

**Zeitschrift:** Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

**Band:** 88 (1990)

**Heft:** 5

**Artikel:** Zur Auswertung und Analyse hybrider Messungen

**Autor:** Benning, W.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-234329>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Zur Auswertung und Analyse hybrider Messungen

W. Benning

Die alltägliche Vermessungspraxis bedient sich des Orthogonal- und Linienverfahrens ebenso wie der Polarmethode mit elektrooptischer Messung oder mittels hochpräziser Totalstationen. Die genannten Beobachtungstechniken und -verfahren mit unterschiedlichen Beobachtungsgenauigkeiten werden hier simultan und gewichtet im Gauss-Markoff-Modell ausgewertet. Zur Unterstützung eines automatischen Datenflusses sind statistische Hypothesentests und robuste Schätzer implementiert, die der Suche grober Datenfehler dienen. Numerische und algorithmische Optimierungen ermöglichen letztendlich, dass auf einem Personalcomputer bis zu ca. 1500 Unbekannte (650 Neupunkte) streng ausgeglichen werden können.

*La méthode de synthèse journalière s'opérera au moyen du levé orthogonal de la même manière que le levé polaire à l'aide d'un tachymètre électronique de haute précision. Les méthodes et techniques qualifiées ci-dessus livrent nous des observations de différentes précisions, les quelles sont évaluées simultanément dans le modèle GAUSS-MARKOFF. Pour réaliser une analyse automatique de ces données, des tests statistiques et une estimation robuste sont implantés dans le but de découvrir des fautes grossières. Enfin grâce au computer (ordinateur personnel P.C.), des solutions numériques et algorithmiques rendront possible le calcul d'une compensation rigoureuse jusqu'à environ 1500 inconnues.*

### 1. Vermessungstechnische Gegebenheiten

Die alltägliche, vermessungstechnische Lageaufnahme beinhaltet einerseits das Orthogonal- und Linienverfahren und andererseits die Polarmethode oder freie Stationierung mit Hilfe elektrooptischer Distanzmesser sowie hochpräziser Totalstationen. Die genannten Messtechniken und Messverfahren liefern unterschiedliche Messgenauigkeiten bis zum Faktor zehn und darüber hinaus. Auf der anderen Seite kann der amtliche Koordinatennachweis den modernen, hochpräzisen Messergebnissen aufgrund vorhandener Netzspannungen nicht immer genügen. Insofern führen die Messungen hoher Genauigkeit gerade in der letzten Verdichtungsstufe zu Einpassungsproblemen mit oft unlösbaren Widersprüchen sowie dem Problem gestörter Nachbarschaftsgenauigkeit. Das geodätische Prinzip der nachbarschaftstreuen Punkteinschaltung ist aber eine unstrittige Voraussetzung für einen homogenen Koordinatennachweis, der nachfolgende Fortführungsvermessungen oder Absteckungsarbeiten verfahrenstechnisch erleichtert.

In der Praxis werden geschlossene, bzw. in sich homogene Neuvermessungen häufig mit Hilfe von Transformationsverfahren auf die gegebenen Anschlusspunkte aufgefädert (Helble, 1981; Werner, 1987). Wenn auch diese Methode einen einfachen theoretischen Hintergrund hat und numerisch ohne Aufwand durchführbar ist, so hat sie sicherlich zwei gravierende Nachteile:

- erstens werden nicht die originären Messungsdaten und deren Standardabweichungen in die Koordinatenberechnung eingeführt, sondern abgeleitete, lokale Koordinatensysteme mit vereinfachten Gewichtsannahmen (häufig  $p_i = 1$  für alle örtlichen Koordinaten), und
- zweitens bereitet die Verteilung der Restklassen der Passpunkte auf die Neupunkte theoretische Probleme, da hier mit Hypothesen und Erfahrungswerten gearbeitet wird. Die eingesetzten Gewichts- oder Korrelationsfunktionen sind statistisch nicht begründbar.

Weitaus weniger befriedigende Ergebnisse liefern dagegen die üblichen linien- oder punktwisen Einschaltungsmethoden wie Polygonzug- oder Kleinpunktberechnungen, bzw. Einzelpunkteinschaltungen durch Vor- und Rückwärtsabschnitte oder polares Anhängen.

Denn alle diese Verfahren nutzen die flächenhaft vorhandene Redundanz der Messungszahlen nicht aus. Dies gilt auch für das Verfahren der freien Stationierung. Hier werden örtliche, polare Koordinatensysteme je für sich ausgewertet, bestenfalls durch Einzelpunktausgleichung. Spannungen oder Widersprüche zwischen benachbarten Standpunktsystemen können aber erst in einer simultanen Auswertung aller verfügbaren Beobachtungen aus allen örtlichen Systemen durchgreifend aufgedeckt werden.

Mit anderen Worten, eine flächendeckende Kontrolle und Analyse vorgegebenen Messungsmaterials erfordert auch

eine «flächendeckende», simultane Auswertung des Datenumfangs in einem Guss. Die Realisierung dieses funktionalstochastischen Modells soll – neben operationellen Aspekten für die Praxis – im folgenden vorgestellt werden.

### 2. Auswerteumfang und Funktional

Ein umfassendes Auswertesystem von den Feldmessungen bis zur endgültigen Koordinate beinhaltet bekanntlich die Aufgabenbereiche:

- Datenregistrierung, einschliesslich der Übertragung auf eine EDV-Anlage und manueller Datenkomplettierung und -erfassung,
- Datenaufbereitung inklusive Bereitstellung von Anschlusskoordinaten, geometrische Reduktion und Korrektur der gemessenen Beobachtungen einschliesslich einer automatisierten Höhenübertragung,
- automatische Berechnung von Näherungskordinaten der Lage (das schwierigste Problem im automatisierten Datenfluss),
- Datenbereinigung mit Hilfe von Plausibilitätsprüfungen, Hypothesentests oder robuster Schätzung,
- die Berechnung endgültiger Koordinaten.

Das hier näher beschriebene Programmsystem KAFKA deckt diese Aufgabenbereiche wie folgt ab, vgl. Benning (1989):

2.1 Für die Übertragung feldregistrierter Messungen steht das Umsetzungsprogramm KAFKA-C zur Verfügung, welches mittels RS 232-Schnittstelle die Kommunikation zwischen Datenrecorder und IBM-compatiblen PC zulässt. Dieses Programm bereitet die gelesenen Daten – falls gewünscht – automatisch für die Weiterverarbeitung in formatierter Form auf. Da die Koordinaten der Anschlusspunkte in der Regel nicht im Felde registriert werden, können diese, sowie alle händisch geführten Zahlennachweise (Feldbuchmessungen) mit Hilfe eines maskenunterstützten Erfassungsprogramms KAFKA-D nachgetragen werden. Hier wird der Benutzer mit Hilfe von Menüs und Masken dahingehend unterstützt, dass alle Daten formatfrei eingegeben werden können. Die unterschiedlichsten Plausibilitätsprüfungen vermeiden fehlerhafte Eingaben, prüfen die Vollständigkeit der Daten und beschleunigen damit den Datenfluss.

2.2 Die Datenaufbereitung wird mit dem Programm KAFKA-C ausgeführt. Sie umfasst im wesentlichen

- die Bereitstellung von Anschlusspunkten und -koordinaten aus einer Koordinatendatei, die für ein spezielles Verfah-

rensgebiet aus einer Koordinatendatenbank extrahiert sein mag; hieraus werden nur diejenigen Anschlusspunkte in die aktuelle Projektdatenbank übertragen, die von den Messungsdaten auch tatsächlich benötigt werden;

- die geometrischen Reduktionen in die Rechenebene, d.h. die Neigungsreduktion für Schrägstrecken und die Höhenreduktion auf das Geoid. Hierzu benötigt man die NN-Höhe des Standpunktes, wozu KAFKA-C eine sukzessive, aber vollautomatische Höhenübertragung auf alle Stand- und Zielpunkte enthält. Falls für die einzelne Höhenkoordinate Redundanz der Bestimmungselemente vorliegt, findet eine durchgreifende Fehlersuche mit Hilfe der L1-Norm-Schätzung statt (Minimierung der Absolutbeträge der Verbesserungen). Grob fehlerhafte Beobachtungen werden lokalisiert und von der Höhenberechnung ausgeschlossen. Schliesslich werden die gemessenen elektrooptischen Strecken wegen der Additionskonstante, des Frequenzganges und des zyklischen Phasenfehlers ebenso korrigiert wie aufgrund meteorologischer Einflüsse. Exzentrische Zielpunktmessungen werden nach den bekannten Formeln automatisch zentriert.

2.3 Die sukzessive, vollautomatische Näherungskordinatenberechnung verdichtet das Netz «von aussen nach innen». Der Rechenweg wird vom Programm datenabhängig, sozusagen selbstlernend festgelegt.

Hierzu baut das Programm KAFKA-V fortwährend Prioritätenlisten auf, in denen je Messungslinie oder Einzelpunkt der Abstand zu Anschlusspunkten, bzw. bereits berechneten Punkten und die Anzahl verfügbarer Bestimmungsbeobachtungen zu bereits koordinierten Punkten festgehalten wird. Diese Prioritätenliste bestimmt dann den Rechenweg. Als Berechnungsverfahren sind implementiert

- die Kleinpunktberechnung
- das polare Anhängen
- der Bogenschlag
- der Geradenschnitt
- alle denkbaren Fälle von Vorwärts-, Rückwärts- oder Seitwärtsabschnitten
- die Heralblegung von Hochzielen
- die Einzelpunktausgleichung.

2.4 Widersprüche bei mehrfach bestimmten Punkten werden langschriftlich angezeigt. Aufdeckbare und lokalisierbare grobe Datenfehler, die in der Einzelpunktausgleichung mit Hilfe des Hypothesentests von Baarda (1968) untersucht werden, werden durch Gewichtung Null von der Koordinatenberechnung ausgeschlossen, womit sie den automatisierten Datenfluss nicht stören. Ein anderes Beispiel für

die praxisgerechte Unterstützung der Datenfehlersuche ist die Ausgabe von Punkten, die bei unterschiedlicher Punktidentifikation (Punktnummer) quasi identische Koordinaten besitzen, was auf eine mehrfache Vergabe unterschiedlicher Punktnummern für identische Punkte (Punktrealisierungen) schliessen lässt. Die Vorauswertung der Messungsdaten schliesst u.U. mit dem Hinweis ab, dass nicht alle Punkte berechenbar sind, was durch Datenfehler oder Datendefizite begründet sein mag. Diese Widersprüche hat der Anwender zu bereinigen, bevor die endgültige Ausgleichung aller Beobachtungen stattfinden kann. Umfangreiche Querverweise und die Ausgabe der geschätzten Fehlerbeträge beeinflussen hier die Datenbereinigung enorm und effektiv.

2.5 Die Berechnung endgültiger Koordinaten wird im System KAFKA durch Ausgleichungsrechnung nach vermittelnden Beobachtungen ausgeführt. Es handelt sich um ein gemischtes Modell, in dem einerseits feste Unbekannte, z.B. die Koordinaten der Neupunkte, und andererseits stochastische Unbekannte, das sind Unbekannte mit a-priori Informationen, parametrisiert werden. Zu den stochastischen Unbekannten zählen sowohl die «beweglichen Anschlusskoordinaten» für Anschlusspunkte, deren a-priori Lagegenauigkeit bekannt ist, als auch die Massstabsunbekannten, deren a-priori Genauigkeit

man kennt. Dies bedeutet, dass für die stochastischen Unbekannten eigenständige Verbesserungsgleichungen aufgebaut werden, die mit dem jeweiligen Gewicht  $p_i$  homogenisiert werden. Die mögliche Variation dieser a-priori Gewichte lässt den fließenden Übergang von stochastischer Variable zu fester Variable zu, da diese Unbekannten mit abnehmendem Gewicht zu festen Unbekannten der Ausgleichung werden. Der Anwender hat somit die Möglichkeit, die a-priori Lagegenauigkeit der Anschlusspunkte zu berücksichtigen, er vermindert damit den geometrischen Zwang, der bei Ausgleichung mit festen Anschlusspunkten entsteht. Die Anschlusspunkte übernehmen den ihnen zustehenden Genauigkeitsanteil. Die unter Umständen hochpräzisen Neumessungen können problemlos und weich im Anschlusspunktfeld gelagert werden.

In die Ausgleichung fliessen folgende Beobachtungen ein:

- Richtungsmessungen
- elektrooptische Streckenmessungen
- Messbandstrecken der Orthogonal- und Linienaufnahme, als da sind
  - Abszissen und Ordinaten
  - Spannmasse, Streben
  - Steinbreiten etc.
- Rechte Winkel der Orthogonalaufnahme
- Durchfluchtungen

$V_i$ :	Verbesserung der i-ten Beobachtung; für Absteckungszwecke wird diese Angabe bei den Strecken als «Verbesserung aus Koordinaten» ausgegeben,
$\sigma_{i,VA}$ :	Standardabweichung a-priori
$\sigma_{i,NA}$ :	Standardabweichung nach Ausgleichung = $\sigma_0 \cdot \text{SQRT}(q_{ii})$ : $q_{ii}$ : Kofaktor der Beobachtung aus der Inversion
$EV_i =$	$100 \cdot r_i$ : Kontrollierbarkeit mit $r_i$ = Teilredundanz der i-ten Beobachtung, $EV_i$ % eines Fehlers zeigen sich in der zugehörigen Verbesserung; je grösser $r_i$ , umso zuverlässiger ist die Netzkonfiguration lokal festgelegt. Schwachstellen im Netzaufbau werden mit verschwindenden $r_i$ beobachtungsweise identifiziert.
$EP_i$ :	Äussere Zuverlässigkeit der relativen Punktlage; dieses Mass gibt an, um welchen Betrag sich die relative Punktlage der beiden an der i-ten Beobachtung hängenden Punkte ändern würde, falls diese Beobachtung an der Ausgleichung nicht teilnähme. Es handelt sich also um ein höchst praktisches Mass. Wird z.B. ein grober Datenfehler mittels Hypothesentest lokalisiert und betragsmässig geschätzt, dann muss – bei gleichzeitig kleinem EP-Mass – die fehlerhafte Beobachtung nicht unbedingt eliminiert werden.
$NV_i$ :	Die normierte Verbesserung (= $ V_i  / \sigma_{i,NA}$ ), die mit einem vom Signifikanzniveau des Hypothesentests abhängigen Fraktilwert verglichen wird, um grobe Datenfehler aufzudecken.
$GF_i = v_i / r_i$ :	Der Betrag des geschätzten groben Fehlers, welcher die Interpretation der möglichen Fehler erleichtert, etwa die Zuordnung von Meterfehlern oder Gonfehlern.

# Partie rédactionnelle

- a-priori-Genauigkeiten für stochastische Variable (Koordinaten der Anschlusspunkte, Massstäbe der Messungslinien, Massstab des Gesamtnetzes).

Das Ergebnis der Ausgleichung wird für die Beobachtungen gemäss Kasten dokumentiert.

Darüber hinaus werden ausführliche Statistiken bereit gehalten, so z.B. zur durchschnittlichen Kontrolliertheit oder Verbesserung einer bestimmten Gruppe von Beobachtungen, zur Angabe des maximalen NV's, zur Anzahl der geschätzten groben Datenfehler, zur Anzahl der gerechneten Iterationen zwecks Erreichens des Konvergenzpunktes der Ausgleichung usw.

Am Ende folgt eine sortierte Liste der Anschluss- und Neupunkte nebst Angaben zur ihrer globalen und lokalen Genauigkeit (Helmert'sche Punktfehler und lokale mittlere Punktfehler).

Die Ausgleichung aller Beobachtungen kann unterdessen

- im freien Netzausgleich und
- unter Zwangsanschluss erfolgen.

Die freie Netzausgleichung erfüllt zwei Aufgaben:

- die automatisierte Fehlersuche, vgl. Kap. 3, und
- die Überprüfung der a-priori-Genauigkeiten durch Varianzkomponentenschätzung.

Da die a-priori-Messgenauigkeiten nie exakt bekannt sind, werden sie mit Hilfe der Ausgleichungsergebnisse überprüft. Für jede der unterschiedlichen Beobachtungsgruppen wird die a-posteriori Gewichtseinheit bestimmt zu

$$\hat{\sigma}_{0,Gr} = \text{SQRT} \left( \sum_i p_{vw} / \sum_i r_i \right)_{Gr}.$$

Dieser Wert sollte in der Nähe von Eins liegen.

Abweichungen im Bereich

$$0,5 < \hat{\sigma}_{0,Gr} < 1,5$$

sind für die aus hybriden Messungselementen abgeleiteten Koordinaten ohne signifikanten Einfluss. Grössere Abweichungen sollten jedoch bei den a-priori-Genauigkeiten Berücksichtigung finden, da diese dann falsch geschätzt waren. Nach Bereinigung der Beobachtungsgenauigkeiten (und natürlich der grob fehlerhaften Daten) können die Messungen dann im Modell «Zwangsanschluss» auf die Anschlusspunkte aufgefördert werden.

## 3. Datenfluss, Fehleranalyse und Ablaufplan

Für die automatisierte Datenauswertung ist der reibungslose Datenfluss von enorm praktischer Bedeutung. Allerdings sind fehlerhafte Eingangsdaten nicht immer zu vermeiden. Für die Unterstützung der Datenbereinigung ist deshalb ein möglichst

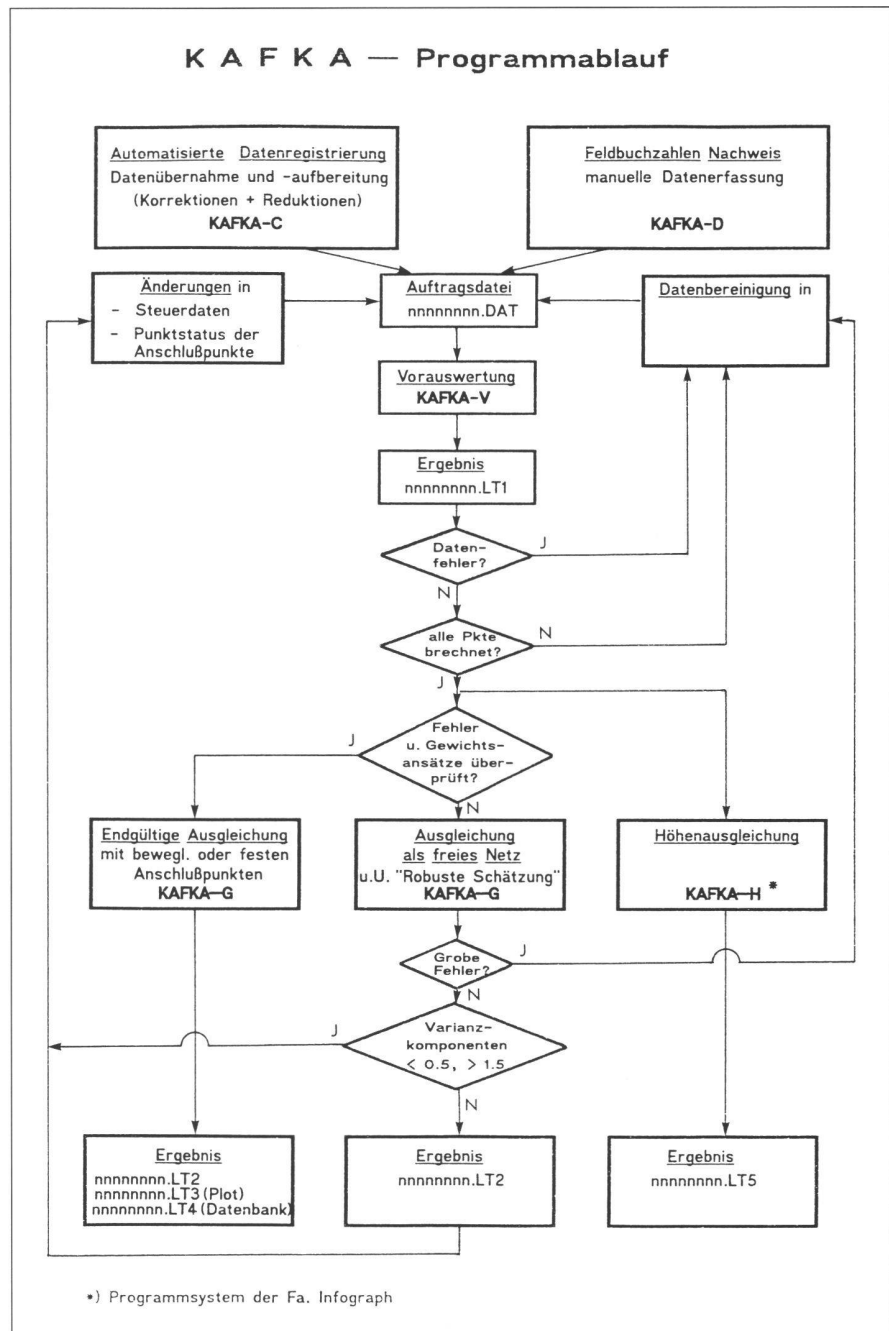


Abb. 1: Schema des KAFKA-Programmablaufs

frühzeitiger und exakter Hinweis auf etwaige Datenfehler entscheidend. Aus diesem Grunde sind in das Programmsystem KAFKA einige hundert Plausibilitätsprüfungen eingebaut. Dennoch verbleiben Fehler im Datenmaterial, die erst bei der geodätischen Berechnung, also im Zusammenwirken mehrerer Beobachtungen, aufgedeckt werden können. Hierzu ist in die Näherungskordinatenberechnung das data snooping von Baarda (1968) als statistische Testmethode implementiert.

Da die automatisierte Näherungskordinatenberechnung rechenwegabhängig ist, wird sie aufgrund der Fehlerfortpflanzung niemals eine durchgreifende Fehleranalyse ermöglichen. Diese kann erst mit

der simultanen Ausgleichung aller verfügbaren, hybriden Messungselemente erfolgen.

Dennoch kann eine Anhäufung von groben Datenfehlern zu Verschmierungseffekten führen, die die Fehlersuche erheblich erschweren. Insbesondere findet der Anwender mehrere grobe Datenfehler erfahrungsgemäss nur durch sukzessive Approximation, und damit durch zeitaufwendiges Wiederholen getrennter Ausgleichungsschritte.

Abhilfe kann hier die «robuste Schätzung» leisten; dies ist hier als iterative, gewichtete Ausgleichung realisiert, bei der nach jeder Ausgleichung für alle Beobachtungen neue Gewichte als Funktion des Kehrwertes der normierten Verbesserung be-

rechnet werden, vgl. Klein und Förstner (1984), Werner (1984).

Das heisst, zunächst wird eine Ausgleichung mit den a-priori Gewichten gerechnet, alsdann ergeben sich die Individualgewichte der Beobachtungen aus den Verbesserungen des letzten Iterationsschrittes (j) zu

$$p_i^{(j+1)} = p_i^{(j)} / \text{SQRT}(1 + x_i^2); \quad j = 0, 1, 2$$

und

$$p_i^{(j+1)} = p_i^{(j)} \cdot e^{**(-x_i^2)} \quad ; \quad j \geq 3$$

mit

$$x_i = v_i^{(j)} / (k \cdot \sigma_o^{(j)} \cdot \text{SQRT}(r_i / p_i^{(j)}))$$

mit  $k = 2$ , als Dämpfungsfaktor,  $\sigma_o^{(j)}$  der Gewichtseinheit im j-ten Iterationsschritt und  $p_i^{(j)}$  dem a-priori Gewicht. Beobachtungen mit grosser Verbesserung erhalten nun automatisch ein kleines Gewicht, so dass ihr Einfluss auf das Ausgleichungsergebnis stark bis gänzlich reduziert wird.

Man erhält also eine stabile, konvergente Lösung nach n Iterationen der Ausgleichung. Die Zahl n hängt dabei im wesentlichen von der Anzahl und dem Betrag der groben Fehler ab. Sie variiert durchaus zwischen 2 und 15.

Das Ergebnis der Fehlerlokalisierung trifft immer dann durchgreifend zu, wenn eine homogene Netzkonfiguration vorliegt mit guter und gleichmässiger Redundanzverteilung. Es wird in seiner Macht geschwächt, wenn inhomogene Netze mit gut kontrollierten und andererseits schwach oder nicht kontrollierten Beobachtungen vorliegen. Doch auch dann betreffen die Fehlerhinweise das punktgebundene Umfeld.

Dagegen haben unsere aufwendigen empirischen Untersuchungen mit der robusten Schätzung im L1-Norm-Modell, vgl. Kampmann (1988), ergeben, dass diese bei lokalen Redundanzunterschieden ab 60% zur Singularität der neugewichteten Normalgleichungen führt und also für die Praxis hybrider Netze und vieler Ingenieurnetze nicht brauchbar ist.

Zum o.a. Formelansatz der Neugewichtung sind zwei Bemerkungen anzufügen. Erstens hängt die Gewichtung vom Faktor  $\sigma_o^{(j)}$  ab, der am Anfang des Iterationsprozesses – abhängig vom Betrag der groben Datenfehler – sehr grosse Werte annehmen kann, weil das  $p_i^{(j)}$ -Modell falsch ist, der aber mit zunehmender Konvergenz des Iterationsprozesses gegen Eins strebt. Das heisst, die Gewichtsfunktion verläuft am Anfang der Iteration für zunehmende Verbesserungsbeträge nur flach abfallend, dagegen steil abfallend, wenn nahezu Konvergenz erreicht ist. Mit anderen Worten, am Ende der Iteration haben auch kleinere grobe Datenfehler ein verschwindendes Gewicht und damit so gut wie keinen Einfluss auf die Ausgleichungs-

ergebnisse. Zweitens hängt die Gewichtsfunktion  $x_i$

$$x_i = v_i^{(j)} / (k \cdot \sigma_{vi})$$

von der Standardabweichung der Verbesserung, also von der lokalen Redundanz und Netzgeometrie ab. Dies ist der Grund dafür, dass auch kleine grobe Datenfehler im kritischen Bereich ihrer Aufdeckbarkeit lokalisiert werden können. Nichtsdestotrotz ist dies nicht die vordringliche Aufgabe der robusten Schätzung für unsere Aufgabenstellung.

Hier soll die robuste Schätzung alle grossen groben Datenfehler etwa ab dem Betrag  $50 \cdot \sigma_i^{(j)}$  identifizieren und in einem Rechenlauf eliminieren. Anschliessend hat dann der Anwender die notwendige Datenbereinigung zu betreiben und die Ausgleichung im L2-Norm-Modell mit den dann gültigen a-priori-Gewichten zu wiederholen. Die kleinen groben Datenfehler werden dann mit dem Hypothesentest von Baarda (1968) nochmals verifiziert und angezeigt.

Der Programmablaufplan für das System KAFKA ist exemplarisch in Abb. 1 dargestellt.

## 4. Leistungsumfang der Softwarelösung

Will man die strenge Netzausgleichung effizient einsetzen, muss sie der täglichen Praxis und der Vielfalt der Hardwarelösungen gerecht werden. Aus diesem Grunde

ist das beschriebene Programmsystem durchgängig in FORTRAN 77 geschrieben und läuft unter den Betriebssystemen MS-DOS, VAX/VMS, SINIX sowie auf Grossrechnern der Firmen IBM, SIEMENS, PRIME, Honeywell-Bull (UNIX-Version). Bis auf komprimierte Teile der maskenunterstützten Editierfunktionen in KAFKA-C, die in C programmiert sind, können die Programme ohne Anpassungsaufwand auf jede Hardware portiert werden.

Um minimale Rechenzeiten und Speicherplatzanforderungen zu gewährleisten, sind in KAFKA

- Sparse-Matrix Methoden, vgl. Snay (1976) und
- Profilspeichertechniken, vgl. Jennings (1966)

eingesetzt. Denn die geodätische Praxis – und insbesondere die Kombination hybrider Messungselemente – produziert schwach besetzte Normalgleichungssysteme mit i.d.R. mehr als 80% Nullanteilen (Benning 1986). Durch Umsortieren der Reihenfolge der Unbekannten kann der benötigte Speicherplatz auf 20% gegenüber Dreiecksspeicherung und darunter reduziert werden. Diese Techniken ermöglichen den Einsatz von preisleistungsfähigen PC's. So sind auf einem MS-DOS-Rechner mehrere tausend Punkte verwaltbar, und bei verfügbaren 640 KB Ram-Speicher sind ca.

650 Neupunkte mit

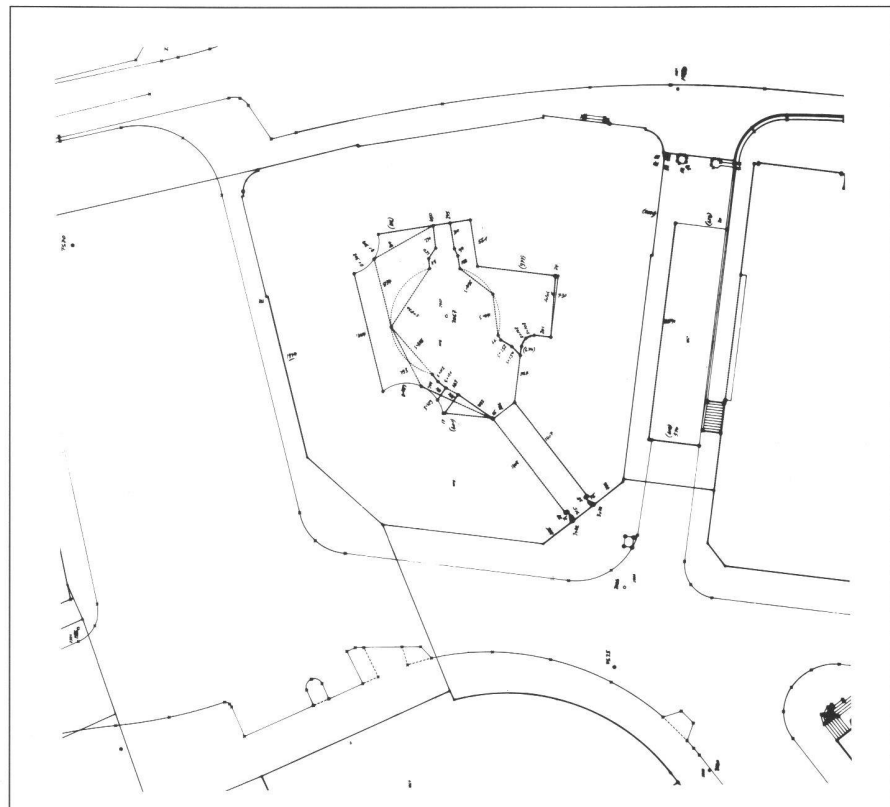
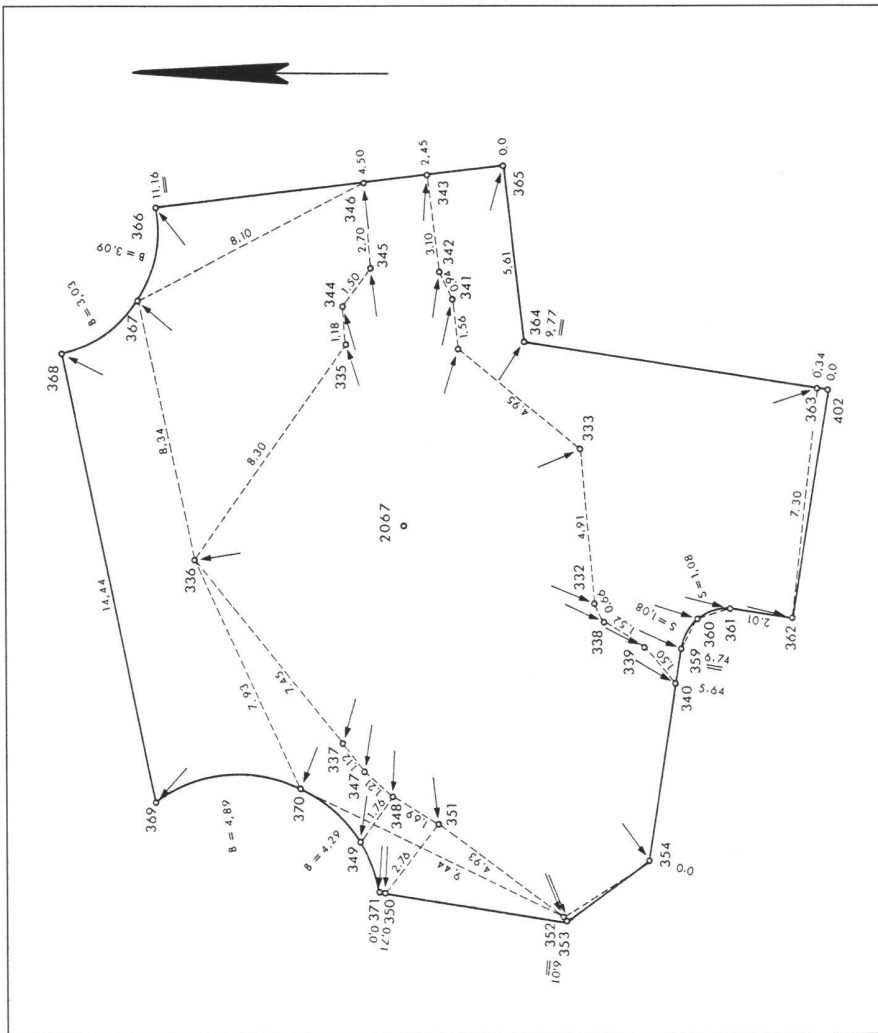


Abb. 2: Geometrie des Datenbeispiels





**Abb. 3: Geometrie der Innenhofaufnahme**

3000 Beobachtungen oder rund  
1500 Unbekannte

streng ausgleichbar. Auf virtuellen Maschinen gibt es keine Beschränkungen in der Grösse des zu bearbeitenden Projektes, es sei denn die, dass der Sachbearbeiter die Masse an Daten noch überschauen und managen können muss.

Um Rechenzeiten anzugeben, sei ein Projekt mit 5000 Neupunkten erwähnt, das in ca. 30 Minuten CPU-Zeit auf einer MICRO-VAX II streng ausgeglichen ist, einschliesslich Inversion der Normalgleichungen. Diese Rechenzeiten vermindern sich auf Grossrechnern entsprechend. Andererseits steht auch der endgültigen Datenauswertung im Felde nichts im Wege, da die Software problemlos auf transportable Lap-Tops übertragen werden kann. Zusammengefasst sind mit dem beschriebenen System folgende Messungs- und Netztypen auswertbar:

- reine Richtungsnetze
- reine Streckennetze
- reine Orthogonal- und Linienaufnahmen

- tachymetrische Netze (Schrägstrecken, Zenitdistanzen und Horizontalrichtungen)
- reine Höhennetze
- beliebige Kombinationen vorgenannter Messungs- und Netztypen
- Deformationsnetze aus unterschiedlichen Messepochen.

Konzeption und Realisierung des Systems bieten gegenüber bisherigen nicht-redundanten Auswertemethoden folgende Vorteile:

- Ausschöpfen der gegebenen Messredundanz durch simultane Verarbeitung aller verfügbaren, hybriden Messungselemente,
- automatisierte Fehlersuche und -lokalisierung mittels Hypothesentests und robuster Schätzung,
- adäquate Berücksichtigung der a-priori-Standardabweichungen durch Varianzkomponentenschätzung,
- numerisch objektive Beurteilung der Netzkonfiguration aus Zuverlässigkeitsangaben,

- weiche Lagerung der Neumessungen im Anschlusspunktfeld,
- Qualitätsgewinn durch Berechnung plausibelster, nachbarschaftstreuer Koordinaten,
- Reproduzierbarkeit der Ergebnisse, unabhängig vom Rechenweg.

Will man auf die digitale Speicherung des Vermessungszahlenwerks und damit auf den reinen Koordinatennachweis hinaus, müssen entsprechend strenge Auswerteverfahren mit widerspruchsfreien Ergebnissen eingesetzt werden.

## 5. Ein Datenbeispiel

Zum Schluss sollen die Darlegungen mit einem kleinen Beispiel verdeutlicht werden. Dieses wurde dem Autor freundlicherweise aus der praktischen Anwendung vom Stadtvermessungsamt Zürich zur Verfügung gestellt, vgl. Abb. 2. Es beinhaltet die kombinierte Aufnahme aus

- Polaraufnahmen, einschliesslich 10 freier Stationierungen (765 polare Messungselemente) und
- einigen Orthogonal- und Linienmessungen (103 Messungselemente).

Insgesamt enthält das Projekt 351 Punkte, davon 335 Neupunkte, und 868 Beobachtungselemente. Bei 688 Unbekannten der Ausgleichung ergibt sich eine Gesamtredundanz von 180 überschüssigen Messungen. Aufgrund der eingesetzten Sparse-Matrix-Methoden werden in diesem Beispiel mit geringer Verknüpfung der Unbekannten untereinander nur lediglich 2% des Speicherplatzes gegenüber üblicher Dreiecksspeicherung der Normalgleichungen benötigt. Die beigebrachten Messungsgenauigkeiten sind durch Varianzkomponentenschätzung zu

$$\sigma_{\text{si}} = (0,010 \text{ m} + 5 \text{ ppm}) \text{ für elektrooptische Strecken}$$

$$\sigma_{si} = (0,005 \text{ m} + 0,0001 \text{ s} + 0,0025 \text{ SQRT (s)}) \text{ für Messbandstrecken}$$

$$\sigma_{Ri} = 0,002 \text{ gon für Horizontalrichtungen}$$

bestätigt worden. Auf einem MS-DOS Personal-Computer benötigt die Ausgleichung 59 sec Gesamtrechnenzeit.

Bei der Datenaufnahme der schwach kontrollierten Innenhofvermessung hat eine Punktnummernverwechslung stattgefunden. In der Linienmessung von Punkt 365 nach 366 (Abb. 3) wurden die Punkte 343, 346 vertauscht. Rein numerisch bedeutet dies für die beiden Punkte, die gleichfalls vom Standpunkt 2067 polar aufgemessen wurden, Abszissenfehler von jeweils 2,05 m. Diese Fehler werden bei üblicher L2-Norm Schätzung auf das lokale Umfeld und zugehörige Beobachtungen verschmiert. Die Ausgleichung deckt mittels data-snooping 16 geschätzte grobe Fehler auf. Allerdings weisen die zwei vom Be-

trag her maximalen normierten Verbesserungen auf die tatsächlichen Fehler hin, die restlichen 14 vermuteten Fehler sind Folgefehler, die zugehörigen  $NV_i$ 's sind um den Faktor 10 kleiner. Die groben Fehler werden mit 2,17 m und 2,22 m so gut geschätzt, dass die Ursachenforschung leicht fällt.

Für den Anwender stellt sich die Fehlersuche jedoch einfacher dar, wenn die Methode der robusten Schätzung eingesetzt wird.

Diese lokalisiert die Punktnummernverwechslung nach insgesamt drei Iterationsschritten. Es werden genau zwei grobe Fehler ausgewiesen. Der Fehlerbetrag wird jeweils bis auf 1 cm exakt ausgegeben.

Die robuste Schätzung vermeidet die unliebsamen Verschmierungseffekte weitgehend. Dies zeigt hier ein Vergleich der

1. Koordinaten aus fehlerfreiem Datenmaterial mit jeweils den Koordinaten aus fehlerbehaftetem Datenmaterial, nämlich den
2. Koordinaten nach  $L_2$ -Norm-Schätzung und data-snooping und
3. den Koordinaten nach robuster Schätzung.

Die maximale Koordinatendifferenz (2 minus 1) beträgt 13 cm in beiden fehlerbehafteten Punkten 343 und 346. Der Betrag fällt in diesem Beispiel gering aus, da die Polaraufnahme – und hier speziell die vergleichsweise hohe Richtungsgenauigkeit – dominant auf die Koordinatenfestlegung wirkt, während die Orthogonalaufnahme

ihres geringeren Gewichtes wegen den Hauptanteil der Verbesserungen übernimmt.

Auf der anderen Seite liegt die Maximalabweichung der Punktlage im Vergleich (3 minus 1) bei exakt 5 mm, d.h. die robuste Schätzung liefert hier praktikable, übernahmefähige Koordinatenergebnisse. Trotzdem sollte sie nur zum Zwecke der Fehlersuche eingesetzt werden, um nach eventuell notwendiger Datenbereinigung eine beste, erwartungstreue Schätzung im  $L_2$ -Norm Modell für die Bestimmung endgültiger Koordinaten durchzuführen. Die Gesamtrechnenzeit für die iterative robuste Schätzung beträgt 70 sec. auf dem o.a. 80386-Intel-Prozessor.

#### Literatur:

Baarda, W.: A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks. Neth. Geod. Comm. Vol 2, No. 5, Delft, 1968.

Benning, W.: Komplexe Ausgleichung flächenhafter Kataster-Aufnahmen – das Programmsystem KAFKA. Zeitschr. f. Vermessungsw., ZfV 109, 422–435, 1984.

Benning, W.: Programmsystem KAFKA, Komplexe Analyse flächenhafter Kataster-Aufnahmen, Modell und Anwendung der Ausgleichung hybrider Lagemessungen. Veröff. d. Geodät. Inst. d. RWTH Aachen, Nr. 44, 1989.

Benning, W.: Analyse hybrider Lageaufnahmen in Sparse-Technik. Zeitschr. f. Vermessungsw., ZfV 111, 506–513, 1986.

Helble, W.: Rechnerische Grenzfeststellung mit 5-Parameter-Transformation. Zeitschr. f. Vermessungsw., ZfV 106, 590–597, 1981.

Klein, H. und Förstner, W.: Realization of automatic error detection in the block adjustment program PAT-M43 using robust estimators. Schriftenreihe des Inst. f. Photogr. Stuttgart, Nr. 10, 63–74, 1984.

Kampmann, G.: Zur kombinatorischen Norm-Schätzung mit Hilfe von  $L_1$ -,  $L_2$ - und der Boskovic-Laplace Methode mit den Mitteln der linearen Programmierung. Veröff. d. Geodät. Inst. d. RWTH Aachen, Nr. 43, 1988.

Snay, R.: Reducing the Profile of Sparse Symmetric Matrices: NOAA Technical Memorandum NOS, NGS-4, 1976.

Jennings, A.: A compact Storage Scheme for the Solution of Symmetric Linear Simultaneous Equations. Computer-Journ., 281–285, 1966.

Werner, H.: Automatic Gross Error Detection by Robust Estimators. XVth ISPRS-Congress, Rio de Janeiro 1984, Schriftenreihe des Inst. f. Photogr. Stuttgart, Nr. 10, 75–82, 1984.

Werner, H.: Die 5-Parameter-Transformation – Zusammenhang mit anderen Verfahren und die Elimination grober Fehler. Allg. Verm. Nachr., AVN 94, 261–273, 1987.

Adresse des Verfassers:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wilhelm Benning  
Lehrstuhl für Geodäsie II und Geodätisches Institut  
Rhein.-Westf. Technische Hochschule Aachen  
Templergraben 55  
D-5100 Aachen

*Zu verkaufen*

## **Kern Präzisions-Theodolit DKM3** (n. T.)

*Anfragen und Offerten an:  
Telefon 093 / 33 56 66*

## **Vermarktungsarbeiten**

übernimmt und erledigt

- genau
- prompt
- zuverlässig
- nach Instruktion GBV

für Geometerbüros und Vermessungsämter in der deutschsprachigen Schweiz

**Josef Lehmann, Vermarktungsunternehmer**  
9555 Tobel TG  
Tel. 073/45 12 19  
oder 9556 Affeltrangen, Tel. 073/45 15 42