

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 95 (1997)

**Heft:** 7

**Artikel:** Orientation d'un système multi-antennes GPS

**Autor:** Gabaglio, V.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-235357>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Orientation d'un système multi-antennes GPS

Cet article présente l'étude d'une nouvelle application du GPS (Global Positionning System): la détermination de l'orientation d'un objet dans l'espace. Deux méthodes de calcul sont examinées. La première se base sur les applications courantes de GPS, c'est-à-dire le positionnement, pour déterminer l'orientation. Les différents logiciels GPS commerciaux peuvent partiellement contribuer à sa résolution. La seconde méthode fait appel à des notions plus fondamentales. Elle considère directement les mesures de phase pour calculer l'orientation. Les aspects de précision prennent également une place importante.

*Dieser Artikel stellt eine neue Anwendung des GPS vor: die Bestimmung der Orientierung eines Objektes im Raum. Zwei Methoden werden untersucht. Erstere basiert auf der gängigen Anwendung von GPS, der Bestimmung von Koordinaten. Sie kann somit, zumindest teilweise, unter Zuhilfenahme handelsüblicher GPS-Software angewandt werden. Die zweite Methode geht von grundsätzlicheren Begriffen aus: man bestimmt die Orientierung direkt anhand der GPS-Phasenmessungen. Ein zusätzliches Augenmerk gilt den Genauigkeitsbetrachtungen.*

Questo articolo presenta una nuova applicazione del GPS: la determinazione dell'orientamento di un oggetto nello spazio. Si esaminano qui due metodi di calcolo. Il primo si basa sulle applicazioni correnti del GPS, cioè sul calcolo di coordinate per determinare l'orientamento. I vari software GPS in commercio contribuiscono in parte a risolvere questa problematica. Il secondo metodo parte da nozioni più fondamentali e considera direttamente le misure di fase per calcolare l'orientamento. Anche gli aspetti legati alla precisione occupano di rilievo.

V. Gabaglio

## Introduction

Pour cerner le sujet, nous commençons par examiner une application pratique: la mesure de la profondeur d'un lac en différents points afin de déterminer la quantité de sédiments qui s'y est déposée. Les mesures sont habituellement réalisées par échosondage à partir d'un bateau. Si le degré de précision recherchée est élevé, il est absolument nécessaire de connaître la direction de l'onde sonore au moment de la mesure. L'échosonde étant généralement liée de façon rigide au bateau, le problème revient à en déterminer les angles de roulis, de tangage ainsi que le cap (appelé lacet en aéronautique). Ces angles permettent de calculer la direction de l'onde sonore et de corriger la mesure pour connaître la profondeur au droit

du point mesuré par l'échosonde. Le même genre de problème se pose pour tout appareil de mesures embarqué sur un véhicule en mouvement (voiture, avions, ...).

Pour résoudre ce genre de problème, des méthodes existent déjà. Elles emploient divers instruments comme les gyroscopes, les inclinomètres, etc. Elles se regroupent sous l'appellation générale d'INS (Inertial Navigation System).

Ce travail pratique de diplôme propose l'emploi d'un système composé de plusieurs antennes GPS afin de déterminer l'orientation dans l'espace d'un objet, également appelée attitude.

## Notion d'attitude

L'attitude est un terme qui vient directement de l'anglais *attitude*. Les théories fondamentales sur ce sujet ont été, à l'o-

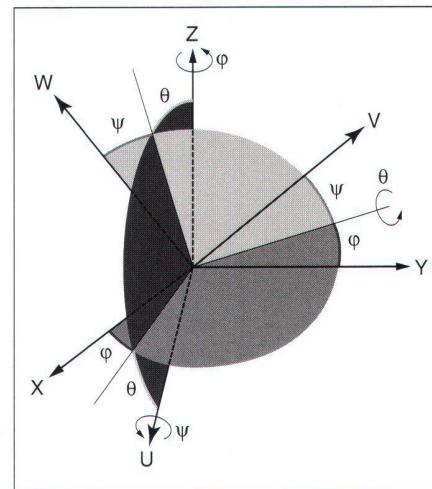


Fig. 1: Le référentiel d'inertie, dont la base est le triplet  $x, y, z$ , peut être par exemple celui du système de coordonnées nationales. Le second référentiel (repéré par  $u, v, w$ ) est lui lié à l'objet dont on veut déterminer l'orientation. La figure illustre également les trois rotations successives d'angle  $\varphi$ ,  $\theta$ , et  $\psi$  autour des axes  $z$ ,  $y$  et  $x$  respectivement.

rigine, développées pour décrire l'orientation des satellites et pour faciliter leur guidage [1].

Il existe différents moyens pour paramétriser l'attitude. Le plus efficace est l'utilisation d'une matrice de rotation ou de changement de référentiel; ces deux possibilités sont similaires. En effet le problème de base équivaut à trouver la matrice permettant de passer d'un référentiel d'inertie au référentiel lié à l'objet (voir figure 1).

La paramétrisation la plus aisée et la plus facile à interpréter physiquement, emploie trois rotations successives autour des trois axes principaux du référentiel d'inertie (angles d'Euler). La matrice de rotation, nommée matrice d'attitude dans cette application, peut être définie de la manière suivante:

$$\mathbf{R}_{xyz}(\psi, \theta, \varphi) = \mathbf{R}_x(\psi) \cdot \mathbf{R}_y(\theta) \cdot \mathbf{R}_z(\varphi) = \begin{bmatrix} c\theta c\varphi & c\theta s\varphi & -s\theta \\ -c\psi s\varphi + s\psi s\theta c\varphi & c\psi c\varphi + s\psi s\theta s\varphi & c\theta s\psi \\ s\psi s\varphi + c\psi s\theta c\varphi & -s\psi c\varphi + c\psi s\theta s\varphi & c\theta c\psi \end{bmatrix} \quad (1)$$

où  $s\theta = \sin(\theta)$  et  $c\theta = \cos(\theta)$

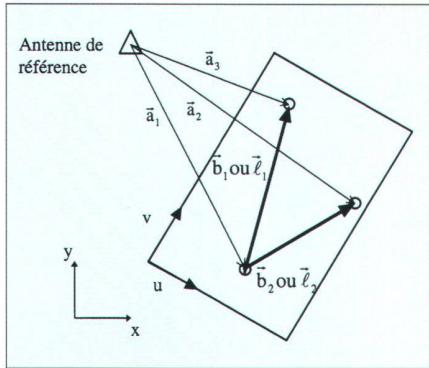


Fig. 2: Exemple d'une disposition d'antennes. Les vecteurs, mesurés dans le référentiel lié à l'objet, repérés par  $u$  et  $v$  sont notés  $\vec{b}$ . Les vecteurs repérés dans le référentiel d'inertie ( $x$  et  $y$ ) sont notés  $\vec{\ell}$ . Ils sont calculés par différences des coordonnées ou des vecteurs  $\vec{a}$ .

Cette matrice correspond à la succession des trois rotations d'angle  $\varphi$ ,  $\theta$ , et  $\psi$  autour des trois axes principaux  $z$ ,  $y$  et  $x$ . Cette opération permet de tourner le repère du référentiel d'inertie ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) de façon à ce qu'il soit parallèle au repère ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ). Autrement dit, il s'agit du mouvement de l'objet pour qu'il passe d'un état où cap, tangage et roulis sont tous nul à l'état effectif (voir figure 1).

Le problème se pose maintenant sur la détermination de la matrice  $R_{xyz}$  qui permet d'identifier les 3 angles recherchés. En relation avec GPS, on propose deux méthodes distinctes.

454

## Méthode indirecte

On dispose sur l'objet, dont on veut connaître l'orientation, des antennes GPS (au moins trois) qui forment plusieurs vecteurs (voir figure 2). La connaissance d'au moins deux vecteurs (non parallèles) dans les deux référentiels est nécessaire pour la détermination de l'orientation de l'objet de façon univoque.

Dans un premier temps, il faut déterminer les vecteurs dans le référentiel lié à l'objet. C'est-à-dire la géométrie du système multi-antennes, qui reste constante dans le temps, par rapport à l'objet. Cette première étape peut se faire avec les

moyens classiques (théodolite, chevillère, niveau, ...) ou avec GPS.

La seconde étape consiste à mesurer la position des récepteurs GPS, afin de connaître les vecteurs dans le référentiel d'inertie. On doit pour cela employer une station de référence fixe comme c'est le cas pour toutes les applications GPS nécessitant une précision centimétrique. Le calcul des positions est réalisable aisément avec les logiciels commerciaux, les mesures sont réalisées en mode cinématique (on-the-fly).

Une fois ces vecteurs connus, il faut alors déterminer la matrice d'attitude. Plusieurs algorithmes de calcul peuvent être employés ([2] et [3]). On propose ci-dessous de procéder par une compensation paramétrique (observations médiates).

Les équations aux erreurs non linéarisées sont de la forme:

$$\ell - v = R^T \cdot b = f(x) \quad (2)$$

où  $\ell$  et  $b$  sont les matrices de dimension  $3n \times 1$  ( $n$  est le nombre de vecteurs) contenant les composantes des  $n$  vecteurs mesurés dans le référentiel d'inertie ( $\vec{\ell}$ ), respectivement lié à l'objet ( $\vec{b}$ ).  $v$  est le vecteur des résidus à minimiser et  $R$  est une matrice bloc-diagonale dont les blocs correspondent à la matrice  $R_{xyz}$  (équation 1). Les paramètres  $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  forment le vecteur  $x$ .

L'équation 2 est une expression linéaire des composantes des vecteurs  $\vec{b}$ . Or, pour résoudre le problème, il faut avoir une forme linéaire des paramètres qui sont les 3 angles ( $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) inclus dans la matrice  $R$ . De façon imagée, il faut sortir ces paramètres de la matrice  $R$ . Cette opération revient à linéariser la fonction  $f(x)$ . On obtient alors une équation de la forme:

$$\hat{v} - v = A \cdot \delta x \quad (3)$$

où

$\hat{v} = \ell - \vec{\ell}$  sont les observations réduites, ou résidus approchés,

$\vec{\ell} = f(\hat{x})$  est la fonction des paramètres approchés,

$A$  est la matrice des coefficients et  $\delta x$  est la matrice des accroissements des paramètres, soit  $\delta\varphi$ ,  $\delta\theta$ ,  $\delta\psi$ .



Fig. 3: Test pratique sur la terrasse du Département de Génie Rural.

Il reste encore à établir le modèle stochastique des observations, c'est-à-dire les cofacteurs des différentes composantes des vecteurs mesurés  $\vec{\ell}$ . Pour cela, il faut remonter à un niveau où l'on peut estimer facilement les corrélations, soit à la mesure de la phase de l'onde porteuse. On applique ensuite les lois de la propagation des cofacteurs pour obtenir les poids des vecteurs mesurés et les corrélations entre eux ainsi qu'entre leurs propres composantes.

On considère également que les vecteurs connus dans le référentiel lié à l'objet ( $\vec{b}$ ) sont sans erreur.

La résolution par moindres carrés du modèle linéarisé permet de trouver la matrice d'attitude et donc les trois angles d'Euler, ainsi que leur précision.

Il est possible d'améliorer l'efficacité de cette démarche. En effet la connaissance a priori de la distance entre les récepteurs permet de résoudre les ambiguïtés de cycle de l'onde porteuse de manière beaucoup plus rapide que dans un problème classique. Certains algorithmes parviennent même à déterminer les ambiguïtés en une seule époque de mesure [5]. On calcule alors directement les vecteurs  $\vec{\ell}$  en utilisant une des antennes située sur l'objet comme référence. Cette solution ne peut pas s'effectuer à l'aide des logi-

	Orientation 1	Orientation 2	Orientation 3
Précision de $\varphi$ , cap (en degré)	0.03	0.04	0.04
Précision de $\theta$ , tangage (en degré)	0.12	0.15	0.19
Précision de $\psi$ , roulis (en degré)	0.06	0.08	0.10
err. moy. a posteriori $s_o$ (mm)	0.8	1.1	1.0
ADOP (en degré $10^{-1}$ )	1.4	1.7	2.2
GDOP (sans dimension)	2.3	2.9	3.2

Tab. 1: Précision des angles obtenus lors du test.

ciels commerciaux qui n'acceptent pas de station de référence mobile. Pour obtenir le positionnement global de l'objet, le calcul d'un des vecteurs  $\vec{a}_i$  reste bien entendu nécessaire. De plus cette seconde solution permet, par un calcul de vecteur plus court, de mieux éliminer les erreurs systématiques sur la mesure de la phase, par différentiation simple et double. La précision des angles d'orientation sera donc meilleure.

## Essai pratique

La méthode indirecte, via la mesure de vecteurs, a fait l'objet d'un test pratique effectué sur la terrasse du Département de Génie Rural de l'EPFL.

Les 4 appareils GPS employés pour ce test sont des récepteurs du système 200 de Leica. L'un d'eux sert de référence alors que les trois autres sont fixées sur une structure rigide dont on connaît précisément la géométrie (voir figure 3). Cette structure est placée dans plusieurs positions avec des configurations de satellites différentes. Les variations d'orientation concernent principalement les angles de tangage et de roulis. Les mesures sont réalisées en mode intermittent (stop-and-go). A chaque orientation de la structure, on enregistre des mesures pour 4 à 5 époques, espacées de 10 secondes.

Les précisions des résultats obtenus pour trois orientations différentes de la structure sont données dans le tableau 1. L'ADOP (Attitude Dilution Of Precision) est la racine carrée de la trace de la matrice des covariances et des variances. Celle-ci est calculée en multipliant la matrice des cofacteurs des inconnues par le carré de

l'erreur moyenne a posteriori sur l'unité de poids (habituellement notée  $s_o$ ). Cette dernière correspond à la précision de la mesure de phase sur un récepteur. Les précisions des trois angles sont également tirées de la matrice des covariances. La qualité des mesures est fortement liée à la disposition des satellites (exprimée par le GDOP). L'angle  $\theta$  est principalement déterminé par un vecteur d'une longueur de 1 m. Le deuxième vecteur est pratiquement parallèle à l'axe de rotation et ne contribue pas à la détermination de cet angle. L'angle  $\psi$  est principalement déterminé par un vecteur dont la norme est de

1.7 m. La longueur des vecteurs est un paramètre très important pour la précision. Dans les applications pratiques, il faut également veiller à ce que les directions des vecteurs soient bien réparties (analogie avec la détermination d'un point par visées intérieures ou extérieures).

## Méthode directe

Les théories développées par Cohen [4] sont à la base de la seconde méthode proposée. Elle emploie des notions fondamentales des problèmes de positionnement par GPS. Dans cette procédure, on ne calcule plus les vecteurs dans le référentiel d'inertie. La matrice d'attitude recherchée est directement intégrée dans les équations des différences simples et doubles de mesure de phase.

Selon la figure 4, on peut poser:

$$\Delta\Phi = \vec{b}^\top \cdot \vec{s} \quad (4)$$

La distance  $\Delta\Phi$  se décompose en une différence simple de phase  $\Delta\varphi$  et d'ambiguïtés  $\Delta N$ .

$$\Delta\Phi = \Delta\varphi + \Delta N \quad (5)$$

Le vecteur  $\vec{s}$  indique la direction entre le récepteur et le satellite, il est habituellement exprimé dans un référentiel d'inertie. Le vecteur  $\vec{b}$  entre les antennes, est exprimé dans le référentiel lié à l'objet. Pour avoir  $\vec{s}$  et  $\vec{b}$  exprimés dans le même référentiel, le vecteur  $\vec{s}$  est multiplié par la matrice d'attitude  $R_{xyz}$ . Il faut encore introduire les termes d'erreur d'horloge des récepteurs. Les effets de la réfraction atmosphérique peuvent être négligés.

$$\Delta\Phi = \vec{b}^\top \cdot R_{xyz} \cdot \vec{s} + c \cdot \Delta t \quad (6)$$

On ne calcule plus de vecteurs dans le référentiel d'inertie mais directement les paramètres de la matrice d'attitude  $R_{xyz}$ . Par rapport au problème classique de positionnement, le problème n'est pas de trouver le vecteur  $\vec{b}$ , qui est dans notre cas connu, mais les trois paramètres qui forment la matrice d'attitude  $R_{xyz}$ .

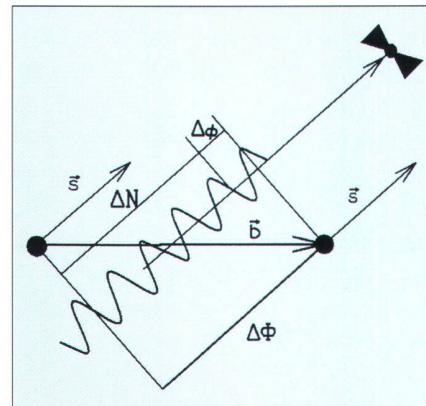


Fig. 4: Schéma de la détermination d'un vecteur par GPS. Les extrémités du vecteur  $\vec{b}$  sont deux antennes GPS. Les vecteurs  $\vec{s}$  sont des vecteurs unitaires en direction du satellite, ils sont considérés comme parallèles. Le produit scalaire des vecteurs  $\vec{b}$  et  $\vec{s}$  est égal à la grandeur  $\Delta\Phi$ . Il faut toutefois tenir compte des erreurs d'horloge des récepteurs et du fait que les vecteurs doivent être exprimés dans le même référentiel.

Lorsque l'on passe à la différence double et que l'on applique l'équation (5), on obtient la formule suivante:

$$\nabla \Delta \varphi = \vec{b}^T \cdot R_{xyz} \cdot \nabla \vec{s} = \nabla \Delta N \quad (7)$$

Le terme  $\nabla$  exprime une différenciation entre deux satellites.  $\Delta$  est l'expression d'une différence entre 2 récepteurs.  $\nabla \Delta$  symbolise donc une double différence (récepteurs puis satellites).

Les paramètres à trouver sont les trois angles inclus dans la matrice  $R_{xyz}$  et les différences doubles d'ambiguïtés de cycle ( $\nabla \Delta N$ ). Pour obtenir une expression linéaire des paramètres, l'équation (7) doit être linéarisée. On peut alors utiliser la compensation paramétrique pour résoudre les équations aux erreurs linéarisées formées par plusieurs satellites, plusieurs vecteurs et plusieurs époques.

Il est également possible de remplacer la différence double d'ambiguïtés ( $\nabla \Delta N$ ) par deux différences simples ( $\Delta N$ ). Cela apporte plus de souplesse pour poser les équations, notamment lors de l'apparition ou la disparition de satellites. Par contre, on a une inconnue supplémentaire et l'apparition d'un défaut de rang qui oblige le passage par une inverse généralisée lors du calcul de compensation.

La connaissance de la norme des vecteurs permet d'obtenir des bonnes valeurs approchées de la matrice d'attitude et ainsi de diminuer le nombre d'itérations et d'époques nécessaires pour résoudre les ambiguïtés. Hazel [6] propose par exemple, l'emploi de deux dispositifs multi-antennes. Les écarts entre récepteurs du premier ne doivent pas dépasser la longueur de l'onde porteuse (19 cm pour L1). Il n'y a alors pas d'ambiguïtés. La solution apportée par ce premier dispositif n'est pas très précise, car les antennes sont proches. Cependant elle permet de calculer approximativement les positions relatives des antennes du second dispositif. La résolution des ambiguïtés peut alors se faire à la manière d'une initialisation sur point connu (*Init Know Point*). Cette seconde méthode ne résout que le problème de l'orientation de l'objet. Si l'application pratique impose un posi-

tionnement absolu précis, l'utilisation d'une antenne de référence fixe est nécessaire pour déterminer les coordonnées d'au moins une antenne.

méthode directe, sur la géométrie idéale pour un système multi-antennes, sur la fiabilité de la détermination d'attitude et, à plus long terme, sur le passage au temps réel.

## Comparaison des deux approches

Dans le cadre du travail de diplôme, les essais ont porté exclusivement sur la méthode indirecte. Les considérations qui suivent sont donc principalement théoriques.

Lors de la compensation, les observations sont: pour la première méthode des vecteurs; pour la seconde des différences de phases. Les corrélations entre les observations sont plus grandes dans la première méthode. La méthode indirecte est donc légèrement plus précise. Mais, au niveau de la précision, le choix de la méthode est beaucoup moins important que les écarts entre les antennes et les constellations des satellites. L'écartement des antennes est un élément délicat qui demande encore des investigations plus approfondies. En effet, si les antennes sont trop écartées, la résolution des ambiguïtés sera plus difficile notamment à cause du défaut de rigidité de l'objet (déformation). Pour chaque objet ou véhicule, un écartement idéal est à trouver. L'intégration d'autres appareils de mesures (laser suiveur, inclinomètres,...) est possible dans chacune des méthodes. Au niveau de la rapidité de calcul, les algorithmes de résolution des ambiguïtés de cycles sont déterminants. Il est donc difficile de faire une comparaison sur la base de ce critère.

Actuellement et à notre connaissance, le marché n'offre aucun logiciel pouvant calculer précisément l'orientation d'un objet à l'aide de GPS. Cependant la méthode indirecte demande moins d'efforts, car on peut utiliser les logiciels commerciaux déjà existants pour la résolution des ambiguïtés, le temps nécessaire à la résolution des ambiguïtés est par contre nettement plus grand.

Les futures investigations porteront notamment sur des essais pratiques de la

## Conclusion

La détermination d'attitude n'est pas seulement utile pour l'orientation d'appareils de mesure. Elle permet également le guidage d'avions ou de machines de chantier difficiles à manœuvrer. Elle peut entrer également en ligne de compte dans la surveillance d'ouvrages ou d'éléments naturels en aidant à comprendre la nature des déformations (glissement, rotation,...).

L'orientation d'un système multi-antennes illustre la variété des applications auxquelles le système GPS peut contribuer.

## Bibliographie:

- [1] Wertz, J. R. (1978): Spacecraft Attitude Determination and control. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [2] Shuster, M. D. et OH, S. D. (1981): Three-Axis Attitude determination from Vector Observation. Journal of Guidance and Control, Vol. 4, No. 1, jan–feb, pp 70–77.
- [3] Markley, F.L. (1988): Attitude determination using Vector Observations and the Singular Value Decomposition. Journal of Astronautical Sciences, Vol. 36, No. 3, jul.–sep, pp. 245–258.
- [4] Cohen, C.E. (1995): Attitude Determination dans Global Positionning System, Theory and Application, Volume II, Parkinson, B. W. and Spilker J. J. (editor), Progress in Astronautics and Aeronautics, Volume 164.
- [5] Euler, H. J. (1995): GPS Attitude Determination: utilizing auxiliary information to obtain improved results. 3rd Int. Workshop, High Precision Navigation, Stuttgart.
- [6] Hazel, G. et Stancey, S. (1994): Instantaneous GPS Tests: Cycle Ambiguity Resolved. ION GPS, pp. 683–688.

Vincent Gabaglio  
Sur le Ru 14  
CH-1782 Belfaux