

Zeitschrift:	Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural
Herausgeber:	Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)
Band:	88 (1990)
Heft:	12: Vermessung und Eisenbahn = Mensuration et chemin de fer = Misurazione e ferrovia
Artikel:	Ein System zur Trassierungsberechnung
Autor:	Gründig, L.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-234373

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ein System zur Trassierungsberechnung

L. Gründig

Höhere Fahrgeschwindigkeiten und eine bessere Ausnutzung von Kunstbauten, wie Tunnelprofile und Brücken bedingen den Ausbau bestehender Trassen in Schienennetzen. Der Trassenverlauf muss in der Lage, Gradienten und in der Überhöhung neu festgelegt werden. Zur örtlichen Überwachung und lokalen Korrektur sind die Daten geeignet zu verwalten. In diesem Beitrag werden die Funktionen und Komponenten eines Systems zur optimierten Trassierungsberechnung und konsistenten Verwaltung von Trassierungsdaten und Punktkoordinaten beschrieben. Diese dienen zur Erstellung und Nachführung von Gleisversicherungsprotokollen im Computer auf der Grundlage eines lokalen Gleisversicherungssystems und aus ihnen lassen sich Sollwerte zur Steuerung von Gleisbaumaschinen ableiten.

Le train comme moyen de transport doit gagner d'attractivité. On pense à plus de confort et au perfectionnement concernant l'horaire et la vitesse. Pour la réalisation technique de ce projet il est nécessaire, entre autres choses, de faire une planification du tracement à trois dimensions et de préparer les plans à l'automation. On devrait les faire en dix ans en Suisse d'une longueur des chemins de fer d'environ 3000 km. On prend ces plans et on rappelle les dates des traces et les rend disponibles au contrôle des machines pour la construction des rails.
Pour cela on a partagé en modules les composants du système AXE [1]. Ce système sert à la calcul de traces sur un terrain plat et élevé les a intégrés dans un système complexe et les a étendus relativement aux conditions concernant spécialement le tracement des chemins de fer.

Zwänge. Ausgangsdaten hierfür sind eine festgelegte Folge von Trassierungselementen und Näherungswerte für die Trassierungsparameter. Die Parameter werden in AXEHL so modifiziert, dass zusätzlich vorhandene geometrische oder fahrdynamische Zwänge eingehalten werden. Beliebige Punkte entlang der Trasse können als sogenannte Zwangspunkte mit vorgewählter Distanz zur Trasse und zugeordnetem Toleranzmass vorgegeben werden. Als Ergebnis der Optimierung entsteht eine den Trassierungselementen zugeordnete Liste von Parametern, welche die Trasse mit vorgewählten Zwängen eindeutig festlegen.

Für die Erstellung des Gleisversicherungsprotokolls werden Lage, Gradienten, Überhöhung und die Kilometrierung eines Trassenabschnitts gleichzeitig verwendet. Dabei sind eine Reihe von Konsistenzmassnahmen zu beachten, die sich nur mit geeigneter Datenverwaltung verwirklichen lassen.

Man könnte sich vorstellen diese Daten für jeden Abschnitt gemeinsam zu speichern. Bei näherem Hinsehen erweist sich dies jedoch als fehleranfällig und unhandlich. Die Gradiententrassierung basiert auf der Lagetrassierung. Ihre Elementübergangspunkte sind jedoch in der Regel nicht mit denjenigen der Lagetrasse identisch. Im Zuge der Bearbeitung fallen mehrere Lagetrassierungen des gleichen Abschnitts an, ebenso mehrfache Gradiententrassierungen, um geringfügig andere Varianten beurteilen zu können. Dies hätte eine unübersichtliche mehrfache Speicherung der Daten zur Folge.

Verwaltet man Lage, Gradienten, Überhöhung und Kilometrierung getrennt, so entsteht ein wesentlich flexibleres Instrument der Gleisversicherungsberechnung. Konsistenzhaltende Massnahmen können beim Zusammensetzen der Daten für das Gleisversicherungsprotokoll überwacht und erzwungen werden. Die gesamte Berechnung gliedert sich dann in folgende – voneinander abhängige – Teilaufgaben:

- Analyse der Punkfolge des Lageentwurfs zur Elementeinteilung
- Lagetrassierung unter Einbeziehung von Restriktionen
- lagemässige Anrechnung der Punktfolge zur Festlegung der Stationierung für den Gradientenentwurf
- Analyse des Gradientenentwurfs zur Einteilung der Gradientenelemente
- Gradiententrassierung unter Einbeziehung von Höhenrestriktionen
- Überhöhungstrassierung
- Erstellung des Gleisversicherungsprotokolls als Kombination von Lage, Gradienten, Überhöhung und Kilometrierung.

1. Einleitung

Seitherige Methoden der Trassierungskorrektur beruhen auf der Pfeilhöhenmessung und sind lokale Massnahmen der lagemässigen Trassierung. Für höhere Fahrgeschwindigkeiten genügt es nicht, sich auf die Lagetrassierung zu beschränken, Gradienten und Überhöhung müssen gleichmassen streng trassiert werden. Es liegt nahe, die absolute Gleislage nach Lage und Höhe in einem globalen System zu beschreiben und dieses als Basis für die Überwachung zu verwenden.

Mit Hilfe eines Versicherungssystems, welches eine lokale genaue und effiziente Überprüfung der Istsituation nach Lage, Höhe und Überhöhung ermöglicht, können dann Korrekturmassnahmen an der bestehenden Trasse in einfacher Weise gesteuert werden. Vorab muss das Versicherungssystem selbst in seinem lokalen Bezug zur Sollage der Trasse nach Lage und Höhe festgelegt werden, und hierfür sind wiederum die globale Festlegung der Trasse nach Lage, Höhe und Überhöhung und eine konsistente Verwaltung der Trassierungsdaten unerlässlich. Die Trassierungsverwaltung nach Lage und Höhe bildet die Grundlage für Gleisversicherungsprotokolle, in denen die gegenseitigen Bezüge von Trasse und Versicherungssystem festgelegt werden.

2. Lösungsstrategie der automatisierten Trassierung und Verwaltung

Die Istsgeometrie von existierenden Trassen kann beschrieben werden, wenn die Linienführung nach Lage und Höhe erfasst ist. Sie kann durch eine Folge von signifikanten dreidimensionalen Punktkoordinaten global dargestellt werden. Bei geplanten Trassenführungen repräsentiert ein digitalisierter grafischer Entwurf eine solche Folge von Punktkoordinaten.

Die Programme AXEHL und KRAM bilden den Kern des Trassierungssystems für Lagetrassierung, Gradiententrassierung, Überhöhungsvorschlag und Gleisversicherungsprotokoll. KRAM bestimmt aus den Koordinaten von Punkten, die in dichter Folge den Trassenverlauf beschreiben, signifikante Trassierungselemente als Vorschläge für eine Trassierung in Lage oder Gradienten. Aus dem Winkelbild – Richtungswinkelauflauf über der Stationierung – und dem Krümmungsbild – Auftragen der Richtungswinkelunterschiede über der Stationierung – werden automatisch optimal angepasste Trassierungsparameter abgeleitet. AXEHL ist ein Programmsystem zur Trassierung des Gradienten- und Lageverlaufs unter Berücksichtigung geometrischer



Abb. 1: Gleisanlage.

3. Linienführung als approximierte Punktfolge, Lösungskonzept KRAM

3.1 Elementdefinition

Aufgabe der Analyse mittels KRAM ist es, aus einer Punktfolge signifikante Trassierungselemente abzuleiten. Dabei werden als Lagetrassierungselemente Geraden, Kreisbögen und Klothoiden zugelassen. Im Winkelbild stellen sich die Trassierungselemente als einfache mathematische Funktionen, nämlich achsparallele Geraden, Geraden und quadratische Parabeln dar. Die Approximation der Punktfolge im Winkelbild lässt sich als Lösung eines linearen Gleichungssystems formulieren. Ein beliebiger Geraden-, Kreis-, oder Klothoidenabschnitt zwischen den Stationswerten a und b kann im Winkelbild nach [6] durch folgende Funktion $f(s)$ beschrieben werden:

$$f(s) = f(a) + \frac{s - s_a}{s_p - s_a} (f(b) - f(a)) + \lambda ((s - s_a)^2 - (s_b - s_a)(s - s_a)) \quad (1)$$

Für λ gleich Null ist (1) als Kreisbogenelement definiert. Gilt zusätzlich $f(b) = f(a)$ so liegt ein Geradenelement vor. Da die

Richtung in einem Punkt des Kurvenabschnitts als Funktion der Bogenlänge dargestellt wird, erhält man durch Integration wieder die Koordinaten der Trassenpunkte im Lageplan.

Bei Aneinanderreihung der Abschnitte werden in den Übergängen Bedingungen angesetzt, mit denen die Stetigkeit und Knickfreiheit der Funktion erzwungen werden. Damit entspricht die Kurvenapproximation im Winkelbild einer Splineanalyse unter Verwendung von Parabelbögen 2. Ordnung, welche für Kreisbögen zu Geraden im Winkelbild und für Geradenabschnitte zu horizontalen Geraden entarten.

3.2 Approximation der Elementparameter

Für die Approximation im Winkelbild werden die Stützpunkte des Trassenverlaufs den jeweils gültigen Parabelabschnitten

nierungen ergeben sich einfach durch Addition der Punktabstände. Die Richtungswinkel in jedem Punkt können aus der Nachbarschaftslage der Punkte abgeleitet werden.

Den punktuell so definierten Funktionsverlauf im Winkelbild gilt es, durch Parabelabschnitte zu approximieren, um hieraus die Trassierungsparameter abzuleiten. Da die Längeninformation mit viel grösserer Genauigkeit als die Richtungswinkelgenauigkeit vorliegt, werden die Stationierungen festgehalten.

Zur Berechnung der Parameter der Parabelabschnitte gelten die folgenden Fehlergleichungen für die Richtungswinkel der Kurve φ_i in den digitalisierten Punkten der Station s_i :

(Formel 2)

3.3 Elementeinteilung

Da die Elementeinteilung vorab unbekannt ist, wird die Trasse zunächst in gleich lange Abschnitte eingeteilt, für welche eine Zuordnung der Punkte mittels Stationierung und dann optimal angepassten Parabelparametern nach (2) bestimmt werden.

In der so approximierten Kurve werden signifikante Krümmungswechsel als Nullstellen im Krümmungsbild gesucht. Die

zugeordnet. Für jeden Punkt werden als linienbezogene Koordinaten Richtungswinkel und Stationierung bestimmt. Die Statio-

Partie rédactionnelle

$$v_{\varphi_i} = (1 - c_{1,i}) y_{0_k} + c_{1,i} y_{b_k} + c_{2,i} x_k \quad (2)$$

Hierin bedeuten:

$$c_{1,i} = \frac{s_i - s_a}{s_b - s_a}, \quad c_{2,i} = \frac{(s_i - s_a)^2 - (s_i - s_a)(s_b - s_a)}{s_b - s_a}$$

y_{a_k}, y_{b_k} die Funktionswerte am Anfang bzw. am Ende des Abschnitts k und x_k der Krümmungsparameter im Abschnitt k.

Die Funktionswerte $\Delta \varphi, \Delta x, \Delta y$ sind abhängig von den Trassierungsparametern α und können als Brechungswinkel bzw. Koordinatendifferenzen des Sehnenpolygons durch die Bogenübergangspunkte der Trasse geometrisch gedeutet werden. Die Koordinatendifferenzen hängen in jedem Element nichtlinear nur von den Trassierungsparametern der sie betreffenden Elemente ab. System (4) stellt ein nichtlineares System von Bedingungsgleichungen dar, in welchem die Kompatibilität der Elemente formuliert wird. Bei Linearisierung von (4) an der Stelle der Rohwerte entsteht bei Veränderungen v der Parameter folgendes lineare Ersatzsystem, das durch Minimierung von $v^T P v$ iterativ gelöst werden kann:

(Formel 5)

Der Lösungsansatz führt auf drei Normalgleichungen. Werden zusätzlich Zwangspunkte eingeführt, zu denen die Trasse einen vorgegebenen Abstand haben soll, so kommt pro Zwangspunkt eine Gleichung hinzu. Da die Zahl der Zwangspunkte im Vergleich zu den Parametern klein ist, bleibt das zu lösende Gleichungssystem klein. Wesentlich an diesem Ansatz ist, dass er global alle Parameter einbezieht und nicht willkürlich bestimmte Parameter bevorzugt. Ferner kann durch Wahl von Gewichtungsfaktoren P die Lösung beeinflusst werden.

$P_i^{-1} = 0$ erzwingt $v_i = 0$ und damit das Fixieren eines Parameters. Eine singuläre Untermatrix von P^{-1} erzwingt aus gleichem Grund eine funktionale Abhängigkeit von Parametern. Durch automatisch gesteuerte Modifikation der Gewichte entsteht ein Optimierungskonzept auf der Basis von Penalty-Verfahren. Überschreitet eine Verbesserung die zulässige Toleranz, so wird das Gewicht der zugehörigen Beobachtung im Folgeiterationsschritt vergrößert. Eine Vergrößerung der Gewichte bedeutet eine Verkleinerung von P^{-1} , was sich numerisch durch Annäherung an 0 im Gegensatz zu einer Annäherung an ∞ wesentlich günstiger auswirkt.

5. Das Datenverwaltungsmodell zur integrierten Trassierung und Gleisversicherungsbestimmung

Das Ergebnis der linienhaften Trassierungsberechnung besteht aus einer Liste zulässiger Parameter für die Elemente der Lage- und Höhentrassierung, aus den Übergangspunkten der Elemente und den in einem festgelegten Stationierungsabstand berechneten Kleinpunkten der Linienführung, aus deren Koordinaten sich dann Absteckmasse ableiten lassen.

Stetigkeit:

$$y_{a_k} = y_{b_{k-1}}$$

Knickfreiheit:

$$\frac{y_{a_{k-1}}}{s_{b_{k-1}} - s_{a_{k-1}}} - \left(\frac{1}{s_{b_{k-1}} - s_{a_{k-1}}} + \frac{1}{s_{b_k} - s_{a_k}} \right) y_{a_k} - \frac{y_{a_{k+1}}}{s_{b_{k+1}} - s_{a_{k+1}}} = x_{k-1}(s_{b_{k-1}} - s_{a_{k-1}}) + x_k(s_{b_k} - s_{a_k}) \quad (3)$$

Abschnitte zwischen den signifikanten Krümmungswechseln lassen sich dann jeweils in eine Folge Klothoide, Kreisbögen, Klothoide aufteilen.

In einer erneuten Funktionsapproximation lassen sich dann Übergangsbedingungen und Parametereinschränkungen für die Abschnitte $k = 1 \dots n$ berücksichtigen. Zwischen den Abschnitten k und k-1 gelten die folgenden Bedingungen:

(Formel 3)

Während der Analyse werden wiederholt Entscheidungen über signifikante Parameter und Elemente getroffen. Damit lässt sich sogar ein Generalisierungseffekt erzielen, wie in [3] und [4] gezeigt wurde. So kann durch Vergleich der Steigungen von optimal approximierenden Geraden im Krümmungsbild automatisch entschieden werden, ob ein Element eine vom Nachbarelement signifikant verschiedene Information enthält.

R, b	Radius und Bogenlänge des Kreises
	Länge des Geradenabschnittes
A, R, R	Klothoidenparameter und Radius des Vorgänger- und Folgeelements. Bei Anschluss an eine Gerade gilt $R = 0$.

Diese Trassierungsparameter seien in einem Vektor α^T angeordnet. Werden Anfangspunkt und Anfangstangente X_a, Y_a und φ_a vorgegeben, so liegt mit α die Liniendefinition gerade eindeutig fest. Jeder zusätzliche geometrische Zwang führt zur Überbestimmung der Trassenführung; insbesondere auch die Vorgabe des Endpunkts und der Endtangente des Abschnitts X_e, Y_e und φ_e . Durch Minimierung der Veränderungen aller vorgegebener Trassierungsparameter und der Toleranzen der Zwangspunkte entsteht eine verträgliche Lösung.

Im vorliegenden Fall können damit drei unabhängige Bedingungen zwischen den Parametern und konstanten Größen formuliert werden:

$$\begin{aligned} \varphi_a + \sum \Delta \varphi(\alpha) &= \varphi_e \\ X_a + \sum \Delta x(\alpha) &= X_e \\ Y_a + \sum \Delta y(\alpha) &= Y_e \end{aligned} \quad (4)$$

4. Lage- und Gradiententrassierung als Optimierungsaufgabe, Programm AXE

4.1 Lösungsstrategie

Die Trassierungsaufgabe besteht darin, solche Parameter der Trassierungselemente zu finden, mit denen sich vorgeählte Zwangspunkte entlang der Trasse innerhalb ihrer Toleranzen zur Liniendefinition einhalten lassen.

Mit den folgenden Trassierungsparametern sind die Trassierungselemente Kreis, Gerade, Klothoide eindeutig definiert:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Sigma \Delta \varphi}{\partial \alpha_1} v_{\alpha_1} + \cdots + \frac{\partial \Sigma \Delta \varphi}{\partial \alpha_n} v_{\alpha_n} &= \varphi_e - \varphi_a - \Sigma \Delta \varphi_0 \\ \frac{\partial \Sigma \Delta x}{\partial \alpha_1} v_{\alpha_1} + \cdots + \frac{\partial \Sigma \Delta x}{\partial \alpha_n} v_{\alpha_n} &= x_e - x_a - \Sigma \Delta x_0 \\ \frac{\partial \Sigma \Delta y}{\partial \alpha_1} v_{\alpha_1} + \cdots + \frac{\partial \Sigma \Delta y}{\partial \alpha_n} v_{\alpha_n} &= y_e - y_a - \Sigma \Delta y_0 \end{aligned} \quad (5)$$

Zwischen der Lage-, Höhen- und Überhöhungstrassierung bestehen Wechselbeziehungen. Bei der Trassenführung der Gradienten werden die Gradientenparameter den Ergebnissen der Lagetrassierung zugeordnet. Die Gradientenparameter beziehen sich auf ein linienbezogenes natürliches Koordinatensystem in Stationierung, Höhe. Höhenmässige Zwänge werden ebenfalls der Grundrissstationierung zugeordnet, da ihr Bezüge zu den Gradientenparametern nur so funktional modelliert werden können. In Umkehrung hierzu lassen sich die Bogenübergangspunkte der Gradiententrassierung erst mit Hilfe der Lagetrassierungsparameter wieder in ein einheitliches kartesisches Koordinatensystem zurückübertragen.

Lagetrassierung, Höhentrassierung, Überhöhung, können als Objekte eines Datenverwaltungssystems definiert werden. Diesen Objekten sind Attribute zugeordnet, wobei ein Kilometrierungsmass km als Schlüsselattribut dient. Damit entstehen folgende Tabellen:

Geometrie:
(Lagetrassierung) Abschnitts-ID
km, Elementlänge, Radius

Längenprofil:
(Gradiententrassierung) Abschnitts-ID
km, Steigung, Elementlänge, Radius

Überhöhung:
Abschnitts-ID
km, Überhöhung

Bei der Gleisversicherungsberechnung ist vor allem eine konsistente Verwendung der Ergebnisse der Einzelberechnungen notwendig. Die Trassierungen werden einander geometrisch über die Stationierung und die Koordinaten der Bogenübergangspunkte zugeordnet. Aus den Datenstrukturen der Einzeltrassierungen können so alle zur Gewährleistung der Konsistenz notwendigen Überprüfungen durchgeführt werden.

Bei der Gleisversicherungsberechnung fallen die folgenden Berechnungsschritte an:

- Berechnung der Fußpunkte der Gleisversicherungspunkte bezogen auf die Gleisachse, Transformation der Gleisversicherungspunkte auf die Gleisachse nach Lage und Höhe.

Die Objekte eines oder mehrerer Abschnitte bilden die Eingangsdaten für die Erstellung eines grafischen Protokolls und eines Protokolls für die Steuerung von Gleisbaumaschinen auf der Grundlage der Versicherungsdaten.

6. Schlussbemerkungen

Zur Beschreibung der Gleislage in einem globalen Koordinatensystem sind neben den Trassierungsaufgaben vor allem Datenverwaltungsaufgaben so zu lösen, dass ein konsistenter Datenbestand auch bei Veränderungen gewährleistet werden kann. Nach dem dargelegten Konzept werden Gleisversicherungsprotokolle als Vorgaben für die Steuerung von Gleisbaumaschinen erstellt. Das hier gezeigte Konzept hat sich in der Praxis der SBB bewährt.

Die verwirklichte gesamtheitliche Betrachtungsweise eröffnet neue Perspektiven auch für andere aktuelle Aufgabenstellungen der Praxis. So kann das gezeigte Konzept leicht auf Strassentrassierungsaufgaben oder z.B. zur Trassierung spurgeleiteter Busse umgewandelt werden.

Literatur:

- [1] Gründig, L.: Program System AXOPT for Designing Highways, PTRC Summer Annual Meeting 1981, Warwick.
- [2] Gründig, L., Bahndorf, J.: Ein rechnergestütztes Entwurfssystem zur dreidimensionalen Trassierung, X. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, München, 12.-17. September 1988, D7.
- [3] Gründig, L.: Datenverwaltungskonzepte für typische Aufgaben aus der Ingenieurgeodäsie, DGK Reihe C, Nr. 336, München 1988.
- [4] Obergfell, W.: Sensitivitätsanalyse der Programme KRAN und AXEB bezüglich ihrer Anwendbarkeit und Leistungsfähigkeit, Selbst. Geod. Arbeit, IAGB, Universität Stuttgart, 1985 (unveröffentlicht).
- [5] Obergfell, W.: Entwicklung von Programmmodulen für eine benutzerorientierte Dialogführung am Beispiel des Programms AXEB, Diplomarbeit, IAGB, Universität Stuttgart, 1986 (unveröffentlicht).
- [6] Schewe, H.: Eignung von Spline-Funktionen für die Krümmungsbildanalyse, Selbst. Geod. Arbeit, IAGB, Universität Stuttgart, 1982 (unveröffentlicht).

