Eine Auflösung der Aufgabe 6/88 in VPK 11/88 (Lehrlinge) mit Hilfe der Dialogsprache APL

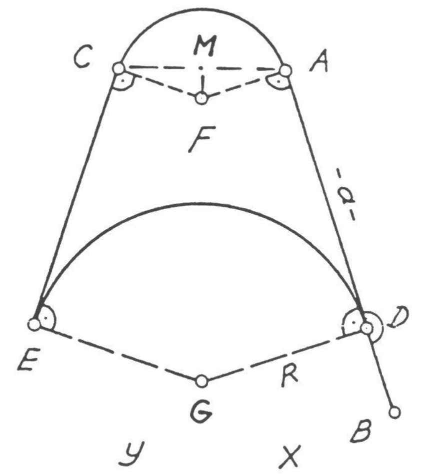
E. Dorrer

Es soll gezeigt werden, wie analytisch-geometrische Aufgaben mit einer so mächtigen Computersprache wie APL direkt gelöst werden können.

Il s'agit de montrer de quelle façon un problème géométrique analytique peut être directement résolu avec un langage de programmation aussi puissant qu'APL.

Die folgenden Ausführungen verfolgen den Zweck, aufzuzeigen, wie analytisch-geometrische Rechenaufgaben etwa vom Typ der Aufgabe 6/88 anhand einer interaktiven, benutzerfreundlichen und so mächtigen Computersprache wie APL an einem entsprechenden Bildschirm- oder Druckerterminal unmittelbar gelöst werden können – ohne dass man grössere Herleitungen benötigte. Es ist nicht Absicht dieses Aufsatzes, dem Leser APL zu erklären (siehe hierzu die angegebene Literatur), sondern den Umgang mit APL zu demonstrieren und schmackhaft zu machen. Einer der Vorteile von APL liegt in dem Notationscharakter dieser Sprache, d.h. auf ihrer Fähigkeit, Relationen, Formeln, Gleichungen aus der Algebra und Logik, usw. in einer in sich konsistenten Schreibweise anzugehen und sofort aufzulösen.

Aufgabe 6/88



A 18.657 21.314

B 13.000 10.000

C 14.414 25.556

a = 9.487 m, R = 6.325 m

F = Surface (A,D,E,C,A)?

Hans Aeberhard

Wir legen die x-y-Koordinaten der 3 gegebenen Punkte A, B und C in der (3,2)-Matrix

```
X ↔ 21.314  18.657
    10.000  13.000
    25.556  14.414
```

ab. Ferner gilt laut Angabe

```
A̲ ↔ 9.487
```

und

```
R ↔ 6.325 .
```

Die Auflösung der Aufgabe, d.h. die Bestimmung des Flächeninhaltes der aus Geraden- und Bogenstücken zusammengesetzten Figur (ADECA), gestaltet sich sehr einfach, indem zunächst aus dem rechtwinkligen Dreieck AFM (siehe Figur) der Radius r = AF berechnet wird. Die Kathete AM ist gleich der halben Strecke AC. Der Winkel w ergibt sich aus dem Skalarprodukt der Einheitsvektoren AB und AC. Der Flächeninhalt des Trapezes ADGF – aus a, R und r bestimmbar – wird um den Flächeninhalt des grossen Kreisbogens um G mit dem Zentriwinkel 90 ° – w vermindert und um den Inhalt des entsprechenden kleinen Kreisbogens um F vermehrt. Nach Multiplikation mit 2 erhält man das gesuchte Ergebnis.

Wir bilden zunächst die beiden Vektoren AB und AC, zusammengefasst in der (2,2)-Matrix

```
      DX←1  0↓X-(ρX)ρX[1;]
      DX
¯11.314  ¯5.657
  4.212  ¯4.243 .
```

Das innere Matrixprodukt

```
      K←DX+.×⍉DX
      K
160.008245  ¯23.991337
¯23.991337   35.997613
```

liefert alle vier, zwischen den Vektoren AB und AC möglichen Skalarprodukte, ihre Normierung schliesslich die Cosinus der entsprechenden Winkel in der Matrix

```
      H←K÷(H∘.×H←1 1⍉K)*÷2
      H
 1             ¯0.316115957
¯0.316115957    1              .
```

Natürlich ist hier nur das Nichtdiagonalelement sinnvoll, so dass sich der gesuchte Winkel w aus

```
      W←¯1○H[1; 2]
```

zu 0.321632699 rad ergibt.

Der Radius r des kleinen Kreises folgt dann – wie weiter oben angedeutet – aus der Beziehung

```
      R̲←((DX[2;]+.*2)*÷2)÷2×2○W
      R̲
  3.16204862    ,
```

und der gesuchte Flächeninhalt S aus

```
      S←(A̲×R+R̲)+(R−R̲)×W-○÷2
```

zu 86.052589 m².

Bewusst sind hier wesentlich mehr Dezimalstellen mitgeführt worden, als auf Grund einer fehlertheoretisch relevanten Weise zulässig gewesen wäre. Eine Fehlerrechnung war aber in der Aufgabe nicht verlangt.

Literatur:

Iverson, K.E.: Elementary Analysis. APL Press, Swartmore, PA, 1976.

Legrand, B.: Learning and Applying APL. John Wiley & Sons Ltd., 1984.

Dorrer, E.: APL – Modernes Hilfsmittel für Geodäsie und Photogrammetrie? Berichte über die DGK-Sitzung 28.10.82, München 1983, S. 176–206.

Dorrer, E.: From Tensor and Suffix Notation to APL. APL86 Conference Proceedings, July 1986, p. 59–64.

Adresse des Verfassers:
Prof. Dr.-Ing. Egon Dorrer
Universität der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg-Weg 39
D-8014 Neubiberg