit un coefficient moyen, soit une fonction de la température de la forme $a = a + \beta t$;
- e ou E premier module d'élasticité ou module d'YOUNG;
- l longueur du spiral
- h hauteur » »
- d épaisseur » »

Ces dimensions supposent un spiral de section rectangulaire; elles s'éliminent d'ailleurs dans les formules définitives.

Nous affectons de l'indice zéro les grandeurs qui se rapportent à la température de la glace fondante.

Connaissant la marche m de la montre, la demi période T d'oscillation est donnée par la relation:

$$T = \frac{86\,400}{5(86\,400 + m)}$$

On a d'autre part:

$$T = \pi \sqrt{\frac{I}{C}}$$

d'où

$$C = \frac{\pi^2 I}{T^2}$$

Le moment d'inertie I varie avec la température suivant la relation:

$$I = I_0 (1 + a' t)^2$$

a' étant le coefficient de dilatation du métal qui constitue le balancier.

D'autre part, la théorie de l'élasticité donne:

$$C = \frac{e h d^3}{12 l} \text{ et } C_0 = \frac{e_0 h_0 d_0^3}{12 l_0} .$$

Si a est le coefficient de dilatation du spiral, on en déduit :

$$C = \frac{C_0}{e_0} e (1 + a t)^3.$$

Le rapport $\frac{e}{e_0}$ du module à la température t au même module à zéro degré est alors :

$$\frac{e}{e_0} = \left(\frac{86\,400 + m}{86\,400 + m_0} \right)^2 \cdot \frac{(1 + a' t)^2}{(1 + a t)^3}, \quad (1)$$

Dans le cas où le spiral et le balancier sont du même métal (par exemple d'acier) de coefficient a , la formule se simplifie et devient :

$$\frac{e}{e_0} = \left(\frac{86\,400 + m}{86\,400 + m_0} \right)^2 \cdot \frac{1}{(1 + a t)}. \quad (1')$$

Ainsi qu'il ressort des expressions (1) et (1'), il est inutile de connaître les dimensions du spiral et le moment d'inertie du système oscillant; seuls interviennent les coefficients de dilatation. Comme il était impossible de les déterminer, nous avons été obligés de les admettre et dans ce but nous avons pris la moyenne des coefficients donnés par les tables de constantes et provenant des meilleurs auteurs.

Les erreurs découlant de ce fait doivent être minimales; elles ne peuvent pas influencer sensiblement l'allure générale des résultats et c'est précisément cette allure que nous nous proposons d'établir.

Effets résiduels.

Lorsqu'une montre est observée à la température de la salle, puis un certain temps à la température t , et ramenée à la température de la salle, elle ne reprend jamais rigoureusement sa marche primitive. On constate un effet résiduel permanent qui est d'autant plus grand que la température est plus élevée; souvent insensible à 33 ou à 55 degrés, il peut devenir important à 80 et surtout à 100 degrés. Les basses températures ont une influence en général beaucoup plus faible.

Ces phénomènes proviennent de différentes causes dont les deux principales sont :

1^o Une variation de l'état moléculaire du spiral, peut-être même, dans une faible mesure, du balancier (recuit), agissant sur C et sur I .

2^o Une modification de la répartition du lubrifiant qui a pour effet un changement de la valeur des frottements. Un accroissement de ce frottement entraîne une diminution d'amplitude des oscillations, et par suite une variation de la marche puisque l'isochronisme n'est jamais rigoureusement réalisé.

Pour diminuer l'influence de ces effets résiduels, nous avons tout d'abord cherché à réduire le plus possible la durée des observations. La méthode des coïncidences est pour cela d'un grand secours, puisqu'elle permet une détermination de marche en laissant la montre exposée à la température élevée durant 3 à 3½ heures seulement; la méthode des 24 heures est moins favorable. Nous avons tenu compte au mieux de ces variations résiduelles en déterminant dans tous les cas, *avant* et *après* la marche à chaud, la marche à la température de la salle.

Pour comparer plus aisément entre elles les différentes séries d'observations, et pour simplifier les opérations, nous avons toujours ramené, par une méthode d'interpolation graphique, les marches à une série de températures déterminées, à savoir —183, —79, 0, 20, 40, 60, 80 et 100 degrés. Ce mode de faire se justifie d'autant mieux que les températures d'expériences étaient toujours voisines des valeurs fixes adoptées.

Résultats des mesures.

A. Acier.

Les mesures ont porté sur deux chronomètres de bord obligeamment mis à notre disposition par la fabrique «Les Longines», à laquelle nous exprimons nos remerciements. A notre demande ces chronomètres avaient été munis d'un balancier formé d'un disque de fer doux; le réglage, rendu difficile par suite du très gros coefficient thermique, avait été réalisé par M. HANS WEHRLI. Trois autres montres données par l'école d'horlogerie du Locle, à laquelle nous exprimons également notre reconnaissance, étaient munies de balanciers en invar ou en acier. La marche des deux chronomètres de bord s'est montrée particulièrement régulière; ce sont d'ailleurs les seules pièces qui ont continué de marcher jusqu'à la température de l'air liquide et nous ont permis d'étudier l'élasticité de l'acier jusqu'à 90 degrés absolus environ.

Nous donnons plus bas (tableaux I et II) les valeurs des marches des deux premières montres à diverses températures; les résultats obtenus à l'aide des trois autres montres entre zéro et 100

degrés concordent à très peu près avec les précédents et présentent la même allure générale; nous croyons donc inutile de les publier, d'autant plus que des données précises ne présentent pas un grand intérêt pour chaque cas particulier. De faibles différences d'élasticité résultent en effet de légères variations dans la qualité de l'acier et les traitements thermiques subis par chaque échantillon, donc de son histoire. Cette histoire ne nous était pas connue exactement; nous pouvons seulement dire que les spiraux avaient été recuits «au bleu» (environ 300 degrés). La teneur en carbone était assez voisine de 0,7%.

On remarque dans les tableaux I et II entre les séries à basses et à hautes températures, une discontinuité dans les marches à zéro degré. Cette discontinuité provient du changement de lubrification dont il a été parlé à la page 144. Un démontage complet du mouvement a été nécessaire ainsi qu'un nouveau réglage partiel, ce qui explique le saut indiqué.

Tableau I.

Chronomètre de bord L. 520.

Température (<i>t</i>)	Marche observée (en sec.)	Marche calculée ($m = m_0 - 11,06 t$)	Différence (obsv. - calc.)
- 183	+ 2978.0	+ 2477.0	- 399.0
- 79	+ 1265.0	+ 1327.0	- 62.0
0	+ 453.0	+ 453.0	0
0	+ 520.0	+ 520.0	0
20	+ 301.2	+ 298.8	+ 2.4
40	+ 77.6	+ 77.6	0
60	- 151.1	- 143.6	- 7.5
80	- 384.2	- 364.8	- 19.4
100	- 625.4	- 586.0	- 39.4

Le graphique de la figure 3 reproduit les données des tableaux numériques; il suppose les marches identiques à zéro degré. Les points expérimentaux n'ont pas été portés sur le graphique parce qu'ils tomberaient tous dans l'épaisseur de la ligne qui représente le phénomène.

Tableau II.

Chronomètre de bord L 952.

Température (t)	Marche observée (en sec.)	Marche calculée ($m = m_0 - 10,9875 t$)	Différence (obsv. - calc.)
- 183	+ 1882.0	+ 2286.0	- 404.0
- 79	+ 1082.0	+ 1143.0	- 61.0
0	+ 275.0	+ 275.0	0
0	+ 242.0	+ 242.0	0
20	+ 28.0	+ 22.3	+ 5.7
40	- 197.5	- 197.5	0
60	- 428.0	- 417.2	- 10.8
80	- 662.0	- 637.0	- 25.0
100	- 901.5	- 856.7	- 44.8

Pour mettre en évidence l'incurvation très faible de la courbe, nous avons calculé les différences entre les valeurs observées de

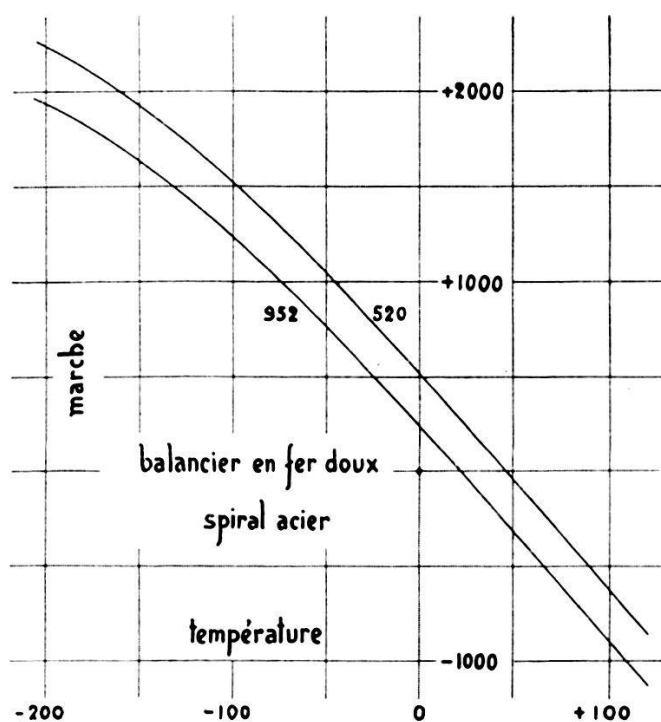


Fig. 3.

la marche et les valeurs calculées suivant une fonction linéaire:

$$m = m_0 - 11,06 t \quad \text{pour la montre 520}$$

$$\text{et } m = m_0 - 10,9875 t \quad \text{pour la montre 952.}$$

Ces différences figurent dans la quatrième colonne des tableaux précédents. La figure 4, construite à l'aide de ces points, met en évidence, en l'exagérant considérablement, l'allure parabolique de la variation. Les deux courbes ont été décalées par translation verticale de façon à les distinguer l'une de l'autre. Cette incurvation correspond, dans la marche des chronomètres compensés, à ce que les techniciens appellent *l'erreur secondaire*.

A l'aide des courbes (figure 4) passant aussi régulièrement que possible par les points expérimentaux, nous avons calculé les modules d'élasticité aux différentes températures rapportés au

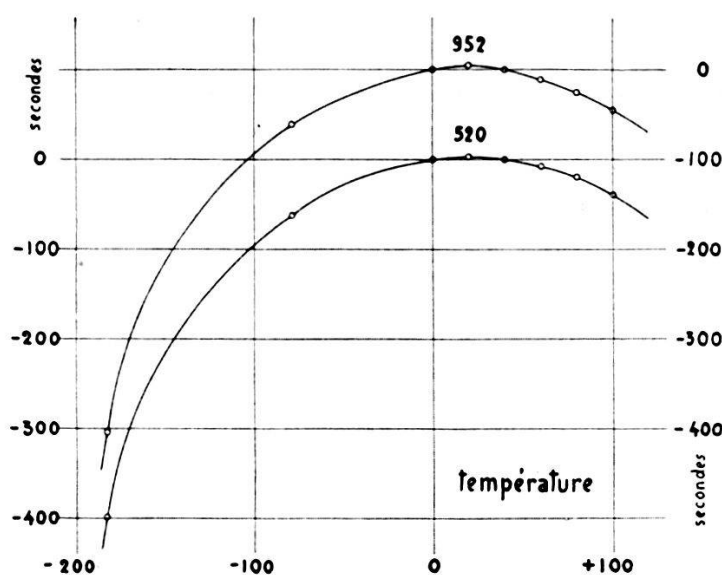


Fig. 4.

module à zéro degré, c'est-à-dire les valeurs $\frac{e}{e_0}$ de la formule 1 (tableau III, colonnes 4 et 6). Pour ce calcul, nous avons utilisé les coefficients de dilatation de l'acier donnés par H. G. DORSEY¹⁾ et déterminés à l'aide d'une méthode interférentielle jusqu'à -170 degrés. Par intégration graphique, nous avons calculé les coefficients moyens a entre zéro et les températures d'observation; les valeurs de $(1 + at)$ figurent dans la deuxième colonne du tableau III. Pour le fer doux qui constitue le balancier des chronomètres, nous avons admis le même coefficient de dilatation a que pour l'acier du spiral, cela faute de données plus précises.

¹⁾ H. G. DORSEY, Phys. Rev. **25**, p. 88, 1907.

Tableau III.

Tempé- rature	$(1 + a t)$	Montre 520		Montre 952	
		marche	$\frac{e}{e_0}$	marche	$\frac{e}{e_0}$
- 183	0.998371	+ 2078	1.03946	+ 1882	1.03912
- 79	0.999155	+ 1265	1.01965	+ 1082	1.01957
0	1.000000	+ 453	1.00000	+ 275	1.00000
0	1.000000	+ 520	1.00000	+ 242	1.00000
20	1.000233	+ 301.2	0.99474	+ 28	0.99484
40	1.000471	+ 77.6	0.98938	- 197.5	0.98941
60	1.000712	- 151.1	0.98392	- 428	0.98389
80	1.000957	- 384.2	0.97837	- 662	0.97831
100	1.001205	- 625.4	0.97265	- 901.2	0.97261

Comme il ressort de ce tableau, les valeurs de $\frac{e}{e_0}$ pour les deux échantillons d'acier en expérience sont extrêmement voisines; dans les calculs du paragraphe suivant nous avons opéré sur les moyennes de ces deux séries qui sont indiquées dans la 3^e colonne du tableau IV.

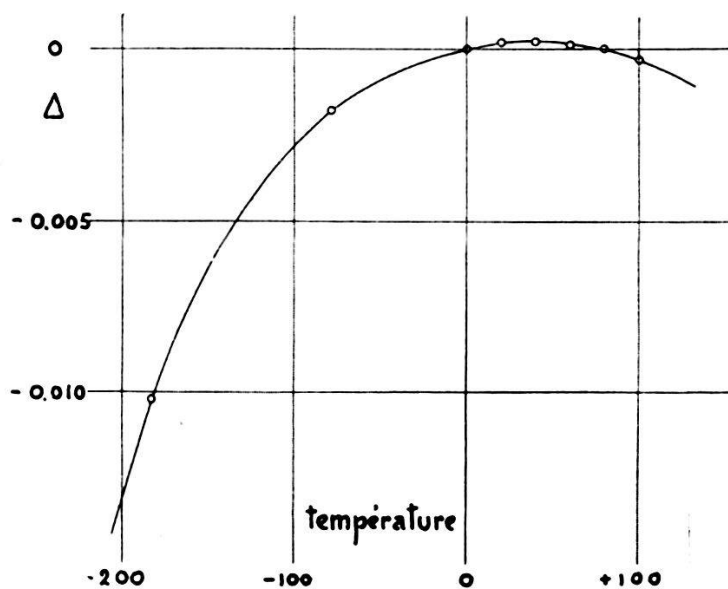


Fig. 5.

La variation de $\frac{e}{e_0}$ avec la température est presque linéaire (fig. 6). A fin de faire ressortir l'allure parabolique de la courbe,

nous avons calculé les différences des ordonnées de cette courbe avec la droite passant par les points expérimentaux de zéro et 80 degrés; l'équation de cette droite est

$$\left(\frac{e}{e_0}\right)_{\text{calc.}} = 1 - 0,00027075 t,$$

le coefficient de t représentant la variation moyenne du module par degré.

Le graphique de la figure 5 est construit en portant en ordonnée Δ , soit $\left(\frac{e}{e_0}\right)$ observé moins $\left(\frac{e}{e_0}\right)$ calculé linéairement en fonction de la température.

Variation du module de l'acier en fonction de la température absolue.

En portant sur un graphique les valeurs de $\frac{e}{e_0}$ en fonction de la température *absolue*, on note que la courbe parabolique qui

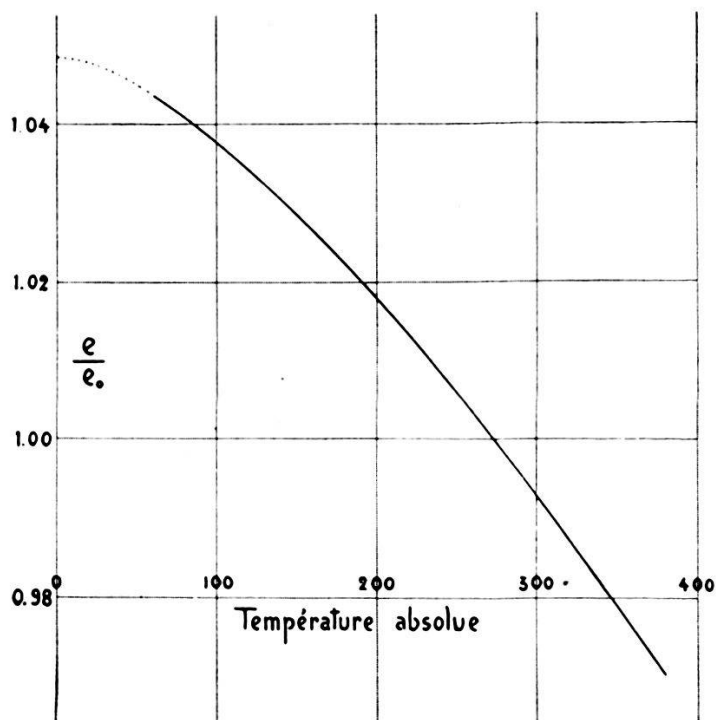


Fig. 6.

passé par les points expérimentaux peut être extrapolée jusqu'au zéro absolu, et qu'à cette température $\frac{de}{dT}$ semble s'annuler.

La figure 6 montre la chose avec évidence. Nous avons cherché à représenter cette variation par une fonction simple de T et après divers tâtonnements nous avons reconnu que la forme

$$1 - \frac{E}{E_0} = AT^n \quad (2)$$

est celle qui convient le mieux. E représente le module à la température T et E_0 le module au zéro absolu.

L'exposant n a une valeur voisine de $3/2$; l'on peut même représenter de façon très satisfaisante les résultats en adoptant cette valeur $3/2$ et calculant la valeur de A correspondante.

La colonne 5 du tableau IV donne les valeurs calculées au moyen de l'équation

$$1 - \frac{E}{E_0} = 10,1754 \cdot 10^{-6} T^{3/2} \quad (3)$$

Les données d'observation figurant dans la 4^e colonne du tableau IV sont déduites des valeurs observées $\frac{e}{e_0}$ en posant pour ce dernier rapport au zéro absolu $\frac{e}{e_0} = 1,04850$.

Les écarts entre les valeurs déduites des observations et celles calculées à l'aide de la formule précédente sont reportés dans la dernière colonne du même tableau.

Tableau IV.
(acier)

T	$T^{3/2}$	$\frac{e}{e_0}$	$\left(\frac{E}{E_0}\right)$ (déduit des (observations))	$\left(\frac{E}{E_0}\right)$ calculé (par la formule 3)	Δ (observ. — calc.)
0	0	[1.04850]	[1.00000]	[1.00000]	0.000 00
90	853.8	1.03929	0.99122	0.99131	— 0.000 09
194	2702.1	1.01961	0.97245	0.97250	— 0.000 05
273	4510.7	1.00000	0.95374	0.95410	— 0.000 36
293	5015.4	0.99479	0.94877	0.94897	— 0.000 20
313	5537.5	0.98940	0.94363	0.94365	— 0.000 02
333	6076.7	0.98390	0.93839	0.93817	+ 0.000 22
353	6632.3	0.97834	0.93309	0.93251	+ 0.000 58
373	7203.8	0.97263	0.92764	0.92670	+ 0.000 94

Comme on le voit, entre zéro et 330 degrés absolus, les différences n'atteignent pas quatre dix-millièmes; elles augmentent ensuite pour atteindre un pour mille à 373 degrés (100° C.).

D'après la formule (3), la température à laquelle E s'annule, est donnée par:

$$T = \left(\frac{1}{10,1754 \cdot 10^{-6}} \right)^{2/3}$$

soit 2130°. Comme le module doit s'annuler au point de fusion (environ 1700 degrés absolus), la courbe expérimentale doit couper au-dessus de 100° la courbe correspondant à l'équation (3).

Enfin cette équation (3), qui représente très bien les résultats expérimentaux aux basses températures, montre que $\frac{dE}{dT}$, nul au zéro absolu, est *proportionnel à la racine carrée de la température absolue*. Si ce résultat se confirme pour d'autres métaux, il sera peut-être susceptible d'une interprétation théorique.

B. Palladium.

Il s'agit ici non de palladium pur, qui ne se serait pas prêté à la préparation d'un ressort spiral, mais d'un alliage (80% Pd + 20% Cu) couramment employé en chronométrie à la fabri-

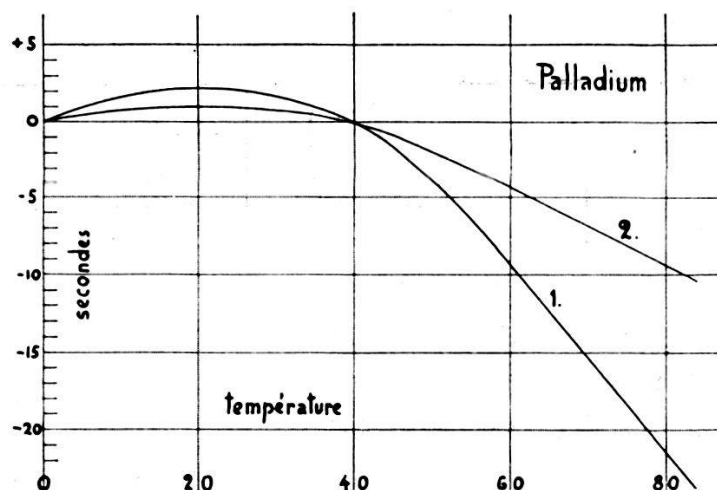


Fig. 7.

cation de spiraux antimagnétiques. Ces spiraux présentent en outre l'avantage d'une faible *erreur secondaire*; les mesures ci-dessous le vérifient de façon très nette.

Nous avons opéré sur deux montres munies de spiraux en palladium; la première possède un balancier annulaire en acier et la seconde un balancier d'invar en forme de disque.

Les mesures n'ont été effectuées qu'entre les températures de zéro et de 80 degrés environ, puis traitées comme il a été expliqué à propos de l'acier. Le tableau V reproduit les marches aux températures de 0, 20, 40, 60 et 80 degrés voisines des températures d'observation. La troisième colonne donne la marche calculée en supposant une variation linéaire, le coefficient de variation étant de 11,8175 secondes par degré pour la première montre et 12,005 pour la deuxième entre zéro et 40 degrés. La quatrième colonne donne les différences qui ont servi à l'établissement du graphique de la figure 7.

Tableau V.

Température	Marche observée (montre Pd 1)	Marche calculée ($m = - 11,8175 t$)	Différence (observ. — calc.)
0	0	0	0
20	- 234,2	- 236,3	+ 2.1
40	- 472,7	- 472,7	0
60	- 718,4	- 709.0	- 9.4
80	- 967,0	- 945,4	- 21.6
	(montre Pd 2)	($m = - 12,005 t$)	
0	0	0	0
20	- 239.2	- 240.1	+ 0.9
40	- 480.2	- 480.2	0
60	- 724,6	- 720.3	- 4.3
80	- 969.8	- 960.4	- 9.4

Dans le calcul du rapport $\frac{e}{e_0}$ nous avons utilisé les coefficients de dilatation suivants: pour le palladium $\alpha = 11,6 \cdot 10^{-6}$ et $\beta = 3,2 \cdot 10^{-9}$; pour l'acier les mêmes coefficients que dans le paragraphe précédent et pour l'invar, des coefficients moyens déduits de mesures de CH. ED. GUILLAUME: $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-6}$, $\beta = 2 \cdot 10^{-9}$. Comme nous le faisons remarquer précédemment, ces coefficients sont quelque peu incertains, mais il est facile de se rendre compte qu'en les modifiant de façon même assez notable, les diverses valeurs du module d'élasticité ne seraient que peu touchées.

Tableau VI.
(Palladium).

Tempé- rature	Marche (montre Pd 1)	$\frac{e}{e_0}$ (déduit des observations)	$\frac{e}{e_0} =$ ($= 1 - 0.0002896 t$)	Différence (observ. - calc.)
0	0	1.00000	1.00000	0.00000
20	- 234.2	0.99435	0.99421	+ 0.00014
40	- 472.7	0.98863	0.98842	+ 0.00021
60	- 718.4	0.98275	0.98262	+ 0.00013
80	- 967.0	0.97683	0.97683	+ 0.00000
	(montre Pd 2)		($= 1 - 0.0003105 t$)	
0	0	1.00000	1.00000	0.00000
20	- 239.2	0.99384	0.99379	+ 0.00005
40	- 480.2	0.98765	0.98758	+ 0.00007
60	- 724.6	0.98140	0.98137	+ 0.00003
80	- 969.8	0.97516	0.97516	+ 0.00000

Le coefficient thermique moyen du module d'élasticité entre zéro et 80 degrés, tel qu'il résulte du tableau VI est $-0,0002896$ pour la première montre et $-0,0003105$ pour la seconde. La quatrième colonne donne les valeurs de $\frac{e}{e_0}$ calculées linéairement au moyen de ces coefficients, et la cinquième colonne, la différence avec les valeurs déduites des observations.

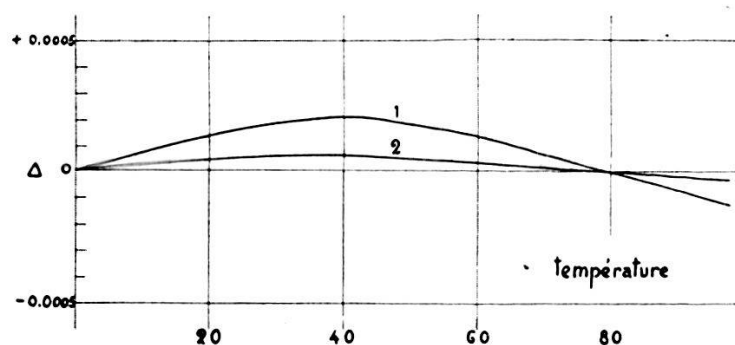


Fig. 8.

Le graphique de la figure 8 est construit au moyen des différences en question. Il permet de constater la très faible incurvation de la courbe qui représente le module en fonction de la température; cette incurvation est d'ailleurs notablement différente pour les deux échantillons, comme l'étaient déjà les coefficients thermo-élastiques moyens.

C. Elinvar.

Les mesures ont porté sur 7 ressorts spiraux différents provenant de la Société des fabriques de spiraux réunies; la coulée d'origine de ces spiraux ne nous est connue que pour quatre d'entre eux.

Nous n'avons dans aucun cas réussi à faire d'observations à la température de l'oxygène liquide, toutes les montres s'étant arrêtées à cette température. Même dans le bain d'anhydride carbonique et de benzine (-79°), la marche de la plupart d'entre elles étaient assez irrégulière; deux n'ont pas supporté ce traitement.

Les opérations ont été conduites comme il est indiqué dans le paragraphe A et les résultats traités de la même manière.

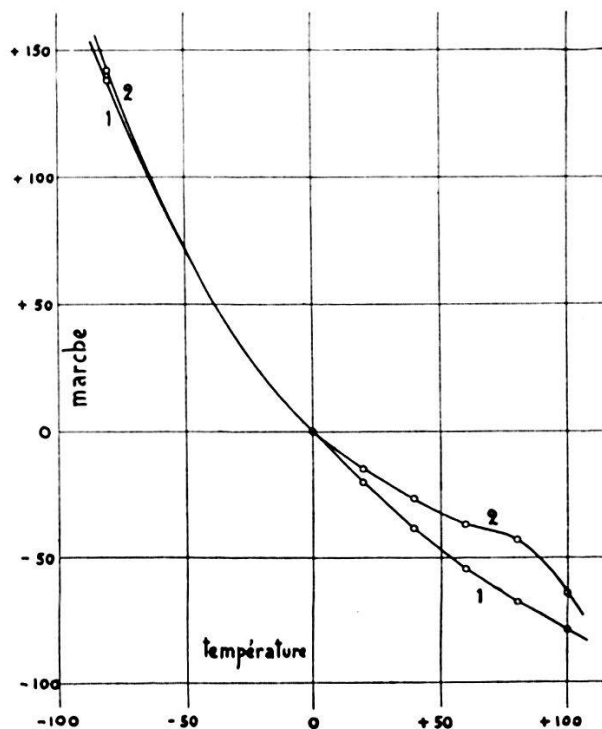


Fig. 9.

La figure 9 reproduit les données relatives à quatre montres, dont le spiral provenait de la coulée 0418 et était associé à un balancier de laiton.

Les marches de trois de ces montres ne différaient que de une à deux secondes à toutes les températures, et nous en avons pris la moyenne. C'est cette moyenne qui a servi au tracé de la courbe 1 de la figure 9, et qui seule est reproduite dans le tableau

VII (1^{re} série). La quatrième montre présentait une marche notablement différente, du moins entre zéro et 100 degrés; nous l'avons donc considérée à part, soit dans la figure 9 (courbe 2), soit dans le tableau VII (2^{me} série).

Tableau VII.

	Température	Marche observée	Marche calculée ($m = -0,9625 t$)	Différence (observ. - calc.)
(1)	- 80	+ 138.5	+ 77.0	+ 61.5
	0	0	0	0
	20	- 20.3	- 19.2	- 1.1
	40	- 38.5	- 38.5	0
	60	- 54.5	- 57.7	+ 3.2
	80	- 67.8	- 77.0	+ 9.2
	100	- 79.2	- 96.2	+ 17.0
(2)	- 80	+ 142.0	($m = -0,6625 t$) + 53.0	+ 89.0
	0	0	0	0
	20	- 15.0	- 13.2	- 1.8
	40	- 26.5	- 26.5	0
	60	- 37.0	- 39.7	+ 2.7
	80	- 43.0	- 53.0	+ 10.0
	100	- 64.0	- 66.2	+ 2.2

La figure 10 se rapporte aux trois autres montres; la coulée originale des spiraux nous était inconnue. L'allure de la courbe

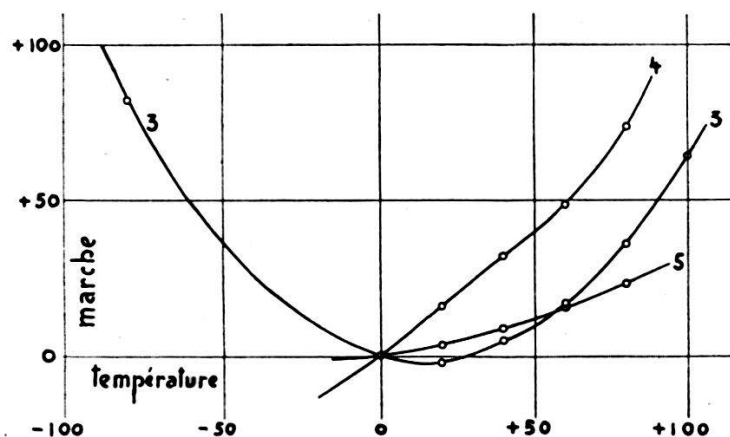


Fig. 10.

3 est notablement différente de celles de la figure précédente; il s'agit probablement d'une autre coulée. Enfin les courbes 4 et 5 ne se rapportent qu'à l'intervalle de température de zéro à 80° et présentent une allure semblable, dans cette région, à celle de la courbe 3.

La différence entre les courbes 3 et 4 d'une part et 5 de l'autre provient en bonne partie de la dilatation du balancier qui est en laiton pour la courbe 5, en nickel pour la courbe 4 et en acier pour la courbe 3. Les marches se rapportant à ces trois montres sont indiquées dans le tableau VIII.

Tableau VIII.

	Température	Marche observée	Marche calculée ($m = 560 + 0,125 t$)	Différence (observ. — calc.)
(3)	- 80	+ 642	+ 550	+ 92.0
	0	+ 560	+ 560	0
	20	+ 558	+ 562.5	- 4.5
	40	+ 565	+ 565	0
	60	+ 577	+ 567.5	+ 9.5
	80	+ 596	+ 570.	+ 26.0
	100	+ 624	+ 572.5	+ 51.5
			($m = + 0.8 t$)	
(4)	0	0	0	0
	20	+ 16	+ 16	0
	40	+ 32	+ 32	0
	60	+ 48.5	+ 48	+ 0.5
	80	+ 73.5	+ 64	+ 9.5
			($m = + 0,225 t$)	
(5)	0	0	0	0
	20	+ 3.5	+ 4.5	- 1.0
	40	+ 9.0	+ 9.0	0
	60	+ 15.9	+ 13.5	+ 2.4
	80	+ 23.3	+ 18.0	+ 5.3

Les coefficients de dilatation adoptés étaient:

$$\begin{aligned} \text{pour le nickel: } \alpha &= 12,534 \cdot 10^{-6} & \beta &= 5,7 \cdot 10^{-9} \\ \text{pour le laiton: } \alpha &= 18 \cdot 10^{-6} & \beta &= 2 \cdot 10^{-9} \end{aligned}$$

La remarque faite à la page 146 s'applique ici encore.

Le tableau IX, colonne 3, donne les valeurs relatives du module d'élasticité; la variation de $\frac{e}{e_0}$ avec la température est très faible, les coefficients thermo-élastiques moyens entre 0 et 80 degrés ayant les valeurs suivantes:

$$\begin{aligned} \text{N}^{\circ} 1: & -0,00000650 \\ \text{» } 2: & +0,00000075 \\ \text{» } 3: & +0,00000550 \\ \text{» } 4: & +0,00002925 \\ \text{» } 5: & +0,00002550 \end{aligned}$$

La plupart sont positifs. A titre de comparaison nous rappelons

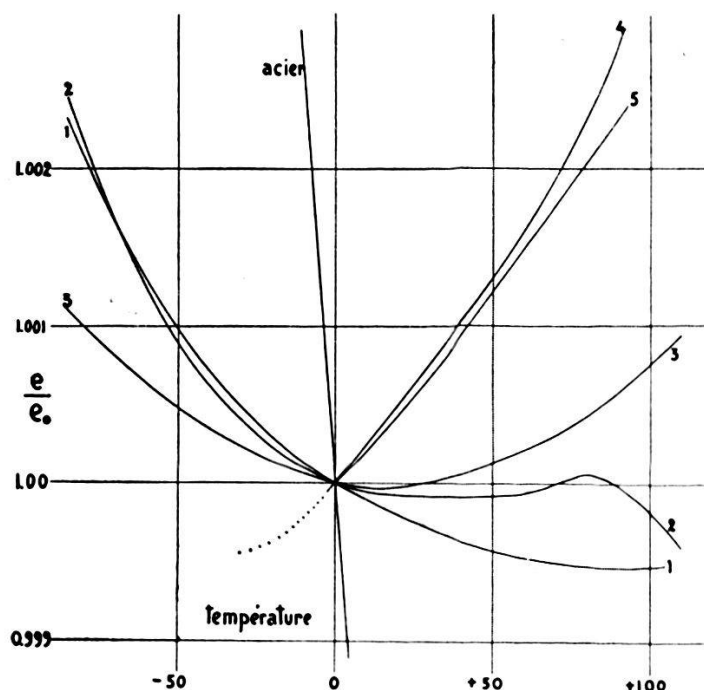


Fig. 11.

que pour l'acier le même coefficient thermo-élastique a une valeur voisine de $-0,00027$.

La colonne 4 du tableau IX donne les valeurs de $\frac{e}{e_0}$ calculées linéairement au moyen des coefficients ci-dessus; la colonne 5

Tableau IX.
(Elinvar).

	Tempé- rature	Marche	$\frac{e}{e_0}$ (dédult des observations)	$\frac{e}{e_0}$ (= 1 - 0,0000065 t)	Différence (observ. - calc.)
(1)	- 80	+ 138.5	1.00209	1.00052	+ 0.00157
	0	0	1.00000	1.00000	0.00000
	20	- 20.3	0.99980	0.99987	- 0.00007
	40	- 38.5	0.99964	0.99974	- 0.00010
	60	- 54.5	0.99953	0.99961	- 0.00008
	80	- 67.8	0.99948	0.99948	0.00000
	100	- 79.2	0.99948	0.99935	+ 0.00013
				(=1+0,00000075 t)	
(2)	- 80	+ 142.0	1.00217	0.99993	+ 0.00224
	0	0	1.00000	1.00000	0.00000
	20	- 15.0	0.99992	1.000015	- 0.000095
	40	- 26.5	0.99992	1.00003	- 0.00011
	60	- 37.0	0.99994	1.000045	- 0.000105
	80	- 43.0	1.00006	1.00006	0.00000
	100	- 64.0	0.99983	1.000075	- 0.000245
				(=1+0,0000055 t)	
(3)	- 80	+ 642.0	1.00101	0.99956	+ 0.00145
	0	+ 560.0	1.00000	1.00000	0.00000
	20	+ 558.0	0.99998	1.00011	- 0.00013
	40	+ 565.0	1.00007	1.00022	- 0.00015
	60	+ 577.0	1.00022	1.00033	- 0.00011
	80	+ 596.0	1.00044	1.00044	0.00000
	100	+ 624.0	1.00076	1.00055	+ 0.00021
				(=1+0,00002925 t)	
(4)	0	0	1.00000	1.00000	0.00000
	20	+ 16.0	1.00052	1.00058	- 0.00006
	40	+ 32.0	1.00104	1.00117	- 0.00013
	60	+ 48.5	1.00160	1.00175	- 0.00015
	80	+ 73.5	1.00234	1.00234	0.00000
				(=1+0,0000255 t)	
(5)	0	0	1.00000	1.00000	0.00000
	20	+ 3.5	1.00045	1.00051	- 0.00006
	40	+ 9.0	1.00095	1.00102	- 0.00007
	60	- 15.9	1.00149	1.00153	- 0.00004
	80	+ 23.3	1.00204	1.00204	0.00000

reproduit les différences entre les valeurs déduites des observations et celles correspondant à la droite.

La figure 11 donne sous forme de courbes les valeurs de $\frac{e}{e_0}$ en fonction de la température telles qu'elles figurent dans la 3^e colonne du tableau IX. Sur le même graphique nous avons tracé la courbe relative à l'acier qui est pratiquement une droite. On peut ainsi saisir d'un coup d'œil, d'une part la grande différence du coefficient thermique moyen pour l'élinvar et l'acier, et d'autre part l'allure particulière des courbes relatives à l'élinvar.

Dans un très remarquable travail paru récemment dans les travaux et mémoires du Bureau International des Poids et Mesures, tome XVII (1927), à la page 226 et suivantes, CH.-ED. GUILLAUME à propos d'une étude générale sur les aciers au nickel, parle des propriétés spéciales de l'élinvar, et l'on pourra confronter nos résultats avec les indications générales fournies par l'inventeur de cet alliage. On trouvera à la page 229 des indications sur sa composition, notamment sur celle de la coulée 0418 qui correspond à nos expériences (fig. 11, courbes 1 et 2).

Comme on le voit à l'inspection de la figure 11, une même coulée peut donner des résultats sensiblement différents, ce qui provient très probablement du traitement thermique subi par les échantillons en question. Nous nous occuperons dans un prochain travail de l'influence de ces traitements thermiques.

On constate que l'allure générale des courbes pour l'élinvar, bien qu'assez différente pour les divers échantillons, présente cependant une physionomie sensiblement uniforme. Le module e diminue à partir des basses températures, passe par un minimum, variable suivant l'échantillon, pour augmenter ensuite, puis, après un maximum, diminuer suivant l'allure générale présentée par les autres métaux. Si le maximum et le minimum ne sont visibles que sur l'une des courbes (N^o 2), on les devine cependant chez les autres puisqu'il est nécessaire qu'aux hautes températures le module aille en diminuant. L'alliage se comportera d'autant mieux comme *élinvar*, dans le voisinage des températures ordinaires, que le maximum ou le minimum se produira précisément vers ces températures. La courbe 3 et surtout la courbe 2 représentent des échantillons remarquables à cet égard; cette dernière correspond même au cas idéal que cherche à réaliser l'inventeur, puisqu'elle possède une portion rectiligne horizontale allant de 15 à 60 degrés environ.

Il ne faut pas oublier cependant que pour les applications à la chronométrie, l'élinvar utilisé doit posséder un coefficient thermo-élastique *positif*, de façon à corriger dans la mesure du possible l'influence de la dilatation inévitable du balancier.

Résumé.

Nous avons étudié la variation du module d'élasticité (module d'YOUNG) avec la température pour l'acier, un alliage de palladium et de cuivre, et l'élinvar. Les mesures ont été faites par la *méthode de la montre* qui consiste à déterminer, pour diverses températures, la marche d'un chronomètre muni d'un spiral du métal à étudier et d'un balancier non compensé.

Les mesures ont été poussées jusqu'à 100 degrés en général. Pour les basses températures nous n'avons réussi que dans le cas de l'acier à observer à la température de l'oxygène liquide (-184^0); dans les autres cas, nous avons dû nous borner à la température de l'anhydride carbonique solide (-79^0) ou même de la glace fondante.

Des observations on peut déduire la variation du module qui, pour l'acier, est presque linéaire entre zéro et 100 degrés; le coefficient thermique moyen est voisin de 0,00027 (voir page 152). Pour le même métal nous avons pu représenter par une formule simple la variation du module en fonction de la température absolue:

$$1 - \frac{E}{E_0} = A T^{3/2}$$

E_0 étant le module extrapolé au zéro absolu. Cette relation montre que $\frac{dE}{dT}$, par conséquent le coefficient thermique du module, est proportionnel à \sqrt{T} .

Avec le palladium (alliage Pd + 20% Cu), les mesures n'ont malheureusement pu être effectuées qu'entre zéro et 80 degrés. Le coefficient thermo-élastique moyen est un peu plus fort que celui de l'acier, soit environ 0,00030; par contre, l'incurvation est encore moins prononcée, ce qui justifie l'emploi de cet alliage en chronométrie pour diminuer l'erreur secondaire (voir page 156).

Divers échantillons d'élinvar ont été étudiés; le coefficient thermique moyen entre zéro et 80 degrés est beaucoup plus faible

que pour l'acier, et en général *positif*. Les valeurs individuelles figurent à la page 160. La courbe représentative, contrairement à ce qui se passe pour l'acier ou le palladium, est fortement incurvée et présente une allure générale en forme de ∞ ainsi qu'il résulte des travaux de CH.-ED. GUILLAUME. La position de cet ∞ est variable suivant les échantillons et le traitement thermique.

Neuchâtel, février 1928, Institut de Physique de l'Université.

Eingegangen 4. Februar 1928.
