

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 89 (1991)

**Heft:** 11: Historische Vermessungsinstrumente = Instruments de mensuration anciens = Strumenti storici di misurazione

## **Werbung**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Aujourd'hui, nous vous signalons les publications suivantes:

- Pilotprojekt Nidwalden, 4. Zwischenbericht vom 30.6.91
- SBB Subito Laufental Los 1 Bericht des Unternehmers per 1. Juli 1991
- SBB Subito Laufental Los 2 Zwischenbericht zur Beschaffung numerischer Vermessungsgrundlagen.

Direction du projet REMO

## Lehrlinge Apprentis

### Weitere Lösungen zu Aufgabe 3/91

Kürzlich sah ich bei einem Freund die Zeitschrift «Vermessung Photogrammetrie Kulturtechnik» VPK 5/91. Ich habe darin geblättert und bin auf die Lehrlingsaufgabe 3/91 gestossen. Als Mathematiker hat sie mich gleich angesprochen.

Die konstruktive Lösung ist trivial, wenn man die Eigenschaften der Ortsbogen kennt. Für die numerische Lösung musste ich dann doch noch einigen Aufwand betreiben. Ich überlegte mir darauf, wie man die Aufgabe bewältigen könnte, wenn man die konstruktive Lösung nicht kennt. Dafür musste ich viel mehr Rechenarbeit einsetzen. Aufgrund der Zeichnung erinnerte ich mich an den Satz von Ptolemäus über Sehenevierecke. Damit wird die Aufgabe recht einfach. In diesen drei Lösungen finde ich wieder eine Bestätigung, dass die Summe von Kenntnissen und Arbeitsaufwand für das Lösen einer Aufgabe konstant ist. In der Beilage finden Sie meine drei Lösungsvorschläge.

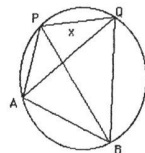
Diese Aufgabe hat mir sehr Spass gemacht. Es steckt auch mehr darin. Wenn man sich etwas weiter mit dem Problem beschäftigt, kann es auch nicht nur für Lehrlinge interessant sein.

Vielen Dank für die interessante Anregung, vielleicht werde ich etwas öfter in diese Zeitschrift schauen.

P ist 8 m von A und 16 m von B entfernt. Die Strecke A-B misst 15 m.

Wie weit (x) muss P verschoben werden, dass A von B gleich weit von P entfernt sind und unter dem gleichen Winkel wie in der Ausgangslage erscheinen.

- 2) Aufgrund der konstruktiven Lösung mit Ortsbogen über der Sehne AB mit dem Peripheriewinkel APB führt zu koordinatenfreien Lösungsansätzen.



$$x^2 = |AP|^2 + |AQ|^2 - 2|AP||AQ|\cos(\angle PAQ)$$

$$|AQ|^2 = \frac{|AB|^2}{2(1 - \cos(\angle APB))}$$

$$\cos(\angle APB) = \frac{|AP|^2 + |BP|^2 - |AB|^2}{2|AP||BP|} = \frac{95}{256} \approx 0,371$$

$$\angle APB = 68,217^\circ$$

$$|AQ|^2 = \frac{|AB|^2 |AP| |BP|}{|AB|^2 - (|AP| - |BP|)^2}$$

$$\angle PAQ = \angle PAB - \angle QAB \approx 26,205^\circ$$

$$\angle QAB = \frac{180^\circ - \angle APB}{2} \approx 55,892^\circ$$

$$\cos(\angle PAB) = \frac{|AP|^2 + |AB|^2 - |BP|^2}{2|AP||AB|} = \frac{33}{240} = \frac{11}{80}$$

$$\angle PAB \approx 82,097^\circ$$

$$x^2 = |AP|^2 + \frac{|AB| \sqrt{|AP||BP|}}{\sqrt{|AB|^2 - (|AP| - |BP|)^2}} \left( \frac{|AB| \sqrt{|AP||BP|}}{\sqrt{|AB|^2 - (|AP| - |BP|)^2}} - 2|AP|\cos(\angle PAQ) \right)$$

$$x \approx 7,133$$

- 1) Die rein algebraische Lösung der Aufgabe erfordert die Einführung eines Koordinatensystems und Gleichungssysteme!

$$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d$$

$$|AQ| \cdot |BP| = |AP| \cdot |BQ| + |AB| \cdot x$$

$$x = \frac{|AQ| \cdot |BP| - |AP| \cdot |BQ|}{|AB|}$$

$$|AQ| = |BQ| = \frac{|AB|}{\sqrt{2(\cos(\angle APB))}}$$

$$x = \frac{|BP| - |AP|}{\sqrt{2(1 - \cos(\angle APB))}}$$

$$\cos(\angle APB) = \frac{|AP|^2 + |BP|^2 - |AB|^2}{2|AP||BP|}$$

$$x = \frac{(|BP| - |AP|) \sqrt{|AP||BP|}}{\sqrt{|AB|^2 - (|AP| - |BP|)^2}} = \frac{64 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{161}} \approx 7,133$$

- 3) Lösung mit Hilfe des Satzes von Ptolemäus für Sehenevierecke: (e, f: Diagonalen; a, c und b, d je gegenüberliegende Seiten).

$$A = (0/0); B = (15/0); P = (p_1/p_2); Q = (q_1/q_2)$$

$$\begin{array}{l} |AP| = B^2 \\ |BP| = 16^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} p_1^2 + p_2^2 = 64 \\ (15 - p_1)^2 + p_2^2 = 256 \end{array} \quad \begin{array}{l} p_1 = 1,1 \\ p_2 = \frac{\sqrt{6279}}{10} \approx 7,924 \end{array}$$

$$\frac{\vec{PA} \cdot \vec{PB}}{|\vec{PA}| \cdot |\vec{PB}|} = \frac{\vec{QA} \cdot \vec{QB}}{|\vec{QA}| \cdot |\vec{QB}|} \quad (\text{gleiche Winkel})$$

$$|\vec{QA}| = |\vec{QB}| \quad (\text{gleiche Längen})$$

$$\frac{\begin{pmatrix} -p_1 \\ -p_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15-p_1 \\ -p_2 \end{pmatrix}}{\sqrt{p_1^2 + p_2^2} \sqrt{(15-p_1)^2 + p_2^2}} = \frac{\begin{pmatrix} -q_1 \\ -q_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15-q_1 \\ -q_2 \end{pmatrix}}{\sqrt{q_1^2 + q_2^2} \sqrt{(15-q_1)^2 + q_2^2}}$$

$$q_1^2 + q_2^2 = (15 - q_1)^2 + q_2^2$$

$$\frac{-p_1(15-p_1) + p_2^2}{8 \cdot 16} = \frac{-q_1(15-p_1) + q_2^2}{\sqrt{q_1^2 + q_2^2} \sqrt{(15-q_1)^2 + q_2^2}}$$

$$q_1 = 15 - q_1 \Rightarrow q_1 = 7,5$$

$$q_2 = q_1 \sqrt{\frac{p_2^2 - p_1(15-p_1) + 128}{128 - p_2^2 + p_1(15-p_1)}} = 7,5 \sqrt{\frac{351}{161}} \approx 11,074$$

$$x = |\vec{PQ}|$$

$$x = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2} \approx 7,133$$

Franz Brunschweiler

## Suchen Sie Fachpersonal?



Insertate  
in der VPK  
helfen Ihnen.

Wenn es eilt,  
per Telefax

**057 / 27 33 82**

## Zu verkaufen

Occasion T16, DI 3S,  
komplett mit allem Zubehör  
(MESSBEREIT).

Interessenten melden sich  
unter Telefon G 01/844 48 70  
Herr Schreiner