

# Über den Wandel der geometrischen- algebraischen Modellvorstellung in der Photogrammetrie unter dem Einfluss computer-gestützter Auswerteverfahren

Autor(en): **Schmid, Hellmut H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK =  
Mensuration, photogrammétrie, génie rural**

Band (Jahr): **77 (1979)**

Heft 7-8

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-229698>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Über den Wandel der geometrischen-algebraischen Modellvorstellung in der Photogrammetrie unter dem Einfluss computer-gestützter Auswerteverfahren

Hellmut H. Schmid

*L'auteur considère tout d'abord les caractéristiques principales de la restitution photogrammétrique du point de vue géométrique. Les expressions algébriques correspondantes sont énoncées sous forme de modèles mathématiques pour les méthodes de restitution numérique et analogique et mettent en évidence le rapport fondamental entre ces deux procédés. En comparant les deux modèles à l'égard de leur contenu géométrique et des possibilités d'utilisation qui en résultent, l'auteur expose ses considérations sur le développement actuellement en cours de la restitution photogrammétrique. En d'autres termes, il s'agit d'analyser le changement de la présentation du modèle géométrico-algébrique sous l'influence des possibilités de restitution assistée par ordinateur. Un des buts de la démonstration est de montrer la simplicité et par conséquent le confort d'utilisation que possède pour l'ensemble de la photogrammétrie le modèle mathématique de la condition de collinéarité. Sur la base de l'universalité de ce modèle, la réflexion se poursuit en intégrant la conception de la restitution assistée par ordinateur en photogrammétrie dans le cadre général de l'évaluation des mesures numériques. En outre, l'auteur signale aussi la possibilité d'appliquer cette méthode à l'avenir au moins dans la partie métrique du traitement numérique des images.*

*L'auteur tire quelques conclusions, qui n'ont pas la prétention d'être complètes, en relation avec l'influence de la capacité numérique dans les domaines de l'enseignement, de la pratique et de la recherche. Finalement il décrit sous une forme générale un système de restitution assistée par ordinateur, tel que celui que l'Institut de géodésie et de photogrammétrie de l'EPFZ est en train d'acquiescer pour les besoins de l'enseignement de la photogrammétrie.*

Ein wesentlicher Anteil der technischen Verwendung von Photographien bezieht sich auf die Ausführung von

geometrischen Messungen in bezug auf das photographisch erfasste Objekt. Beschränkt man sich auf dieses Anwendungsgebiet der Photographie, so präsentiert sich die Photogrammetrie als eine Messmethode. Die Tatsache, dass die Photogrammetrie unterrichtsmässig meistens mit der Vermessungskunde, das heisst mit geodätischen Zielsetzungen kombiniert ist, erklärt sich aus dem Umstand, dass ihre häufigste Anwendung, zumindest heute noch, dem topographischen Sektor dient.

Grundsätzlich gesehen ist die Photogrammetrie eine geometrische dreidimensional arbeitende Messmethode, die sich auf die Erhebung von unorientierten räumlichen Richtungsbündeln stützt und somit eine Möglichkeit anbietet, die räumliche Geometrie des photographisch erfassten Objektraumes zu bestimmen.

Jede Messmethode erfordert die Aufstellung eines sogenannten mathematischen Modells, worin durch algebraische Formulierung der funktionelle Zusammenhang zwischen den zur Verfügung stehenden Messgrössen und den als Resultat der Messung zu bestimmenden Parametern ausgedrückt wird. Es ist deshalb opportun, den Charakter einer spezifischen Auswertemethode durch die Analyse des ihr zugeordneten mathematischen Modells zu untersuchen.

Auf Grund derartiger Betrachtungen soll die zur Zeit stattfindende Entwicklung der photogrammetrischen Auswertung von der Analogmethode zur computer-gestützten Datenverarbeitung diskutiert werden. In anderen Worten: Es soll der Wandel der geometrischen-algebraischen Modellvorstellung in der Photogrammetrie unter dem Einfluss der computer-gestützten Auswerteverfahren analysiert werden.

Als Ausgang dieser Betrachtungen soll die Tatsache erwähnt werden, dass die Photogrammetrie bekannt geworden ist als eine Messmethode, die Rechnungen vermeidet. Über einige Jahrzehnte

entwickelte sich die Photogrammetrie unter diesem Schlagwort. Die mit diesem Motto ausgedrückte Wertschätzung des Vorteils, Rechnungen zu vermeiden, wird von Gruber zugeschrieben, der gesagt haben soll: «Wer viel rechnet, denkt nicht.» Es scheint im Rückblick wohl richtiger zu sein, diese Entwicklung als einen genialen Ausweg zu bezeichnen aus der Sackgasse, in der sich die praktische Photogrammetrie von Anfang an befand.

Die grundsätzlichen Schwierigkeiten, die bei der photogrammetrischen Auswertung auftreten, sind – wie paradox dies auch klingen mag – die Folge ihres für viele Messprobleme so anziehenden Potentials. Einmal wird auf einer einzelnen Photographie in dem relativ kurzen Augenblick der Belichtung eine sehr grosse Menge metrischer Information über den zu vermessenden Gegenstand festgehalten – bis zu  $10^9$  Bits auf einem  $23\text{ cm} \times 23\text{ cm}$  grossen Negativ. Ein allgemein einsetzbares Auswerteverfahren muss also imstande sein, dieser Informationsfülle gerecht zu werden. Zum andern verlangt eine dreidimensionale Triangulationsanordnung, wie wünschenswert sie auch in bezug auf den geometrischen Charakter des damit ermöglichten Messresultates ist, eben eine aufwendigere Geometrie als eine entsprechende zweidimensionale Komponentenlösung, wie wir sie aus der klassischen Vermessungstechnik her kennen. Mit der Möglichkeit, photographische Aufnahmen aus Luftfahrzeugen herzustellen, kam die Tatsache hinzu, dass die Orientierung der Aufnahmen in bezug auf einen im allgemeinen einer Vermessung zu Grunde liegenden Koordinatenrahmen durch keinerlei Hilfsapparaturen auch nicht teilweise genügend genau festgelegt werden kann, im Gegensatz wie sich derartige Stützwerte zumindest in der niederen Geodäsie mit der Verwendung von Libellen bei der Aufstellung der entsprechenden Richtungsmessinstrumente (Theodoliten) ergeben.

Um zu einer Beurteilung der die photogrammetrische Auswertung kennzeichnenden mathematischen Modelle zu kommen, soll zunächst die photogrammetrische Messmethode in Hinsicht ihres geometrischen Inhalts von einem allgemeinen Gesichtspunkt her skizziert werden. Mit dem eigentlichen Vorgang der Datenerfassung mittels einer Photographie wird ein unorientiertes dreidimensionales Richtungsbündel festgelegt, dessen bereits erwähnte Informationsdichte von dem sogenannten Auflösungsvermögen des photographischen Systems abhängt, sich also aus der Kombination der Wirkung von Optik und Emulsion (einschliesslich der Entwicklung) unter den Umweltbedingungen des Aufnahmevorgangs herleitet. Zur Wiederherstellung des durch sogenannte Sehstrahlen simulierten Aufnahmevorganges sind einige Kammerkalibrierungsgrössen, die drei Elemente der inneren Orientierung nötig, eventuell ergänzt durch Parameter, welche ermöglichen, die sogenannten Verzeichnungen, das heisst Abweichungen der Orte der optischen Abbildungen von der idealisierten Modellvorstellung zu berücksichtigen. Das idealisierte Aufnahmestrahlenbündel wird somit geometrisch durch das Prinzip der Zentralperspektive dargestellt.

Bringt man das rekonstruierte Strahlenbündel, relativ zum aufgenommenen Objekt, wieder an denselben Ort und in dieselbe räumliche Orientierung, wie diese im Augenblick der Aufnahme vorhanden waren, so werden unter der Annahme geradliniger Sehstrahlen, also refraktionsfreier Lichtfortpflanzung, die einzelnen Strahlen des Bündels durch die Orte der entsprechenden Objektpunkte gehen. Die Bestimmung des Aufnahmeortes verlangt die Festlegung des Ortes des zentralperspektiven Projektionszentrums durch die Koordinaten  $X_0 Y_0 Z_0$  im System, in dem die Vermessung auszuführen ist. Gleichfalls muss durch drei Orientierungswinkel (zum Beispiel  $\varphi \omega \kappa$  die räumliche Lage der Photographie relativ zum Koordinatenrahmen der Vermessung bestimmt werden. Diese 6 Orientierungsunbekannten, drei Translationen und drei Rotationen, bezeichnet man herkömmlich als die Elemente der äusseren Orientierung. Zusammen mit den vorerwähnten drei Elementen der inneren Orientierung sind es also im allgemeinen Fall der photogrammetrischen Aufnahme neun Unbekannte, die pro Aufnahme die Auswertung quantitativ beeinflussen. Dies gilt selbst unter der vereinfachten Annahme, dass die physikalisch – optisch – chemisch verankerte Informationsspeicherung genügend genau im Sinne einer zentralperspektiven Abbildung vorstatten geht beziehungsweise simuliert werden kann. Der geometrisch ein-

fachste Fall einer photogrammetrischen Triangulation liegt vor, wenn zwei solche Aufnahmestrahlenbündel zur Verfügung stehen. Mit dem Schnitt entsprechender Strahlen können die räumlichen Orte der aufgenommenen Objektpunkte festgelegt werden. Somit ergeben sich im Einklang mit dem vorher gesagten, selbst wenn man die Elemente der inneren Orientierung als bekannt voraussetzt, für eine auf zwei Aufnahmen beruhende photogrammetrische Triangulation als Unbekannte  $U: 2 \times 6 + 3 \times n = 12 + 3n$ , wobei das erste Produkt sich auf die Elemente der äusseren Orientierung, das zweite Produkt sich auf die räumlichen Koordinaten der "n" in die Auswertung einbezogener Objektpunkte bezieht.

Es ist nun eine aus den Gesetzen der Euklidischen Geometrie herleitbare Tatsache, dass ein Teil der Orientierungsunbekannten aus der Schnittbedingung entsprechender Strahlen bestimmt werden kann. Eine eindeutige Lösung bezieht sich dabei auf  $n=5$  solcher Schnittpunkte. Daraus ergeben sich mit obigem Ausdruck für eine eindeutige Lösung  $12 + 3 \times 5 = 27$  Unbekannte. Da für jedes Photogramm pro Abbildung zwei Bildkoordinaten als Messgrössen auftreten und damit – wie später gezeigt werden wird – auch zwei unabhängige Bestimmungsgleichungen zur Verfügung stehen, erhält man pro Objektpunkt 4, das heisst für 5 derartige Punkte  $(5 \times 4) = 20$  Bestimmungsgleichungen. Daraus ist ersichtlich, dass das photogrammetrische, sich auf zwei Messbilder beziehende Triangulationsproblem mit 27 Unbekannten zu einem System von Gleichungen führt, das einen positiven Defekt vom Rang  $(27 - 20) = 7$  hat. Ähnliche Betrachtungen für photogrammetrische Triangulationen mit mehr als zwei Messbildern führen zu dem gleichen Resultat, nämlich dass jedes Gleichungssystem, das sich nur auf rein photogrammetrische Information aufbaut, immer und unabhängig vom Grade der Überbestimmung einen positiven Defekt vom Rang "7" aufweist. Die Grösse dieses Defektes, das heisst die Zahl "7" erlaubt eine einfache geometrische Erklärung. Das Ergebnis einer photogrammetrischen Triangulation ist ein Punkthaufen  $X$ , dessen Komponenten  $(X Y Z)_i$  sich auf ein dreidimensionales vorgegebenes Koordinatensystem beziehen. Ein solcher Bezugsrahmen ist durch drei Translationen und drei Rotationen festgelegt, wozu noch ein Massstabsfaktor kommt. Die quantitative Festlegung dieser sieben Grössen beeinflusst offensichtlich in keiner Weise den Informationsinhalt der aufgenommenen Messbilder. Anders ausgedrückt: Der Informationsinhalt einer Photographie ist invariant in bezug auf ein dem photographierten Objekt zugeordnetes Koordinatensystem. Umgekehrt können deshalb auch

diese sieben Grössen nicht aus den Messungen der Bildkoordinaten abgeleitet werden, sondern müssen von aussen her als zusätzliche Information eingeführt werden, eine Massnahme, die mathematisch ausgedrückt zur Defektbeseitigung eines sich nur auf rein photogrammetrische Messungen beziehenden Gleichungssystem führt.

Zur Vervollständigung dieser grundsätzlichen geometrischen Betrachtungen sei noch erwähnt, dass einem sich auf zwei Messbilder beziehenden Triangulationsergebnis beliebig viele weitere Messbilder zugeordnet werden können, solange jedes zusätzliche Messbild einen Teil des zuvor triangulierten Punkthaufens erfasst. Auf diesem Prinzip fassen die sogenannten photogrammetrischen Streifen- beziehungsweise Blocktriangulationsmethoden, das heisst die «photogrammetrische Mehrbildtriangulation».

Ganz allgemein ausgedrückt geht es also bei der Auswertung von photogrammetrischen Aufnahmen darum, eine bestimmte Anzahl von Punkten des zu vermessenden Objekts in einem vorgegebenen Koordinatensystem gemeinsam mit den Orten der Aufnahmen und deren Orientierungen zu bestimmen. Für diese Bestimmung stehen, abgesehen von einigen Kammerkalibrierungswerten, primär die Bildpunktkoordinaten der Objektpunkte auf den verschiedenen Messbildern zur Verfügung. Zusätzlich müssen unabhängig eine gewisse Anzahl von Objektpunktkoordinaten vorgegeben sein, nämlich mindestens so viele, als zur Defektbeseitigung der rein photogrammetrisch konzipierten Lösung nötig sind.

Darüber hinaus ist die Auswertung von photogrammetrischen Aufnahmen – sehen wir von Sonderfällen ab – durch die eingangs erwähnte hohe Informationsdichte gekennzeichnet. Das heisst, die Auswertemethode muss die Bestimmung von unmittelbar benachbarten Objektpunkten derart erlauben, dass in Praxis eine linienweise Auswertung möglich ist, wie zum Beispiel durch die Bestimmung von Linien, zusammengesetzt aus Punkten gleicher Geländehöhen. Gesteigert wird die Erfassung der die Photogrammetrie auszeichnende Informationsfülle durch die Ausnützung der Fähigkeit des Menschen, stereoskopische Eindrücke wahrzunehmen, wodurch die Korrelation zwischen dem Informationsinhalt von Photographien, das heisst die Identifizierung von entsprechenden Abbildungspunkten auf den verschiedenen Aufnahmen günstig beeinflusst wird, oder mit anderen Worten: die Messgenauigkeit wird gesteigert.

Man kann sich nun wohl unschwer vorstellen, dass das hier vornehmlich geometrisch interpretierte Auswerteproblem der Photogrammetrie durch ent-

sprechende algebraische Ausdrücke dargestellt werden kann, die ihrerseits als mathematische Modelle von bestimmten Auswertemethoden betrachtet werden können.

Grundsätzlich drängt sich als erster Schritt die algebraische Simulierung des Aufnahmestrahlenbündels auf. Dazu soll ein Bildkoordinatensystem in gewisser Abweichung von herkömmlichen Darstellungen als ein dreidimensionales Bezugssystem (xyz) derart eingeführt werden, dass die x,y-Achsen, definiert durch sogenannte Rahmenmarken, in der als Diapositiv angenommenen Abbildungsebene liegen und die z-Achse senkrecht zu dieser Ebene steht. In diesem System hat ein spezifischer Bildpunkt  $B_i$  die Koordinaten  $(x_i, y_i, 0)$  und das Projektionszentrum  $O$  die Koordinaten  $(x_0, y_0, c)$ , wobei  $c$  die Kammerkonstante bezeichnet und die Koordinaten  $x_0, y_0$  die Lage des herkömmlichen Hauptpunktes fixieren (Abb. 1). Verschiebt man diesen

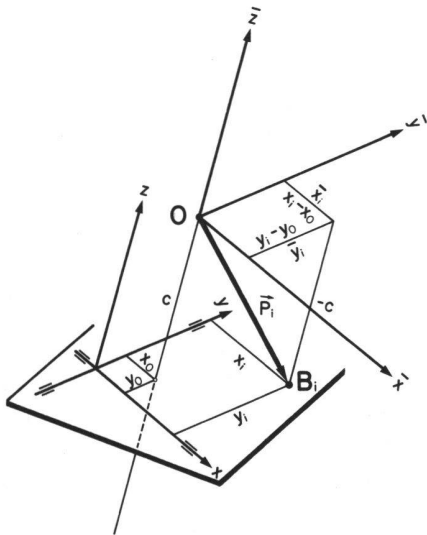


Abb. 1 Bild- und Kamera-Koordinatensysteme

Koordinatenrahmen raumparallel um  $x_0, y_0$  und  $c$ , so wird dessen Ursprung mit dem Projektionszentrum  $O$  zusammenfallen. Mit der Bezeichnung  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  stellt das translatierte Bildkoordinatensystem ein Kammerkoordinatensystem dar, worin jedem Bildpunkt  $B_i$  ein räumlicher Bildvektor  $\mathbf{p}_i$  zugeordnet ist, der (soweit man sich für diese Betrachtungen auf das Konzept der Zentralperspektive beschränkt) gegeben ist mit:

$$\mathbf{p}_i = \begin{pmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \\ -c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i - x_0 \\ y_i - y_0 \\ 0 - c \end{pmatrix} \quad (1)$$

(vgl. Abb. 1)

Die Gesamtheit der Bildvektoren stellt das dreidimensionale unorientierte Aufnahmestrahlenbündel dar, womit der eigentliche Prozess der Datenerhebung

durch die photographische Aufnahme simuliert wird. Für ein sich auf  $n$  Bildpunkte beziehendes Aufnahmestrahlenbündel ( $B_n$ ) gilt demnach:

$$B_n = \sum_{i=1}^n P_i \quad (2)$$

Das mathematische Modell eines spezifischen Abbildungsstrahles in be-

$$\mathbf{y}_i^T = \left( \underbrace{x_0 \ y_0 \ c}_{\text{Elemente der inneren Orientierung}} \ \underbrace{X_0 \ Y_0 \ Z_0 \ \phi \ \omega \ \kappa}_{\text{Elemente der äusseren Orientierung}} \ \underbrace{x_i \ y_i \ 0}_{\text{Die dem Objekt-}} \ \underbrace{X_i \ Y_i \ Z_i}_{\text{entsprechenden Bild-}} \ \underbrace{\lambda_i}_{\text{koordinaten}} \right)$$

Die dem Objekt-  
entsprechenden Bild-  
koordinaten

Räumliche  
Koordinaten des Ob-  
jektpunk-  
tes  $P_i$

Massstabfaktor

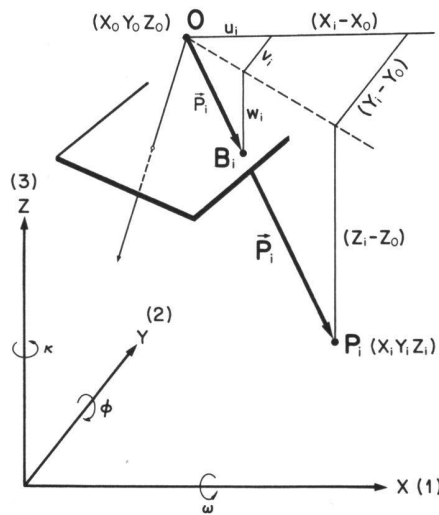


Abb. 2 Komponentendarstellung der Kollinearitätsbedingung im Vermessungssystem (XYZ)

Dabei beziehen sich – wie bereits erwähnt – die Bildkoordinaten  $x_i, y_i, 0$  sowie die Koordinaten  $x_0, y_0, c$  des Projektionszentrums auf das Bildkoordinatensystem, während die Ortskoordinaten  $(X_i, Y_i, Z_i)$  des Objektpunktes  $P_i$  zum Vermessungskoordinatensystem gehören. Drei Richtungsparameter (hier gemäss Fig. 2 mit den Grössen  $\Phi, \omega, \kappa$  eingeführt) setzen die Orientierung des Bild- (xyz) beziehungsweise des Kammerkoordinatensystems  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  in Beziehung zur Orientierung des Vermessungssystems (XYZ) oder auch umgekehrt. Der Massstabfaktor  $\lambda_i$  drückt das Verhältnis zwischen der Länge des Objektvektors  $\mathbf{P}_i$  und des Bildvektors  $\mathbf{p}_i$  aus. Also ist

$$\lambda_i = \frac{|\mathbf{P}_i|}{|\mathbf{p}_i|} \quad (\text{vgl. Abb. 2})$$

Dem Gleichungssystem (3) liegt die Bedingung der Kollinearität dreier Punkte zugrunde. Es müssen nämlich der Ob-

zug auf das der Vermessung zu Grunde liegenden Koordinatensystems (X Y Z) soll mit  $\mathbf{F}(\mathbf{y})=0$  (3) bezeichnet werden. Mit den zum grössten Teil zuvor eingeführten Benennungen enthält der  $\mathbf{y}$ -Vektor in bezug auf den Objektpunkt  $P_i$  die folgenden Parameter:

$$\mathbf{y}_i^T = \left( \underbrace{x_i \ y_i \ 0}_{\text{Die dem Objekt-}} \ \underbrace{X_i \ Y_i \ Z_i}_{\text{entsprechenden Bild-}} \ \underbrace{\lambda_i}_{\text{koordinaten}} \right)$$

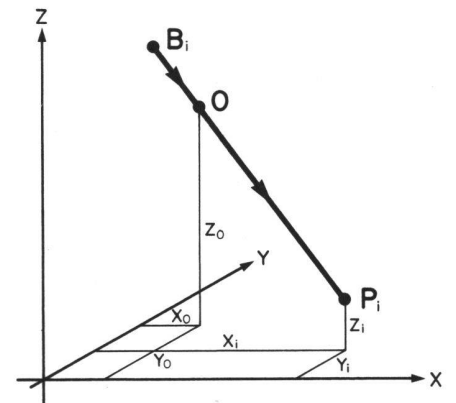


Abb. 3 Das Modell der Kollinearitätsbedingung

jektpunkt  $P_i$ , das Projektionszentrum  $O$  und der Bildpunkt  $B_i$  auf einem idealisierten Strahl zu liegen kommen (vergleiche Abb. 3). Gelingt es also, eine derartige algebraische Beziehung zwischen den als Zielfunktion der Vermessung angestrebten Objektpunktkoordinaten  $(X_i, Y_i, Z_i)$  und den entsprechenden Bildpunktkoordinaten  $(x_i, y_i, 0)$  aufzustellen, so erhält man damit das mathematische Modell der Kollinearitätsbedingung. Die entsprechenden einfachen Ausdrücke sind:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{D}_{\phi\omega\kappa} \begin{pmatrix} X_i - X_0 \\ Y_i - Y_0 \\ Z_i - Z_0 \end{pmatrix} \cdot \lambda_i + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ c \end{pmatrix}$$

wobei

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (4)$$

eine orthogonale Drehmatrix ist, wie sie aus der Folge von drei aufeinanderfolgenden Rotationen ( $\mathbf{R}$ ) um die Achsen des XYZ-Systems hervorgeht (vergleiche Abb. 2)

**D=R''' R'' R'**

Die Indizes bezeichnen die Reihenfolge der Drehungen

Die Gleichungen (4) können, ohne dass sich die geometrische Aussage ändert, auch umgestellt werden in die Form:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \mathbf{D}^T_{\phi\omega\kappa} \begin{pmatrix} x_i - x_0 \\ y_i - y_0 \\ 0 - c \end{pmatrix} \cdot \lambda_i^* + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix}$$

wobei  $\lambda_i^* = \lambda_i^{-1}$  (5)

Eine Betrachtung der Gleichungen (4) beziehungsweise (5) zeigt, dass das

Aus (4) 
$$-c \frac{r_{11}(X_i - X_0) + r_{12}(Y_i - Y_0) + r_{13}(Z_i - Z_0)}{r_{31}(X_i - X_0) + r_{32}(Y_i - Y_0) + r_{33}(Z_i - Z_0)} + x_0 - x_i = 0$$

und 
$$-c \frac{r_{21}(X_i - X_0) + r_{22}(Y_i - Y_0) + r_{23}(Z_i - Z_0)}{r_{31}(X_i - X_0) + r_{32}(Y_i - Y_0) + r_{33}(Z_i - Z_0)} + y_0 - y_i = 0$$
 (6)

oder aus (5) 
$$(Z_i - Z_0) \frac{r_{11}(x_i - x_0) + r_{21}(y_i - y_0) - r_{31}c}{r_{13}(x_i - x_0) + r_{23}(y_i - y_0) - r_{33}c} + x_0 - x_i = 0$$

und 
$$(Z_i - Z_0) \frac{r_{12}(x_i - x_0) + r_{22}(y_i - y_0) - r_{32}c}{r_{13}(x_i - x_0) + r_{23}(y_i - y_0) - r_{33}c} + y_0 - y_i = 0$$
 (7)

Das mit den Bestimmungsgleichungen (6) oder (7) ausgedrückte mathematische Modell (3) führt zur einfachsten und universell anwendbaren photogrammetrischen Auswertungsmethode. Eine detaillierte Beschreibung wurde in [1] gegeben. Die dort beschriebene Lösung beruht auf der Quintessenz, dass die Ausführung einer photogrammetrischen Aufnahme ein autarker Prozess ist, das heisst, dass der Informationsinhalt einer Photographie in keiner Weise von der Tatsache beeinflusst wird, dass ein spezifisches Objekt noch ein zweites Mal oder auch mehrfach vom gleichen oder anderen Standpunkten aus photographisch aufgenommen wurde. Daraus ergibt sich logischerweise die Möglichkeit, die Gesamtauswertung, im Sinne des Baukastenprinzips, durch ein Nacheinander-Zusammensetzen der aus den einzelnen Messbildern abgeleiteten Information auszuführen. Da, wie anfänglich ausgeführt und mit Formel (2) angegeben, das einzelne Strahlenbündel, das heisst also, das einzelne Messbild, durch die Summe der einzelnen Bildvektoren

grundsätzliche mathematische Modell der Photogrammetrie – der Einzelstrahl – nichts anderes als eine räumliche Koordinatentransformation mit zwei Translationen darstellt (vergleiche zum Beispiel [2]). Der einzige Unterschied besteht in der Tatsache, dass die bei der üblichen Koordinatentransformation auftretende Massstabsmatrix für alle Punkttransformationen dieselbe Grösse ist, während der entsprechende Parameter  $\lambda_i$  in der Kollinearitätsbedingung spezifisch für jeden Strahl auftritt. Aus diesem Grunde ist es üblich, aus den Gleichungen (4) beziehungsweise (5) den Massstabsfaktor  $\lambda_i$  auf Kosten einer Bestimmungsgleichung zu eliminieren. Das Resultat sind die bekannten zwei Bestimmungsgleichungen des Kollinearitätsmodelles.

simuliert werden kann, so besteht schlussendlich die Möglichkeit, die Gesamtauswertung für jede denkbare photogrammetrische Messung durch den summarischen Beitrag der in einer derartigen Messanordnung vorkommenden beziehungsweise interessierenden Einzelstrahlen darzustellen. Für ein, einer photogrammetrischen Triangulation mit m Messbildern und n Objektpunkten entsprechendes Gleichungssystem gilt somit:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} \mathbf{F}(\mathbf{y})_{ij} = \mathbf{0}$$
 (8)

wobei  $n_j$  die Anzahl der auf einem spezifischen Photogramm "j" vorkommenden Bildpunkte bezeichnet.

Offensichtlich werden so viele Einzelstrahlen von der Form  $\mathbf{F}(\mathbf{y}) = \mathbf{0}$  im Gesamtsystem der Auswertung auftreten,

als Bildpunkte der in die Auswertung einbezogenen n-Objektpunkte vorhanden sind. Eine mehr ins einzelne gehende Darstellung des Potentials des Kollinearitätsmodells wird später erfolgen. Zunächst soll nun das mathematische Modell der Analog-Auswertung beschrieben werden.

Auf Grund der sich auf die Grundlagen der Photogrammetrie beziehenden – und sich hauptsächlich auf Vorstellungen der Darstellenden Geometrie stützenden Arbeiten von Sebastian Finsterwalder (um die Jahrhundertwende Professor für Darstellende Geometrie an der Universität München) waren sich die Pioniere der praktischen Photogrammetrie über die geometrisch-algebraische Interpretation der photogrammetrischen Messmethode beziehungsweise deren Auswertung in den wesentlichen Punkten im klaren. Kurz nach 1920 veröffentlichte zum Beispiel Huggershoff in einem zusammen mit dem Nestor der Ballistik, Prof. Cranz, herausgegebenen Buch über «Ballistik» ein auf strenger Ausgleichung beruhendes Verfahren über den photogrammetrischen räumlichen Rückwärtseinschnitt, ein Problem, das in der USA etwas später von Prof. Church ähnlich behandelt wurde. Ein Studium dieser Anfänge der digitalen Auswertung in der Photogrammetrie – wir wollen hier davon absehen, dass die über die Bildstrahlenpyramide erhaltene Modellvorstellung zu einer unnötig komplizierten Form der entsprechenden Beobachtungsgleichungen führte – zeigt jedoch ganz überzeugend, dass eine Lösung des allgemeinen Auswerteproblems in ökonomischer Hinsicht völlig ausserhalb des Rechenpotentials der zu jener Zeit einzig zur Verfügung stehenden Logarithmentafel lag, ganz abgesehen von dem Problem, etwaige erhaltene numerische Resultate ökonomisch in graphische Darstellungen umzusetzen.

Es liegt nun gedanklich nahe, muss man das Problem der photogrammetrischen Auswertung durch eine analoge Methode lösen, die dabei nötige Simulation durch die Umkehrung des photographischen Aufnahmeprozesses anzustreben. Nach der Wiederherstellung der Geometrie des Aufnahmestrahlenbündels, entweder durch optische oder optisch-mechanische Projektion, ist nach dem Vorhergesagten das Problem der photogrammetrischen Triangulation mit der Ortung dieser Bündel gelöst. Das heisst, bringt man die Projektionszentren relativ zum Objekt an die gleichen Orte, welche diese bei der Aufnahme innehatten, und orientiert man, das heisst, positioniert man die rekonstruierten Aufnahmestrahlenbündel entsprechend der Aufnahmegeometrie, so werden entsprechende Strahlen, die bei der Aufnahme von spezifischen Objektpunkten ausgingen, sich auch wieder

am Ort dieser Objektpunkte schneiden. Die Gesamtheit aller Schnittpunkte führt bekanntlich zum Modell. Das Ergebnis der Messung liegt mit der Abtastung dieses Modells vor, entweder klassisch in Form einer graphischen Darstellung, wie wir sie zum Beispiel mit dem Inhalt einer topographischen Karte kennen, oder als Vorläufer einer digitalen Auswertung in Form von an Skalen ablesbarer Modellkoordinaten. Das charakteristische Merkmal der Analogauswertung ist in der Tatsache zu sehen, dass die in-

strumentelle Simulierung der eben beschriebenen Auswertidee auf der gleichzeitigen Behandlung von Paaren homologer Strahlen beruht. Algebraisch erhält man eine entsprechende Darstellung mit der Anwendung der Kollinearitätsbedingung für beide unter Betracht stehenden Abbildungsstrahlen. Führt man im Einklang mit Abb. 2 die sich orientierungsmässig auf das Vermessungssystem beziehenden Hilfsunbekannten  $u_i, v_i, w_i$  für die Darstellung des Bildvektors  $\mathbf{p}_i$  ein, also

$$\mathbf{P}_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix}, \text{ so erhält man aus (5) und } \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} = \mathbf{D}^T \begin{pmatrix} x_i - x_0 \\ y_i - y_0 \\ 0 - c \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{i1} \\ v_{i1} \\ w_{i1} \end{pmatrix} \cdot \lambda_{i1} + \begin{pmatrix} X_{O1} \\ Y_{O1} \\ Z_{O1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{i2} \\ v_{i2} \\ w_{i2} \end{pmatrix} \cdot \lambda_{i2} + \begin{pmatrix} X_{O2} \\ Y_{O2} \\ Z_{O2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} \quad (10)$$

Die Indizes 1 und 2 beziehen sich auf die zwei unter Betrachtung stehenden Aufnahmen.

Für die analoge Auswertungsmethode ist es nun typisch, dass der Ort des zu triangulierenden Objektpunktes nur implizit über den Schnittpunkt entsprechender Strahlen auftritt. Dies hat zur Folge, dass die spezifischen  $X_i, Y_i, Z_i$ -Koordinaten im mathematischen Modell nicht auftreten dürfen. Im Ausdruck (9) ergibt sich deren Eliminierung von

selbst, wenn man sich nur auf die inneren Teile des Systems (9) bezieht, wie durch die Klammer (10) angegeben. Nach der weiteren Eliminierung der Massstabsfaktoren  $\lambda_{i1}$  und  $\lambda_{i2}$  aus den drei verbleibenden Gleichungen durch einfache Substitutionen verbleibt als mathematisches Modell eine Bestimmungsgleichung  $\mathbf{F}(\mathbf{y})=0$ . Der entsprechende algebraische Ausdruck hat folgenden Aufbau:

$$(X_{O2} - X_{O1})(v_1 w_2 - v_2 w_1) + (Y_{O2} - Y_{O1})(u_2 w_1 - u_1 w_2) + (Z_{O2} - Z_{O1})(u_1 v_2 - u_2 v_1) = 0 \quad (11)$$

Dieser Ausdruck entspricht der Koplanaritätsbedingung für die beiden Projektionszentren  $O_1$  und  $O_2$  und den, den homologen Strahlen entsprechenden Bildpunkten  $B_{i1}$  und  $B_{i2}$  (vergleiche Abb. 4). Herkömmlich wird die Formel (11) bekanntlich abgeleitet, indem man den

Ausdruck für den Inhalt eines durch die Ortskoordinaten der Eckpunkte gegebenen Tetraeders gleich Null setzt, was der Koplanaritätsbedingung dieser 4 Punkte entspricht. Mit den eingeführten Bezeichnungen erhält man:

$$\begin{vmatrix} X_{O1} & Y_{O1} & Z_{O1} & 1 \\ X_{O2} & Y_{O2} & Z_{O2} & 1 \\ (X_{O1} + u_1) & (Y_{O1} + v_1) & (Z_{O1} + w_1) & 1 \\ (X_{O2} + u_2) & (Y_{O2} + v_2) & (Z_{O2} + w_2) & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (12)$$

Die aufgelöste Determinante des Ausdrucks (12) führt auf die Gleichung (11), die das mathematische Modell

$\mathbf{F}(\mathbf{y})=0$  der Koplanaritätsbedingung darstellt. Der  $\mathbf{y}$ -Vektor enthält die folgenden Parameter:

$$\mathbf{y}^T = (X_{O1}, Y_{O1}, Z_{O1}, \phi_1, \omega_1, \kappa_1, X_{O2}, Y_{O2}, Z_{O2}, \phi_2, \omega_2, \kappa_2, x_{i1}, y_{i1}, x_{i2}, y_{i2}, x_0, y_0, c) \quad (13)$$

Die weitere Behandlung der aufgeworfenen Problematik soll nun durch eine Diskussion, verbunden mit einer Gegenüberstellung der beiden mathematischen Modelle, wie sie der Kollinearitäts- beziehungsweise der Koplanaritätsbedingung entsprechen, fortgeführt werden.

Dabei soll von der zuvor erwähnten Tatsache ausgegangen werden, dass ein Satz von Bestimmungsgleichungen, der sich nur auf rein photogrammetrische Information stützt, über die entsprechenden linearisierten Beobachtungsgleichungen unabhängig von der Form des zur Anwendung kommenden mathematischen Modells immer auf ein singuläres Normalgleichungssystem führt, dessen positiver Defekt vom Rang sieben ist.

Da diese Gegebenheit von grundsätzlicher Bedeutung ist, sollen zunächst einige diesbezügliche, allgemein gehaltene Bemerkungen beigefügt werden. Bezeichnet man das Normalgleichungssystem, wie es sich auf Grund einer spezifischen Modellvorstellung ergibt, mit:

$$\mathbf{N}_{FN} \cdot \Delta = \mathbf{w} \quad (14)$$

dann bezieht sich der  $\Delta$ -Vektor auf die im Modell vorkommenden freien Variablen, das heisst üblich, auf alle Parameter ausser den Messgrössen. Um das singuläre System  $\mathbf{N}_{FN}$  invertierbar zu machen, muss, wie schon mehrmals erwähnt, durch die Einführung von Stützwerten zumindest der Defekt des Systems beseitigt werden. Dies kann offensichtlich nur dadurch geschehen, dass man die von aussen einzuführende zusätzliche Information in Form von gewissen Funktionen einer Anzahl der  $\Delta$ -Werte einführt, also durch zusätzliche Gleichungen von der Form  $\mathbf{C}\Delta = \mathbf{w}_c$ , die in das System (14) einbezogen werden müssen. Die damit angesprochene Problematik berührt grundsätzlich das Problem der Lagerung des freien Netzes. Bei einer mehr ins Detail gehenden Analyse dieses Problems, zeigt sich dessen fundamentale Bedeutung auch für die

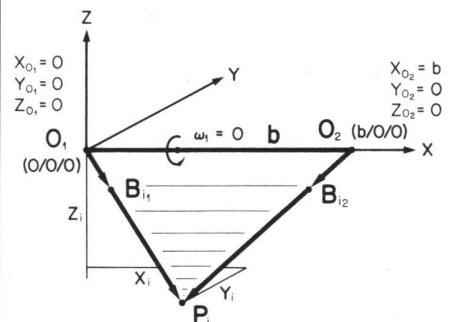


Abb. 4 Das Modell der Koplanaritätsbedingung

\* FN steht für «freies Netz»

digitale Auswertung von photogrammetrischen Messanordnungen. Hier soll nur darauf hingewiesen werden, dass spezifische Stützinformation nur dann eingeführt werden kann, wenn die entsprechenden Parameter im Normalgleichungssystem vorhanden sind, also nicht bei der Aufstellung eines spezifischen mathematischen Modells algebraisch eliminiert wurden. Auf Grund dieser Sachlage lässt sich ein erster Schluss in bezug auf die Anwendbarkeit der beiden zuvor abgeleiteten Auswertemodelle ziehen. Selbst wenn man bereit wäre, die im Vergleich zur Kollinearitätsbedingung viel aufwendigere Koplariitätsbedingung als mathematisches Modell für eine Auswertung zu benutzen, ist eine direkte Lösung in bezug auf den Punkthaufen  $\mathbf{X}$  verunmöglicht, da ja im Koplariitätsmodell die  $X_i, Y_i, Z_i$  Koordinaten algebraisch eliminiert wurden und eine entsprechende Defektbeseitigung, also die Einführung des der Vermessung zu Grunde liegenden Koordinatensystems und Massstabs zunächst unmöglich ist. Dagegen kann die Defektbeseitigung bei der auf der Kollinearitätsbedingung fussenden Auswertung uneingeschränkt erfolgen, das heisst in bezug auf vorgegebene Elemente der äusseren Orientierungen oder in bezug auf Objektpunktkoordinaten wie auch in bezug auf die verschiedensten Kombinationen beider Informationsgruppen, solange, als die von aussen zur Verfügung gestellten Parameter (es können zumindest gedanklich auch Funktionen derartiger Grössen sein) der Forderung nach Festlegung eines räumlichen Bezugsrahmens und einer Massstabseinführung gerecht werden. Dagegen ist bei der auf dem Koplariitätsmodell aufbauenden Auswertemethode die Möglichkeit der Defektbeseitigung auf die Verwendung der Elemente der äusseren Orientierungen beschränkt (vergleiche Abb. 4). Da das Triangulationsresultat in seiner grundsätzlichen Bedeutung immer in bezug auf den durch die Defektbeseitigung eingeführten Koordinatenrahmen und entsprechenden Massstab erhalten wird, folgt aus der geschilderten Situation, dass das Kollinearitätsmodell eine direkte Lösung im Sinne des kundenseitig gewünschten Bezugssystems ermöglicht, während das Koplariitätsmodell zunächst ein Triangulationsergebnis (Modell)  $\mathbf{x}$  liefert, das sich auf einen in bezug auf die Elemente der äusseren Orientierung eingeführten Bezugsrahmen bezieht. Da diese Lösung nur in den seltensten Fällen von Interesse ist, folgt allgemein die Notwendigkeit einer räumlichen Koordinatentransformation des Punkthaufens  $\mathbf{x}$  in den Punkthaufen  $\mathbf{X}$ . Also  $\mathbf{X}=\mathbf{T}(\mathbf{x})$ . Dieser Schritt entspricht in der klassischen Analog-Auswertung der sogenannten absoluten Orientierung.

In bezug auf die fundamentale Operation der Defektbeseitigung, gedeutet als die sich unbedingt nötig machende Einführung eines Koordinatenrahmens mit Massstabsbereitstellung, ist der oben

gegebene Vergleich zwischen den beiden mathematischen Modellen im folgenden Schema nochmals dargestellt (Abb. 5).

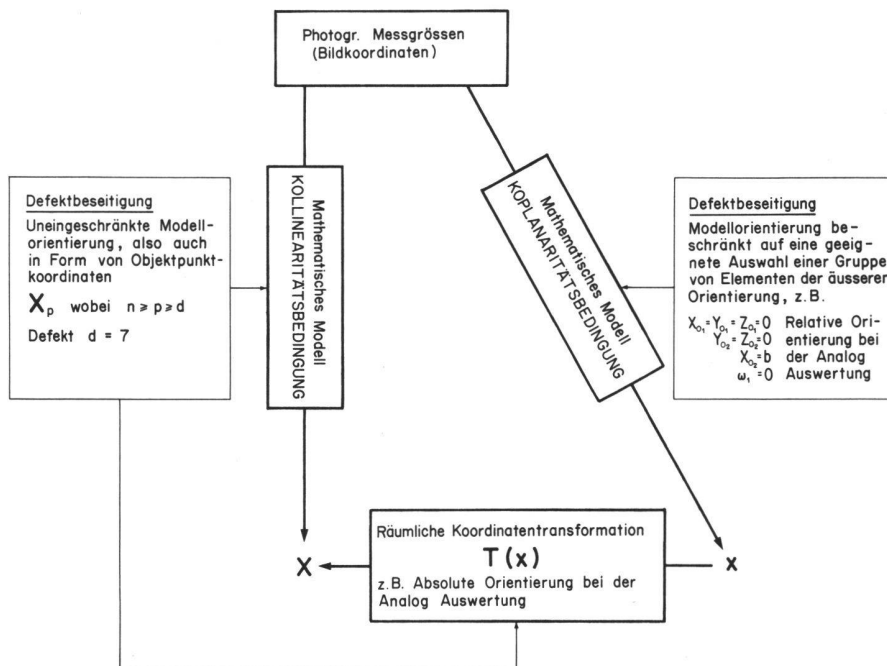


Abb. 5 Schematische Darstellung des Auswertevorganges bei der Verwendung der Kollinearitäts- beziehungsweise der Koplariitätsbedingung

Der bereits in dieser schematischen Darstellung zum Ausdruck kommende Vorteil der digitalen Lösung liegt in der Einfachheit der Auswertephilosophie. Dieser Vorteil wird um so sichtbarer, als wir uns nochmals den zu den beiden Lösungen gehörigen algebraischen Ausdrücken zuwenden.

Betrachten wir zunächst die herkömmliche Analogauswertung, die sich, wie aus dem zuvor gesagten hervorgeht, auf das Koplariitätsmodell abstützt. Ein wesentliches Merkmal dieser Lösungstechnik ist eine Forderung, die sich aus den bedienungstechnisch begrenzten Möglichkeiten der Auswertegeräte ergibt. Die Bestimmung der Orientierung muss durch eine schrittweise Wegstellung von mindestens fünf, über das Gesamtmodell verteilter Y-Parallaxen ausgeführt werden. Dabei beeinflussen die entsprechenden Bedienungsmassnahmen nicht allein das unter Betrachtung stehende Strahlenpaar, sondern jede Orientierungsbewegung bezieht sich auf das gesamte entsprechende Aufnahmebündel, das als Operationseinheit wirksam wird.

In bezug auf die geometrische Interpretation dieses Orientierungsvorganges wäre seine Klassifizierung als «Bündelmethode» sehr zutreffend. Jedenfalls wäre eine solche Bezeichnung für die Technik der Analogorientierung viel sinnvoller als die heute gebräuchliche Verwendung dieses Wortes bei der

numerischen Auswertung, die sich im Einklang mit der Kollinearitätsbedingung auf den einzelnen Strahl und *nicht* auf das Bündel als Operationseinheit stützt. Gerade mit der Vereinfachung des mathematischen Modells der Auswertung auf den «Einzelstrahl» wird ja die Vielseitigkeit der Anwendung dieses Modells ermöglicht, weil dadurch die Anpassungsfähigkeit des Auswertepinzips an die verschiedensten Abbildungsgeometrien möglich wird.

Die Orientierungstechnik an den Analogauswertegeräten setzt eine ganz bestimmte Art der Defektbeseitigung voraus. Es muss nämlich durch geeignete Auswahl der von aussen zur Defektbeseitigung einzuführenden Parameter in der Gleichung (11), das heisst also im allgemeinen Ausdruck der Koplariität, eine Vereinfachung derart erzielt werden, dass sowohl das zweite als auch das dritte Glied zu Null werden. Das heisst die Koordinatendifferenzen (Basiskomponenten)  $(Y_{02}-Y_{01})$  und  $(Z_{02}-Z_{01})$  müssen durch geeignete Lagerung des Bezugsrahmens beide zu Null gemacht werden (vergleiche Abb. 4). Dann verbleibt der Ausdruck

$$(X_{02}-X_{01})(v_1w_2-v_2w_1)=0 \quad \text{oder da}$$

$$(X_{02}-X_{01})=b \neq 0,$$

$$\frac{v_1}{w_2} = \frac{v_2}{w_1}$$

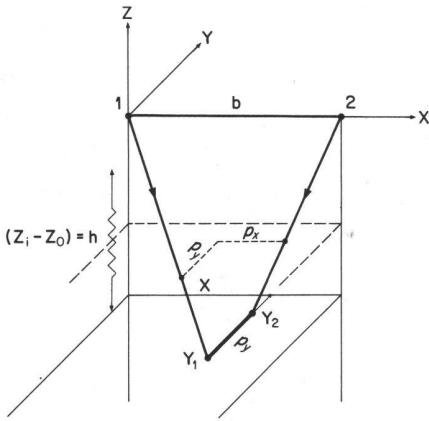


Abb. 6 Die Geometrie der Y-Parallaxe

eine Gleichung, die unter der Annahme von annähernd senkrechten Aufnahmen zur wohlbekannteren Strahlenschnittbedingung  $Y_1 \equiv Y_2$  führt. Anhand von Abb. 6 liest man dafür ab:  $Y = Y_1 + \Delta Y_1 = Y_2 + \Delta Y_2$  oder  $Y_1 - Y_2 = \Delta Y_2 - \Delta Y_1 = p_y$ . Das Orientierungsverfahren beruht also auf dem Wegstellen von  $p_y$ -Parallaxen.

Die oben angesprochene Defektbeseitigung wird in Praxis mit der Einführung eines Maschinenkoordinatensystems erreicht. Dabei gilt  $X_{01} = Y_{01} = Z_{01} = Y_{02} = Z_{02} = 0$  und  $X_{02} = b$ . Als siebenter Parameter wird meistens durch  $\omega_1 = 0$  die räumliche Lage des Bezugssystems fixiert. Für den sogenannten Folgebildanschluss gilt für die Festlegung des Bezugsrahmens

$$X_{01} = Y_{01} = Z_{01} = \varphi_1 = \omega_1 = \kappa_1 = 0$$

und  $X_{02} = b_x$ , woraus im Hinblick auf die erwähnte grundsätzliche Forderung nach  $(Y_{02} - Y_{01}) = (Z_{02} - Z_{01}) = 0$  folgt, dass die Basiskomponenten  $b_y$  und  $b_z$  nur

$$p_y = h \left( 1 + \frac{Y^2}{Z^2} \right) \Delta \omega_2 + \frac{(X-b)Y}{Z} \Delta \phi_2 - \frac{XY}{Z} \Delta \phi_1 + (X-b) \Delta \kappa_2 - X \Delta \kappa_1$$

Dieses methodische Detail ist hier so eingehend erwähnt, weil gezeigt werden sollte, dass beim von Gruberschen Standard-Orientierungsverfahren, das über 50 Jahre der Analogauswertung dient, diese Differenzierung von der Annahme normal angeordneter (Senkrecht-) Aufnahmen ausgeht. Weiterhin wird dabei die Lösung nur durch die Erfüllung der Forderung ermöglicht, dass die Y-Parallaxenbeseitigung an speziell ausgewählten, der H-Anordnung entsprechenden Punkten geschieht (Abb. 7 und 8).

Nur unter diesen Voraussetzungen ergibt sich das bekannte Gleichungssystem (15)

Aus den auftretenden Koeffizienten ersieht man ausserdem, dass dieses Verfahren streng nur für ebenes Gelände (h für alle Punkte gleich gross) Gültigkeit hat.

Tatsächlich müssen bei gebirgigem Gelände Spezialverfahren angewendet werden. In extremen Fällen ist die Konvergenz des Verfahrens in Frage gestellt.

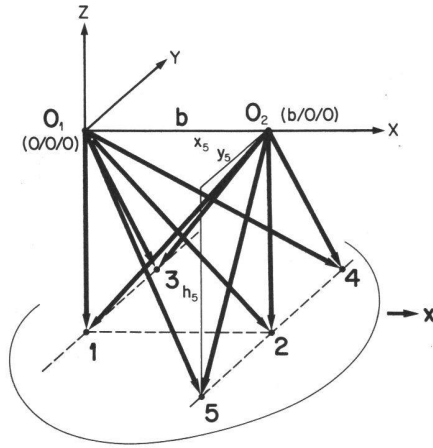


Abb. 7 Die räumliche Geometrie der von Gruberschen Analogmethode

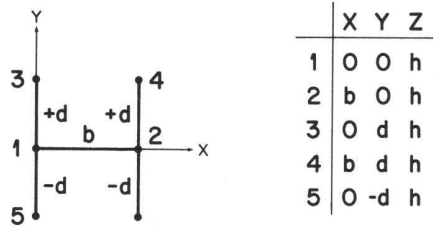


Abb. 8 Die von Gruberschen H-Figur

klein im differentialgeometrischen Sinne sein dürfen.

Der Ausdruck für  $\Delta Y$ , aus dem man die Gleichung für die  $p_y$  bildet, erhält man durch die Differenzierung der zweiten Gleichung von (7) nach den restlichen Elementen der äusseren Orientierung, also im ersten Fall nach den Orientierungsgrössen  $\varphi_1, \kappa_1$  und  $\varphi_2, \omega_2, \kappa_2$ , im zweiten Fall nach den Parametern  $Y_{02}, Z_{02}, \varphi_2, \omega_2, \kappa_2$ .

Die wohlbekannte Gleichung für die  $p_y$ -Parallaxe ist für den ersten Fall:

$\Delta \kappa_2$	$\Delta \kappa_1$	$\Delta \phi_2$	$\Delta \phi_1$	$\Delta \omega_2$	$p_y$
-b	0	0	0	h	$p_1$
0	-b	0	0	h	$p_2$
-b	0	$-\frac{bd}{h}$	0	$h + \frac{d^2}{h}$	$p_3$
0	-b	0	$-\frac{bd}{h}$	$h + \frac{d^2}{h}$	$p_4$
-b	0	$+\frac{bd}{h}$	0	$h + \frac{d^2}{h}$	$p_5$

Für die praktische Anwendung der Analogmethode sind die instrumentell bedingten Einschränkungen wahrscheinlich noch bedeutungsvoller. Einmal sind die Bereiche der Drehungen an den Auswertegeräten umso mehr begrenzt, je höher die angestrebte Präzision der mechanisch-optischen Simulierungskomponenten ist. Beschränkt ist ausserdem der Bereich der Aufnahmeobjektivbrennweiten, die zum Vorgang der Bündelsimulation eingestellt werden können. Schliesslich unterliegt das Verhält-

nis von Aufnahmebrennweite und Auswertentfernung, also der Massstab des im Auswertegerät einstellbaren Objektmodells, einschneidenden Beschränkungen, nicht zuletzt durch die Grösse der einstellbaren Basislänge.

Im Normalfall kann das System (15) dank der erhaltenen Form der Koeffizienten und deren Anordnung schrittweise aufgelöst werden, wozu allerdings, wie bekannt, theoretisch zwei, in der Praxis mehrere Konvergenzschleifen nötig sind. Dieser Auswerteschritt wird üblicherweise mit dem Begriff der «relativen» oder «gegenseitigen» Orientierung bezeichnet und in wohl allen Lehrbüchern dementsprechend mit der «Herstellung der gegenseitigen Lage der beiden Strahlenbündel zueinander» erklärt. Eine Betrachtung der entsprechenden Gleichungen (15) oder der im mathematischen Modell der Koplanaritätsbedingung auftretenden Unbekannten (13) zeigt, dass die zu bestimmenden Rotationsgrössen ( $\varphi, \omega, \kappa$ ) beziehungsweise Translationsparameter ( $b_y, b_z$ ) sich als absolute Orientierungsgrössen auf den zur Defektbeseitigung eingeführten Koordinatenrahmen und nicht auf die Geometrie des anderen Bündels beziehen. Es handelt sich also grundsätzlich nicht um die Bestimmung der gegenseitigen Lage der beiden Strahlenbündel zueinander, sondern um die Bestimmung der Lage beider Bündel relativ zu einem Bezugsrahmen, in diesem Fall zum vorerwähnten Maschinenkoordinatensystem. Beim Auswerteverfahren an Analog-Geräten ist die geometrisch-algebraische Interpretation dieses Vorgangs ohne Einfluss auf die praktische Ausführung, die in einer nach «Kochrezept» vorgeschriebenen Sequenz von operativen Massnahmen besteht, die den Zweck haben, gewisse  $p_y$ -Parallaxen zu beseitigen.

Für einen Vergleich der mathematischen Modelle, wie sie entweder auf der Kollinearitäts- beziehungsweise der Koplanaritätsbedingung beruhen, sollte man sich jedoch einer vom geometrischen Inhalt her korrekten Vorstellung bedienen.

Bezeichnet man das Ergebnis der sogenannten gegenseitigen Orientierung als Punkthaufen  $\mathbf{x}$ , so muss, wie bereits erwähnt, das angestrebte Resultat der Vermessung der Punkthaufen  $\mathbf{X}$  aus einer räumlichen Koordinatentransformation mit Massstabsanpassung erhalten werden, also  $\mathbf{X} = T(\mathbf{x})$ , wobei die Parameter der Transformation T aus drei Translationen, drei Rotationen und einem Massstabsfaktor bestehen, sich also aus jenen sieben Parametern zusammensetzen, die wir eingangs unserer Betrachtung als die zur Defektbeseitigung grundsätzlich nötigen Parameter einer jeden photogrammetrischen Triangulationslösung erkannt hatten.



Dass diese zweite Operation – die sogenannte absolute Orientierung, je nach Typ des Auswertegerätes – den Vorgang des ersten Schrittes, der relativen Orientierung, bisweilen stört, wenn nicht zerstört, sei am Rande bemerkt.

Alle sich in den vorhergehenden Worten ausdrückenden Beschränkungen werden bei der digitalen Auswertung ausgeschaltet, wobei sich bei zentralperspektiver Abbildung das mathematische Modell, wie vorher demonstriert, auf eine im Vergleich mit der Analogmethode bedeutend einfachere algebraische Formulierung, nämlich auf die Kollinearitätsbedingung stützt. Dadurch wird der Einzelstrahl, der elementarste Baustein des simulierten Aufnahmevorgangs, nachgebildet. Damit können offensichtlich alle überhaupt denkbaren photogrammetrischen Messanordnungen ausgewertet werden; angefangen beim Einzelbild mit dem verallgemeinerten räumlichen Rückwärtseinschnitt, Kammerkalibrierung, numerische Entzerrung in klassischer Sicht als auch Differentialentzerrung, das Zweibildmodell, sei es auf den Fall der Luftphotogrammetrie oder der terrestrischen Anwendung bezogen, bis zum Fall der Mehrbildtriangulation, wie sie im allgemeinen der Streifen- oder der Blocktriangulation entspricht. Dabei können sich die geometrisch bedingten Strahlenverknüpfungen auf paarweise, dreifache oder mehrfache Strahlenschnitte beziehen. Auch können Einzelstrahlen einbezogen werden, vorausgesetzt, dass genügend quantitative Information über die entsprechenden Objektkoordinaten zur Verfügung steht. Von fundamentaler Bedeutung ist dabei die Tatsache, dass nur die digitale Auswertung den Prozess der Verarbeitung von überschüssigen Messungen im Sinne einer Ausgleichung gestattet. In dieser Hinsicht entbehrt die Situation, wie sie bei der Analogauswertung besteht, nicht einer gewissen Ironie. Auf der einen Seite ist die Datenerhebung bei der Photogrammetrie, wie anfänglich erwähnt, durch eine extrem grosse Informationsbreite gekennzeichnet, die Analogauswertung dagegen stützt sich sowohl bei der relativen als auch absoluten Orientierung praktisch auf die eindeutige Lösung, wobei höchstens die Widersprüche, wie sie durch minimale zusätzliche Information hervorgerufen werden, operateur-seitig im Sinne einer subjektiven Verteilung beziehungsweise einer Verquetschung behandelt werden.

In der Annahme, dass das bisher gesagte, vor allem die Gegenüberstellung der Prinzipien der Analog- und der Digital-Auswertung zum Ausdruck gebracht hat, dass es sich bei der letzteren nicht etwa nur um den Abtausch einiger analog arbeitender Komponenten durch digitale Lösungen handelt, sondern dass

mit der Bereitstellung von elektronischem Rechenpotential, angemessen in bezug auf Kapazität, Stellenzahl und Schnelligkeit, die photogrammetrische Messmethode in bezug auf die Universalität der Anwendung wie auch in Hinsicht gesteigerter Genauigkeit und statisch anpassungsfähiger und korrekter Auswertung eine erhebliche Erweiterung ihres Einsatzpotentials erhalten hat.

Diese Entwicklung wird sich einmal in ökonomischer Hinsicht vorteilhaft auswirken, zum andern – blicken wir in die Zukunft – wird damit der Weg zur allgemeinen digitalen Bildverarbeitung eröffnet. Bildmaterial, aufgenommen abweichend vom Prinzip der Zentralprojektion – wie zum Beispiel Aufnahmen mit Panoramakammern oder dynamisch arbeitenden Scannern – kann durch die algebraische Modellsimulation und die entsprechende numerische Behandlung der Daten mit Hilfe eines allgemein anwendbaren Prinzips der Auswertung zugeführt werden. Die Schnelligkeit der Rechner wird über Echtzeitrechnung der numerischen Steuerung entsprechender Auswertegeräte dienen.

Versuchen wir nun gegen den Hintergrund der vorgetragenen Gedankengänge, wie begrenzt diese auch hier sein mussten, einige Folgerungen zu ziehen in bezug auf Lehre, Praxis und Entwicklung.

Gehen wir einmal davon aus, dass ein Ziel der Lehre die Aufgabe ist, Information zu vermitteln, die der Praxis dient. Verknüpfen wir diesen Gedanken mit der Tatsache, dass in der Praxis der Photogrammetrie die Auswertung ausschliesslich durch analog arbeitende Instrumente erfolgte, so ist es nicht verwunderlich, dass die Analog-Photogrammetrie nicht nur die Praxis, sondern auch die Lehre dominierte, nämlich bis zu einem Grade, dass man sagen kann, dass die Idee der Analogauswertung die gesamte photogrammetrische Aktivität beherrschte, das heisst in anderen Worten:

Die Lehre richtete sich hauptsächlich auf die Erklärung der Bedienung von Analogauswertegeräten, was schlussendlich in eine sterile und in ihren Grundlagen kaum noch verstandene praxisorientierte Vermittlung von «Auswertetechniken» führte. Sogenannte wissenschaftliche Studien beschäftigten sich weitgehend mit der Untersuchung von einzelnen Auswerteelementen.

Es muss dem Leser überlassen werden, die bisher gültige Situation mit den Anforderungen zu vergleichen, wie sie sich aus den vorgetragenen Konzepten der digitalen Photogrammetrie ergeben. Sicher ist, dass eine den heutigen Erfordernissen angepasste Lehre der Photogrammetrie ihre Aufgabe primär vom Standpunkt der «Messmethode» her sehen und auf systemorientierte Zusam-

menhänge ausgerichtet sein muss. Die Zeit der Vorherrschaft von spezifischen Instrumententypen und deren Einfluss auf Lehre und Praxis ist wohl endgültig vorbei. Die Lehre wird sich also zweckmässig in Richtung übergeordneter Begriffe abspielen, wie: Mathematisches Modell, Stochastisches Modell, Freies Netz, Lagerung, Hybride Messsysteme, Digitale Datenerfassung, Digitale Datenauswertung mit strenger Ausgleichung, Anwendung digitaler Echtzeitsteuerung und Digitale Datenspeicherung beziehungsweise deren Präsentation. Dabei werden sich spezifische problemorientierte Lösungen jeweils als Spezialfälle eines übergeordneten Gesamtkonzeptes ergeben.

Natürlich muss die Lehre praxisorientiert bleiben. Etwa zwanzigtausend Analoginstrumente befinden sich weltweit im Einsatz. Eine über die Zeit gesehen immer grössere Zahl dieser Instrumente wird jedoch nach dem Prinzip computergestützter Analogauswertung eingesetzt werden. Dies ist zweifelsohne eine interessante Variante, welche viele Vorteile rein numerischer Lösungen bietet, aber sicher *nicht* deren Einfachheit besitzt. Es ist schwer, eine Vorhersage über den Einsatz des vollen Potentials der digitalen Verfahren in der photogrammetrischen Praxis zu machen. Ein gewisser Pessimismus ist wohl am Platz, weil diese Entwicklung wahrscheinlich viel mehr von industriellen eigenökonomischen, das heisst also sogenannten kaufmännischen Gesichtspunkten gesteuert wird als von Gedanken der Zweckmässigkeit und Rentabilität des Verfahrens für den Anwender.

Letztlich ist es der Anwender mit seinen Forderungen, der die Entwicklung der Photogrammetrie aus der Analogphase zum numerischen Datenauswertungskonzept bestimmen wird. Die Entwicklung der digitalen Photogrammetrie ist grundsätzlich vorgezeichnet: sie hängt in erster Linie von der Weiterentwicklung der Computer-Software ab. Sie ist bis zu einem gewissen Grade von der Lösung der allgemein erkennbaren «Software-Krise» beeinflusst, das heisst von dem Problem, die zur Verfügung stehende Computer-Hardware optimal auszunutzen. Ein weiteres, der Analyse wartendes Problem ist eine Überprüfung der Schnittstelle zwischen photogrammetrischer Auswertung und kartographischen Anforderungen. Instrumentenseitig werden die betriebstechnischen Grundanforderungen, wie wir sie heute bei den angebotenen Analytischen Plottern haben, durch die auch über Echtzeitberechnung auszuführenden automatischen Steuerungen für Bildsturz (das heisst also optimale stereoskopische Betrachtung in Kernebenen), differentiellen Vergrösserungsangleich für konvergente Aufnahmen und damit ge-

Korrigenda zum Aufsatz:

"Ueber den Wandel der geometrischen-algebraischen Modellvorstellung in der Photogrammetrie unter dem Einfluss computer-gestützter Auswerteverfahren."

H. Schmid Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik

7 - 8 / 79      Seiten 197 - 205

Seite 199 3. Spalte

In Formel (4)

anstatt  $\lambda_i \rightarrow \lambda_i^{-1}$

Seite 200 1. Spalte

In Formel (5) anstatt  $\lambda_i^* \rightarrow \lambda_i$

und "wobei  $\lambda_i^* = \lambda_i^{-1}$ " entfällt.

Seite 202 3. Spalte letzte Zeile

anstatt 
$$\frac{v_1}{w_2} = \frac{v_2}{w_2} \rightarrow \frac{v_1}{w_1} = \frac{v_2}{w_2}$$

Seite 203 2. Spalte

Das untere Koeffizientenschema muss die Formelbezeichnung "(15)" erhalten.

kuppelt die Forderung von gleich gross erscheinenden Messmarken, unabhängig vom Vergrößerungseinsatz, die Weiterentwicklung beeinflussen.

Formatfragen in Hinsicht auf 23 cm x 46 cm Photographie können nicht ignoriert werden. Die Nachfrage in bezug auf solche Forderungen hängt weitgehend ab von der Freigabe von unorthodoxem Bildmaterial, wie solches mit militärischen Überwachungseinsätzen laufend erhalten wird, für zivile Zwecke.

Natürlich ist das Problem der Weiterentwicklung eng mit dem Begriff der automatischen Bildkorrelation verbunden. Hier ist wohl eine gewisse Skepsis am Platz. Diese richtet sich nicht auf den Wunsch nach angewandter Forschung auf diesem Gebiet, jedoch mag es nützlich sein, mit der Einführung derartiger Verfahren in die Praxis noch eine Weile hinzuwarten, bis die von der Photogrammetrie völlig unabhängige Entwicklung der digitalen Bildverarbeitung einerseits und der digitalen Steuertechnik andererseits weitere Fortschritte gemacht haben (vergleiche zum Beispiel [3]).

Abschliessend seien noch jene Massnahmen erwähnt, die zur Zeit am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETHZ im Lehrbereich Photogrammetrie in die Wege geleitet werden, um Lehre und Forschung der in den beschriebenen Gedankengängen angedeuteten Entwicklung der Photogrammetrie in ihren wesentlichsten Punkten auch durch entsprechende instrumentelle Komponenten anzupassen. Die Lösung dieses Problems wird mit einem in Abb. 9 mit seinen grundsätzlichen Komponenten gezeigten System angestrebt. Als Zentralkomponente dient ein Mini-Rechner der oberen Leistungsklasse mit Peripherie, wie sie in der untern Gruppe als Zusatzinstrumentation gezeigt ist. Mit dieser Figuration sollte es möglich sein, typische Probleme der rein numerischen Auswertung – also die numerische Umsetzung Komparator gemessener Bild-

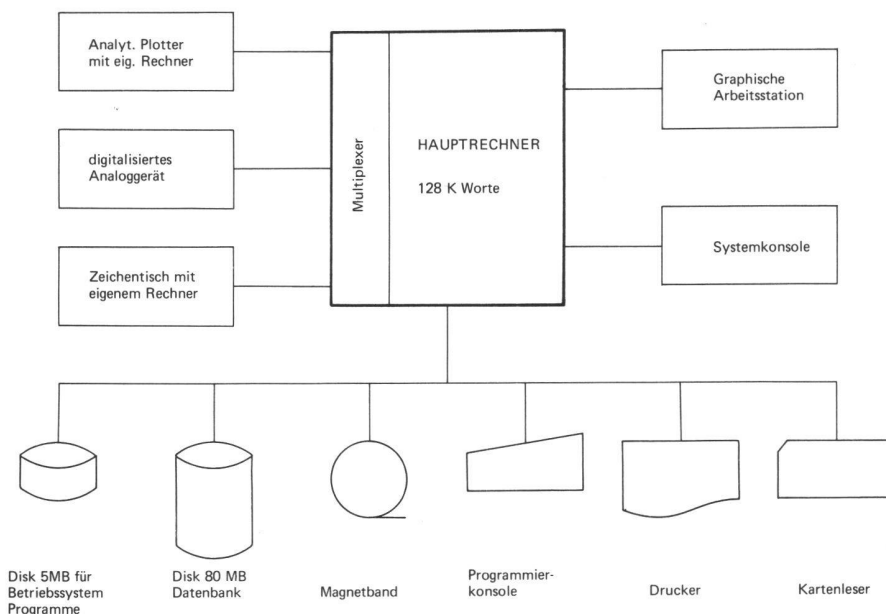


Abb. 9 Die wesentlichsten Komponenten eines computergestützten photogrammetrischen Auswertesystems

koordinaten in die Zielfunktion spezifischer Messanordnungen – auszuführen. Als ein weiteres Peripheriegerät ist ein mit Linear- beziehungsweise Dreh-Gebern digitalisiertes Analoggerät vorhanden, womit Probleme der computergestützten Analogauswertung (computer-gestützte Orientierungsverfahren) als auch auf Datenbank ausgerichtete Datenausgabe behandelt werden können. Schliesslich ist ein Analytischer Plotter vorhanden, der vor allem dazu dient, unter voller Ausnutzung moderner Hardware-Kapazität durch sophistische Modellformulation und Echtzeitsteuerung die Anwendungsmöglichkeit der photogrammetrischen Methode weiter zu entwickeln.

Der Datenpräsentation dient einmal ein «intelligenter» Zeichentisch und eine graphische Station. Wechselseitige Kombinationsmöglichkeiten der in Abb. 9 gezeigten Komponenten sollte eine Hardwareanpassung an eine be-

achtliche Anzahl von Problemstellungen im Sinne der in diesem Artikel angesprochenen Entwicklungstendenz in der Photogrammetrie ermöglichen.

#### Literatur

- [1] Schmid, Hellmut, H.: Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie. Bildmessung und Luftbildwesen Nr. 4, 1958 und Nr. 1, 1959.
- [2] Schmid, Hellmut, H. und Heggli, Siegfried: Räumliche Koordinatentransformation Mitteilung Nr. 23, Juli 1978, des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich.
- [3] Symposium on the Use of Digital Components in Photogrammetry, Technische Universität Hannover, Institut für Photogrammetrie und Ingenieurvermessungen, Hannover 1978.

Adresse des Verfassers:  
Prof. Dr. Dr. h. c. Hellmut H. Schmid,  
Institut für Geodäsie und Photogrammetrie,  
ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich

## Datenbanken

A. Frank

*La tendance actuelle des prix de revient dans le domaine de l'informatique peuvent être résumée en quelques mots:*

- forte baisse des prix du matériel (jusqu'à 25% par an)
- augmentation incessante des frais de programmes.

*Les exigences sans cesse accrues imposées aux systèmes informatisés sont à l'origine de cette augmentation; elle a rendu nécessaire l'étude de solutions générales, faciles à entretenir et à adapter aux applications nouvelles; ceci a débouché sur l'élaboration de programmes modulaires et standardisés.*

*C'est ainsi que sont nées les banques de données, constituées des données elles-mêmes (base de données) et des programmes de gestion correspondants. Les programmes d'application peuvent être élaborés sans tenir compte de la forme sous laquelle sont stockées les données. Les programmes de ges-*