

Die Berechnung des mittleren Fehlers einer laufenden Beobachtungsreihe

Autor(en): **Gutzwiler, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK =
Mensuration, photogrammétrie, génie rural**

Band (Jahr): **74 (1976)**

Heft 4

PDF erstellt am: **24.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-228344>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

(allgemeine Parameter), Datenerfassung, Daten-Reaktion, Bildschirmoperationen, Kartierung/Erstellen von Listen.

- Erstellen zusammenfassender Anweisungen, die über eine Funktionstastatur auszulösen sind;
- Berechnungen über die problemorientierte Sprache GPL (Graphics Programming Language) für arithmetische Operationen, logische Funktionen, Vektor- und Matrixoperationen und Spezialfunktionen.
- Ausgabe auf Präzisionszeichentische oder Trommelplotter (off-line).

7.54 Datenstruktur:

- Hierarchische Gliederung mit folgender Baumstruktur:
 - geographischer Bereich;
 - pro Bereich bis zu 32 Datenkategorien;
 - pro Kategorie verschiedene Deckblätter (Domänen) zum Beispiel Topographie, Strassen;
 - pro Deckblatt graphische Einheiten wie Haus, Parzelle, Leitungstück;
 - graphische Symbole für Einzelpunkte, Linien und Objekte;
 - Text;
 - Informations-Blocks für eine separate Klasse nicht-graphischer Daten, die mit graphischen Daten verbunden werden können.

7.55 Besondere Charakterisierung:

Das System genügt geodätischen Präzisions-Ansprüchen. Es gewährleistet eine praktisch unbeschränkte geographische Ausdehnung des Arbeitsbereiches.

8. Folgerungen

8.1 Zusammenfassende Bemerkungen:

Bei allen beschriebenen Systemen zeigen sich folgende gemeinsamen Merkmale:

- Die Digitalisierung wird durch Bildschirme laufend kontrolliert. Auch die Verwaltung der Datenbank ge-

schieht immer interaktiv mit Hilfe von Bildschirmen oder entsprechenden Einheiten.

- Die automatische Reinzeichnung erfolgt ausserhalb des Systems (off-line).
- Überall ist der Einsatz verschiedenster Peripheriegeräte gewährleistet, die die Eingabe von extern erzeugten Daten ermöglichen.
- Die Daten sind überall in Kategorien gegliedert, die dem sogenannten Deckblattsystem entsprechen.

8.2 Unterschiede dürften vorwiegend im Komfort bei der Bedienung liegen. Das kann mit der Datenstruktur und/oder mit einer interaktiven Sprache zusammenhängen. Vorläufig scheint die kartographische Anwendung zu dominieren. Von der Vermessung aus müssen die numerische Geometrie und der Gesichtspunkt der Kontrolle besonders in den Vordergrund gestellt werden.

8.3 Es besteht die Tendenz, Kleincomputer als Steuercomputer einzusetzen. Ob in Zukunft grosse Datenbanken direkt (on-line) über den Grosscomputer oder off-line, zum Beispiel über Magnetbänder bewirtschaftet werden, scheint offen. In jedem Fall – ob zentrale oder dezentrale Speicherung – sind Dateien so aufzubauen und zu normieren, dass sie für die Bearbeitung in örtlichen benachbarten Systemen auswechselbar werden.

8.4 Automatisches Zeichnen ist *keine unabhängige, autonome Operation*. Ohne interaktive Bewirtschaftung einer Datenbank, die alle darzustellenden Elemente der Zeichnung enthält, ist keine befriedigende automatische Planerstellung möglich. Da diese integrierten Systeme nicht nur wegen der Geräte, sondern mindestens so sehr wegen der Programmsysteme sehr aufwendig sind, kommt vorläufig ausserhalb grösserer Verwaltungen wohl nur eine Betriebsorganisation in Frage, bei der sich verschiedene Interessenten zu Dienstleistungsbetrieben zusammenschliessen.

Adresse des Verfassers:

Automationskommission SVVK,

Präs. Prof. R. Conzett, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH Hölgerberg, 8093 Zürich

Die Berechnung des mittleren Fehlers einer laufenden Beobachtungsreihe

H. Gutzwiller

Résumé

Pour satisfaire aux exigences de précision, il est parfois nécessaire de calculer des erreurs moyennes d'une série d'observations en cours. Les formules et programmes pour des calculatrices de poche sont données.

1. In der vermessungstechnischen Praxis tritt mitunter der Fall auf, dass eine Beobachtungsreihe solange fortzusetzen ist, bis der mittlere Fehler am Mittel auf ein vorgegebenes Mass abgesunken ist. Häufig werden dabei

als weitere Bedingungen die minimale Anzahl der Beobachtungen und die zulässige Maximalabweichung vom Mittelwert vorgegeben. Die letztere Bedingung ist im angelsächsischen Raum bedeutend häufiger anzutreffen als im kontinentaleuropäischen. Die Kenntnis des Mittelwertes selbst ist dabei zunächst bedeutungslos.

2. Die Berechnung des mittleren Fehlers am Mittel nach der üblichen Formel

$$m_M = \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} \quad (1)$$

ist umständlich, da bei jeder zusätzlichen Beobachtung sich im Normalfalle die v ändern.

Der mittlere Fehler am Mittel lässt sich jedoch durch elementare Umformung der Formel (1) auch ohne die v berechnen. Man erhält dann die umgeschriebene Formel

$$m_M = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}} \cdot \sqrt{[l^2] - \frac{[l]^2}{n}} \quad (2)$$

wobei l direkt die Beobachtungen sind.

Für den praktischen Gebrauch wird man den Ausdruck

$$\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}}$$

für alle in Frage kommenden Werte tabellieren, und als Faktor f_n einführen (siehe Anhang 1).

Die modifizierte Formel (2) lautet dann:

$$m_M = f_n \sqrt{[l^2] - \frac{[l]^2}{n}}, \quad (3)$$

Wie aus der Formel (3) leicht ersichtlich, sind für die laufende Berechnung des mittleren Fehlers nach einer beliebigen Beobachtungszahl n nur das Quadrat der laufenden Summation der Beobachtungswerte sowie die Summation der Quadrate der Beobachtungen erforderlich. Der Mittelwert M und die Verbesserungen v treten weder explizit noch implizit auf.

3. Mit dem universell gewordenen Einsatz moderner elektronischer Taschenrechner lässt sich die Berechnung des laufenden mittleren Fehlers einer Beobachtungsreihe sehr leicht im Felde durchführen. Die Rechenmethode und der Rechenaufwand hängen dabei stark von den Gegebenheiten des verwendeten Rechners ab. Es kommen jedoch nur Geräte in Frage, welche mindestens 2 adressierbare Speicher und eine Quadratwurzel-Automatik aufweisen.

4. Im folgenden soll versucht werden, in möglichst allgemeiner Form das Vorgehen aufzuzeichnen, das bei einem Rechner, welcher den erwähnten Bedingungen genügt, eingeschlagen werden muss. Je nach dem verwendeten Rechnermodell können Anpassungen noch notwendig werden.

1. Eingabe des Beobachtungswertes l_1 ,
2. Transfer und Addition von l_1 in Speicher 1, l_1 bleibt im Rechenwerk,
3. Quadrieren von l_1 ,
4. Transfer und Addition von l_1^2 in Speicher 2, Iterationsschritte 1 bis 4 wiederholen mit den Beobachtungen $l_2, l_3 \dots$, bis die minimale Beobachtungszahl $n_{\min}$ erreicht ist,
5. Inhalt von Speicher 2 ins Rechenwerk der Maschine zurückholen,
6. Inhalt von Speicher 1 zurückholen (Inhalt Speicher 2 bleibt im Rechenwerk),
7. Speicherinhalt 1 quadrieren,
8. durch n dividieren,
9. Resultat vom zurückgeholten Speicher abziehen,

10. Wurzel ziehen,

11. Multiplikation mit Faktor f_n ergibt m_m nach n Beobachtungen.

Wenn $m_M > m_{Tol}$, weitere Beobachtungen ausführen, eingeben und Schritte 1. bis 11. wiederholen.

Wenn $m_M \leq m_{Tol}$, Mittelwert M errechnen:

12. Inhalt von Speicher 1 zurückholen,

13. Division durch n ergibt Mittelwert M .

Wenn eine Verwerfungsgrenze r ($v < r$) vorgegeben ist, wird durch Vergleichen der Einzelbeobachtungen mit dem Mittelwert plus/minus r ermittelt, ob Beobachtungen zu streichen sind.

Wenn Beobachtungen gestrichen werden müssen, so sind zunächst die Speicherinhalte entsprechend zu korrigieren durch:

14. Verworfenne Beobachtungen l_i eingeben,

15. Transfer und Subtraktion von l_i in Speicher 1,

16. Quadrieren von l_i ,

17. Transfer und Subtraktion von l_i^2 in Speicher 2.

Wiederholungsbeobachtungen werden dann von Schritt 1 weg eingegeben.

Muss mehr als eine Beobachtung wegen $v > r$ verworfen werden, so hängt es von den Spezifikationen ab, ob zunächst nur die am meisten divergierende Beobachtung eliminiert und wiederholt wird oder ob sämtliche im ersten Durchgang verworfenen Beobachtungen endgültig eliminiert werden müssen.

5. Steht ein Taschenrechner mit Mittelwert- und Standardabweichungs-Automatik zur Verfügung (wie etwa die Hewlett-Packard-Rechner HP 45, HP 55 oder HP 65), so wird der Rechenaufwand natürlich stark reduziert. Die Beobachtungen werden in diesem Falle mit der Summationstaste ($\Sigma+$) eingegeben. Der Mittelwert der Reihe sowie die Standardabweichung sind dann nach jeder Eingabe sofort abrufbar. Der mittlere Fehler am Mittel wird aus der Standardabweichung s durch Division mit $1/\sqrt{n}$ gewonnen, wobei n ebenfalls schon im Rechner gespeichert ist (zum Beispiel im Speicher 5 beim HP 45, im Speicher .0 beim HP 55). Ergibt es sich, dass Beobachtungen eliminiert werden müssen, so können diese durch erneute Eingabe über die ($\Sigma-$)Taste aus den Speichern und damit aus der Rechnung herausgenommen werden.

6. Schliesslich soll noch auf den Fall eines programmierbaren Taschenrechners eingegangen werden. Dort lässt sich die Berechnung weitgehend automatisieren.

Für den Hewlett-Packard HP 55 wurde ein 48schrittiges Programm entwickelt, das unter anderem eine bedingte Verschlaufung enthält und 2 Beobachtungsparameter (minimale Anzahl $n_{\min}$ der Beobachtungen und Verwerfungsgrenze r ($v \leq r$)) in Berücksichtigung zieht*.

Nach Eingabe des Programmes und der beiden Beobachtungsparameter werden die Beobachtungen einzeln, das heisst direkt nach jeder Messung, eingegeben. Das Programm kehrt automatisch zur Eingabe zurück solange $n < n_{\min}$. Dabei wird die Anzahl n der bereits ausgeführten Beobachtungen angezeigt. Sobald $n = n_{\min}$ er-

* Die vollständige Programmierung und die detaillierte Gebrauchsanweisung sind über die Redaktion erhältlich.

reicht ist, wird m_M berechnet und angezeigt. Durch erneutes Starten der Programmtaste werden zunächst die untere Verwerfungsgrenze $M - r$, und dann die obere Verwerfungsgrenze $M + r$ angezeigt.

Sind nach Vergleich der Einzelbeobachtungen mit den Verwerfungsgrenzen Messungen zu eliminieren, so werden sie mit der (Σ -)Taste aus der Berechnung genommen. Dann können Wiederholungsmessungen wie die ursprünglichen Werte eingegeben werden. Ist m_M akzeptierbar, und sind keine Beobachtungen mehr zu eliminieren, so werden durch erneutes Drücken der Programmtaste zunächst das endgültige Mittel und dann nochmals der mittlere Fehler am Mittel zur Anzeige gebracht.

Rechenbeispiele

Beispiel 1: $n_{\min} = 4$, $r = 6$, $m_{Tol} = 2.5$

Beobachtung 1 : 24

Beobachtung 2 : (35) R

Beobachtung 3 : 21

Beobachtung 4 : 27 $m_M = 3.01 (> m_{Tol})$

Verwerfungsgrenzen: 20.75–32.75

Beobachtung 2 verworfen

Beobachtung 2': 19 $m_M = 1.75 (< m_{Tol})$

Verwerfungsgrenzen: 16.75–28.75

Keine Verwerfung, $M = 22.75$

Beispiel 2: $n_{\min} = 8$, $r = 8$, $m_{Tol} = 3.0$

Beobachtung 1 : 63

Beobachtung 2 : (52) R–2

Beobachtung 3 : 68

Beobachtung 4 : (74) R–1

Beobachtung 5 : 60

Beobachtung 6 : 57

Beobachtung 7 : 59

Beobachtung 8 : 65 $m_M = 2.42 (< m_{Tol})$

Verwerfungsgrenzen: 54.25–70.25

Zuerst Beobachtung 4 verwerfen

Beobachtung 4': 69 $m_M = 2.03 (< m_{Tol})$

Verwerfungsgrenzen: 53.63–69.63

Beobachtung 2 verwerfen

Beobachtung 2': 56 $m_M = 1.74 (< m_{Tol})$

Verwerfungsgrenzen: 54.13–70.13

Keine Verwerfung, $M = 62.13$

Beispiel 3: $n_{\min} = 4$, $r = 5$, $m_{Tol} = 2.0$

Beobachtung 1 : 21

Beobachtung 2 : 29

Beobachtung 3 : 22

Beobachtung 4 : 28 $m_M = 2.04 (> m_{Tol})$

Verwerfungsgrenzen: 20.00–30.00

Keine Verwerfung

Beobachtung 5 : 23 $m_M = 1.63 (< m_{Tol})$

Verwerfungsgrenzen: 19.60–29.60

Keine Verwerfung, $M = 24.60$

Adresse des Verfassers:

H. P. Gutzwiller, Senior topographic expert,

United Nations Development Programme,

P. O. B. 913, Khartoum/Sudan

Schweizerische Gesellschaft für Photogrammetrie

Société suisse de photogrammétrie

Einladung zur 49. Hauptversammlung in Bern

Samstag, den 8. Mai 1976, 10.00 Uhr, Restaurant Bürgerhaus (Neuengasse 20, Nähe Bahnhof)

Traktanden

1. Protokoll der Herbstversammlung 1975 Aarau (veröffentlicht in dieser Nummer der Zeitschrift, 4-76)
2. Tätigkeitsbericht des Vorstandes
3. Rechnungsbericht und Abnahme der Jahresrechnung, Revisorenbericht
4. Budget und Festsetzung des Jahresbeitrages
5. ISP-Kongress Helsinki 1976
6. Ort und Zeit der Herbstversammlung 1976
7. Varia

Mittagessen

14.00 Uhr: Vortrag von Herrn Dipl.-Ing. Fritz-Hellmut Hirt, Beigeordneter des Siedlungsverbandes Ruhrkohlebezirk, Essen: «Auswertung von Infrarot-Wärmeaufnahmen über Wasser beziehungsweise grossstädtischen Siedlungsgebieten».

Der Vorstand

Convocation à la 49e Assemblée générale à Berne

le samedi 8 mai 1976 à 10 h 00 au restaurant Bürgerhaus (Neuengasse 20, à proximité de la gare)

Ordre du jour

1. Procès-verbal de l'Assemblée d'automne 1975 à Aarau publié dans notre bulletin 4-76
2. Rapport d'activité du Comité
3. Rapport de gestion des comptes et décharge, rapport des réviseurs
4. Budget et fixation de la cotisation annuelle
5. Congrès SIP – Helsinki 1976
6. Lieu et date de l'Assemblée d'automne 1976
7. Divers

Dîner

14 h 00 Conférence de M. Fritz-Hellmut Hirt, ing. dipl. adjoint du Siedlungsverband Ruhrkohlebezirk, Essen: «Restitution de thermographies infrarouges au-dessus de l'eau ou de régions urbaines».

Le comité

- Enfin, l'article 39 soumet la validité des plans directeurs à l'approbation du Conseil fédéral. Cette atteinte à la souveraineté des cantons pourrait encore être admise s'il ne s'agissait que de coordonner ces plans avec les cantons ou les régions voisines relevant d'Etats étrangers. Mais le Conseil fédéral examinera la concordance de ces plans entre ses propres conceptions du développement et celles d'un canton. Cette

compétence nouvelle est incompatible avec la souveraineté des cantons.

En conclusion, celui qui tient encore à l'autonomie cantonale ne peut que s'opposer à cette loi lors de la votation du 13 juin prochain.

Adresse de l'auteur:

Olivier Gilliand, Ingénieur-géomètre, député,
9, rue du Temple, 1530 Payerne

Korrigenda zum Artikel von H. Gutzwiller

Die Berechnung des mittleren Fehlers einer laufenden Beobachtungsreihe

(Heft 4-76)

W. Fischer

Im anregenden Aufsatz unseres Kollegen H. Gutzwiller im Heft 4-76 hat sich leider ein sinnstörender Druckfehler eingeschlichen, indem in den Formeln (2) und (3) der Ausdruck $[l_i^2]$ je zweimal auftritt, was schon auf den ersten Blick nicht stimmen kann. Da zudem auf die Herleitung dieser Formeln aus der bekannten Formel (1) verzichtet wurde, sei mir erlaubt, diese hier kurz nachzutragen.

Ausgehend von der Fehlergleichung

$$v_i = \bar{l} - l_i,$$

in der $\bar{l}$ den gesuchten Mittelwert M oder

$$\bar{l} = \frac{[l_i]}{n}$$

bedeutet, wird

$$\begin{aligned} [vv] &= [(\bar{l} - l_i)^2] \\ &= [\bar{l}^2 - 2 \cdot \bar{l} \cdot l_i + l_i^2] \\ &= n \cdot \bar{l}^2 - 2 \cdot \bar{l} \cdot [l_i] + [l_i^2] \end{aligned}$$

Nach Elimination von $\bar{l}$ führt dies zu

$$[vv] = \frac{[l_i]^2}{n} - 2 \cdot \frac{[l_i]^2}{n} + [l_i^2]$$

Daraus ergibt sich dann der *richtige* Ausdruck für

$$[vv] = [l_i^2] - \frac{[l_i]^2}{n}.$$

Für die praktische Rechnung werden die Summen $[l_i]$ im Speicher 1, $[l_i^2]$ im Speicher 2 gebildet, wie in der Programmbeschreibung richtig dargestellt ist.

Adresse des Verfassers:

Werner Fischer, dipl. Ing. ETH, Fliegerstrasse 9, 8304 Wallisellen

SIA Fachgruppe der Kultur- und Vermessungsingenieure

Groupe spécialisé des ingénieurs du génie rural
et des ingénieurs-géomètres SIA

Studientagungen vom 25./26. Juni 1976 in Sitten: Entwicklung im Berggebiet

Sehr geehrte Herren und werte Kollegen,
In unserem Aktivitätsprogramm 1976 sind verschiedene Studientagungen betreffend die Entwicklung im Berggebiet vorgesehen. Zu gleicher Zeit wird die Konferenz der mit dem Meliorationswesen betrauten Amtsstellen ebenfalls im Wallis abgehalten. Im Hinblick auf einen engeren Kontakt zwischen beiden Gruppen konnten diese Versammlungen koordiniert werden.

Programm

Freitag, den 25. Juni 1976

- 9.00 Abfahrt der Autobusse von «La Planta». Besichtigung der Arbeiten im Rahmen der Wasserversorgung Nendaz.

Journées d'étude de développement des régions de montagne, les 25 et 26 juin 1976 à Sion

Messieurs et chers collègues,
Notre programme d'activité 1976 prévoit des journées d'étude concernant le développement des régions de montagne. Se tiendra également en Valais, la conférence des Services chargés des améliorations foncières. Ces deux manifestations peuvent facilement être coordonnées et un contact plus étroit peut être ainsi établi entre ces deux groupements.

Programme

Vendredi 25 juin 1976

- 9 h 00 Départ des cars à la place de la Planta. Visite des travaux de l'adduction d'eau potable de la commune de Nendaz.