

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 93 (1995)

**Heft:** 4: ETHZ : Departement Geodätische Wissenschaften = EPFZ : Département des sciences géodésiques

**Artikel:** Dreidimensionale Modellierung des Refraktivitätsfeldes in der Atmosphäre

**Autor:** Geiger, A. / Cocard, M. / Hirter, H.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-235155>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Dreidimensionale Modellierung des Refraktivitätsfeldes in der Atmosphäre

A. Geiger, M. Cocard, H. Hirter

Die refraktiven Effekte, wie sie bei optischen Messungen durch die Troposphäre auftreten, sind jedem Geodäten als unangenehme Fehlerquellen bekannt. Winkelverfälschungen, bewirkt durch die Strahlkrümmung und Distanzfehler, sind Folgen des Refraktionseinflusses auf den Messstrahl. Aber auch Mikrowellensignale, wie sie beim GPS verwendet werden, unterliegen bei der Durchquerung der Atmosphäre den Gesetzen der Refraktion. Die Grösse der Effekte ist abhängig vom Brechungsindex und dessen räumlichen Verteilung. Der Brechungsindex ist abhängig von der Frequenz des elektromagnetischen Messstrahls und vom augenblicklichen, brechungsrelevanten Zustand der Troposphäre, der wiederum durch Druck, Temperatur und Feuchtigkeit beschrieben werden kann. Kennt man nun die Brechungsverhältnisse oder die entsprechenden Temperatur-, Druck- und Feuchtigkeitswerte entlang des gesamten Strahls, so lässt sich die anzubringende Distanzkorrektur berechnen. Im folgenden soll dargestellt werden, wie das Brechungsfield an einer beliebigen Stelle aus diskreten meteorologischen Messungen bestimmt und daraus die Distanzkorrektur berechnet werden kann.

*Les effets de réfraction qui se produisent lors de mesures optiques dans la troposphère sont connus de tous les géodésiens comme sources d'erreurs désagréables. Les faussements d'angle, provoqués par la courbure du rayon et l'erreur de distance, sont des conséquences de l'influence de la réfraction sur le rayon de mesure. Mais les signaux de micro-ondes, utilisées pour le GPS, sont également soumis aux lois de la réfraction lorsqu'ils traversent l'atmosphère. La grandeur des effets dépend de l'indice de réfraction et de sa répartition dans l'espace. L'indice de réfraction lui-même dépend de la fréquence du rayon de mesure électromagnétique et de l'état réfractaire momentané de la troposphère, qui à son tour peut être décrit par la pression, la température et l'humidité. Si donc on connaît les conditions de réfraction ou les valeurs de température, de pression et d'humidité correspondantes le long de l'ensemble du rayon on peut calculer la correction de la distance qu'il convient d'y apporter. Ci-après il est démontré comment, à n'importe quel endroit, le champ de réfraction peut être déterminé à partir de mesures météorologiques discrètes et comment la correction qui en résulte peut être calculée.*

Gli effetti della rifrazione, nella loro insorgenza per le misurazioni ottiche nella troposfera, sono noti a ogni geodeta come fastidiosa fonte di errore. Le distorsioni angolari, provocate dalla curvatura dei raggi e dagli errori di distanza, sono la conseguenza dell'influsso sulla traiettoria del raggio di misurazione. Ma anche i segnali delle microonde, come utilizzati dal GPS, sottostanno alle leggi di rifrazione quando attraversano l'atmosfera. L'entità degli effetti è soggetta all'indice di rifrazione e alla sua ripartizione spaziale. Inoltre, l'indice di rifrazione dipende anche dalla frequenza elettromagnetica della traiettoria del raggio di misurazione e dallo stato momentaneo di rifrazione della troposfera che a sua volta può essere descritto da pressione, temperatura e umidità. Una volta conosciuti i rapporti di rifrazione o i relativi valori di temperatura, pressione e umidità lungo tutto il raggio, diventa possibile calcolare la correzione di distanza da apportare. Nella presentazione seguente, si spiega come il campo di rifrazione può essere determinato da un punto prescelto, partendo da misurazioni meteorologiche, e come da qui è possibile calcolare la correzione della distanza.

### Auch GPS ist nicht gefeit vor der Refraktion

Die GPS-Messungen erfolgen im sogenannten L-Band (L1 ≈ 1.5 GHz, L2 ≈ 1.2 GHz) des Mikrowellenspektrums und sind, wie die klassischen Messmethoden, von der Refraktion betroffen. Der Brechungsindex n für Mikrowellen ist praktisch frequenz-unabhängig, d.h. für Frequenzen bis zirka 30 GHz kann die Brechzahl N = (n-1) · 10<sup>6</sup> der troposphärischen Wellenausbreitung durch die Formel von Essen und Froome (1950) berechnet werden: siehe Formel 1

Dabei spielen lediglich Druck, Temperatur und Feuchtigkeit eine Rolle. Oft werden ein «Feuchtanteil» und ein «Trockenanteil» separat betrachtet.

siehe Formel 2

Anders verhalten sich Wellen im optischen Bereich, wo der entsprechende Brechungsindex wesentlich von der Frequenz abhängt. Dies hat zur Folge, dass verschieden farbige Wellen eine Dispersion und damit unterschiedliche Ausbreitungswege und Geschwindigkeiten aufweisen.

Dieses Phänomen kann zur direkten Refraktionskorrektur verwendet werden, wie es etwa im 2-Farben Distanzmesser «Terrameter» realisiert wurde.

Im weiteren wirkt sich die Feuchtigkeit bei optischen Wellen etwa 115 mal schwächer aus als bei Mikrowellen. Dieser Sachverhalt führt dazu, dass im Falle von Laserbeobachtungen die Feuchtigkeit kaum zu Korrekturberechnungen herangezogen werden. Bei Mikrowellen, also auch bei GPS-Messungen, ist sie hingegen zu berücksichtigen.

Um einen Distanzfehler für eine bestimmte Visur zum Satelliten zu erhalten, muss der totale Refraktionsfehler entlang des ganzen Weges durch die Atmosphäre integriert werden:

$$\Delta s = \int_{\text{Empfänger}}^{\text{Satellit}} (n - 1) ds = \int_{\text{Empfänger}}^{\text{Satellit}} N \cdot 10^{-6} ds$$

Für einen zenital einfallenden Strahl ergibt sich so in hiesigen Gegenden ein Distanzfehler in der Grössenordnung von 1.8 bis 2.5 Metern. Der «Feuchtanteil» macht dabei bis zu 30 cm aus.

Fällt der Strahl jedoch nicht zenital, sondern unter einer Zenitdistanz  $\theta$  ein, so wird sich der Fehlereinfluss auf Grund des längeren Laufweges in der Troposphäre entsprechend vergrössern. In einer horizontal geschichteten Atmosphäre ergibt sich ohne Berücksichtigung der Erdkrümmung eine Vergrösserung um den Faktor:

$$MF(\theta) = \frac{1}{\cos(\theta)}$$

$$N_{\text{Mikrowellen}} = \frac{77.64}{T}(p - e) + \left(1 + \frac{5748}{T}\right)e \frac{64.68}{T}$$

Formel 1

$$N_{\text{trocken}} = 77.64 \frac{p}{T} \quad ; \quad N_{\text{feucht}} = \frac{e}{T} \left( \frac{3.718 \cdot 10^5}{T} - 12.96 \right)$$

Formel 2

Dieser Faktor wird als «Mapping Function» bezeichnet. Sie erlaubt die einfache Umrechnung einer zenitalen Weglängenkorrektur ( $\Delta s_0$ ) in eine Korrektur für Schrägvisionen  $\Delta s(\theta)$  nach der Formel:

$$\Delta s(\theta) = MF(\theta) \cdot \Delta s_0$$

Bei  $\theta = 70^\circ$  wird der Faktor etwa 3 oder die Korrektur bei einem  $\Delta s_0 = 2.2$  m etwa 7 m.

Um die Krümmung der Troposphäre zu berücksichtigen, kann die «Mapping Function» einfach abgeändert werden. Für Abschätzungen ist die obige Formel aber genügend genau, weichen doch die Ergebnisse bis zu einer Zenitdistanz von  $70^\circ$  ( $20^\circ$  Elevation) nicht mehr als 1% von denen einer sphärischen Formel ab. Es stellt sich nun die für den Geodäten interessante Frage:

## Wie wirken sich Fehler in der Troposphärenkorrektur auf die Koordinaten aus ?

Zur Beantwortung dieser Frage müssen zwei Effekte überlagert betrachtet werden:

- I) Effekt des entsprechend der Zenitdistanz verlängerten Signallaufweges in der Atmosphäre.  
Ein Fehler in der Bestimmung des Zenit Path Delays wird sich entsprechend der Mapping Function verstärkt bei Satelliten mit kleiner Elevation (grosse Zenitdistanz) bemerkbar machen.
- II) Effekt der Konstellation  
Die Positionierung bei GPS basiert im wesentlichen auf einem Bogenschnittverfahren mit einer zusätzlichen unbekanntem Additionskonstanten (Uhrkorrektur). Die Satelliten als Referenzpunkte sind unsymmetrisch um die koordinatenmässig gesuchte Station verteilt, indem meist nur Satelliten über  $15^\circ$  bis  $20^\circ$  Elevation in die Berechnungen einbezogen werden.

Durch die Beachtung dieser beiden Effekte lässt sich eine a priori Abschätzung des systematischen Fehlereinflusses berechnen. Es zeigt sich, dass die Lage des Punktes in den meisten Fällen nur schwach beeinflusst wird. Der Fehler im Zenit Path Delay macht sich aber in der Höhe um einen Faktor 2 bis 3 verstärkt bemerkbar (Geiger, 1986). Dies gilt sowohl für absolute als auch für differentielle Positionierungen. Will man also im differentiellen Modus Höhengenaugkeiten im Bereich von 1 cm erreichen, so muss der (differentielle) Zenit Path Delay im Bereich von 3 mm bestimmt werden. Liegen die Stationen nahe beieinander so kann diese Forderung dank der hohen Korrelation der meteorologischen Bedingungen erfüllt werden. Die Idee dabei ist: Die absolute Korrektur erfolgt möglicherweise falsch, aber an beiden Stationen gleich falsch.

Dazu ist zu bemerken, dass der horizontale Abstand zwischen den Stationen weit weniger problematisch ist als deren Höhenunterschied, da die Korrelationslänge in der Höhenkomponente um Faktoren kleiner ist als in der Horizontalkomponente. Zudem werden beide GPS-Signale bis zur höher gelegenen Station in etwa die gleichen Troposphärenschichten durchlaufen. Das eine Signal wird aber zusätzlich von der Zwischenschicht beein-

flusst (vergl. Abb. 1). Es zeigt sich, dass der Fehler im Zenit Path Delay etwa proportional zum Höhenunterschied der Stationen ist. Dies bewirkt direkt einen massstäblichen Fehler in der Höhenbestimmung. Wir konnten im Extremfall schon 100 ppm Höhenfehler beobachten, die durch fehlerhafte Modellierung bewirkt wurden. Dies sind immerhin 10 cm (systematisch!) bei 1 km Höhenunterschied. Bei Messungen in stark akzentuierter Topographie können wohl für die Horizontal-komponenten kaum, für die Höhenkomponenten jedoch merkbare Massstabsfehler auftreten. Dies bedeutet wiederum, dass es in manchen Höhen sinnvoll ist, einen zusätzlichen Höhenmassstab zur Netzeinpassung anzusetzen.

## Wie können trotzdem genaue Höhenunterschiede bestimmt werden ?

Genau dieser Frage gehen weltweit etliche Institutionen nach, so auch das GGL, wo im speziellen stochastische und radiometrische Korrekturverfahren entwickelt und untersucht werden. Die verschiedenen Korrekturansätze lassen sich in drei Gruppen einordnen (Abb. 2):

- I) Schätzung
- II) Modellierung
- III) Messung

### I Schätzung

Hier geht man von der Idee aus, dass der Einfluss der Troposphäre aus den GPS-Messungen allein bestimmt werden kann. Die Schätzung einer über einen gegebenen Zeitraum konstanten Zenit-Korrektur wird in verschiedenen GPS-Programmsystemen eingesetzt. Eine sophisticatedere Version erlaubt eine zeitliche Änderung des zu schätzenden Zenit Path Delays (z.B. «Berner-GPS-Programm»). Neuere

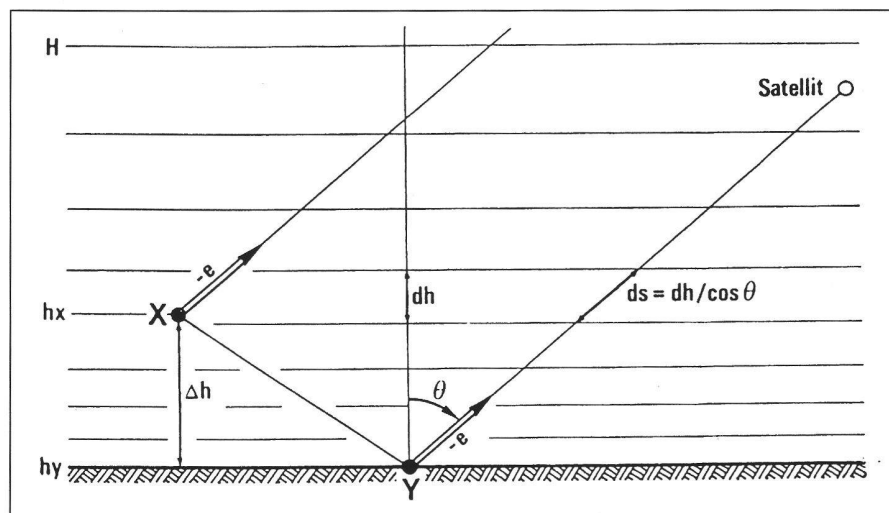


Abb. 1: Situation bei der Messung der Höhendifferenz zweier Stationen X und Y in einer horizontal geschichteten Atmosphäre.

Entwicklungen im Bereich der GPS-Auswerte-Softwares zielen auf eine Schätzung von kompletten 3D-Refraktionsfeldern ab. Dabei kommen vorab zwei Techniken zum Zuge: Parameterschätzungen in funktionalen Modellen und Schätzungen mit tomographischen Ansätzen. Beide Ansätze können sinnvollerweise kombiniert angewendet werden. Diese Entwicklungen werden auch für nicht geodätische, atmosphärische Beobachtungen an Bedeutung gewinnen. Umfangreiche Untersuchungen zur Schätzung der Troposphären-Effekte in kleinräumigen Netzen mit grossen Höhendifferenzen wurden im Testnetz «Turtmann» durchgeführt (Beutler et. al 1995).

## II Modellierung

Aufgrund von meteorologischen Modellen wird das Refraktionsfeld dreidimensional berechnet. Daraus lassen sich die Weglängenkorrekturen entlang einer vorgegebenen Visur berechnen. Hier sind an erster Stelle die Standardmodelle zu nennen. Die Berechnung der Refraktivitätsverteilung wird vielfach durch die Berücksichtigung von meteorologischen Messungen unterstützt.

### Standard-Modelle

Um den Gebrauch von Berechnungsmodellen möglichst einfach zu gestalten, können vereinfachende Annahmen über die Atmosphäre getroffen werden. Zudem wird die Integration entlang der Visur analytisch ausgeführt, was schlussendlich in einer Formel mündet, die die Weglängenkorrektur in Abhängigkeit der Zenitdistanz ev. der Stationshöhe und der Stationslage wiedergeben. Vielfach können lokal gemessene Meteowerte, meist Druck, Temperatur und Feuchtigkeit zur Anpassung des Standardmodells in die Berechnung eingeführt werden. Die Standard-Modelle verwenden als Grundlage die sog. Standard Atmosphären, die durch einen mit der Höhe linear abnehmenden Temperatur- sowie einen exponentiellen Druck- und Feuchtigkeitsverlauf charakterisiert sind.

Die Integration dieser Modelle und die Berücksichtigung von Schrägvisuren ergibt z.B. die bekannte und sehr häufig verwendete Formel von Saastamoinen (1972) zur Berechnung der Weglängenkorrektur  $\Delta s$  in Abhängigkeit der Zenitdistanz  $\theta$ :

$$\Delta s(\theta) = \frac{0.002277}{\cos(\theta)} \left( p + \left( \frac{1255}{T} + 0.05 \right) e - B \cdot \tan^2(\theta) \right) + \delta$$

wo B und  $\delta$  tabellierte stationshöhenabhängige, kleine Korrekturwerte sind. Sie sollen die Krümmung der Atmosphäre und die Strahlkrümmung berücksichtigen.  $p$ [hPa],  $T$ [°K] und  $e$ [hPa] sind gemessene

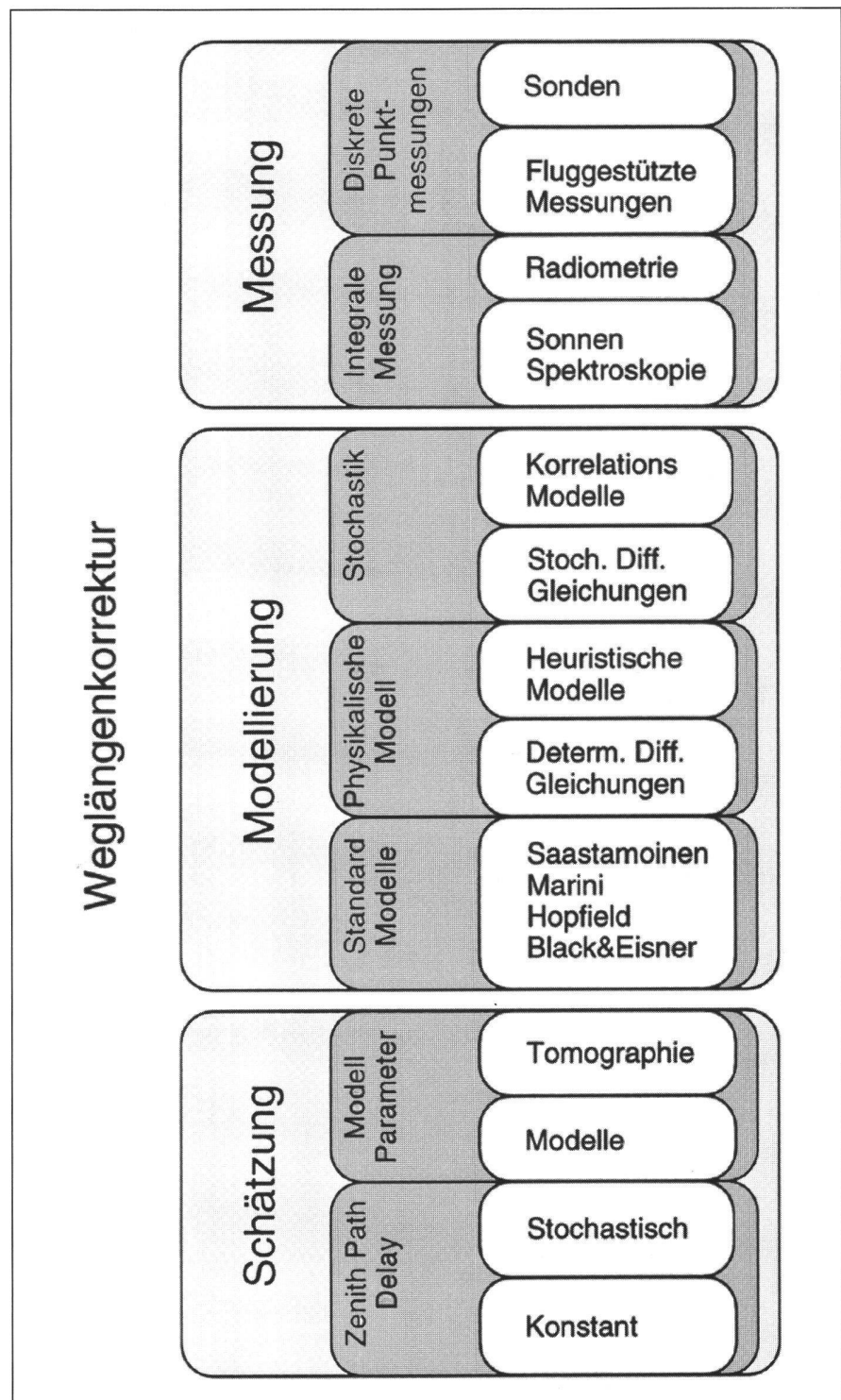


Abb. 2: Möglichkeiten zur Weglängenkorrektur.

oder aus Modellen gerechnete Meteowerte an der GPS-Station. Vom Prinzip her ähnliche Formeln sind unter den Namen «Hopfield», «Black & Eisner», «Marini», «Lanyi», «Herring» etc.

bekannt. Sie unterscheiden sich vor allem durch die Wahl der «Mapping Function». Einige Modelle berücksichtigen auch einen saisonalen Gang der Meteoparameter.

### Physikalische Modelle

Während man sich beim Einsatz von Standardmodellen lediglich auf eine generelle Beschreibung des atmosphärischen

Zustandes beschränken muss, zielen ausgefeilte physikalische Modelle auf eine möglichst realistische Beschreibung der Atmosphäre ab. Die Lösung der exakten Differentialgleichungen und Zustandsgleichungen sollen zu deterministischen Aussagen führen. Zur Stützung dieser Modelle sind sehr viele Messungen unterschiedlichster meteorologischer Parameter notwendig. Die Lösung der Gleichungssysteme wird durch Nicht-Linearitäten und Instabilitäten ganz erheblich erschwert. Das beschriebene Verfahren gehört denn auch zu den rechenintensiven numerischen Modellierungen, die für die Wettervorhersagerechnungen verwendet werden. Auch Vereinfachungen durch den Einsatz von heuristischen Modellgleichungen reduzieren den Aufwand nicht in dem Mass, dass das Verfahren für geodätische Zwecke einfach eingesetzt werden könnte. Zudem ist zu bedenken, dass die Dynamik der integralen Weglängenkorrektur in der geodätischen Anwendung kaum interessiert.

Um die Schwierigkeiten deterministischer Beschreibungen zu umgehen und um fehlerbehaftete Messungen verarbeiten zu können, werden stochastische Gleichungen angesetzt, die zum Teil in Filtersätzen münden. Eine etwas unterschiedliche Betrachtungsweise, geht vom Anspruch der genauen physikalischen Beschreibung weg und reduziert die komplizierten deterministischen Zusammenhänge auf stochastische Verknüpfungen, die durch ihre Korrelations- oder Kovarianzfunktionen gekennzeichnet werden. Der atmosphärische Zustand wird als Summe von (heuristischen) Gewichtsfunktionen (Kovarianzfunktionen) dargestellt. Zudem werden einfache Modelle - meist Standard-Modelle - mit berücksichtigt. Das Verfahren erlaubt es, das Refraktivitäts-Profil (N-Profil) zu berechnen und entlang der Visur zu einer Weglängenkorrektur zu integrieren. Realisierungen dieser Interpolationsverfahren sind unter dem Namen Kriging bekannt. Dieser Interpolationsansatz, in der Geodäsie oft als Kollokation bezeichnet, wird im weiter unten beschriebenen Verfahren verwendet.

### III Messung

Statt N-Profile zu berechnen, können sie durchaus in situ gemessen werden. Ballonaufstiege ermöglichen eine mehr oder weniger vertikale Profilierung, während flugzeuggebundene Operationen sich eher für flächenartige Messaufnahmen oder für die Refraktionsbestimmung entlang terrestrischer Visuren mit genügender Bodenfreiheit eignen. Aus gemessenen  $p, T, e$ -Werten lässt sich  $N$  berechnen. Der Gültigkeitsbereich des so bestimmten Wertes bleibt aber auf eine mehr oder weniger kleine Umgebung der Messstelle beschränkt. Es liegen also diskrete, nur in seltenen Fällen genau auf der Visur liegen-

de Stellen mit Refraktionsangaben vor. Dies hat zur Folge, dass wiederum eine Modellierung zur Interpolation des Brechungsfeldes nötig wird. Gelingt ein relativ genaues Abfliegen einer interessierenden Visur, so braucht das Modell nicht sehr sophistiziert zu sein, um die Messwerte auf die Visur zu «reduzieren». Im Fall terrestrischer Visuren, wo neben Längenkorrekturen auch Winkelkorrekturen von Interesse sind, kann mit dieser Methode eine Art «Datenschlauch» um die näherungsweise bekannte Visur erzeugt werden. In diesem Schlauch wird dann ein Ray-Tracing durchgeführt, um so die genauen Strahlwinkel und Weglängenkorrekturen zu bestimmen. Dieses Verfahren hat Neining (1992) im Testnetz Turtmann erfolgreich eingesetzt. Die beschriebenen Messverfahren erzeugen diskret verteilte Messfelder. Da aber schlussendlich integrale Werte interessieren, stellt sich die Frage, ob nicht die Korrekturen direkt bestimmt werden können. Eine Möglichkeit dazu ergibt sich durch multispektrale Beobachtungen, wie z.B. 2-Farben-Laser. Diese Methode ist aber wie bereits erwähnt nur bei dispersiv beeinflussten Frequenzen möglich, sie fällt damit bei GPS ausser Betracht. Die Troposphäre beeinflusst aber nicht nur die Phasenlage und die Geschwindigkeit von Signalen, sondern auch deren Amplituden. In der Spektroskopie und in der Radiometrie bestimmt man aufgrund der elektromagnetischen Absorption und Emmission des atmosphärischen Wasserdampfes den integralen Wasserdampfgehalt, der direkt dem «feuchten» Anteil der gesuchten Korrektur entspricht. Satellitengestützte radiometrische Messungen dienen den Meteorologen zur Kartierung des globalen atmosphärischen Wasserdampfgehaltes, einem wichtigen Wetterparameter.

Die Nutzung dieser Daten für die Geodäsie ist nicht operationell und Bedarf noch einiger Untersuchungen und Entwicklungen. Dagegen sind am GGL in Zusammenarbeit mit der Firma CAPTEC bodengebundene Radiometer für den speziellen Einsatz in der Geodäsie entwickelt worden. Dazu sei auf den Beitrag von Bürki & Kahle in diesem Heft und auf Bürki et al., 1994 verwiesen.

### COMEDIE und was dahinter steckt

Am GGL wurde ein Verfahren entwickelt, das die Berechnung des dreidimensionalen Refraktivitätsfeldes zu beliebigen Zeitpunkten erlaubt. Daraus können die Weglängenkorrekturen für jede gewünschte Visur integriert werden. COMEDIE bezeichnet das entsprechende Programmpaket und bedeutet: Collocation of Meteorological Data for Interpretation and Estimation of Tropospheric Pathdelays.

### Das Konzept

Geht man davon aus, dass Meteomes-sungen den Atmosphärenzustand zu «repräsentieren» vermögen, so lässt sich durch Interpolation aus den diskret verteilten Informationen ein Gesamtbild der Atmosphäre erzeugen. Im Zusammenhang mit dem Interpolationsansatz ist der Begriff der «Repräsentierbarkeit» von Wichtigkeit, deutet er doch neben konzis beschreibbaren auch mögliche und unzureichend definierte Fehler und Zusammenhänge an. Genau dieser Sachverhalt wird im weiter unten beschriebenen Verfahren des Krigings oder der Kollokation berücksichtigt. Ein ähnliches Verfahren wird auch zur Geoidbestimmung verwendet (siehe den Beitrag von U. Marti & H.-G. Kahle in diesem Heft).

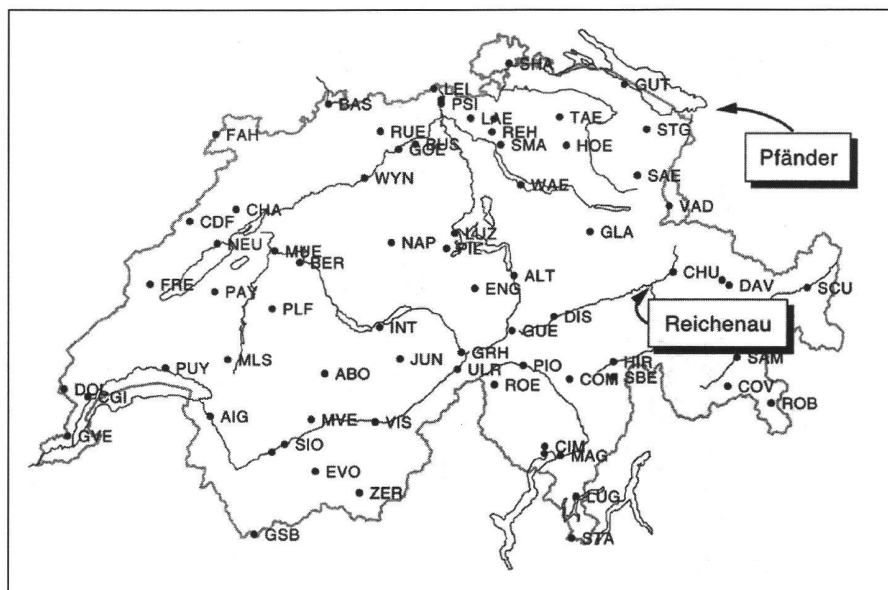


Abb. 3: Verteilung der ANETZ-Stationen (SMA). Im Beispiel werden die Korrekturrechnungen für die GPS-Stationen Reichenau und Pfänder gezeigt.

Um das Verfahren möglichst flexibel zu halten, sollten verschiedenartigste, von den GPS-Messungen völlig unabhängige Meteorhebungen, die nicht synoptisch zu sein brauchen, berücksichtigt werden. Als Messungen kommen in erster Linie selbst erhobene Messungen, Daten aus automatischen Netzen (z.B. ANETZ) aber auch Sondenaufstiege, fluggestützte Sondierungen und Radiometermessungen in Frage. Anhand dieser Messungen wird ein 3D-Druck-, Temperatur- und Feuchtigkeitsfeld zu einem gewünschten Zeitpunkt interpoliert. Durch dieses Feld lässt sich die Visur legen, entlang welcher die Refraktivität und die entsprechende Korrektur durch numerische Integration berechnet wird. Im Hinblick auf einen operationellen Einsatz im Gebiet der Schweiz, wurde eine spezielle, dem Schweizer Koordinatensystem angepasste Version von COMEDIE verfasst, die auf das Automatische Netz (ANETZ) und die Ballonsondierungen der Schweizerischen Meteorologischen Anstalt (SMA) zugeschnittene Dateneingänge besitzt.

## Das Modell

Zur Annäherung der realen Verhältnisse wird als deterministisches Modell eine Standard-Atmosphäre angenommen. Folgende Funktionen T, p und e für Temperatur, Druck bzw. Dampfdruck werden verwendet:

$$T(h) = T_0 + \gamma h$$

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{H_p}}$$

$$e(h) = e_0 \cdot e^{-\frac{h}{H_e}}$$

Die entsprechenden unbekanntenen Parameter sind:

$T_0, p_0, e_0$ : Temperatur, Druck bzw. Dampfdruck auf Höhe 0.

$\gamma$ : Temperaturgradient, «lapse rate».

$H_p, H_e$ : Skalenhöhen für Druck und Dampfdruck.

Obwohl die Standard-Atmosphäre optimal an die gemessenen Werte angepasst wird, kann das resultierende Modell die tatsächlichen Sachverhalte in den meisten Fällen, vor allem was Temperatur und Feuchtigkeit betrifft, nur unzulänglich beschreiben. Die verbleibenden Abweichungen vom funktionalen Modell setzen sich aus zwei stochastischen Anteilen zusammen:

- I) Weisses Rauschen, unkorrelierte Messfehler
- II) Korreliertes «Signal» charakterisiert durch eine Kovarianzfunktion.

Die Kollokation versucht nun in einer Ausgleichung die Modellparameter und Signalanteile so zu optimieren, dass die Abweichungen (Signal und Rauschen) im Sinne der kleinsten Quadrate minimal werden.

Bei der Beschreibung des korrelierten Signals ist die Wahl der Kovarianzfunktion von ausschlaggebender Bedeutung. In COMEDIE wurde ein funktionaler Ansatz gewählt, der verschiedene empirische Befunde berücksichtigt:

Die Korrelation zwischen Messwerten nimmt sowohl mit zunehmender Höhendifferenz als auch mit wachsendem horizontalen Abstand ihrer Aufnahmestandorte ab. Dabei ist die horizontale Korrelation wesentlich grösser als die vertikale. Die charakteristischen Korrelationslängen werden mit zunehmenden Stationshöhen vergrössert, um der Eigenschaft Rechnung zu tragen, dass Messungen in der höheren, vor allem dann auch in der freien Troposphäre wesentlich stärker korreliert sind. Im COMEDIE-Ansatz wurde für die Kovarianz zwischen Messwerten an der Station i und an der Station j folgende Form gewählt:

$$\Phi_{ij} = \frac{\sigma^2}{1 + \left( \left( \frac{x_i - x_j}{kx} \right)^2 + \left( \frac{y_i - y_j}{ky} \right)^2 + \left( \frac{h_i - h_j}{kh} \right)^2 \right)} \cdot \exp\left( -\frac{h_i + h_j}{2 \cdot kH} \right)$$

Parameter		p	T	e
Messrauschen	$\sigma_{\text{Noise}}$	0.5 hPa	0.5 °C	0.5 hPa
Signalrauschen	$\sigma$	10 hPa	8 °C	6 hPa
Korrelationslänge in x (Ost-West)	kx	200 km	75 km	75 km
Korrelationslänge in y (Nord-Süd)	ky	150 km	50 km	50 km
Korrelationslänge in der Höhendifferenz	kh	500 m	250 m	250 m
Korrelationslänge in der Höhe	kH	4000 m	4000 m	4000 m

## Die Daten

Das Automatische Netz (ANETZ) (Abb. 3, 4) wurde von der SMA zur permanenten, landesweiten Meteoerfassung aufgebaut. Das Netz liefert alle 10 Minuten von 72 über die Schweiz verteilten Stationen unter anderen meteorologischen Messparametern auch Druck, Temperatur und Feuchtigkeit. Die Daten können mit der Bewilligung der SMA über Computerzugriff von einer Datenbank (ENAD) gelesen werden. Zusätzlich zum ANETZ hält die SMA halbtägliche Ballonsondierungen von Payerne aus aufrecht, deren Daten ebenfalls zugänglich sind. Dank den höher

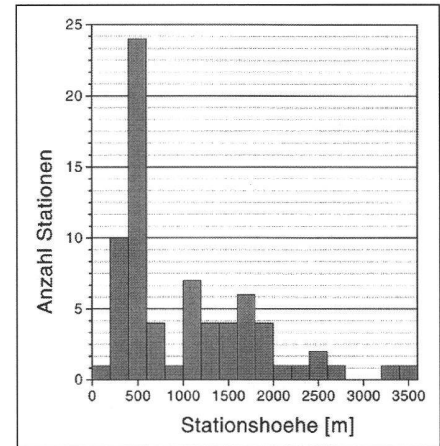


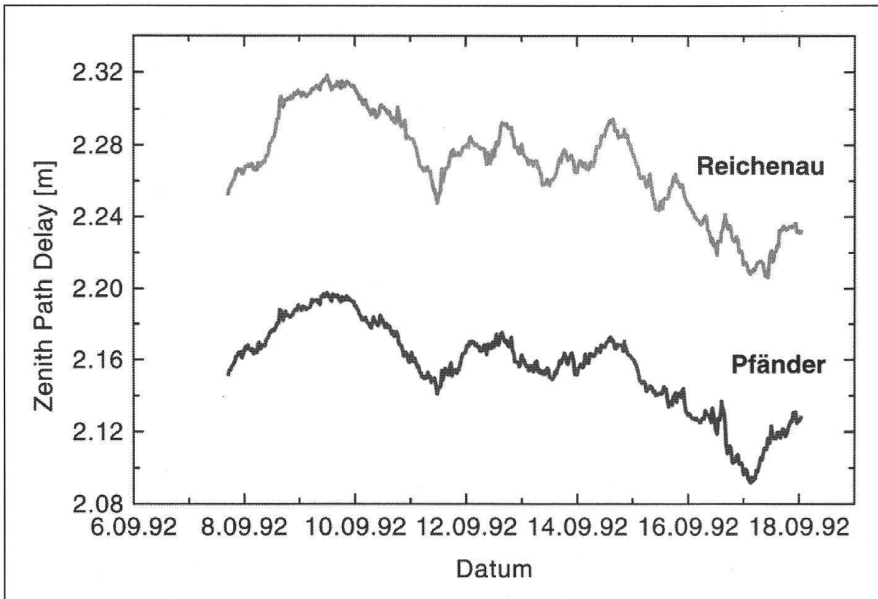
Abb. 4: Häufigkeitsdiagramm der Stationshöhenverteilung der ANETZ-Stationen.

gelegenen Stationen lassen sich aus den reinen Bodenmessungen Rückschlüsse auf die vertikale troposphärische Schichtung im unteren Höhenbereich ziehen. Die Ballonsondierungen sind dagegen für die mathematische Stützung des Modells in

den mittleren und oberen Höhenbereichen ausserordentlich wichtig.

## Beispiele

Im folgenden Beispiel soll der Unterschied zwischen einer Path-Delay Berechnung mit einem Standardmodell und einer Berechnung mit dem hier vorgestellten Modell gezeigt werden. Das Bundesamt für Landestopographie hat im Rahmen der neuen Landesvermessungen LV95 ein GPS-Netz nullter Ordnung aufgebaut und gemessen. Für die Auswertungen wurden auch mit COMEDIE Path-Delays gerechnet. Als Beispiel seien hier die Stationen



**Abb. 5:** Mit COMEDIE gerechnete totale Weglängenkorrekturen für einen zenitalen Strahlengang an den Stationen Pfänder (1040 m ü. M.) und Reichenau (644 m ü. M.).

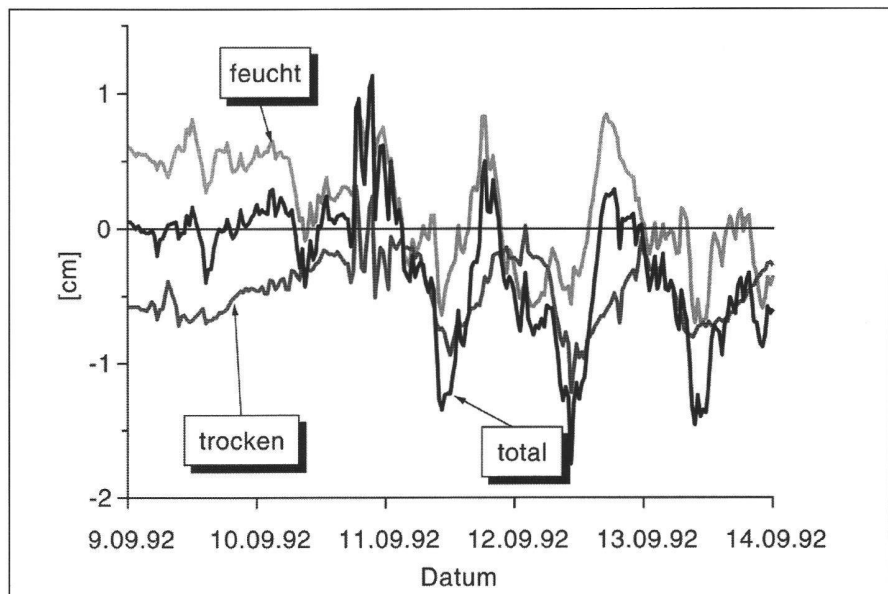
Pfänder und Reichenau (bei Chur) (vgl. Abb. 3) vorgeführt. Die Stationshöhen betragen 1040 m bzw. 644 m. Die Stationen liegen etwa 80 km voneinander entfernt. Abb. 5 zeigt den Verlauf der entsprechenden, mit COMEDIE berechneten, totalen Zenith-Path-Delays. Die genaue GPS-Bestimmung der Höhendifferenz erfordert, wie bereits erwähnt, die genaue Kenntnis des differentiellen Path-Delays. Der differentielle Path-Delay kann aus GPS geschätzt, mit COMEDIE berechnet oder z.B. anhand der Saastamoinen-Formel bestimmt werden. Letzteres ergibt für den Feucht-Anteil 1.8 cm und für den Trocken-Anteil 10.1 cm. Mit anderen Worten: Das Standard-Korrekturverfahren, wie es in den meisten operationellen Auswertprogrammen implementiert ist, beziffert den Unterschied des totalen zenitalen Path Delays zwischen den beiden Lokationen mit 11.9 cm. Berechnet man denselben differentiellen Korrekturwert mit Comedie und vergleicht ihn mit dem Modellwert, so ergeben sich die Kurven in Abbildung 6. Es zeigen sich offensichtliche Tagesschwankungen (11. Sept. bis 14. Sept.), die von einem einfachen Standardmodell nicht erfasst werden können. Es ist aber auch interessant festzustellen, dass der Korrekturwert einer realen Troposphäre auch im Mittel über einige Tage (hier 5 Tage) nicht zwingend mit dem berechneten Standardwert übereinstimmen muss. Dagegen können eigentliche Standard-Tage, wie der 9. Sept., auftreten, wo Standardkorrekturen durchaus gute Ergebnisse liefern. Beachtet man den Umstand, dass zwischen dem Fehler im Zenith-Path Delay und dem Höhenfehler ein Übersetzungsfaktor von 2 bis 3 auftritt, so ist aus Abbildung 6 ersichtlich, dass der systematische Höhenfehler, auch nach 1-

Stundenmessungen durchaus einige Zentimeter betragen kann. Eine Verbesserung auf 1 cm-Höhengenaugigkeiten bei einer Messdauer von 4 Stunden kann im beschriebenen Beispiel durch die Schätzung eines konstanten Path-Delays und die Berücksichtigung der real modellierten Korrekturen erreicht werden, die systematischen Troposphärenfehler sollten dabei ausgeschaltet sein. Ein zweites Beispiel soll die Brücke zu weiteren GGL-Projekten im Bereich der troposphärischen Refraktion schlagen. Für die Kalibrierung von Altimetern an Bord des ERS-1 Satelliten der ESA wurden bei Bauma (Kt. ZH) Zenith-Path-Delays mit Radiometermessungen bestimmt (siehe den Artikel von Bürki & Kahle in diesem

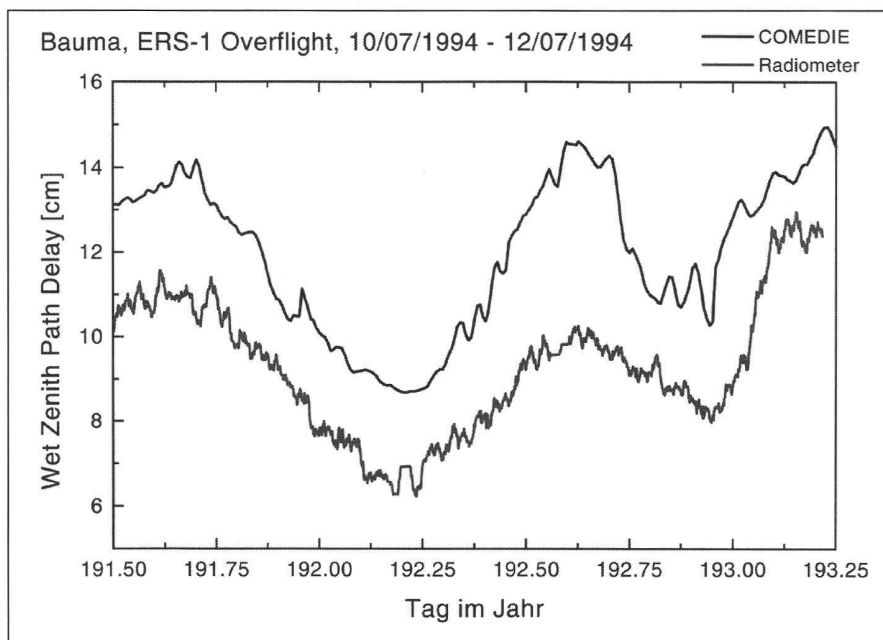
Heft). Abbildung 7 zeigt einen Vergleich eines aus COMEDIE gerechneten Feuchtanteils des Zenith-Path Delays und einem radiometrisch gemessenen Delay. In der Figur ist ein noch vorhandener Kalibrierungsoffset zu erkennen. Die Übereinstimmung der beiden Kurvenbilder ist jedoch frappant. Deutlich kommen die täglichen und kurzperiodischen Schwankungen im Path Delay zum Ausdruck.

## Zusammenfassung und Ausblick

Es ist gelungen, ein Verfahren mit entsprechendem Programmpaket zu entwickeln und zu realisieren, das die «realistische» 3D-Interpolation momentaner meteorologischer Werte erlaubt. Damit ist es auch möglich, Refraktionskorrekturen für beliebige Satelliten-Visuren und selbst für terrestrische Anwendungen zu berechnen. Das Verfahren basiert auf den operationell gemessenen Meteowerten der Schweizerischen Meteorologischen Anstalt (SMA) und erübrigt somit die eigenen, z.T. problematischen Meteomessungen an der GPS-Station. Aber auch in Gebieten mit fehlenden operationellen Netzen ist die Anwendung der beschriebenen Methode möglich. Ein interessantes Anwendungsgebiet eröffnet sich auch im Bereich der numerischen Prognoserechnungen, wo für die detaillierte Computersimulation möglichst wirklichkeitstreue, momentane Ausgangswerte gefordert werden. Durch die Anpassung der Kovarianzfunktionen und der deterministischen Modelle lässt sich sicher eine weitere Verbesserung des Verfahrens herbeiführen. Daran ist weiterzuarbeiten.



**Abb. 6:** Abweichung des mit COMEDIE gerechneten differentiellen, zenitalen Path-Delays vom Standard-Wert (Saastamoinen).



**Abb. 7: Vergleich des Feuchtanteils (Zenith-Path) «gemessen» mit dem Radiometer des GGL und den COMEDIE Ergebnissen (Kalibration nicht subtrahiert).**

## Dank

Teile der hier präsentierten Untersuchungen konnten im Rahmen eines Ressort-Forschungsauftrages des Bundesamtes für Landestopographie ausgeführt werden. Dieser Auftrag hat es uns ermöglicht, die Entwicklungen wesentlich weiterzutreiben und das Verfahren zu einem für das Gebiet der Schweiz nahezu operationellen Werkzeug zu entwickeln.

Für das Gelingen unserer Arbeiten sind zuverlässige meteorologische Datensätze von ausschlaggebender Bedeutung. Sie werden von der SMA für unsere Untersuchungszwecke zur Verfügung gestellt.

Die Schweizerische Geodätische Kommission fördert und unterstützt Arbeiten zu grundlegenden geodätischen Problem-

stellungen. Diese Haltung ist auch diesen Arbeiten sowohl in finanzieller als auch in moralischer Hinsicht zugute gekommen. Den erwähnten Institutionen möchten wir für ihre Unterstützung unseren herzlichen Dank aussprechen.

## Referenzen:

Beutler, G., A. Geiger, M. Rothacher, S. Schaer, D. Schneider, A. Wiget (1995): Auswertung der GPS-Messkampagnen. In: Jeanrichard (ed.) Dreidimensionales Testnetz Turtmann 1985-1993, Teil II, Schweizerische Geodätische Kommission, Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, im Druck.

Bürki, B., H. Hirter, M. Cocard, H.-G. Kahle (1994): Mikrowellen-Radiometrie und deren Anwendung in der Geodäsie. Teil I: Verfah-

ren, Hard- und Softwarebeschreibung. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETHZ, Bericht Nr. 234, p. 74.

Eckert, V., M. Cocard, A. Geiger (1992): COMEDIE, Teil I: Konzept, Teil II: Resultate. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETHZ, Bericht Nr. 194, p. 130.

Eckert, V., M. Cocard, A. Geiger (1992): COMEDIE, Teil III: Software. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETHZ, Bericht Nr. 194, p. 130.

Geiger, A. (1987): Einfluss richtungsabhängiger Fehler bei Satellitenmessungen. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETHZ, Bericht Nr. 130, p. 40.

Höflinger, W. (1993): Entwicklung von 3D Meteomodellen zur Korrektur der troposphärischen Refraktion bei GPS-Messungen. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETHZ, Bericht Nr. 216, p. 47.

Neininger, B., R. Köchle (1992): Meteorologische Erfassung und troposphärische Reduktion der Streckenmessungen. In: Jeanrichard (ed.) Dreidimensionales Testnetz Turtmann 1985-1990, Teil I, Schweizerische Geodätische Kommission, Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, Band 45, pp. 129-157.

Schor, U. (1992): Atmosphärensondierung mit Ballonsonden, ETHZ, Bericht Nr. 206, p. 38.

Seiler, P. (1985): Die troposphärische Refraktion bei satellitengestützten Vermessungen. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETHZ, Bericht Nr. 97, p. 43.

## Adresse der Verfasser:

Alain Geiger  
 Marc Cocard  
 Hans Hirter  
 Institut für Geodäsie und  
 Photogrammetrie  
 ETH Hönggerberg  
 CH-8093 Zürich