Über einige Haller-Handschriften, welche verlorene Vorlesungen des Johann (I) Bernoulli betreffen

Autor(en): **Nobis, Heribert M.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Gesnerus : Swiss Journal of the history of medicine and sciences**

Band (Jahr): **26 (1969)**

Heft 1-2

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-520494

Über einige Haller-Handschriften, welche verlorene Vorlesungen des Johann (I) Bernoulli betreffen

Von Heribert M. Nobis

Herrn Prof. Dr. Kurt Vogel *zum achtzigsten Geburtstag*

Otto Spieß bemerkt im Vorwort zur Ausgabe des Briefwechsels von Johann (I) Bernoulli, daß «eine Reihe von mehr oder weniger ausgearbeiteten Vorlesungen ... uns eine Vorstellung von der Lehrtätigkeit unserer Mathematiker» geben. In bezug auf Johann (I) Bernoulli nennt er dabei den zweiteiligen Lehrkurs *De calculo differentialium* und *De methodo integralium,* welche dieser im Winter 1692/93 für den Marquis de l'Hospital in Paris ausgearbeitet hat und von dem er eine Kopie für sich behielt. Während der erste Teil davon bisher nur durch eine späte Abschrift bekannt war, die Nicolaus (I) Bernoulli für sich angefertigt hatte[1], ist vom zweiten Teil noch die alte Pariser Kopie erhalten, die dem Abdruck dieser Vorlesung im Band III der Opera von 1742 als Vorlage diente. Neben vier späteren Kopien der Integralrechnung, die für eine kritische Neuausgabe dieses ältesten Lehrganges der Infinitesimalrechnung herangezogen werden könnten, hielt Spieß es bereits für denkbar, «daß unter den anonymen Handschriften ausländischer Bibliotheken noch ältere Kopien des ersten und zweiten Teiles verborgen sind, deren Auffindung wünschenswert wäre».[2]

Wir möchten im folgenden nun darauf hinweisen, daß sich in der Biblioteca Nazionale Braidense (Brera) zu Milano vier Codices manuscripti befinden, welche neben einer Nachschrift der Bernoulli-Vorlesung *De analysi infinitorum juxta March. D'Hopital* diejenige eines vollständigen Zyklus mathematischer Vorlesungen enthalten, darunter auch der bisher schon bekannten *Elementa geometriae.* Außer diesen beiden Vorlesungen sind jedoch alle weiteren, die in der im ganzen fast 1150 Seiten umfassenden Manuskriptsammlung enthalten sind, bisher unbekannt. Sie erscheinen auch nicht in den 1742 gedruckten Werken Bernoullis. Der Schreiber dieser Manuskripte, die als «Institutiones mathematicae» im ebenfalls handgeschriebenen Bandkatalog der Bibliothek unter der Signatur A.E. 9.12.9 eingetragen sind, ist Albrecht v. Haller, der offenbar während seines Studiums bei Johann (I) Bernoulli dessen Vorlesungen sorgfältig festgehalten hat[3].

Obwohl Johann (I) Bernoulli (im Gegensatz zu seinem Bruder Jakob, der sich erst Anerkennung in Basel erringen mußte) von Anfang an als Kapazität angesehen und auch höher als gewöhnlich besoldet wurde, scheint er doch relativ wenig Hörer ge-

[1] Herausgegeben von Schafheitlin doppelsprachig in *Verh. Naturforsch. Ges. Basel 34* (1922/23), deutsch in: Oswald Klassiker, Nr. 211, Leipzig 1924.

[2] Vgl. Otto Spiess, *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli,* Basel 1952, S. 67.

habt zu haben. Unter diesen waren allerdings eine Reihe von bedeutenden Gelehrten, die nach Basel kamen, um bei ihm private Vorlesungen zu besuchen. Einer von ihnen war Albrecht v. Haller, welcher von seiner Studienreise durch Frankreich nach der Schweiz zurückkehrte, um von 1728 an mathematische Studien bei Bernoulli in Basel zu betreiben. Am 1. April 1728 begann er mit der Niederschrift zunächst der *Elementa geometriae* bis zum 25. Oktober. Es folgten die *Elementa algebrae* ab 26. Oktober bis zum 22. November und die Vorlesung zu *Newtons arithmetica universalis* ab 1. Dezember des gleichen Jahres. Bei der Mechanikvorlesung und bei derjenigen über den Infinitesimalkalkül fehlen die Datierungen.
Daß es sich bei den neu aufgefundenen Manuskripten um Vorlesungen handelt, geht aus einigen Überschriften klar hervor. So heißt es z. B. «Elementa algebrae ex ore viri celeberrimi Johann Bernoulli 26. oct. 1728» oder «De analysi infinitorum juxta March. de l'Hopital ord. ex ore Johann Bernoulli». Daß es sich um *private* Vorlesungen handelt, kann durch folgende Tatsachen wahrscheinlich gemacht werden:

1. Albrecht v. Haller macht keine Angabe, an welchem Ort diese Vorlesungen stattgefunden haben. Dies ist aber bei Haller sicher nicht etwa eine bloße Nachlässigkeit, denn von seinen Studien in Leiden wissen wir, daß er an den Anfang seiner Vorlesungsnachschrift nicht nur den Namen des Dozenten, sondern auch den Tag, die Stunde und den genauen Ort angibt, wo die Vorlesung stattfand.
2. Es fehlt eine Erwähnung der aufgefundenen Vorlesungen im Vorlesungsverzeichnis der Basler Universität im Studienjahr 1727/28 und 1728/29. Statt dessen steht dort zu lesen: «Cursus astronomicus atque inprimis hypothesaes systematum.» Für das Jahr 1730: «Cursus astronomicus, phoenomena ex systematibus deducenda», für die Jahre 1731/33 «Cursus geometricus. Demonstrationes».

[3] In der Tat finden sich die Handschriften im sogenannten Fondo Halleriano, den die Bibliotheksrätin Letizia Pecorella Vergnano (Genova) bereits 1965 bibliographisch beschrieben hat, ohne indessen auf die wissenschaftsgeschichtliche Bedeutung einiger in diesem Fundus vorhandener Quellen einzugehen. Diese bibliographische Arbeit kam uns leider erst nach Abfassung des obigen Artikels zur Kenntnis. Wir möchten jedoch nicht versäumen, darauf aufmerksam zu machen: *Il Fondo Halleriano della Biblioteca Nazionale Braidense di Milano*, Studi e testimoni 8, Istituto di storia della medicina, Università degli Studi, Milano 1965.

3. Wir besitzen die Notiz eines durchreisenden Akademikers aus dem Jahre 1730, aus welcher hervorgeht, daß außer zu Bernoullis öffentlichen Vorlesungen «über geringe elementa arithmeticae, geometricae und astronomiae» dann und wann «ein Frembder auf einige Monathe von ihm Lection zu nehmen» kam[4].

Ein Gesamtüberblick über das vorliegende Handschriftenmaterial ergibt folgendes Bild. Der erste Band der Manuskripte enthält die 'geometrischen Elemente' mit Kommentaren Bernoullis in 9 Büchern (Tafel 1). Die Vorlesung beginnt mit einer historischen Bemerkung über den Ursprung der Geometrie und ihr Verhältnis zur Astronomie, Chronologie, Mechanik, Statik, Algebra und Arithmetik, also zu allen übrigen mathematischen Disziplinen, mit denen sie die 'quantitas' als Formalobjekt gemeinsam hat. Dieses wird sodann näher bestimmt. Das erste Buch handelt über *De lineis et angulis,* das zweite *De triangulis,* das dritte *De poligonis,* das vierte *De circulo,* das fünfte *De Solidis,* das sechste *De proportionibus,* das siebte *De Incommensurabilibus,* das achte *De progressionibus et Logarithmis* das neunte *De Problematibus.* Insgesamt enthält dieser erste der quartformatigen Bände 210 Seiten.

Im zweiten und dritten Band sind Vorlesungen enthalten, in welchen die Elemente der Algebra, die Kegelschnitte und die transzendenten Kurven behandelt werden. Im ersten Kapitel des zweiten Bandes werden zunächst die «Principia matheseos universalis seu manuductio ad geometriae methodum» gebracht (Tafel 2). Danach beginnt die «Logistica quantitatum simplicium», d.h. die Lehre von den einfachen Rechnungsarten. Als nächstes folgen die «Logistica quantitatum compositarum», die Rechnung zusammengesetzter Ausdrücke, und die «Logistica fractionum»: die Bruchrechnung. Nach der «Logistica quantitatum surdarum», dem Rechnen mit irrationalen Zahlen, schließt dieser Vorlesungszyklus mit einem Kapitel «de aequationum reductione» ab. Im ganzen umfaßt dieser erste Teil der Algebra 64 Seiten. Dem zweiten Teil, *Elementa algebrae* überschrieben und 80 Seiten stark, geht eine Definition, welche bereits früher gegebene genauer präzisiert (Tafel 3). In ihr wird u.a. die Algebra allgemein als diejenige Disziplin bestimmt, quae «versatur circa quantitates cuiuscumque generis». Außerdem wird ihre Aufgabe näherhin bestimmt:

[4] Ein Besuch bei Johann (I) Bernoulli im Jahre 1730, in *Basilisk* 7 (1926) Nr. 11, zit. nach ANDREAS STAEHELIN, *Geschichte der Universität Basel,* I. Teil: 1632–1818, Basel 1957, S. 232.

Elementa Geometriae
Liber I.
Cum commentariis
Viri Inlustrissimi D.D.
Joh. Bernoulli. 1 APR. 1728.

§ I.

Geometria ab Aegyptiis orta est, quorum Geometriae nomen, definitio
agri quotannis Nilo inundati, dominis
suis, post aquarum subsidentiam sine
Artis nostrae auxilio, reddi non potu-
issent. Quae origo ideó notanda est
quia occasionem dedit nomini. Arti in-
posito, quod nil nisi vilissimam, mini-
mamque ejus partem exprimit. ~~Cum~~ Haec enim
~~enim~~ cum comprehendat omne quantitatum
genus, Poterit uti eo referri astronomia
ratione temporis, cum Chronologiâ,
Mechanica, Statica etc ratione motûs,
Arithmetica et algebra, ratione quanti-
tatum numeralium vel literalium,
imo in genere omnis vastissimus Mathe-
seos ambitus, eo respectu ad Geometriam
pertinet.
Dicitur veró Quantitas, omne quod est Quantitas quid sit:
divisibile. Quaevis species Quantitatis
divisibilis est in quantitates suae speciei,
nec ~~aliud~~ alius, tempus in temporis portiones etc.
Imó nec Linea aliter potest dividi
quam in innumeras exiguas lineas
non veró in puncta, uti vulgó male pu-
tatum est (conf VII 42.) nam quamcunque
parva fuerit portiuncula Lineae, semper
habebit suam qualemcunque longitudinem,
hincque linea dici merebitur, non punctum.
Eodem modo Superficies componitur.

Tafel 1

1

Principia

Matheseos universalis seu Manuductio ad Geometriae Methodum.

§ 1

De Logisticâ Quantitatum Simplicium.

1 Cum in omni Scientiâ ad difficiliorum rerum cognitionem utile sit a Simplicibus et cognitu facillimis ordiri, non abs re erit ad generalem et facilem comprehensionem Mathematicarum, quae omnes circa quantitatem versantur, ad ea primum attendere, quae non aliquam ejus Speciem excludere, sed eas quomodocunque se habeant modo suis certis notis cuique obviis repraesentare possint.

Algebra versatur circa quantitates cujuscunque generis

Unde cum in universâ Mathematicarum Scientiarum constitutione, licet diversa objecta respiciant, non nisi relationes et proportiones quaedam, quae in iis reperiuntur, considerentur, consentaneum est, rationes atque proportiones illas seorsim spectare, easque literis Alphabeti, utpote notis Simplicis-

Quae per literas Alphabeti designantur.

1

Elementa Algebrae

ex ore

Viri celeberrimi

JOH. BERNULLI.

26. Oct. 1728.

§ 1

Algebra est Arithmetica universalis definitio Algebrae
ubi per literas Calculus instituitur quan-
titatum cujuscunque generis. Haec vero
non tantum Problemata solvit, sed et
methodos tradit, ex quibus regulae consti-
tui possunt. Omnes enim Vulgaris Arith-
meticae regulae in Algebra fundantur
et ex ejus demonstratis concinnatae
sunt. Utimur vero literis tanquam cog-
nominibus Quantitatum quarumcunque
temporum, potentiarum longitudinum &
Subintelliguntur vero sub literis lineae
rectae. Omnes enim Quantitates possunt
per lineas exponi, non omnes autem
per numeros, Ut Geom. §III. et cum dentur quan-
titates incommensurabiles, nec numeris

1

Notatio

1

Computatio vel fit per numeros ut in vulgari Arithmeticâ, vel per species uti Analystis mos est. Utraque iisdem innititur fundamentis et ad eandem metam collimat: Arithmetica quidem definitè et particulariter, Algebraica verò indefinitè et universaliter, ità ut enunciata ferè omnia, quae in hac computatione habentur, et praesertim conclusiones, Theoremata dici possint. Verum Algebra maximè praecellit, quòd cum in Arithmeticâ Quaestiones tantùm resolvantur progrediendo a datis ad quaesitas Quantitates; haec a quaesitis tanquam datis ad datas tanquam quaesitas quantitates plerumque regreditur, ut ad conclusionem aliquam sive Aequationem, quocunque demum modo perveniatur, ex quâ quaesitam quantitatem elicere liceat. Eoque pacto conficiuntur difficillima Problemata, quorum resolutiones ex Arithme-

Algebrae et Arithmeticae convenientia et differentia.

Arithmeticam universalem Praelecta
Inc. Die 1. Dec. 1728.

§ 1

Theoremata. Problema Algebraicum quodcunque dat regulam ad resolvenda problemata ejus generis omnia, quae, cunque numeris pro literis substituas
datis Incognita supponuntur cognita esse, iisque nomina imponuntur, sicque pervenitur ad aequationem, cenem cum datis.
modo Saepe enim per varios modos ad solutionem pervenitur, prout diversae incognitae eliguntur. conf. Probl XX seqq.

§ 2

Exterminatio Quando plures sunt incognitae, tunc et plures adsunt aequationes, per quas Aequatio resultans obtinetur; ubi unica tantum incognita relinquitur.
Aequationum. Quibus perfectis, in Problemate Geometrico superest constructio.

§ 3

Unitatum Licet haec vera sit, magis tamen utilis et adcurata est NEWTONI, et in Geometricis melior. Sic numerus 3 est, ratio lineae triplo majoris lineâ quae pro unitate habetur, ad hanc lineam pro unitate habitam.

Tafel 5

I

MECHANICA est „ Scientia com-
„ parandi vires moventes, ut cognos „
„ cantur earum effectus„
Cujus alia pars considerat„ vires se „
„ destruentes in aequilibrio positas„
Quae Statica vocatur.
Alia„ vires agentes ad movendas re-
sistentias„ Haec in specie vocatur
Mechanica, et pro instrumentis
habet, Vectem; Cuneum, planum in-
clinatum, Trochleam s. axin in peri-
trochio, et Cochleam.

II

Statica inprimis versatur circa centrum
gravitatis Corporis vel Corporum, qua-
tenus se [illegible]

III

Corpus grave est quod tendentiam
naturalem habet ad descendendum,
s. ad accedendum centro Terrae.
Quodvis v. Corporis cujusvis pun-
ctum gravitans talem habet ten-
dentiam. Quorum omnium pun-
ctorum tendentiae, considerantur

545

Nicolai Bernoulli positiones De Viribus Vivis Corporum motorum.

§ 1.

Motus est mutatio loci, et Corpus moveri dicitur, dum deserit locum quem antea occupaverit. Quies vero est permansio Corporis in eodem loco, et Corpus quiescit dum manet in eodem loco.

II

Corpus non potest esse simul in duobus locis; hinc nullus motus fit in instanti

III.

Si Corpus successive occupat diversa loca, vel puncta lineae rectae, motus est rectilineus

IV.

In motu rectilineo considerari potest, spatium et tempus motus

V.

Spatium est distantia loci, a quo Corpus discessit, a loco ad quem Corpus pervenit.

VI.

Tempus motus est tempus quod intercedit inter momentum quo corpus discedit ab uno loco, et momentum quo accedit ad alterum locum.

VII.

Si temporibus aequalibus distantiae locorum fiant aequales, vel si corpus aequalia spatia aequalibus temporibus percurrat, motus est uniformis s. aequabilis

IIX

Si temporibus aequalibus distantiae locorum fiant inaequales, vel si Corpus spatia aequalia temporibus inaequalibus describat, motus dicitur inaequabilis

629.

De Analysi

Infinitorum

juxtá Marchi. DE L'HOPITAL ord:
ex ore Joh. Berno

Defin. 1. L'Hopital. p. 1. Def. 1

Quantitates constantes sunt eaedem permanent, dum aliae mutantur: uti Parameter in Parabolâ.
Quantitates Variabiles eae quarum Valor vel inminuitur vel continuó augetur. Hâc ratione dicuntur Quantitates Variabiles adplicatae et abscissae in curvis, uti Parabolâ, Hyperbolâ etc. quae augeri possunt et diminui, sic tamen ut abscissis auctis, augeantur adplicatae. Defin. II. L'Hopital Defin. II. p. 2.
Quantitas infinité parva, quâ Quantitas Variabilis augetur vel inminuitur vocatur ejus Differentia vel differenziale
Non supponimus superficies ex lineis infinite parvis conponi, nec corpora ex superficiebus, uti tradit CROUSAZ in Comm. ect Quantitates infinité parvas hic consideramus, quatenús Variabiles quantitates curvarum, earumque spatiorum tet

«Haec vero non tantum problemata solvit, sed et methodos tradit, ex quibus regulae constitui possunt.» Einem Kapitel «De divisione quantitatum simplicium» folgen weitere: «De multiplicatione quantitatum compositarum», «De divisione quantitatum compositarum» und «De radicum extractione». Dann geht Bernoulli zur Bruchrechnung über: de fractionibus, de fractionum reductione, de fractionum reductione ad eandem denominationem, de multiplicatione fractionum und de divisione numerorum fractionum heißen die nächsten Paragraphen. Nach einem Repetitionskapitel über das Wurzelziehen behandeln zwei Kapitel die irrationalen Zahlen: «De reductione quantitatum surdarum» und «De multiplicatione surdarum». Relativ lange Ausführungen «De extractione radicum ex binomis» und «De aequationum reductione» schließen den zweiten Vorlesungszyklus, der am 22.11.1728 zu Ende ging, ab: Finit algorithmus Bernoulli die 22.11.1728 heißt es im Manuskript. Es folgen noch Problemata, welche mehr als ein Viertel der Vorlesungsaufzeichnungen der *Elementa algebrae* einnehmen.

Der dritte Band mit 237 Seiten beginnt offenbar als Fortsetzung des zweiten, jedoch, was den Inhalt betrifft, als eine teilweise Wiederholung des bisher Gebrachten, teilweise Weiterführung in die höhere Algebra, mit einer allgemeinen «Notatio», welche zahlentheoretische Ausführungen enthält und sich über fast 20 Seiten erstreckt (Tafel 4). Wiederholungskapitel handeln: de additione, de substractione, de divisione, de extractione radicum, de reductione fractionum et radicalium, de inventione divisorum, reductio fractionum ad eundem denominatorem. Die nächsten Kapitel: de reductione radicalium ad minimos terminos, de reductione radicalium ad eandem denominationem und de reductione radicalium ad simpliciores per extractionem radicum bringen Erweiterungen der Wurzelrechnung. Dann folgen eine Reihe Kapitel der Gleichungslehre unter den Titeln: de forma aequationis, de consignanda aequatione solitana, de duabus pluribusque aequationibus transformandis ut incognitae quantitatis ex terminentur, ex terminatio incognitae per aequalitatem valorem eius, ex terminatio quantitatis incognitae substituendo pro ea valorem suum, ex terminatio quantitatis incognitae substituendo pro ea valorem suum, ex terminatio quantitatis incognitae quae plurimum in utraque aequatione dimensionum est, de modo tolendi quantitates surdas quodcumque ex aequationibus und quomodo quaestio aliqua ad aequationem redigatur. Die arithmetischen und geometrischen 'Quaestiones' unter dem Titel: Resolutio quaestionum arithmeticarum, resolutio quaestionum geometricarum und quaestiones geometricae nehmen ungefähr 60 Seiten und somit mehr als die Hälfte der Seiten ein, auf welchen die Elemente der Algebra in diesem dritten Buch abgehandelt werden. Ihnen angefügt sind eine ebenso lange Vorlesung über die *Arithmetica universalis* von Newton, die Bernoulli am 1. Dezember 1728 begonnen hat (Tafel 5), sowie Problemata arithmetica und Resolutiones problematum geometricarum. Abgeschlossen wird dieser dritte Band durch Bernoullis Vorlesung über die Kegelschnitte: *De sectionibus conicis et lineis curvis trascendentibus brevis tractatio.* Sie nimmt die letzten 173 Seiten ein.

Der vierte Band mit 258 Seiten ist in seinem ersten Teil den grundlegenden Begriffen der Mechanik gewidmet. Am Anfang steht eine allgemeine Ausführung über die mechanica als solche (Tafel 6). De viribus simplicibus, de viribus horizontalibus, de viribus obliquis und de ponderibus in plano wird im ersten Buch gehandelt. Das zweite Buch enthält Ausführungen de motu compositi, de velocitate virtualis et energia in vecte heterodromo und in plane inclinato. Mechanische Instrumente, die zur Sprache kommen, sind die trochlea, der cuneus, die trochlea mobilis, die cochlea, die axis in peritrochio und schließlich die trochlea infinita. Daran angefügt werden die Grundlagen der Hydrostatik. Im Mittelpunkte stehen die kommunizierenden Röhren. Ein weiteres Kapitel lautet «in qua ponderatum corpus». Das perpetuum mobile wird erwähnt, und den Schluß bilden die statera und die corda in horologium. An dieses zweite Buch der Grundlagen der Mechanik schließt sich Bernoullis «Phoronomiae pars prima» an. Sie erstreckt sich auf 30 Seiten. Dann folgt ein Exzerpt aus der Mechanik von Nicolaus Bernoulli (Tafel 7), und schließlich werden auf 10 Seiten einige mechanische Probleme behandelt. Die nächsten Kapitel beziehen sich als Einführung in die höhere Analysis wiederum auf Gleichungen: de natura radicum aequationis, de limitibus aequationum de aequationum reductione per divisores surdus und de aequationum constructione lineari. Den Schluß des vierten Bandes bildet die Vorlesung Johannes Bernoullis *De analysi infinitorum iuxta March. de l'Hopital.* Sie umfaßt die letzten 86 Seiten des vierten Bandes (Tafel 8). In der ersten Sectio werden Definitionen und Propositionen gegeben. Die sectio secunda handelt de usu calculi differentialis ad inveniandas linearum curvarum tangentes. Die dritte sectio bringt den usus calculi differentialis ad inveniendis maximis et minimis curvarum, und mit der vierten sectio «de usu calculi differentialis in inveniendis punctis inflectionis et reversis» schließt diese Vorlesung über die infinitesimale Analysis gemäß der Methode de l'Hopital ab.

Nach diesem Gesamtüberblick, dessen summarische Form sich dadurch rechtfertigt, daß die reichhaltigen Titelangaben durchaus zur Information über den Inhalt genügen, da mancher Überschrift oft nur wenige Zeilen Text entsprechen, möchten wir noch zwei Beispiele bringen, welche die Bedeutsamkeit dieser Manuskripte – abgesehen für die Vervollständigung einer kritischen Edition der Werke Bernoullis bzw. Hallers – auch in wissenschaftsgeschichtlicher Hinsicht zu zeigen geeignet sein dürften: es sind dies die zahlentheoretischen Ausführungen in der «Notatio», mit denen der dritte Band beginnt, und die Mechanikvorlesung im vierten Band.
Schon zu Anfang der *Elementa algebrae* hieß es: «algebra est arithmetica universalis ubi per literas calculus instituitur quantitatis cuiuscumque generis». Ihre Aufgabe sei, nicht nur Probleme zu lösen, sondern die Methode zu bieten, aus denen man Regeln ableiten kann. Alle Regeln der gewohnten Arithmetik seien nämlich in der Algebra begründet. Die in ihr verwendeten Buchstaben seien gleichsam Geschlechtsnamen (cognomina) der Quantität. Dabei hatte er Quantität als alles dasjenige definiert, was teilbar ist: «dicitur vero quantitas omne quod est divisibile». Die Buchstaben seien diejenigen der geraden Linie, da alle Quantitäten, wie z.B. Längen, Kräfte oder Zeiten, durch Linien dargestellt werden (exponi) könnten, nicht aber alle durch Zahlen.
In der sehr langen «Notatio» nun, welche dem dritten Bande vorausgeht, wird zunächst der Unterschied von Algebra und Arithmetik noch einmal hervorgehoben: beide sind ein Rechenverfahren (computatio). Während jedoch die gewöhnliche Arithmetik mit individuellen Zahlen arbeitet, rechnet die Algebra und besonders die Analysis mit Zahlen-Species. Sie haben dieselben Fundamente und das gleiche Ziel: die Arithmetik nämlich umschrieben und im einzelnen (definite et particulariter), die Algebra jedoch unbestimmt und als Allgemeines (indefinite et universaliter). Der höhere Wert der Algebra ergibt sich jedoch aus der Tatsache, daß, während man in der Arithmetik bestimmte Fragen nur im Ausgang von gegebenen zu gesuchten Größen hin lösen kann, hier von gleichsam gegebenem Gesuchten zu gleichsam gesuchtem Gegebenem rückschreitet, um am Ende zu einem Schluß bzw. zu einer Gleichung zu gelangen, die es erlaubt, die gesuchte Größe zu ermitteln.
Auf diese Weise gestattet die Algebra die Behandlung schwierigster Probleme, deren Lösung von der Arithmetik vergeblich erwartet würde. Diese wiederum dient jener bei allen Operationen, so daß sie eigentlich nur zusammen eine einheitliche vollständige Wissenschaft bilden. Die Definition von Zahl, welche Haller mitgeschrieben

hat, lautet: «Per numerum non tam multitudinem unitatem quam abstractam quantitatis cuiusvis ad aliam ejusdem generis quantitatem quae pro unitate habetur rationem intelligas.» An der Form dieser Definition fällt auf, daß sie postulatorisch konventional, nicht real formuliert ist (-as!). Solche Definitionen waren im Spätmittelalter bei bestimmten Disputationen innerhalb der «ars obligatoria» üblich[5]. Der Definition dieses allgemeinen Zahlenbegriffes folgt nach dem üblichen scholastischen Schema deren Division: «estque triplex: integer, fractus et surdus», in besondere Klassen, deren Gegenstände dann weiter (und diesmal in modus realis) definiert werden, und zwar nach der möglichen Meßbarkeit an der Einheit: «integer quam unitas metietur, fractus quam unitatis pars sub multiplex metietur, surdus, cui unitas est incommensurabilis». Die irrationalen Zahlen heißen also numeri surdi. Sie sind «taube Zahlen».

In den weiteren Paragraphen dieser «Notatio» sind die «notae numeri», also die Schreibweisen der genannten Zahlenklassen, sowie diejenige der allgemeinen Zahlen behandelt. Diese werden bei der Gelegenheit noch einmal als species der besonderen Zahlen bezeichnet «cum rei alicuius quantitas ignota est vel indeterminate spectatur ut per numerus non liceat exprimere solemus per speciem aliquam seu literam designare». Wir erfahren weiter, daß, entgegen dem gewöhnlichen Brauch, die bekannten allgemeinen Größen durch die ersten und die unbekannten durch die letzten Buchstaben des Alphabets zu bezeichnen: «aliqui pro cognitis substituunt consonantes vel maiusculas literas et vocales vel minusculas pro incognitis».

Von den übrigen Gegenständen dieser Notatio, wie z.B. die Besprechung der Operationszeichen, soll schließlich noch die Behandlung der negativen Größen Erwähnung finden. Indem die ihnen entgegengesetzten positiven Größen mit «quantitates ad firmativae» bezeichnet werden, spielt Bernoulli auf ein Begriffspaar an, das in der Logik bei der Einteilung der Urteile seit langem in Gebrauch war. Die Vermutung wird durch die folgenden Beispiele aus der Rechts- und Naturphilosophie und besonders aus der Geometrie verstärkt: Besitz ist dadurch (rechtlich) gegeben, daß jemandem Güter (öffentlich) zugesprochen sind. Bei einer Ortsbewegung in bezug auf einen bestimmten zurückzulegenden Weg kann die Fortbewegung auf diesen Weg motus affirmativus, die Rückbewegung motus negativus genannt werden. Die Idee der negativen Größen ergibt sich indes am deutlichsten aus einer geometrischen

[5] H. Scholz, Zur Erhellung der spätmittelalterlichen Logik, *Philos. Jb. 58* (1948) 288f.

Betrachtung: «si linea versus plagam quandam ducta pro affirmativa habetur, negativa erit, quae versus plagam oppositam ducitur». Hier kommt der Charakter der positiven und negativen Größen als relativ aufeinander bezogene Quantitäten besonders deutlich zum Ausdruck.

Nach diesem Beispiel aus den zahlentheoretischen Ausführungen Bernoullis soll als zweites noch seine Mechanikvorlesung näher betrachtet werden. Am Anfang steht – wie schon aus dem Gesamtüberblick über das Handschriftenmaterial hervorging – eine allgemeine Ausführung über den Gegenstand und die Einteilung der Mechanik: «mechanica est scientia comparandi vires moventes ut cognoscantur earum effectus». Dann wird die Statik als Sonderdisziplin abgehoben, indem Bernoulli sie als denjenigen Teil bestimmt, welcher die Kräfte betrachtet, die sich gegenseitig aufheben und dadurch ins Gleichgewicht bringen. Der andere Teil der wissenschaftlichen Mechanik betrifft dagegen die «vires agentes ad movendas resistentias» und heißt 'Mechanica' im engeren Sinne. Ihre Instrumente sind die bekannten einfachen Maschinen: Hebel, Keil, schiefe Ebene, Rolle, Winde und Schraube. Dem entspricht die Einteilung der Vorlesung in zwei Bücher: *de virtutibus simplicibus* und *de virtutibus compositi.*

Zunächst wird, wie in allen Mechanikvorlesungen seit der Mitte des 17. Jahrhunderts[6], die Lehre von Schwerpunkt behandelt: «corpus grave est quod tendentiam naturalem habet ad descendum seu adcedendum centro terrae». Es folgen die Schwerpunktsdefinitionen für einen und für mehrere Körper.

In einem ersten Abschnitt des ersten Buches, in welches die «vires horizontales» zur Sprache kommen, wird über das Zentrum commune gravitatis gesagt, es sei «remotius vel propriis alterutri corporum prout et ipsa corpora habent diversas rationes virium tendentiae». Das theorema generale, welches die Gleichgewichtsbedingungen enthält, lautet: Wenn die Distanzen vom Unterstützungspunkt im umgekehrten Verhältnis zu den Massen der betreffenden Körper stehen, dann sind diese im Gleichgewicht: «positis distantiis corporum a fulcro in ratione reciproca massarum, manebunt corpora in aequilibrio». Bernoulli führt dann als erstes den Beweis Galileis an, um anschließend seinen eigenen zu bringen. Hierbei spielt auch der Begriff des «conatus», der sich schon im 16. Jahrhundert bei Guidobaldo del Monte findet, noch

[6] Vgl. P. Casatos, *Vorlesung: «Rerum mechanicarum brevissima tractatio» (Anno 1654)*, Cod. Laur. Ashb. 239 (Biblioteca Laurenziana, Firenze).

eine Rolle. Die Definition des Drehmomentes lautet: «Momentum enim est productum massae in distantiam a fulcro.» Nachdem das Gleichgewicht zwischen mehreren Körpern und die Aufgabe «plurium corporum centrum gravitatis invenire» behandelt ist, kommt im Abschnitt de viribus obliquis u. a. der vectis ruptus und seine Gleichgewichtsbedingungen zur Sprache. Von hier aus leitet Bernoulli dann die Wirkung einiger Instrumente ab, z. B. die Zange und den Hammer. Das Buch schließt ab mit einer ersten Behandlung der schiefen Ebene und ihre Gesetze.

Auch das zweite Buch steht seinem äußeren Aufbau nach noch völlig in der Tradition der Mechanikliteratur im engeren Sinne und der entsprechenden Vorlesungen des 16. und 17. Jahrhunderts. Es beginnt mit der Behandlung des Parallelogramms der Kräfte und der virtuellen Geschwindigkeit. De velocitate virtuali et energia heißt der betreffende (38.) Paragraph. Die «velocitas virtualis» wird dabei definiert als «dispositio ad motum seu spatium certo tempore percurrendum». Die Energie ist nun das Produkt der «velocitas virtualis» mit der «vis absoluta», unter welcher Bernoulli das Gewicht (pondus) oder den Impuls (impulsio) versteht. Gleichgewicht zwischen zwei nach verschiedenen Richtungen ziehenden Kräften herrscht dann, wenn deren virtuelle Geschwindigkeit in umgekehrtem Verhältnis zu ihrer absoluten vis steht. Nachdem in § 39 festgestellt ist, daß die virtuelle Geschwindigkeit einen positiven oder einen negativen Wert annehmen oder null werden könne, heißt das 51. Theorem: «in omni aequilibrii genere debet summa productorum seu energiarum affirmativarum esse aequalis summae energiarum negativarum affirmative sumptae». Die schiefe Ebene, die bereits schon allgemein behandelt wurde, wird sodann als Grundlage verschiedener Anwendungen betrachtet. Es folgen dann die einfachen Maschinen: der Keil, der Flaschenzug und die Schraube. Diese ist «duplicis generis»: «Alia ubi pars mascula descendit et pondus cogit descendere: im Haspelnüsseknacker, alia ubi femina descendit et pondus cogit elevare ut in pretis typographius vel impressis». Von der trochlea mobilis wird der Flaschenzug (polyspastos) abgeleitet. Es folgen noch die Winde (axis in peritrochio) und die aus dieser und der cochlea simplex zusammengesetzte cochlea infinita. Die diesen Ausführungen sich anschließenden hydrostatischen Betrachtungen werden in § 51 eingeleitet: «Quod huiusque fieri non posse putabitur energiarum theoria etiam ad hydrostaticas principia se extendit. Cum cerditum sit vulgo alias esse mechanices fluidorum esse leges, quam ea quas solida observant.» Jedoch sind es relativ nur wenige Paragraphen, die Bernoulli hier der Hydrostatik widmet. In ihnen werden vor allem die mit den

kommunizierenden Röhren, dem Barometer und dem Areometer zusammenhängenden Erscheinungen bzw. Prinzipien besprochen. Dieser kurze Abriß der Hydrostatik scheint mehr ein Zusatz, dem als Nachtrag noch einige Probleme aus der Mechanik der festen Körper, die noch nicht behandelt waren, angefügt sind.
Zum Schluß möchten wir noch auf eine Proposition der Mechanikvorlesung näher eingehen, die im § 57 enthalten ist und die uns gestattet, die Mechanikvorlesung Bernoullis historisch einzuordnen. Sie lautet: «Statera potest absque ponderi consideratum quia brachium *AF* lance *H* aequiponderat brachio *BC*.» Wir deuteten schon an, daß die Vorlesung sich völlig in die Lehrtradition des 16. und 17. Jahrhunderts von ihrem inneren Aufbau her einordnen läßt. Diese Tradition beginnt im 16. Jahrhundert mit der Paraphrasierung und Kommentierung der Ende des 15. Jahrhunderts wiederentdeckten peripatetischen Schrift *Quaestiones mechanicae*, die seit 1517 in lateinischer Übersetzung zur Verfügung stand[7]. Die genannte 57. Proposition Bernoullis beruht in der Tat auf einer kritischen Erwägung zur ersten Quaestio dieser Schrift über die römische Waage (statera), eine Erwägung, die sich erstmals bei Alessandro Piccolomini 1527 findet. Die gleiche Erwägung veranlaßte Tartaglia im siebten Buch seiner *Quesiti et inventioni*, seinem Dialogpartner den Unterschied rein mathematischer und physikalischer Betrachtungsweise auseinanderzusetzen, und sie brachte später Kepler auf den Gedanken, die Mars-Libration «ex ratione staterae» zu erklären, wobei dieser ausdrücklich bemerkt, daß es sich um eine ideale Waage handelt. Die erwähnte Proposition von Bernoulli versteht man in ihrer historischen Bedingtheit also nur dann recht, wenn man sie im Lichte dieser Tradition sieht, die sie bereits seit zweihundert Jahren hatte und die die rein geometrische und von den Materialkonstanten einer wirklichen Waage absehende Lösung der *Quaestiones mechanicae* rechtfertigen wollte. Hierbei spielt es keine Rolle, ob sich Bernoulli dessen bewußt war oder nicht, da inzwischen durch die Kommentierung und Verarbeitung der Inhalt der peripatetischen Schrift in selbständige mechanische Lehrbücher, angefangen von demjenigen Guidobaldo del Montes (1577), verarbeitet war und ihr Aufbau entsprechend den im Laufe der Zeit hinzu gewonnenen neuen Erkenntnissen der veränderten Forschungslogik abgewandelt worden war. Wer aber die dem Haller-Manuskript beigegebenen Zeichnungen aufmerksam be-

[7] Vgl. H.M. Nobis, Die wissenschaftshistorische Bedeutung der *Quaestiones mechanicae* als Anlaß für die Frage nach ihrem Verfasser, *Maia N.S.18* (1966) 265–276.

trachtet, wird den Verdacht kaum unterdrücken können, daß sie auf einen Kommentar zu den *Quaestiones mechanicae* zurück geht[8]. Auf jeden Fall ist das ursprüngliche Schema, nach welchem die Grundschrift der gesamten Mechanikliteratur des 16. und 17. Jahrhunderts aufgebaut ist, und seine spezifische Abwandlung durch die Mechanikschriftsteller noch in der Bernoullischen Mechanikvorlesung deutlich zu erkennen. Das zeigt sich sowohl bei der Einteilung in zwei Bücher als vor allem beim Aufbau des zweiten, als auch u.a. durch den Nachtrag hydrostatischer Probleme, die in der Tat den Schluß der *Quaestiones mechanicae* und damit aller ihrer Kommentare bilden, so daß diese Vorlesung gleichsam einen letzten Höhepunkt und gleichzeitig das legitime Ende dieser Lehrtradition darstellt. Denn durch Varignon, Bernoullis Korrespondenten, auf den zum Schluß der Vorlesung noch hingewiesen wird, bekommt die Mechanikliteratur in dessen *Nouvelle mecanique ou statique* – auch äußerlich – ein völlig neues Gesicht.

[8] Der letzte Kommentar war von GUEVARA 1628, also genau hundert Jahre vor Bernoullis Vorlesung, herausgegeben worden. Er wird von GALILEI in dessen *Discorsi intorno a due Nuove Scienze,* dem ersten Lehrbuch der neuen Mechanik, wie LAGRANGE es genannt hat, erwähnt.