Zeitschrift: Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik: VPK = Mensuration,

photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) =

Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

Band: 99 (2001)

Heft: 3

Artikel: Robuste Schätzverfahren für die Ausgleichung geodätischer Netze

Autor: Wicki, Fridolin

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-235746

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Robustes Schätzverfahren für die Ausgleichung geodätischer Netze

Die Methode der kleinsten Quadrate, die gebräuchlichste Methode für die Ausgleichung geodätischer Netze, liefert bei normalverteilten Beobachtungen die optimalen Schätzergebnisse. Bei nicht normalverteilten Beobachtungen, unter anderem aufgrund von groben Fehlern, führt sie jedoch rasch zu unbrauchbaren Resultaten, dies im Gegensatz zu robusten Schätzverfahren. Der in diesem Artikel beschriebe Schätzer wurde entwickelt, um den speziellen Erfordernissen geodätischer Netze Rechnung zu tragen.

La méthode des plus petits carrés, la méthode la plus usuelle pour la compensation de réseaux géodésiques, fournit dans le cadre d'observations normalement réparties les résultats d'estimation optimaux. Dans le cadre d'observations non réparties normalement, entre autre à cause d'erreurs grossières, elle conduit rapidement à des résultats non utilisables, contrairement à des procédés d'estimation robustes. La méthode d'estimation décrite dans l'article a été développée afin de tenir compte des exigences spéciales des réseaux géodésiques.

Il metodo dei minimi quadrati, cioè il metodo più comune di compensazione delle reti geodetiche, fornisce i risultati di stima ottimali in presenza di osservazioni con ripartizione normale. Per contro, in caso di osservazioni senza ripartizione normale, tra l'altro anche in seguito ad errori grossolani, questo metodo porta inevitabilmente a dei risultati inutilizzabili. In questi casi, si addicono meglio dei metodi di stima robusti. Il metodo di stima robusto descritto in questa presentazione è stato sviluppato per tener conto delle esigenze specifiche delle reti geodetiche.

F. Wicki

1. Charateristik geodätischer Netze

In modernen geodätischen Netzen werden verschiedenste Arten von Beobachtungen frei kombiniert. Diese Beobachtungen sind fast – jedoch nicht vollständig – normalverteilt und die Anzahl grober Fehler ist (bedingt durch geeignete Messanordnungen und umfassende Kontrollen vor der Ausgleichung) vergleichsweise tief.

Die zu schätzenden unbekannten Parameter sind die Koordinaten der Neupunkte und zusätzliche Parameter, die von den einzelnen Messtypen benötigt werden, um die Beziehung zwischen den gemessenen Grössen und dem Koordinatensystem herzustellen.

Die immer grösseren Netze mit den un-

terschiedlichsten Unbekannten und einer immer umfangreicheren Anzahl verschiedenster Beobachtungstypen machen eine intuitive Beurteilung der Qualität einer Ausgleichung und das Auffinden grober Fehler zunehmend schwieriger oder gar unmöglich. Mit Hilfe robuster Schätzverfahren, die weniger sensibel auf grobe Fehler reagieren als die Methode der kleinsten Quadrate (MdkQ), wird die Beurteilung der Qualität der Beobachtungen und der Schätzergebnisse vereinfacht. In geodätischen Netzen ist die Überbestimmung normalerweise relativ gering. Bedingt durch die Netzgeometrie können Beobachtungen auftreten, deren lokaler Redundanzanteil z_i (vgl. Kap. 2.1) relativ klein ist, die also durch die übrigen Beobachtungen des Netzes nur schwach kontrolliert werden. Diese Beobachtungen bezeichnet man in der robusten Statistik als Hebelbeobachtungen. Sie sind besonders kritisch, da man grobe Fehler

in diesen Beobachtungen nur sehr schwer lokalisieren kann, diese jedoch einen grossen negativen Einfluss auf die Schätzergebnisse haben können.

2. BIBER-Schätzer

Das im folgenden beschriebene robuste Schätzverfahren, der BIBER-Schätzer, wurde für die Ausgleichung geodätischer Netze entwickelt und im Ausgleichungsprogramm LTOP des Bundesamtes für Landestopographie implementiert. Es ist in der Lage, grobe Fehler auch in Hebelbeobachtungen zu lokalisieren.

Der Name BIBER-Schätzer ergibt sich aus dessen Struktur, die den Einfluss fehlerhafter Beobachtungen unter Berücksichtigung der standardisierten Verbesserungen (5) begrenzt (vgl. Abb. 1).

2.1 Funktionales Modell

Die Grundlage für den BIBER-Schätzer bildet, analog zur MdkQ, das Gauss-Markov-Modell mit unkorrelierten Beobachtungen:

$$v_{i} = \sum_{j=1}^{u} (a_{ij}x_{j}) - I_{i}$$
 (1)

Zur Vereinfachung der im Folgenden aufgezeigten Formeln wurde, ohne Einschränkung der Allgemeinheit, das mathematische Modell transformiert, so dass die Gewichtsmatrix P zur Einheitsmatrix E wird. Somit gilt $p_i = 1$ für i = 1, ..., n. Man spricht in diesem Fall von einer homogenisierten Darstellung.

Dabei sind:

- v_i Verbesserungen (Elemente des Vektors v)
- Aij Koeffizienten der linearen Gleichungen (Elemente der Designmatrix A)
- x_j Unbekannte (Elemente des Vektors \overrightarrow{x})
- I_i Beobachtungen (Elemente des Vektors \overrightarrow{I})
- p_i homogenisierte Gewichte der Beobachtungen (Elemente der Diagonalmatrix P = E)
- σ_0 Standardabweichung der Gewichtseinheit



BIBER bounded influence by standardized residuals

Abb. 1: BIBER-Schätzer.

Anzahl Beobachtungen n

Anzahl Unbekannte U

n-u Redundanz

lokaler Redundanzanteil, $z_i = (q_{vv})_{ii}$ Z_i

(qw)ii Kofaktoren der Verbesserungen (Diagonalemente der Matrix Q_{vv} = $E - A(A^TA)^{-1}A^T$

Zur Beurteilung der Robustheit eines Schätzers ist der Einfluss, den eine Beobachtung auf das Schätzergebnis ausübt, von besonderem Interesse. Ist dieser Einfluss, der sich als Funktion der Verbesserungen (Ψ-Funktion) beschreiben lässt, beschränkt, ist das Schätzverfahren robust. Für die MdkQ mit $\Psi(v_i) = v_i$ ist diese Voraussetzung bekanntermassen nicht erfüllt (vgl. Abb. 2).

Für den BIBER-Schätzer wurde die Ψ-Funktion wie folgt gewählt:

$$\Psi_{k_i}(v_i) = \begin{cases} v_i & \text{für } |v_i| < k_i \\ \text{sign}(v_i) k_i & \text{für } |v_i| \ge k_i \end{cases}$$

Jede Verbesserung wird anhand eines Grenzwertes ki geprüft. Fällt die Verbesserung ins Intervall [-k_i, +k_i], so wird die entsprechende Beobachtung gleich behandelt, wie wenn nach der MdkQ ausgeglichen würde. Andernfalls wird der Einfluss dieser Beobachtung auf das Schätzergebnis konstant gehalten. Sie hat auf das Schätzergebnis, unabhängig von der Grösse der groben Fehler, den gleichen Einfluss wie eine Beobachtung mit einer Verbesserung $v_i = k_i$ (vgl. Abb. 2). Um einen Schätzer zu erhalten, der die vom Netzdesign abhängige Qualität der

Verbesserungen mitberücksichtigt, wird für jede Beobachtung in Funktion des lokalen Redundanzanteils zi (bzw. der Standardabweichung der Verbesserungen σ_v) ein eigener Grenzwert ki berechnet.

$$k_i = c \sigma_{v_i} = c \sigma_0 \sqrt{z_i}$$
 (3)

Somit wird bei Hebelbeobachtungen mit einem kleinen zi der Grenzwert ki ebenfalls klein, was die «Trennfähigkeit» des Schätzers erhöht und diesem erlaubt, grobe Fehler auch in Hebelbeobachtungen zu lokalisieren (Abb. 2). Für die Nomalgleichungen des BIBER-Schätzers ergibt sich:

$$\sum_{i=1}^{n} \Psi_{k_{i}}(v_{i}) a_{ij} = 0$$
mit $j \in (1, ..., u)$

Die Bedeutung des konstanten Grenzwertes c wird sehr anschaulich, wenn man sich die Definition

$$\mathbf{W}_{i} = \frac{\mathbf{V}_{i}}{\mathbf{o}_{v}} \tag{5}$$

der standardisierten Verbesserung wi vor Augen führt und diese Beziehung in (2) und (3) einsetzt. Für die Ψ-Funktion des BIBER-Schätzers lässt sich dann gleichbedeutend mit (2) schreiben:

$$\Psi_{c}(w_{i}) = \begin{cases} w_{i} & \text{für } |w_{i}| < c \\ \text{sign}(w_{i}) c & \text{für } |w_{i}| \ge c \end{cases}$$

Der für die standardisierten Verbesserun-

gen wi konstante Grenzwert c kann vom Benützer, abhängig von der Güte der Beobachtungen, frei gewählt werden. Erfahrungsgemäss erweist sich ein Wert im Bereich $2.5 \le c \le 4$ als sinnvoll.

2.2 Berechnungsverfahren

Um das in (4) beschriebene, nichtlineare Gleichungssystem berechnen zu können, müssen alle Beobachtungen (bzw. deren standardisierte Verbesserungen) eindeutig einem der drei Intervalle [-∞ < w_i ≤ -c], [-c < w_i < c] und [c < w_i < ∞] zugeordnet werden können. Diese Zuordnung ist nur iterativ möglich, da die Verbesserungen untereinander korreliert sind und somit eine mit einem groben Fehler behaftete Beobachtung auch bei einer anderen, «fehlerlosen» Beobachtung grosse Verbesserungen und somit eine falsche Intervallzuordnung bewirken kann. Infolge dieses «Verschmierungseffektes» wird für die Lösung des Gleichungssystems (4) das folgende Vorgehen angewandt:

- 1. Schritt: Ausgleichung nach der MdkQ Es wird angenommen, dass nur ein relativ kleiner Teil der Beobachtungen einen groben Fehler aufweist. Es ist jedoch nicht bekannt, welche Beobachtungen dies betrifft. Daher werden anfänglich alle Beobachtungen als dem mittleren Intervall $[-c < w_i < c]$ angehörend angenommen. Eine Ausgleichung, bei der alle Beobachtungen im mittleren Intervall liegen, entspricht einer Ausgleichung nach der MdkQ.
- 2. Schritt: Auswahl der Beobachtung mit dem maximalen wi

Die Frage, welche der Beobachtungen mit einem $|w_i| \ge c$ tatsächlich einen groben Fehler aufweist, kann nicht eindeutig beantwortet werden. Häufig liegt der Fehler jedoch bei der Beobachtung, deren wi betragsmässig am grössten ist.

3. Schritt: Berechnung der neuen Unbekannten und der neuen Verbesserung Die neuen, robust geschätzten Unbekannten x_{ROB} und Verbesserungen v_{ROB} werden mit reduziertem Einfluss der im 2. Schritt ausgewählten Beobachtung berechnet. Diese Reduktion kann, führt man sich die Beziehung

$$\vec{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^{\mathsf{T}} \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^{\mathsf{T}} \mathbf{P} \vec{\mathbf{I}} \tag{7}$$

der MdkQ vor Augen, erreicht werden, indem für die betreffende Beobachtung eines der folgenden Elemente verändert wird:

- der Anteil an den Normalgleichungen (A^TPA)
- 2. die Beobachtung li
- 3. das Gewicht pi

Eine Veränderung der Normalgleichungen oder der Gewichtsmatrix P erfordert für jede Iteration eine neue Inversion der Normalgleichungsmatrix (oder zumindest eines Teils dieser Matrix), was bei einer grossen Anzahl Beobachtungen und Unbekannten zu einem sehr grossen Berechnungsaufwand führt.

Bei der anderen sich bietenden Möglichkeit, der Modifikation der Beobachtungen, wird die Normalgleichungsmatrix nicht verändert. Damit muss die Inversion, falls die Näherungswerte der Unbekannten (und somit die Linearisierung) relativ gut stimmen, nur einmal im 1. Schritt vollzogen werden. Dieses Verfahren wurde in LTOP integriert.

Die Schritte 2 und 3 werden nun so lange wiederholt, bis alle Verbesserungen eindeutig einem der drei Intervalle zugeordnet sind. Mit der letzten Berechnung erhält man die gewünschten, robust geschätzten Unbekannten.

Die mathematischen Beziehungen der ersten beiden Möglichkeiten sind in [Wicki 1998] dargestellt. Im folgenden wird das 3. Berechnungsverfahren «Modifikation der Gewichte» kurz umschriehen

Der Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, dass durch die iterative Neugewichtung der Beobachtungen das funktionale Modell der robusten Ausgleichung mit dem BIBER-Schätzer formal völlig identisch zur Ausgleichung nach der MdkQ ist.

Nach der Auswahl der Beobachtung mit maximaler standardisierter Verbesserung wi muss das «fiktive» Gewicht p_i*

$$p_i^{\star} = \frac{k_i}{|v_i|} \tag{8}$$

gefunden werden, das den Einfluss der Beobachtung so reduziert, dass für die entsprechende Beobachtung genau eine Verbesserung der Grösse k_i resultiert (vgl. Abb 2).

Danach wird dieses p_i* in die Einheitsmatrix integriert. Anschliessend werden die Unbekannten und Verbesserungen mit dieser «fiktiven» Gewichtsmatrix P* analog der MdkQ berechnet.

$$\vec{x}_{ROB} = (A^T P^* A)^{-1} A^T P^* \vec{I}$$
 (9)

$$\vec{v}_{TOT} = A\vec{x}_{ROB} - \vec{I}$$
 (10)

$$\vec{v}_{ROB} = P^* \vec{v}_{TOT} \tag{11}$$

Im Vektor \overrightarrow{x}_{ROB} sind die robust geschätzten Unbekannten enthalten. Im Vektor \overrightarrow{v}_{ROB} steht für jede Beobachtung entweder die Verbesserung v_i im herkömmlichen Sinn als Differenz der gemessenen und ausgeglichenen Beobachtung (für $|v_i| < k_i$) oder die Grenzwerte k_i (für $|v_i| \ge k_i$). Der Vektor \overrightarrow{v}_{TOT} enthält die tatsächlich an den Beobachtungen angebrachten Verbesserungen.

Die ganze Prozedur wird so lange wiederholt, bis alle Verbesserungen $v_{i \text{ ROB}}$ im Intervall [- k_i , k_i] enthalten sind.

Anschaulich wird bei diesem Schätzverfahren das Gewicht fehlerhafter Beob-

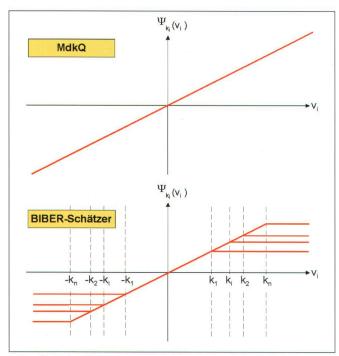


Abb. 2: Y-Funktion der MdkQ und des BIBER-Schätzers.

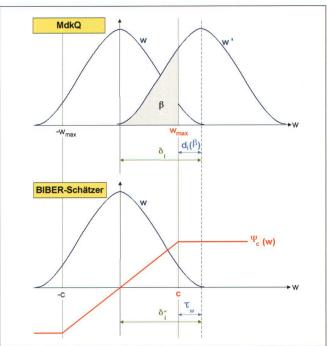


Abb. 3: Vergleich der Zuverlässigkeitsmodelle bei der MdkQ und beim BIBER-Schätzer.

achtungen verkleinert und dadurch deren Einfluss auf das Schätzergebnis reduziert. Treten keine groben Fehler auf, ist $p_i^* = 1$ für i = 1, ..., n und man erhält eine Ausgleichung nach der MdkQ.

3. Zuverlässigkeit

3.1 Definition

Die Definition der Zuverlässigkeit, die man für die Ausgleichung nach der MdkQ verwendet [Baarda 1968], stützt sich auf die Wahrscheinlichkeit, mit welcher allfällige grobe Fehler gefunden werden. Robuste Ausgleichsmodelle nehmen in Kauf, dass grobe Fehler oder sonst abweichende Messwerte vorhanden sein können. Somit erübrigt sich im Prinzip eine gesonderte a posteriori-Analyse der Beobachtungen und es kann keine Wahrscheinlichkeit für das Finden grober Fehler berechnet werden. Die herkömmliche Definition der Zuverlässigkeit ist daher nicht mehr anwendbar.

Interessant bleibt jedoch nach wie vor die Frage, wie gross die maximale Verfälschung der zu schätzenden Parameter bei Auftreten eines groben Fehlers sein kann. Aus dieser Fragestellung leitet sich die folgende Definition ab:

Der Maximaleinfluss, den ein grober Fehler, unter Berücksichtigung der zufälligen Fehler, auf die unbekannten Parameter der robusten Schätzung mit dem BIBER-Schätzer ausüben kann, wird als äussere Zuverlässigkeit bezeichnet (14).

Die geringste Beobachtungsverfälschung (13), die zum Maximaleinfluss führt, ersetzt die innere Zuverlässigkeit der MdkQ.

3.2 Der Einfluss eines groben Fehlers

Im bekannten Modell

$$\nabla I_{i} = -\frac{\sigma_{0}^{2}}{\sigma_{v_{i}}} \delta_{i} \tag{12}$$

mit
$$\delta_i = w_{max} + d_i(\beta)$$

der Ausgleichung nach der MdkQ (vgl. Abb. 3) wird neben den groben Fehlern durch die Einführung des Irrtumsrisikos 2.

Art β auch der Einfluss zufälliger Fehler berücksichtigt. Diese zufälligen Fehler müssen, um die Resultate der Zuverlässigkeit des BIBER-Schätzers mit jenen der MdkQ vergleichbar zu machen, bei der robusten Ausgleichung ebenfalls berücksichtigt werden. Dies wird erreicht, indem der Einfluss eines groben Fehlers um die empirisch festgelegte Vergrösserung, den Unsicherheitsfaktor τ_w , erhöht wird.

$$\nabla I_{i}^{\star} = -\frac{\sigma_{0}^{2}}{\sigma_{v_{i}}} \delta_{i}^{\star} \tag{13}$$

mit
$$\delta_i^* = c + \tau_w$$

Setzt man den Grenzwert $c = w_{max}$ und $\tau_w = d_i(\beta)$, werden die Zuverlässigkeitsbetrachtungen der beiden Modelle vergleichbar (vgl. Abb. 3).

Für den maximalen Einfluss eines groben Fehlers auf die zu schätzenden Parameter lässt sich gemäss (9) mit (13) schreiben:

$$\nabla \vec{x}_{i,ROB}^{\star} = (A^{T}P^{\star}A)^{-1}A^{T}P^{\star}\nabla \vec{I}_{i}^{\star} \qquad (14)$$

4. Beispiel

In einem Netz aus der geodätischen Praxis, bei dem nachträglich 6 grobe Fehler eingeführt wurden (Tab. 1), soll das Verhalten des BIBER-Schätzers dargestellt werden.

In diesem Netz werden mit 47 Beobachtungen (19 Richtungen, 4 Distanzen und 24 GPS-Lagekoordinaten) 21 Unbekannte (8 Lagekoordinaten, 6 Orientierungen, 1 Massstab der Distanzen, 4 Translatio-

Тур	Beobachtung		Fehler	
Richtung	324.2 – 324.3		+ 1.0 ⁹	
Distanz	327.0 - 327.1		+ 1.0 m	
GPS-Station	324.2	Y	+ 0.1 m	
		X	+ 0.1 m	
GPS-Station	327.1	Y	+ 1.0 m	
		X	+ 1.0 m	

Tab. 1: eingeführte grobe Fehler.

Тур	Beobachtung	V _{i TOT}
Richtung	324.2 – 324.3	- 0.9919 ^g
Distanz	327.0 – 327.1	– 0.986 m
GPS-Station	324.2 Y	– 0.094 m
	X	– 0.075 m
GPS-Station	327.1 Y	– 0.982 m
	X	– 0.993 m

Tab. 2: Verbesserungen v_{i TOT} der Beobachtungen mit eingeführten groben Fehlern.

Punkt	BIBER- Schätzer		MdkQ	
	dy	dx	dy	dx
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
324.2	+ 7	+ 21	+ 51	- 40
324.8	+ 26	+ 4	+ 227	- 45
327.1	+ 14	+ 7	+ 448	+ 261

Tab. 3: Koordinatendifferenzen zwischen den Ausgleichungen mit dem BIBER-Schätzer bzw. nach der MdkQ mit groben Fehlern und einer Ausgleichung nach der MdkQ ohne grobe Fehler.

nen, 1 Drehung und 1 Massstab der GPS-Sessionen) berechnet (vgl. Abb. 4).

Die groben Fehler werden im Abriss der robusten Ausgleichung eindeutig lokalisiert und deren tatsächliche Grösse durch die Verbesserungen v_{i TOT} (10) mit hoher Genauigkeit ausgewiesen (Tab. 2).

Die Ergebnisse der Ausgleichung mit dem BIBER-Schätzer und der MdkQ werden verglichen mit den Resultaten einer Berechnung nach der MdkQ ohne die eingeführten groben Fehlern.

Der BIBER-Schätzer liefert, im Gegensatz zur MdkQ, brauchbare Schätzresultate. Sie weichen nur geringfügig von den «korrekten» Koordinaten ab (Tab. 3).

5. Schlussfolgerung

Dank seinem mehrjährigen praktischen Einsatz wurde die Tauglichkeit des BIBER-Schätzers bestätigt. Dieser Schätzer ist heute im Bereich der Ausgleichung von geodätischen Netzen ein Werkzeug des täglichen Gebrauches und sehr viele der in diesem Fachgebiet in der Schweiz täti-

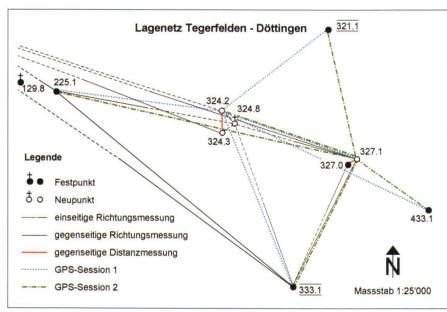


Abb. 4: Netzplan des Netzes Tegerfelden-Döttingen.

gen Geodäten wissen seine Vorteile zu schätzen.

In Analogie zum Biber, der den Menschen wegen seiner phantomhaften Lebensweise – man sieht ihn nicht, wohl aber sein Werk – zu faszinieren vermag, wirkt der BIBER-Schätzer ebenfalls im Verborgenen. Seine Aufteilung der Beobachtungen in «gute» und «fehlerbehaftete» erfolgt für den Benutzer unsichtbar, sein Wirken zeigt sich in guten Schätzergebnissen und der zuverlässigen, raschen und automatischen Kennzeichnung grober Fehler. Der Schätzer leistet daher einen wesentlichen Beitrag, die Kosten bei der Auswertung geodätischer Messungen zu reduzieren.

Selbstverständlich wird der BIBER-Schätzer die MdkQ in der Ausgleichung geodätischer Netze nicht verdrängen, er bietet jedoch eine praxistaugliche und zweckmässige Ergänzung und Alternative.

Sein primäres Einsatzgebiet ist die sehr einfache und effiziente Lokalisierung grober Fehler in komplexen, aus verschiedenen Beobachtungstypen und sehr vielen Beobachtungen bestehenden Netzen. Häufig wird der BIBER-Schätzer der Schätzung nach der MdkQ vorgeschaltet, um grobe Fehler in den Beobachtungen einfach, effizient und automatisch aufdecken zu können.

Im weiteren bietet dieser Schätzer aber auch Gewähr für gute Schätzergebnisse bei nicht ausreichend normalverteilten Daten. In solchen Fällen kann der BIBER-Schätzer als Ersatz für eine Schätzung nach der MdkQ Verwendung finden.

Literaturverzeichnis:

Baarda, W. (1968) A testing procedure for use in geodetic networks, Netherlands Geodetic Commission, Publications on Geodesy, Vol. 2, Nr. 5, Delft.

Borutta, H. (1988) Robuste Schätzverfahren für geodätische Anwendungen, Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr, München.

Carosio, A. (1979) Robuste Ausgleichung, Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik, S. 293–297.

Carosio, A. (1995) Ausgleichung geodätischer Netze mit Verfahren der robusten Statistik, Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik, S. 188–191.

Caspary, W. (1988) Fehlerverteilungen, Methode der kleinsten Quadrate und robuste Alternativen, Zeitschrift für Vermessungswesen, S. 123–133.

Hampel, F. R., Ronchetti, E. M., Rousseuw, P. J., Stahel, W. A. (1986) Robust statistics, the approach based on influence functions, John Wiley and Sons, New York.

Huber, P. J. (1964) Robust Estimation of a location parameter, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 35, S. 73–101.

Huber, P. J. (1981) Robust Statistics, John Wiley and Sons, New York.

Koch, K.-R. (1996) Robuste Parameterschätzung, Allgemeine Vermessungsnachrichten, S. 1–18.

Marazzi, A. (1993) Algorithms, Routines and S Functions for Robust Statistics, Wadsworth and Brooks/Cole, Pacific Grove, California.

Wicki, F. (1991) Zuverlässigkeitstheorie, Beurteilungskriterien für die Zuverlässigkeit von geodätischen Netzen, ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Bericht Nr. 176

Wicki, F. (1992) Robuste Ausgleichung geodätischer Netze, ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Bericht Nr. 189.

Wicki, F. (1992) Robuste M-Schätzer und Zuverlässigkeit, ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Bericht Nr. 190.

Wicki, F. (1998) Robuste Schätzverfahren für die Parameterschätzung in geodätischen Netzen, ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Mitteilungen Nr. 67.

Dr. Fridolin Wicki
Bundesamt für Landestopographie
Eidgenössische Vermessungsdirektion
Seftigenstrasse 264
Postfach
CH-3084 Wabern
fridolin.wicki@lt.admin.ch
www.swisstopo.ch