

Zeitschrift: Gesnerus : Swiss Journal of the history of medicine and sciences
Herausgeber: Swiss Society of the History of Medicine and Sciences
Band: 26 (1969)
Heft: 1-2

Artikel: Über einige Haller-Handschriften, welche verlorene Vorlesungen des Johann (I) Bernoulli betreffen
Autor: Nobis, Heribert M.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-520494>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Über einige Haller-Handschriften, welche verlorene Vorlesungen des Johann (I) Bernoulli betreffen

Von Heribert M. Nobis

Herrn Prof. Dr. KURT VOGEL zum achtzigsten Geburtstag

Otto Spieß bemerkt im Vorwort zur Ausgabe des Briefwechsels von Johann (I) Bernoulli, daß «eine Reihe von mehr oder weniger ausgearbeiteten Vorlesungen ... uns eine Vorstellung von der Lehrtätigkeit unserer Mathematiker» geben. In bezug auf Johann (I) Bernoulli nennt er dabei den zweiteiligen Lehrkurs *De calculo differentialium* und *De methodo integralium*, welche dieser im Winter 1692/93 für den Marquis de l'Hospital in Paris ausgearbeitet hat und von dem er eine Kopie für sich behielt. Während der erste Teil davon bisher nur durch eine späte Abschrift bekannt war, die Nicolaus (I) Bernoulli für sich angefertigt hatte¹, ist vom zweiten Teil noch die alte Pariser Kopie erhalten, die dem Abdruck dieser Vorlesung im Band III der Opera von 1742 als Vorlage diente. Neben vier späteren Kopien der Integralrechnung, die für eine kritische Neuausgabe dieses ältesten Lehrganges der Infinitesimalrechnung herangezogen werden könnten, hielt Spieß es bereits für denkbar, «daß unter den anonymen Handschriften ausländischer Bibliotheken noch ältere Kopien des ersten und zweiten Teiles verborgen sind, deren Auffindung wünschenswert wäre».²

Wir möchten im folgenden nun darauf hinweisen, daß sich in der Biblioteca Nazionale Braidense (Brera) zu Milano vier Codices manuscripti befinden, welche neben einer Nachschrift der Bernoulli-Vorlesung *De analysi infinitorum juxta March. D'Hospital* diejenige eines vollständigen Zyklus mathematischer Vorlesungen enthalten, darunter auch der bisher schon bekannten *Elementa geometriae*. Außer diesen beiden Vorlesungen sind jedoch alle weiteren, die in der im ganzen fast 1150 Seiten umfassenden Manuskriptsammlung enthalten sind, bisher unbekannt. Sie erscheinen auch nicht in den 1742 gedruckten Werken Bernoullis. Der Schreiber dieser Manuskripte, die als «Institutiones mathematicae» im ebenfalls handgeschriebenen Bandkatalog der Bibliothek unter der Signatur A. E. 9.12.9 eingetragen sind, ist Albrecht v. Haller, der offenbar während seines Studiums bei Johann (I) Bernoulli dessen Vorlesungen sorgfältig festgehalten hat³.

Obwohl Johann (I) Bernoulli (im Gegensatz zu seinem Bruder Jakob, der sich erst Anerkennung in Basel erringen mußte) von Anfang an als Kapazität angesehen und auch höher als gewöhnlich besoldet wurde, scheint er doch relativ wenig Hörer ge-

¹ Herausgegeben von SCHAFHEITLIN doppelsprachig in *Verh. Naturforsch. Ges. Basel* 34 (1922/23), deutsch in: Oswald Klassiker, Nr. 211, Leipzig 1924.

² Vgl. OTTO SPIESS, *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli*, Basel 1952, S. 67.

habt zu haben. Unter diesen waren allerdings eine Reihe von bedeutenden Gelehrten, die nach Basel kamen, um bei ihm private Vorlesungen zu besuchen. Einer von ihnen war Albrecht v. Haller, welcher von seiner Studienreise durch Frankreich nach der Schweiz zurückkehrte, um von 1728 an mathematische Studien bei Bernoulli in Basel zu betreiben. Am 1. April 1728 begann er mit der Niederschrift zunächst der *Elementa geometriae* bis zum 25. Oktober. Es folgten die *Elementa algebrae* ab 26. Oktober bis zum 22. November und die Vorlesung zu *Newtons arithmetica universalis* ab 1. Dezember des gleichen Jahres. Bei der Mechanikvorlesung und bei derjenigen über den Infinitesimalkalkül fehlen die Datierungen.

Daß es sich bei den neu aufgefundenen Manuskripten um Vorlesungen handelt, geht aus einigen Überschriften klar hervor. So heißt es z. B. «Elementa algebrae ex ore viri celeberrimi Johann Bernoulli 26. oct. 1728» oder «De analysi infinitorum juxta March. de l'Hopital ord. ex ore Johann Bernoulli». Daß es sich um *private* Vorlesungen handelt, kann durch folgende Tatsachen wahrscheinlich gemacht werden:

1. Albrecht v. Haller macht keine Angabe, an welchem Ort diese Vorlesungen stattgefunden haben. Dies ist aber bei Haller sicher nicht etwa eine bloße Nachlässigkeit, denn von seinen Studien in Leiden wissen wir, daß er an den Anfang seiner Vorlesungsnachschrift nicht nur den Namen des Dozenten, sondern auch den Tag, die Stunde und den genauen Ort angibt, wo die Vorlesung stattfand.
2. Es fehlt eine Erwähnung der aufgefundenen Vorlesungen im Vorlesungsverzeichnis der Basler Universität im Studienjahr 1727/28 und 1728/29. Statt dessen steht dort zu lesen: «Cursus astronomicus atque in primis hypothesaes systematum.» Für das Jahr 1730: «Cursus astronomicus, phoenomena ex systematibus deducenda», für die Jahre 1731/33 «Cursus geometricus. Demonstrationes».

³ In der Tat finden sich die Handschriften im sogenannten Fondo Halleriano, den die Bibliotheksrätin LETIZIA PECORELLA VERGNANO (Genova) bereits 1965 bibliographisch beschrieben hat, ohne indessen auf die wissenschaftsgeschichtliche Bedeutung einiger in diesem Fundus vorhandener Quellen einzugehen. Diese bibliographische Arbeit kam uns leider erst nach Abfassung des obigen Artikels zur Kenntnis. Wir möchten jedoch nicht versäumen, darauf aufmerksam zu machen: *Il Fondo Halleriano della Biblioteca Nazionale Braidense di Milano*, Studi e testimoni 8, Istituto di storia della medicina, Università degli Studi, Milano 1965.

3. Wir besitzen die Notiz eines durchreisenden Akademikers aus dem Jahre 1730, aus welcher hervorgeht, daß außer zu Bernoullis öffentlichen Vorlesungen «über geringe elementa arithmeticae, geometricae und astronomiae» dann und wann «ein Frembder auf einige Monathe von ihm Lection zu nehmen» kam⁴.

Ein Gesamtüberblick über das vorliegende Handschriftenmaterial ergibt folgendes Bild. Der erste Band der Manuskripte enthält die 'geometrischen Elemente' mit Kommentaren Bernoullis in 9 Büchern (Tafel 1). Die Vorlesung beginnt mit einer historischen Bemerkung über den Ursprung der Geometrie und ihr Verhältnis zur Astronomie, Chronologie, Mechanik, Statik, Algebra und Arithmetik, also zu allen übrigen mathematischen Disziplinen, mit denen sie die 'quantitas' als Formalobjekt gemeinsam hat. Dieses wird sodann näher bestimmt. Das erste Buch handelt über *De lineis et angulis*, das zweite *De triangulis*, das dritte *De poligonis*, das vierte *De circulo*, das fünfte *De Solidis*, das sechste *De proportionibus*, das siebte *De Incommensurabilibus*, das achte *De progressionibus et Logarithmis* das neunte *De Problematibus*. Insgesamt enthält dieser erste der quartformatigen Bände 210 Seiten.

Im zweiten und dritten Band sind Vorlesungen enthalten, in welchen die Elemente der Algebra, die Kegelschnitte und die transzendenten Kurven behandelt werden. Im ersten Kapitel des zweiten Bandes werden zunächst die «Principia matheseos universalis seu manuctio ad geometriae methodum» gebracht (Tafel 2). Danach beginnt die «Logistica quantitatum simplicium», d.h. die Lehre von den einfachen Rechnungsarten. Als nächstes folgen die «Logistica quantitatum compositarum», die Rechnung zusammengesetzter Ausdrücke, und die «Logistica fractionum»: die Bruchrechnung. Nach der «Logistica quantitatum surdarum», dem Rechnen mit irrationalen Zahlen, schließt dieser Vorlesungszyklus mit einem Kapitel «de aequationum reductione» ab. Im ganzen umfaßt dieser erste Teil der Algebra 64 Seiten. Dem zweiten Teil, *Elementa algebrae* überschrieben und 80 Seiten stark, geht eine Definition, welche bereits früher gegebene genauer präzisiert (Tafel 3). In ihr wird u. a. die Algebra allgemein als diejenige Disziplin bestimmt, quae «versatur circa quantitates cuiuscumque generis». Außerdem wird ihre Aufgabe näherhin bestimmt:

⁴ Ein Besuch bei Johann (I) Bernoulli im Jahre 1730, in *Basilisk* 7 (1926) Nr. 11, zit. nach ANDREAS STAEBELIN, *Geschichte der Universität Basel*, I. Teil: 1632–1818, Basel 1957, S. 232.

Elementa Geometriae

Liber I.

Cum commentariis

Viri Illustrissimii P. D.

Joh. Bernoulli. 1. Dec. 1728.

S I.

Geometria ab Aegyptiis orta est, quorum Geometriae nomen, de p. nitro
 agri quotannis Nilo inundati, dominis
 suis, post aquarum subsidiam sine
 artis nostrae auxilio, reddi non potu-
 isse. Quae origo ideo notanda est
 quia occasionem dedit nomini. At in
 proposito, quod nō nisi vtilissimam, mini-
 mamque ejus partem exprimit. ~~Geometria~~ Haec enim
~~enim~~ comprehendat omne quantitatum
 genus. Potest uti eo referri astronomia
 ratione temporis, ac Chronologia,
 Mechanica, statica et ratione motus,
 arithmetica, et algebra; ratione quanti-
 tatum numeralium vel litterarum,
 imo in genere omni vastissimo Mathem-
 aticos ambitus, eo referretur ad Geometriam
 pertinere.

Quantitas quid sit:
 Dicitur vero Quantitas, omne quod est
 divisibile. Quavis species Quantitatis
 divisibilis est in quantitates suae speciei,
 nec aliter, tempus in temporis portiones, et
 Simo nec Linea aliter potest dividi
 quam in innumerabiles coaequas lineas
 non vero in puncta, ut vulgo male pu-
 tatum est (conf VII 42) nam quae cuicunque
 parva fuerit portio unius Lineae, semper
 praebit suam qualemcunque longitudinem,
 hincque linea dici merebitur, non punctum.
 Eodem modo Superficies componitur.



Principia.

Matheseos universalis Sci
Manuductio

ad Geometriae Methodum.

§ 1

De Logistica Quantitatum
Simplium.

1 Cum in omni Scientia ad efficiendum Algebra versatioris quantitates cujusvisque
rerum cognitionem, utile sit a Simplicibus ^{generis} et cognitis facillimis ordinari, non
abs re est ad generalem et facilem com-
prehensionem Mathematicarum, quae om-
nes circa quantitatem versantur, ad ea
primam ad eundem, quae non aliquam
suae Speciem excludere, sed eas quovis
que se habeant modo his ipsis notis
etque obvis representare possint.
Unde cum in universa Mathematica <sup>non per litteras Alphabeticas desig-
nantur.</sup> Scientiam constitutione, licet
diversa objecta respiciant, non nisi
relationes et proportionales quaedam, quae
in iis reperiuntur, considerentur, con-
templandum est, rationes atque propor-
tionales illas consim spectare, easque
litteris Alphabeti, utpote notis simplicibus-



Elementa
 Algebrae
 ex ore
 Viri celeberrimi
 JOH. BERNULLII.
 26. Oct. 1728.

§ 1

Algebra est Arithmetica universalis definitio Algebrae ubi per literas salubres instituitur quantitatium egressumque generis. Haec vero non tantum Problemata solvit, sed et met^{is} Socrus tradit, ex quibus regulae constitui possunt. Omnes enim Vulgaris Arithmeticae regulae in Algebra fundantur et ex eius demonstratis concinnatae sunt. Videtur vero literis, tanquam cognominibus Quantitatem quarumcumque temporum, potentialium longi, sed in omnia subintelliguntur vero sub 1 tenis lineae scilicet. Omnes enim Quantitates possunt per lineas exponi, non omnes autem per numeros, St. Geom. § III. Et cum denique quantitates incognitas, herabiles, nec numeros

Notatio

Computatio vel fit per numeros ut in *Algebrae et Arithmeticas* conveni-
vulga. *Arithmetica*, vel per species *entia et differentias*.
ut *Analysos* mos est. Utraque iisdem
innititur fundamentis et ad eandem
metam collimit: *Arithmetica* quidem de
nitate et partibus agit, *Algebra* vero in-
definitè et universaliter, ita ut enunciata.
sunt omnia, quae in hac computatione ha-
bentur, et praesertim conclusiones, *Scilicet*,
natae sunt per se. Verum *Algebra* ma-
ximè praecellit, quod cum in *Arithme-*
tica Quaestiones tantum resolvantur pro-
grediendo a datis ad quaesitas Quantitates;
haec a quaesitis tanquam datis ad da-
tas tanquam quaesitas Quantitates pro-
greduntur, et ad conclusionem
aliquam sive Aequationem, quocumque
desummodo perveniatur, esse quae
sitam quantitatem elicere liceat. Eoque
facto conficiuntur difficillima Proble-
mata, quorum resolutiones ad *Arithme-*



J. Isaaci Newton 119

Arithmeticae universalis Praelectio

Inc. Die 1. Dec. 1728.

§ 1

Theorematum. Problemata Algebraicum
quodcumque dato regulam ad resolvenda
problemata ejus generis omnia, quae
cumque numeris pro libetis substituas
satis Incognita subponuntur cognita
esse, sique nomina imponuntur, sique
pervenitur ad aequationem eorum cum datis.
modo Saepe enim per varios modos ad
solutionem pervenitur, prout diversae
incognitae eliguntur. *imp. Probl. 28. Sim.*

§ 2

Determinatio Quando plures sunt inco-
gnitae, tunc et plures adsunt aequationes;
per quas aequatio resultans obtinetur;
ubi unica tantum incognita relinquitur.
aequationum. Quibus perfectis, in Proble-
mate Geometrico Superest constructio.

§ 3

Unitatum Licet haec vera sit, magis tamen
utilis et accurata est NEWTONI, et in Geo-
metricis meliora sic numerus 3 est, ratio-
linearum triplo majoris lineae, quae pro uni-
tate habetur, ad hanc lineam pro uni-
tate habitam.

MECHANICA. ut scientiam
 " parandi vires moventes, ut cognos "
 " cantur earum effectus, "
 " Hujus alia pars considerat, vires se "
 " descentes in aequilibrio positas, "
 Quae Stative vocatur.
 Alia, vires agentes ad movendas re,
 sistencias. Hae in specie vocatur
Mechanica, et pro instrumentis
 habet, Vectem, Cuneum, planum in-
 clinatum, Trochleam Paxiam in peri-
 trochio, et Cochleam.

11

Stative in primis versatur circa centrum
 gravitatis Corporis vel Corporum, qua-
 tenus se intersa. III

Corpus grave est quod tendentiam
 naturalem habet ad descendendum,
 Ad ascendendum centro Terrae.

Quodvis v. Corporis cujusvis par-
 ticulae gravitans talem habet ten-
 dentiam. Quorum omnium qua-
 etionum tendentiae, considerantur



Nicolai Bernartii
propositiones
De Viribus Vivis Corporum
motorum.

545

§ 1.

Movus est, mutatio loci, et Corpus moveri dicitur, dum deserit locum quem antea occupavit. Quies vero est permanens Corporis in eodem loco, et Corpus quiescit dum manet in eodem loco.

II

Corpus non potest esse simul in duobus locis; Si nullus motus fit in instanti

III.

Si Corpus successive occupat diversa loca, vel puncta lineae rectae, motus est rectilineus

IV.

In motu rectilineo considerari potest, spatium et tempus motus

V.

Spatium est distantia loci, a quo Corpus discessit, a loco ad quem Corpus pervenit.

VI.

Tempus motus est tempus, quod intercedit inter momentum quo corpus discedit ab uno loco, et momentum quo adest ad alterum locum.

VII.

Si temporibus aequalibus distantiae locorum fiant aequales, vel si corpus aequalia spatia aequalibus temporibus percurrat, motus est uniformis s. aequabilis

VIII.

Si temporibus aequalibus distantiae locorum fiant inaequales, vel si corpus spatia aequalia temporibus inaequalibus describat, motus dicitur inaequabilis

De Analysis
Infinitorum

justa Method. DE L'HOSPITAL ord:
ex ore Joh. Bernoulli

Defin. 1.

L'Hospital. p. 1. Def. 1

Quantitates constantes sunt eadem per-
manent, dum aliae mutantur: Uti
Parameter in Parabola.

Quantitates Variabiles ^{continuae} eae quarum
Valor vel inminuitur vel continuo
augetur. Hae ratione dicuntur Quan-
titates Variabiles adplicatae et abscissae
in curvis, uti Parabola, Hyperbolam.
quae augeri possunt et diminui, sic
tamen, ut abscissis auctis, augeantur
adplicatae. Defin. II.

L'Hospital Defin. II. p. 2.

Quantitas infinite parva, quae Quanti-
tas Variabiles augetur vel inminuitur
vocatür eius Differentia vel differentials

Non subponimus superficies ex li-
neis infinite parvis componi, nec corpora ex
superficiibus, uti tradit CRIVELIUS in Comm.
Sed Quantitates infinite parvas sic
consideramus, quatenus Variabiles. quoniam
titates curvarum, harumque spatio-
rum

«Haec vero non tantum problemata solvit, sed et methodos tradit, ex quibus regulae constitui possunt.» Einem Kapitel «De divisione quantitatum simplicium» folgen weitere: «De multiplicatione quantitatum compositarum», «De divisione quantitatum compositarum» und «De radicum extractione». Dann geht Bernoulli zur Bruchrechnung über: de fractionibus, de fractionum reductione, de fractionum reductione ad eandem denominationem, de multiplicatione fractionum und de divisione numerorum fractionum heißen die nächsten Paragraphen. Nach einem Repeitionskapitel über das Wurzelziehen behandeln zwei Kapitel die irrationalen Zahlen: «De reductione quantitatum surdarum» und «De multiplicatione surdarum». Relativ lange Ausführungen «De extractione radicum ex binomis» und «De aequationum reductione» schließen den zweiten Vorlesungszyklus, der am 22.11.1728 zu Ende ging, ab: Finit algorithmus Bernoulli die 22.11.1728 heißt es im Manuskript. Es folgen noch Problemata, welche mehr als ein Viertel der Vorlesungsaufzeichnungen der *Elementa algebrae* einnehmen.

Der dritte Band mit 237 Seiten beginnt offenbar als Fortsetzung des zweiten, jedoch, was den Inhalt betrifft, als eine teilweise Wiederholung des bisher Gebrachten, teilweise Weiterführung in die höhere Algebra, mit einer allgemeinen «Notatio», welche zahlentheoretische Ausführungen enthält und sich über fast 20 Seiten erstreckt (Tafel 4). Wiederholungskapitel handeln: de additione, de subtractione, de divisione, de extractione radicum, de reductione fractionum et radicalium, de inventione divisorum, reductio fractionum ad eundem denominatorem. Die nächsten Kapitel: de reductione radicalium ad minimos terminos, de reductione radicalium ad eandem denominationem und de reductione radicalium ad simpliciores per extractionem radicum bringen Erweiterungen der Wurzelrechnung. Dann folgen eine Reihe Kapitel der Gleichungslehre unter den Titeln: de forma aequationis, de consignanda aequatione solitana, de duabus pluribusque aequationibus transformandis ut incognitae quantitatis ex terminentur, ex terminatio incognitae per aequalitatem valorem eius, ex terminatio quantitatis incognitae substituendo pro ea valorem suum, ex terminatio quantitatis incognitae substituendo pro ea valorem suum, ex terminatio quantitatis incognitae quae plurimum in utraque aequatione dimensionum est, de modo tolendi quantitates surdas quodcumque ex aequationibus und quomodo quaestio aliqua ad aequationem redigatur. Die arithmetischen und geometrischen 'Quaestiones' unter dem Titel: Resolutio quaestionum arithmeticarum, resolutio quaestionum geometricarum und quaestiones geometricae

nehmen ungefähr 60 Seiten und somit mehr als die Hälfte der Seiten ein, auf welchen die Elemente der Algebra in diesem dritten Buch abgehandelt werden. Ihnen angefügt sind eine ebenso lange Vorlesung über die *Arithmetica universalis* von Newton, die Bernoulli am 1. Dezember 1728 begonnen hat (Tafel 5), sowie *Problemata arithmetica* und *Resolutiones problematum geometricarum*. Abgeschlossen wird dieser dritte Band durch Bernoullis Vorlesung über die Kegelschnitte: *De sectionibus conicis et lineis curvis transcendentibus brevis tractatio*. Sie nimmt die letzten 173 Seiten ein.

Der vierte Band mit 258 Seiten ist in seinem ersten Teil den grundlegenden Begriffen der Mechanik gewidmet. Am Anfang steht eine allgemeine Ausführung über die *mechanica* als solche (Tafel 6). *De viribus simplicibus*, *de viribus horizontalibus*, *de viribus obliquis* und *de ponderibus in plano* wird im ersten Buch gehandelt. Das zweite Buch enthält Ausführungen *de motu compositi*, *de velocitate virtualis et energia in vecte heterodromo* und *in plane inclinato*. Mechanische Instrumente, die zur Sprache kommen, sind die *trochlea*, der *cuneus*, die *trochlea mobilis*, die *cochlea*, die *axis in peritrochio* und schließlich die *trochlea infinita*. Daran angefügt werden die Grundlagen der Hydrostatik. Im Mittelpunkt stehen die kommunizierenden Röhren. Ein weiteres Kapitel lautet «*in qua ponderatum corpus*». Das *perpetuum mobile* wird erwähnt, und den Schluß bilden die *statera* und die *corda in horologium*. An dieses zweite Buch der Grundlagen der Mechanik schließt sich Bernoullis «*Phoronomia pars prima*» an. Sie erstreckt sich auf 30 Seiten. Dann folgt ein Exzerpt aus der Mechanik von Nicolaus Bernoulli (Tafel 7), und schließlich werden auf 10 Seiten einige mechanische Probleme behandelt. Die nächsten Kapitel beziehen sich als Einführung in die höhere Analysis wiederum auf Gleichungen: *de natura radicum aequationis*, *de limitibus aequationum de aequationum reductione per divisores surdus* und *de aequationum constructione lineari*. Den Schluß des vierten Bandes bildet die Vorlesung Johannes Bernoullis *De analysi infinitorum iuxta March. de l'Hopital*. Sie umfaßt die letzten 86 Seiten des vierten Bandes (Tafel 8). In der ersten *sectio* werden Definitionen und Propositionen gegeben. Die *sectio secunda* handelt *de usu calculi differentialis ad inveniendas linearum curvarum tangentes*. Die dritte *sectio* bringt den *usus calculi differentialis ad inveniendis maximis et minimis curvarum*, und mit der vierten *sectio* «*de usu calculi differentialis in inveniendis punctis inflectionis et reversis*» schließt diese Vorlesung über die infinitesimale Analysis gemäß der Methode de l'Hopital ab.

Nach diesem Gesamtüberblick, dessen summarische Form sich dadurch rechtfertigt, daß die reichhaltigen Titelangaben durchaus zur Information über den Inhalt genügen, da mancher Überschrift oft nur wenige Zeilen Text entsprechen, möchten wir noch zwei Beispiele bringen, welche die Bedeutsamkeit dieser Manuskripte – abgesehen für die Vervollständigung einer kritischen Edition der Werke Bernoullis bzw. Hallers – auch in wissenschaftsgeschichtlicher Hinsicht zu zeigen geeignet sein dürften: es sind dies die zahlentheoretischen Ausführungen in der «Notatio», mit denen der dritte Band beginnt, und die Mechanikvorlesung im vierten Band.

Schon zu Anfang der *Elementa algebrae* hieß es: «algebra est arithmetica universalis ubi per literas calculus instituitur quantitatis cuiuscumque generis». Ihre Aufgabe sei, nicht nur Probleme zu lösen, sondern die Methode zu bieten, aus denen man Regeln ableiten kann. Alle Regeln der gewohnten Arithmetik seien nämlich in der Algebra begründet. Die in ihr verwendeten Buchstaben seien gleichsam Geschlechtsnamen (cognomina) der Quantität. Dabei hatte er Quantität als alles dasjenige definiert, was teilbar ist: «dicitur vero quantitas omne quod est divisibile». Die Buchstaben seien diejenigen der geraden Linie, da alle Quantitäten, wie z.B. Längen, Kräfte oder Zeiten, durch Linien dargestellt werden (exponi) könnten, nicht aber alle durch Zahlen.

In der sehr langen «Notatio» nun, welche dem dritten Bande vorausgeht, wird zunächst der Unterschied von Algebra und Arithmetik noch einmal hervorgehoben: beide sind ein Rechenverfahren (computatio). Während jedoch die gewöhnliche Arithmetik mit individuellen Zahlen arbeitet, rechnet die Algebra und besonders die Analysis mit Zahlen-Species. Sie haben dieselben Fundamente und das gleiche Ziel: die Arithmetik nämlich umschrieben und im einzelnen (definite et particulariter), die Algebra jedoch unbestimmt und als Allgemeines (indefinite et universaliter). Der höhere Wert der Algebra ergibt sich jedoch aus der Tatsache, daß, während man in der Arithmetik bestimmte Fragen nur im Ausgang von gegebenen zu gesuchten Größen hin lösen kann, hier von gleichsam gegebenem Gesuchten zu gleichsam gesuchtem Gegebenem rückschreitet, um am Ende zu einem Schluß bzw. zu einer Gleichung zu gelangen, die es erlaubt, die gesuchte Größe zu ermitteln.

Auf diese Weise gestattet die Algebra die Behandlung schwierigster Probleme, deren Lösung von der Arithmetik vergeblich erwartet würde. Diese wiederum dient jener bei allen Operationen, so daß sie eigentlich nur zusammen eine einheitliche vollständige Wissenschaft bilden. Die Definition von Zahl, welche Haller mitgeschrieben

hat, lautet: «Per numerum non tam multitudinem unitatem quam abstractam quantitatis cuiusvis ad aliam ejusdem generis quantitatem quae pro unitate habetur rationem intelligas.» An der Form dieser Definition fällt auf, daß sie postulatorisch konventional, nicht real formuliert ist (-as!). Solche Definitionen waren im Spätmittelalter bei bestimmten Disputationen innerhalb der «ars obligatoria» üblich⁵. Der Definition dieses allgemeinen Zahlenbegriffes folgt nach dem üblichen scholastischen Schema deren Division: «estque triplex: integer, fractus et surdus», in besondere Klassen, deren Gegenstände dann weiter (und diesmal in modus realis) definiert werden, und zwar nach der möglichen Meßbarkeit an der Einheit: «integer quam unitas metietur, fractus quam unitatis pars sub multiplex metietur, surdus, cui unitas est incommensurabilis». Die irrationalen Zahlen heißen also numeri surdi. Sie sind «taube Zahlen».

In den weiteren Paragraphen dieser «Notatio» sind die «notae numeri», also die Schreibweisen der genannten Zahlenklassen, sowie diejenige der allgemeinen Zahlen behandelt. Diese werden bei der Gelegenheit noch einmal als species der besonderen Zahlen bezeichnet «cum rei alicuius quantitas ignota est vel indeterminate spectatur ut per numerus non liceat exprimere solemus per speciem aliquam seu literam designare». Wir erfahren weiter, daß, entgegen dem gewöhnlichen Brauch, die bekannten allgemeinen Größen durch die ersten und die unbekanntes durch die letzten Buchstaben des Alphabets zu bezeichnen: «aliqui pro cognitis substituunt consonantes vel maiusculas literas et vocales vel minusculas pro incognitis».

Von den übrigen Gegenständen dieser Notatio, wie z. B. die Besprechung der Operationszeichen, soll schließlich noch die Behandlung der negativen Größen Erwähnung finden. Indem die ihnen entgegengesetzten positiven Größen mit «quantitates ad firmativae» bezeichnet werden, spielt Bernoulli auf ein Begriffspaar an, das in der Logik bei der Einteilung der Urteile seit langem in Gebrauch war. Die Vermutung wird durch die folgenden Beispiele aus der Rechts- und Naturphilosophie und besonders aus der Geometrie verstärkt: Besitz ist dadurch (rechtlich) gegeben, daß jemandem Güter (öffentlich) zugesprochen sind. Bei einer Ortsbewegung in bezug auf einen bestimmten zurückzulegenden Weg kann die Fortbewegung auf diesen Weg motus affirmativus, die Rückbewegung motus negativus genannt werden. Die Idee der negativen Größen ergibt sich indes am deutlichsten aus einer geometrischen

⁵ H. SCHOLZ, Zur Erhellung der spätmittelalterlichen Logik, *Philos. Jb.* 58 (1948) 288f.

Betrachtung: «si linea versus plagam quamdam ducta pro affirmativa habetur, negativa erit, quae versus plagam oppositam ducitur». Hier kommt der Charakter der positiven und negativen Größen als relativ aufeinander bezogene Quantitäten besonders deutlich zum Ausdruck.

Nach diesem Beispiel aus den zahlentheoretischen Ausführungen Bernoullis soll als zweites noch seine Mechanikvorlesung näher betrachtet werden. Am Anfang steht – wie schon aus dem Gesamtüberblick über das Handschriftenmaterial hervorging – eine allgemeine Ausführung über den Gegenstand und die Einteilung der Mechanik: «mechanica est scientia comparandi vires moventes ut cognoscantur earum effectus». Dann wird die Statik als Sonderdisziplin abgehoben, indem Bernoulli sie als denjenigen Teil bestimmt, welcher die Kräfte betrachtet, die sich gegenseitig aufheben und dadurch ins Gleichgewicht bringen. Der andere Teil der wissenschaftlichen Mechanik betrifft dagegen die «vires agentes ad movendas resistentias» und heißt ‘Mechanica’ im engeren Sinne. Ihre Instrumente sind die bekannten einfachen Maschinen: Hebel, Keil, schiefe Ebene, Rolle, Winde und Schraube. Dem entspricht die Einteilung der Vorlesung in zwei Bücher: *de virtutibus simplicibus* und *de virtutibus compositi*.

Zunächst wird, wie in allen Mechanikvorlesungen seit der Mitte des 17. Jahrhunderts⁶, die Lehre von Schwerpunkt behandelt: «corpus grave est quod tendentiam naturalem habet ad descendendum seu adcedendum centro terrae». Es folgen die Schwerpunktsdefinitionen für einen und für mehrere Körper.

In einem ersten Abschnitt des ersten Buches, in welches die «vires horizontales» zur Sprache kommen, wird über das Zentrum commune gravitatis gesagt, es sei «remotius vel propriis alterutri corporum prout et ipsa corpora habent diversas rationes virium tendentiae». Das theorema generale, welches die Gleichgewichtsbedingungen enthält, lautet: Wenn die Distanzen vom Unterstützungspunkt im umgekehrten Verhältnis zu den Massen der betreffenden Körper stehen, dann sind diese im Gleichgewicht: «positis distantiiis corporum a fulcro in ratione reciproca massarum, manebunt corpora in aequilibrio». Bernoulli führt dann als erstes den Beweis Galileis an, um anschließend seinen eigenen zu bringen. Hierbei spielt auch der Begriff des «conatus», der sich schon im 16. Jahrhundert bei Guidobaldo del Monte findet, noch

⁶ Vgl. P. CASATOS, *Vorlesung: «Rerum mechanicarum brevissima tractatio» (Anno 1654)*, Cod. Laur. Ashb. 239 (Biblioteca Laurenziana, Firenze).

eine Rolle. Die Definition des Drehmomentes lautet: «Momentum enim est productum massae in distantiam a fulcro.» Nachdem das Gleichgewicht zwischen mehreren Körpern und die Aufgabe «plurium corporum centrum gravitatis invenire» behandelt ist, kommt im Abschnitt de viribus obliquis u. a. der vectis ruptus und seine Gleichgewichtsbedingungen zur Sprache. Von hier aus leitet Bernoulli dann die Wirkung einiger Instrumente ab, z. B. die Zange und den Hammer. Das Buch schließt ab mit einer ersten Behandlung der schiefen Ebene und ihre Gesetze.

Auch das zweite Buch steht seinem äußeren Aufbau nach noch völlig in der Tradition der Mechanikliteratur im engeren Sinne und der entsprechenden Vorlesungen des 16. und 17. Jahrhunderts. Es beginnt mit der Behandlung des Parallelogramms der Kräfte und der virtuellen Geschwindigkeit. De velocitate virtuali et energia heißt der betreffende (38.) Paragraph. Die «velocitas virtualis» wird dabei definiert als «dispositio ad motum seu spatium certo tempore percurrendum». Die Energie ist nun das Produkt der «velocitas virtualis» mit der «vis absoluta», unter welcher Bernoulli das Gewicht (pondus) oder den Impuls (impulsio) versteht. Gleichgewicht zwischen zwei nach verschiedenen Richtungen ziehenden Kräften herrscht dann, wenn deren virtuelle Geschwindigkeit in umgekehrtem Verhältnis zu ihrer absoluten vis steht. Nachdem in § 39 festgestellt ist, daß die virtuelle Geschwindigkeit einen positiven oder einen negativen Wert annehmen oder null werden könne, heißt das 51. Theorem: «in omni aequilibrui genere debet summa productorum seu energiarum affirmatarum esse aequalis summae energiarum negativarum affirmative sumptae». Die schiefe Ebene, die bereits schon allgemein behandelt wurde, wird sodann als Grundlage verschiedener Anwendungen betrachtet. Es folgen dann die einfachen Maschinen: der Keil, der Flaschenzug und die Schraube. Diese ist «duplicis generis»: «Alia ubi pars mascula descendit et pondus cogit descendere: im Haspelnüsseknacker, alia ubi femina descendit et pondus cogit elevare ut in pretis typographius vel impressis». Von der trochlea mobilis wird der Flaschenzug (polyspastos) abgeleitet. Es folgen noch die Winde (axis in peritrochio) und die aus dieser und der cochlea simplex zusammengesetzte cochlea infinita. Die diesen Ausführungen sich anschließenden hydrostatischen Betrachtungen werden in § 51 eingeleitet: «Quod huiusque fieri non posse putabitur energiarum theoria etiam ad hydrostaticas principia se extendit. Cum creditum sit vulgo alias esse mechanices fluidorum esse leges, quam ea quas solida observant.» Jedoch sind es relativ nur wenige Paragraphen, die Bernoulli hier der Hydrostatik widmet. In ihnen werden vor allem die mit den

kommunizierenden Röhren, dem Barometer und dem Areometer zusammenhängenden Erscheinungen bzw. Prinzipien besprochen. Dieser kurze Abriss der Hydrostatik scheint mehr ein Zusatz, dem als Nachtrag noch einige Probleme aus der Mechanik der festen Körper, die noch nicht behandelt waren, angefügt sind.

Zum Schluß möchten wir noch auf eine Proposition der Mechanikvorlesung näher eingehen, die im § 57 enthalten ist und die uns gestattet, die Mechanikvorlesung Bernoullis historisch einzuordnen. Sie lautet: «*Statera potest absque ponderi consideratum quia brachium AF lance H aequiponderat brachio BC.*» Wir deuteten schon an, daß die Vorlesung sich völlig in die Lehrtradition des 16. und 17. Jahrhunderts von ihrem inneren Aufbau her einordnen läßt. Diese Tradition beginnt im 16. Jahrhundert mit der Paraphrasierung und Kommentierung der Ende des 15. Jahrhunderts wiederentdeckten peripatetischen Schrift *Quaestiones mechanicae*, die seit 1517 in lateinischer Übersetzung zur Verfügung stand⁷. Die genannte 57. Proposition Bernoullis beruht in der Tat auf einer kritischen Erwägung zur ersten Quaestio dieser Schrift über die römische Waage (*statera*), eine Erwägung, die sich erstmals bei Alessandro Piccolomini 1527 findet. Die gleiche Erwägung veranlaßte Tartaglia im siebten Buch seiner *Quesiti et inventioni*, seinem Dialogpartner den Unterschied rein mathematischer und physikalischer Betrachtungsweise auseinanderzusetzen, und sie brachte später Kepler auf den Gedanken, die Mars-Libration «*ex ratione staterae*» zu erklären, wobei dieser ausdrücklich bemerkt, daß es sich um eine ideale Waage handelt. Die erwähnte Proposition von Bernoulli versteht man in ihrer historischen Bedingtheit also nur dann recht, wenn man sie im Lichte dieser Tradition sieht, die sie bereits seit zweihundert Jahren hatte und die die rein geometrische und von den Materialkonstanten einer wirklichen Waage absehende Lösung der *Quaestiones mechanicae* rechtfertigen wollte. Hierbei spielt es keine Rolle, ob sich Bernoulli dessen bewußt war oder nicht, da inzwischen durch die Kommentierung und Verarbeitung der Inhalt der peripatetischen Schrift in selbständige mechanische Lehrbücher, angefangen von demjenigen Guidobaldo del Montes (1577), verarbeitet war und ihr Aufbau entsprechend den im Laufe der Zeit hinzu gewonnenen neuen Erkenntnissen der veränderten Forschungslogik abgewandelt worden war. Wer aber die dem Haller-Manuskript beigegebenen Zeichnungen aufmerksam be-

⁷ Vgl. H.M. NOBIS, Die wissenschaftshistorische Bedeutung der *Quaestiones mechanicae* als Anlaß für die Frage nach ihrem Verfasser, *Maia N.S.18* (1966) 265–276.

trachtet, wird den Verdacht kaum unterdrücken können, daß sie auf einen Kommentar zu den *Quaestiones mechanicae* zurück geht⁸. Auf jeden Fall ist das ursprüngliche Schema, nach welchem die Grundschrift der gesamten Mechanikliteratur des 16. und 17. Jahrhunderts aufgebaut ist, und seine spezifische Abwandlung durch die Mechanikschriftsteller noch in der Bernoullischen Mechanikvorlesung deutlich zu erkennen. Das zeigt sich sowohl bei der Einteilung in zwei Bücher als vor allem beim Aufbau des zweiten, als auch u. a. durch den Nachtrag hydrostatischer Probleme, die in der Tat den Schluß der *Quaestiones mechanicae* und damit aller ihrer Kommentare bilden, so daß diese Vorlesung gleichsam einen letzten Höhepunkt und gleichzeitig das legitime Ende dieser Lehrtradition darstellt. Denn durch Varignon, Bernoullis Korrespondenten, auf den zum Schluß der Vorlesung noch hingewiesen wird, bekommt die Mechanikliteratur in dessen *Nouvelle mecanique ou statique* – auch äußerlich – ein völlig neues Gesicht.

⁸ Der letzte Kommentar war von GUEVARA 1628, also genau hundert Jahre vor Bernoullis Vorlesung, herausgegeben worden. Er wird von GALILEI in dessen *Discorsi intorno a due Nuove Scienze*, dem ersten Lehrbuch der neuen Mechanik, wie LAGRANGE es genannt hat, erwähnt.